

**Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем машиноведения Российской академии наук**

На правах рукописи



Братов Владимир Андреевич

ЧИСЛЕННЫЕ МОДЕЛИ ВОЛНОВОЙ ДИНАМИКИ И РАЗРУШЕНИЯ

Специальность 1.1.8 (ранее 01.02.04) – механика деформируемого
твёрдого тела

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Научный консультант:
доктор физ.-мат. наук, профессор, чл.-корр. РАН
Петров Юрий Викторович

**Санкт-Петербург
2021**

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	5
Содержание работы.....	26
Глава 1	30
Оптимизация энергозатрат на разрушение при квазистатических воздействиях: анализ энергии, необходимой для инициирования наклонной трещины при одноосном сжатии и смешанном нагружении	30
1.1 Введение и обзор литературы.....	31
1.2 Постановка задачи	33
1.3 Разрушающие нагрузки.....	35
1.4 Критерий разрушения в вершине трещины.....	40
1.5 Направление распространения инициированного разрушения	42
1.6 Вычисление удельной энергии, необходимой для инициирования разрушения.....	46
1.7 Выводы	51
Глава 2	54
Оптимизация энергозатрат на разрушение материалов при импульсных воздействиях: исследование оптимальных форм ударных разрушающих воздействий.....	54
2.1 Введение и обзор литературы.....	54
2.2 Критерий разрушения квазихрупких гетерогенных материалов при воздействии динамическими ударными и взрывными нагрузками	56
2.3 Критерий инкубационного времени для применения совместно с методом конечных элементов.....	58
2.4 Численная реализация.....	60
2.4.1 Конечноеэлементное разбиение.....	61
2.4.2 Шаг интегрирования по времени.....	61
2.4.3 Контроль выполнения условия разрушения	62
2.4.4 Линейный размер приращения дефекта (двумерная постановка).....	63
2.4.5 Образование новой поверхности	63
2.5 Исследование энергозатрат на инициирование центральной трещины, динамически нагружаемой по первой моде	65
2.6 Случай волны, приходящей из бесконечности.....	66
2.6.1 Моделирование взаимодействия волны, пришедшей из бесконечности, с разрезом.....	69
2.6.2 Структурно-временной критерий инициирования трещины.....	71
2.6.3 Зависимость энергозатрат на разрушение от амплитуды и длительности приложенной нагрузки.....	73
2.7 Случай нагрузки, приложенной по берегам разреза	76
2.7.1 Характеристики воздействий минимизирующих энергию, затрачиваемую на продвижение трещин	81

2.7.2 Зависимость характеристик воздействий, минимизирующих энергию, затрачиваемую на продвижение трещины от длины трещины	83
2.8 Выводы	86
Глава 3	88
Распространение упругих и поверхностных волн: концентрация энергии и защита от сейсмических волн	88
3.1 Введение и обзор литературы	88
3.2 Сейсмические барьеры для защиты от поверхностных и головных волн	89
3.2.1 Рэлеевские волны	90
3.2.2 Волны Рэлея – Лэмба	92
3.2.3 Волны Лява	93
3.2.4 Головные SP волны	94
3.2.5 Частотные диапазоны	96
3.2.6 Скорости распространения сейсмических волн в верхних отделах земной коры	98
3.2.7 Математические модели для исследования вертикальных барьеров	99
3.2.8 Уравнения состояния для описания динамического деформирования гранулированных метаматериалов	100
3.2.9 Численные решения для вертикальных барьеров с метаструктурами ..	101
3.2.10 Модельная задача о распространении упругой волны в упругой полуплоскости	104
3.2.11 Более жесткий и менее жесткий барьер	113
3.2.12 Барьеры с метаструктурами	114
3.2.13 Выводы	115
3.3 Моделирование движения высокоскоростного железнодорожного транспорта. Аккумуляция энергии в задаче о движущейся нагрузке	116
3.3.1 Статическое моделирование	118
3.3.2 Исследование динамического отклика железнодорожной насыпи	128
3.3.3 Выводы	138
3.4 Заключение	141
Глава 4	143
Динамическое инициирование, распространение и остановка трещин в квазихрупких телах	143
4.1 Введение и обзор литературы	143
4.2 Динамическое распространение и остановка трещин под действием высокоинтенсивной динамической ударной нагрузки	148
4.2.1 Классические эксперименты Рави-Чандара и Кнаусса	149
4.2.2 Конечноэлементная модель	156
4.2.3 Результаты	164
4.2.4 Применимость критерия инкубационного времени для предсказания распространения и остановки динамического разрушения	167
4.3 Взаимосвязь коэффициента интенсивности напряжений и скорости динамической трещины. Динамическое распространение трещин, вызванное динамической нагрузкой	171
4.4 Выводы	182
Глава 5	184

Динамическое разрушение изначально бездефектных материалов:	
ударное кратерообразование, эрозия, пробой материала ударниками	
.....	184
5.1 Введение и обзор литературы	184
5.2 Динамическое кратерообразование. Моделирование контакта спутника SMART1 с поверхностью Луны	187
5.2.1 Введение	187
5.2.2 Численная модель	188
5.2.3 Численное моделирование контакта спутника с поверхностью Луны ..	190
5.2.4 Выводы.....	197
5.3 Моделирование разрушения асфальтобетонного покрытия шипами противоскольжения	198
5.3.1 Введение	198
5.3.2 Свойства разрушаемого материала (асфальтобетон)	201
5.3.3 Откольное разрушение	204
5.3.4 Задача Герца об ударе частицы о полупространство (эрозионное разрушение)	208
5.3.5 Конечноеэлементное моделирование удара шипа об асфальтобетон	214
5.3.6 Выводы.....	221
5.4 Численный анализ пробивания пластин, изготовленных из ПММА, металлическими высокоскоростными ударниками	222
5.4.1 Введение	222
5.4.2 Эксперименты по пробиванию пластин из ПММА	225
5.4.3 Численное моделирование пробивания пластин из ПММА	227
5.4.4 Заключение	238
5.5 Численное исследование разрушения и фрагментации керамических пластин при контактном ударном нагружении	239
5.5.1 Численная модель	241
5.5.2 Результаты моделирования	246
5.5.3 Выводы.....	254
5.6 Выводы	255
Заключение	257
Список Литературы	260

Введение

Актуальность

Поведение материалов в условиях высокоинтенсивных воздействий (высокоскоростные динамические термомеханические воздействия, экстремальные давления, интенсивные пластические деформации и т.п.) значительно отличается от поведения того же материала в «стандартных» условиях с умеренными и медленно меняющимися нагрузками. Разрушение и деформация материалов и конструкций в условиях динамического (высокоскоростного, ударного, взрывного) нагружения значительно отличаются от аналогичных процессов, развивающихся под действием медленных квазистатических нагрузок. Понимание и моделирование взаимодействия волн, вызванных высокоскоростным динамическим воздействием с границами и интерфейсами, является сложной и не всегда интуитивно понятной задачей даже в случае относительно простых воздействий и самых простых геометрий среды, в которой распространяются волны. Так, в главе 1 будет показано, что даже решение простой квазистатической задачи об энергоемкости процесса инициирования наклонной трещины в бесконечной плоскости в условиях плоской деформации далеко не тривиально. В случае динамических задач, когда необходимо учитывать происходящие в теле волновые процессы, как и в случае сложных геометрий среды, задача становится гораздо более трудной для математического моделирования. Невозможно предсказывать

деформацию и превращения, происходящие в материалах под действием интенсивных термомеханических нагрузок, экстремальных локализованных давлений и т.п., используя подходы, применяемые для описания деформации, разрушения и превращений в статически нагружаемых конструкциях (см. напр. Petrov 1991; Petrov and Morozov 1994; Shockey et al. 1983, Kalthoff and Shockey 1977, Campbell 1953, Johnson and Cook 1985, Steinberg et al. 1980).

Современное развитие промышленных технологий требует все более и более точного анализа поведения и прочности материалов в условиях нестационарных высокоинтенсивных воздействий, глубокого понимания принципов распространения, превращения и аккумуляции упругой энергии в средах различной реологии, способности предсказывать деформацию и микроструктурные превращения в металлах, подвергаемых интенсивным пластическим деформациям и высокоскоростному ударному нагружению. При этом существующие методы и подходы далеко не всегда способны правильно учитывать влияние высокой концентрации энергии на структурные превращения в материалах.

Первые систематические экспериментальные исследования динамики разрушения и структурных превращений датируются началом и серединой 20го века (см. напр. Hopkinson 1901, Wallner 1938, Schardin and Struth 1938, Wells and Post 1958). В последнее время появляется все большее и большее количество новых качественных исследований в этой области (см. напр. Ravi-Chandar and Knauss 1984a, 1984b, 1984c, 1984d, Rosakes and Zender 1985, Dally and Shukla 1980, Kalthoff 1986, Fineberg and Bouchbinder 2015, Iqbal et al. 2015). К сожалению, в настоящее время отсутствуют общепринятый подход

в моделировании динамики разрушения и прочих структурных превращений в твердых телах нагружаемых быстрыми нагрузками ударной и взрывной природы (см. например Morozov and Petrov 2000). Известные подходы (см. напр. Anderson 2017, Khan and Huang 1995, Broberg 1999), как правило, обладают значительными недостатками, что делает их неприменимыми для анализа реальных динамических процессов. Это связано как с крайне узкой областью применимости (напр. Rosakes and Zehnder 1985), так и с большим количеством параметров, которые необходимо идентифицировать для использования модели (см. напр. Bratov 2021). При этом, зачастую, у данных параметров отсутствует понятный физический смысл и способ определения (см. напр. Freund 1998). Указанных недостатков лишен структурно-временной подход, предложенный Ю.В. Петровым и Н.Ф. Морозовым (Petrov and Morozov 1994, Morozov and Petrov 2000). В большом количестве работ показана применимость этого подхода для описания разрушения и других структурных превращений для широчайшего класса различных задач (см. например Morozov and Petrov 2000, Petrov 2004, Petrov and Sitnikova 2005, Bratov et al. 2008, Bratov 2021). Кроме того, для предсказания динамики хрупкого разрушения данный подход требует определения всего одного дополнительного прочностного параметра, характеризующего отклик материала на скорость изменения нагрузки (см. например Petrov 1991, Morozov and Petrov 2000, Bratov et al. 2009). Подход инкубационного времени в динамике хрупкого разрушения является основой для большинства результатов, представленных в данной работе.

В работе представлены результаты исследований, связанных с поведением материалов и конструкций, при нагружении

высокоинтенсивными воздействиями, связанными с крайне высокой локальной концентрацией энергии и с крайне высокими скоростями изменения локальной концентрации плотности энергии. Изучаются вопросы, связанные с энергоэффективностью различных процессов, связанных с фазовыми превращениями в материале (разрушение, изменение дефектной структуры металлов).

Цели и задачи

Основной целью данной работы является развитие аналитических и численных подходов для предсказания волновых процессов и разрушения в твердых телах под действием стационарных и нестационарных нагрузок. Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

- Разработка методов оценки энергоемкости и энергоэффективности процессов ведущих к разрушению в квазихрупких средах с имеющимися дефектами в квазистатической и динамической постановке.
- Развитие численных методов на основе метода конечных элементов путем внедрения новых критериев структурных превращений, применимых для случаев, когда невозможно применение стандартных известных подходов.

- Демонстрация эффективности предлагаемых подходов посредством решения задач, исследование которых представляет самостоятельный интерес.

Методы исследования

Основным методом, применяемым для решения задач статической и динамической теории упругости в рамках данной работы, является метод конечных элементов, используемый для решения соответствующих дифференциальных уравнений. Большинство задач решается в линейной постановке. Ряд задач, например, статическая задача о разрушении в окрестности наклонной трещины под действием сжимающей и сдвиговой нагрузок (глава 1) или динамическая задача о действии сосредоточенной силы на границе упругого полупространства (задача Лэмба, используемая в главе 3) допускают аналитическое решение. Такие решения представляют возможности для детального качественного и количественного анализа получаемых результатов и могут использоваться в качестве модельных при верификации используемых численных схем.

Решение большинства представленных задач связано с использованием критерия разрушения для предсказания условий инициирования и распространения разрушения в твердых телах. Для оценки условий возникновения разрушения в квазистатических задачах используется критерий разрушения Нейбера-Новожилова (Neuber 1937, Novozhilov 1969). В случае динамических задач с

нестационарными ударными и взрывными нагрузками используется критерий разрушения Ю.В. Петрова и Н.Ф. Морозова (Petrov and Morozov 1994, Morozov and Petrov 2000) основанный на понятии инкубационного времени структурного превращения, подробно обсуждаемый ниже в данной работе.

Теоретическая и практическая значимость диссертации

Работа имеет теоретический характер. Развиваемые подходы могут послужить для оценки прочности и несущей способности материалов и конструкций при динамических ударных и взрывных воздействиях. С использованием подхода, развиваемого в главах 1 и 2, возможно производить оценку оптимальных энергосберегающих параметров работы промышленных машин, работающих на разрушение (измельчение и переработка) различных квазихрупких материалов. В частности, с использованием полученных результатов возможно предсказание оптимальных длительностей и амплитуд нагрузок такого рода машин, на основе анализа микроструктуры разрушаемых материалов. Подход, развиваемый в главе 3, позволяет оптимизировать геометрию и материалы, используемые при возведении сооружений для защиты от волн сейсмической природы, для максимизации защитных функций. Подход, развиваемый в главе 4, позволяет создать новые универсальные численные схемы, корректно предсказывающие инициирование, распространение и остановку динамических трещин в твердых телах. Подход, развиваемый в главе 5, позволяет создать новые универсальные

численные схемы, корректно предсказывающие эволюцию хрупкого разрушения в твердых телах при высокоскоростном контактном взаимодействии.

Достоверность

Достоверность полученных результатов достигается за счет строгой математической постановки задач, применения математически обоснованных методов решения и сравнения численных решений с результатами точных аналитических решений для случаев, допускающих получение аналитических решений в явном виде.

Научная новизна

Научную новизну составляют следующие **результаты, выносимые на защиту**:

1. Впервые решена задача об энергии критического состояния, ведущего к разрушению, в задаче о статическом нагружении плоскости с наклонной трещиной комбинированной нагрузкой сжатия-сдвига. Показано, что комбинация сжимающей нагрузки с нагрузкой сдвига позволяет значительно уменьшить энергозатраты на разрушение в вершине имеющейся трещины по сравнению с чисто сжимающей нагрузкой. Полученный теоретически в рамках данной работы эффект значительного

уменьшения энергозатрат совпадает с эффектом, ранее обнаруженным экспериментально.

2. Впервые исследованы оптимальные энергосберегающие характеристики динамических воздействий на твердое квазихрупкое тело с имеющимися дефектами для распространения (разрушения) имеющихся дефектов. Показано, что возможно определять оптимальные энергосберегающие характеристики разрушающих воздействий на основе параметров разрушаемого материала и геометрических свойств дефектов, преобладающих в разрушаемом теле.
3. Развита методика для предсказания оптимальных характеристик защитных сейсмических барьеров с интегрированными метаструктурами. На основе аналитических моделей произведена верификация разработанных численных решений. Получены зависимости влияния материалов и геометрии защитных барьеров и интегрированных метаструктур на способность защитных сооружений ослаблять действие распространяющихся волн сейсмической природы.
4. Развита методика для численного моделирования инициирования, распространения и остановки динамических трещин в твердых телах. В сравнении с экспериментальными результатами показано, что с использованием данного подхода возможно корректное предсказание динамики трещин в широком диапазоне практических задач динамики разрушения.

5. Развѣт подход для численного моделирования разрушения в изначально бездефектных твердых телах при высокоскоростном контактном взаимодействии. В сравнении с различными экспериментальными результатами показано, что с использованием данного подхода возможно корректное моделирование эволюции разрушения в квазихрупких изначально бездефектных телах под действием высокоскоростных ударов со стороны других объектов.

Апробация работы

Результаты, полученные в диссертации, представлялись на большом количестве международных и российских научных симпозиумов. В частности, на ежегодных летних конференциях “Актуальные проблемы механики» (С.-Петербург, 2003, 2004, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020, 2021), международных европейских конференциях по разрушению (ECF-15, Стокгольм, Швеция, 2004, ECF-17, Брно, Чехия, 2008, ECF-19, 2012, Казань, Россия), Международных конференциях по разрушению (ICF-12, Оттава, Канада, 2012), Всероссийских съездах по механике (Нижний Новгород, 2006 и 2011, Казань, 2015, Уфа 2019) и многих других.

Результаты диссертации представлялись на семинаре Института механики МГУ (руководитель семинара академик РАН И.Г. Горячева); семинаре чл.-корр. РАН Ю.В. Петрова; семинаре академика Н.Ф. Морозова; семинаре высшей школы теоретической механики Санкт-Петербургского политехнического университета

Петра Великого (руководитель семинара чл.-корр. РАН А.М. Кривцов).

Большая часть работы выполнена при поддержке грантов Российского научного фонда и Российского фонда фундаментальных исследований.

Полнота изложения материала

Все результаты диссертации опубликованы в изданиях, входящих в международные базы цитирования Web of Science, Scopus или изданиях, рекомендованных ВАК России.

Личное участие автора

По теме диссертации опубликованы 42 работы, включая одну монографию. Из них 4 работы без соавторов и 38 работ в соавторстве. В большинстве работ, выполненных в соавторстве, соискателю принадлежит частичная постановка задач, разработка всех численных схем, численных алгоритмов и решение задач. Концептуальная постановка, анализ и обсуждение результатов проводились совместно с соавторами.

Структура и объем диссертации

Диссертация изложена на 301 странице и состоит из введения, пяти глав, заключения и списка использованной литературы. Диссертация содержит 74 рисунка. Библиография включает 287 наименований.

Публикации по теме диссертации в изданиях, рекомендованных ВАК и индексируемых базами Web of Science и Scopus

По теме диссертации опубликована 42 работ в изданиях, рекомендованных ВАК и индексируемых базами Web of Science и Scopus.

Монографии :

1. V. Bratov, N. Morozov, Y. Petrov (2009) Dynamic Strength of Continuum. St.-Petersburg University Press.

Статъи по теме дисертации:

2. V. Bratov (2021) NUMERICAL SIMULATIONS OF DYNAMIC FRACTURE. CRACK PROPAGATION AND FRACTURE OF INITIALLY INTACT MEDIA. *Materials Physics and Mechanics*, 47 :455-474
DOI:http://dx.doi.org/10.18149/MPM.4732021_7
3. M.K. Khan, M.A. Iqbal, V. Bratov, N.F. Morozov, N.K. Gupta (2021) BALLISTIC RESISTANCE OF CERAMIC METALLIC TARGET FOR VARYING LAYER THICKNESSES. *Materials Physics and Mechanics*, 47 :159-169
DOI:http://dx.doi.org/10.18149/MPM.4722021_1
4. S.I. Kuznetsov, N.F. Morozov, V. Bratov and A. Ilyashenko (2021) Seismic barriers filled with granular metamaterials: Mathematical models for granular metamaterials. *Journal of Physics: Conference Series*, 1787 (1) :12041
DOI:10.1088/1742-6596/1787/1/012041
5. N.F. Morozov, V.A. Bratov and S.V. Kuznetsov (2021) Seismic Barriers for Protection Against Surface and Headwaves: Multiple Scatters and Metamaterials. *Mechanics of Solids*, 56 (6) :911-921
DOI:<http://dx.doi.org/10.3103/S0025654421060133>
6. M.K. Khan, M.A. Iqbal, V. Bratov, N.F. Morozov, N.K. Gupta (2020) An investigation of the ballistic performance of independent ceramic target. *Thin-Walled Structures*, 154 :106784

DOI:10.1016/j.tws.2020.106784

7. N.A.Kazarinov, V.A.Bratov, N.F.Morozov, Y.V.Petrov, V.V.Balandin, M.A.Iqbal, N.K.Gupta (2020) Experimental and numerical analysis of PMMA impact fracture. International Journal of Impact Engineering, 143 :103597
DOI:10.1016/j.ijimpeng.2020.103597
8. V.A. Bratov, A.V. Ilyashenko, S.V. Kuznetsov, T.-K. Lin, N.F. Morozov (2020) Homogeneous Horizontal and Vertical Seismic Barriers: Mathematical Foundations and Dimensional Analysis . Materials Physics and Mechanics, 44 :61-65
DOI:10.18720/MPM.4412020_7
9. Ilyashenko, A.V., Morozov, N.F., Rashidov, T.R., Bratov, V.A., Mardonov, B.M. (2020) The interaction of high intensity seismic Rayleigh and Rayleigh-Lamb waves with structures. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 913 (2) :022026
DOI:10.1088/1757-899X/913/2/022026
- 10.M.K. Khan, M.A. Iqbal, V. Bratov, N.K. Gupta, N.F. Morozov (2019) A Numerical Study of Ballistic Behaviour of Ceramic Metallic Bi-Layer Armor Under Impact Load. Materials Physics and Mechanics, 42 :699-710
DOI:10.18720/MPM.4262019_2

- 11.Vladimir Bratov, Nikita Kazarinov (2019) Dynamic fracture of ceramic plates due to impact loading. Numerical investigation. Materials Physics and Mechanics, 42 (4) :389-395
DOI:10.18720/MPM.4242019_3

- 12.V. Bratov, A. Krivtsov (2019) Analysis of energy required for initiation of inclined crack under uniaxial compression and mixed loading. Engineering Fracture Mechanics, 216 :106518
DOI:10.1016/j.engfracmech.2019.106518

- 13.Vladimir Bratov, Alla Ilyashenko, Nikita Morozov and Tursunbai Rashidov (2019) Seismic barriers: theory and numerical simulations. E3S Web of Conferences, 97 :03005
DOI:10.1051/e3sconf/20199703005

- 14.Vladimir Bratov (2018) Numerical models for hydraulic refracturing on vertical oil wells. International Journal of Engineering & Technology, 7 (436) :1110-1115
DOI:10.14419/ijet.v7i4.26.27937

15. J. Venkatesana, , M.A. Iqbala, N.K. Gupta, V. Bratov, N. Kazarinov, F. Morozov (2017) Ballistic Characteristics of Bi-layered Armour with Various Aluminium Backing against Ogive Nose Projectile. Procedia Structural Integrity, 6 :40–47
DOI:10.1016/j.prostr.2017.11.007

- 16.N.A. Kazarinov, Y.V. Petrov, V.A. Bratov, V.Yu. Slesarenko (2016) NUMERICAL INVESTIGATION OF STRESS INTENSITY FACTOR – CRACK VELOCITY RELATION FOR

A DYNAMICALLY PROPAGATING CRACK. Materials Physics and Mechanics, 29 :39-42

17.Yuri Petrov, Nikita Kazarinov, Vladimir Bratov (2016) Dynamic crack propagation: quasistatic and impact loading. Procedia Structural Integrity, 2 :389-394
DOI:10.1016/j.prostr.2016.06.050

18.N.A. Kazarinov, V.A. Bratov and Y.V. Petrov (2015) Simulation of ceramics fracture due to high rate dynamic impact. Journal of Physics: Conference Series, 653 (12050)
DOI:10.1088/1742-6596/653/1/012050

19.V.A. Bratov, N.A. Kazarinov and Y.V. Petrov (2015) Numerical implementation of the incubation time fracture criterion. Journal of Physics: Conference Series, 653 (12049)
DOI:10.1088/1742-6596/653/1/012049

20.V.Bratov, N. Kazarinov, Y.Petrov (2015) Numerical simulation of ZrO₂(Y₂O₃) ceramic plate penetration by cylindrical plunger. EPJ Web of Conferences, 94 (4056) :
DOI:10.1051/epjconf/20159404056

21.V. Bratov, Y. Petrov, B. Semenov, I. Darienko (2015) Modelling the high-speed train induced dynamic response of railway embankment. Materials Physics and Mechanics, 22 (1) :69-77

- 22.N. Kazarinov, V. Bratov, Y. Petrov (2014) SIMULATION OF DYNAMIC CRACK PROPAGATION UNDER QUASISTATIC LOADING. Applied Mechanics and Materials, 532 :337-341
DOI:10.4028/www.scientific.net/AMM.532.337
- 23.N.A. Kazarinov, V.A. Bratov, Yu.V. Petrov, G.D. Fedorovsky (2014) EVALUATION OF FRACTURE INCUBATION TIME FROM QUASISTATIC TENSILE STRENGTH EXPERIMENT. Materials Physics and Mechanics, 19 :16-24
- 24.В. А. Братов, И. В. Смирнов, Ю. В. Петров, Н. В. Майданова, Т. С. Широкова (2014) О моделировании динамического разрушения асфальтобетонных покрытий и некоторых типовых решениях дорожных конструкций для Санкт-Петербурга. Дорожная техника , :26-29
- 25.V. Bratov, Y. Petrov (2014) Erosion of asphalt as a result of automobile tire studs impacts. Materials Physics and Mechanics, 21 (3) :222-229
- 26.N. Kazarinov, V. Bratov, Y.Petrov (2014) Modelling dynamic propagation of a crack at quasistatic loading. Doklady Physics, 59 (2) :99-102
DOI:10.1134/S1028335814020116
- 27.V. BRATOV,Y.V. PETROV, G. VOLKOV (2012) Existence of Optimal Energy Saving Parameters for Different Industrial Processes. JOURNAL OF NINGBO UNIVERSITY (NSEE), 25 (1) :48-52

28. Yurii V. Petrov, A. A. Gruzdkov, V. A. Bratov (2012) Structural-temporal theory of fracture as a multiscale process. *Physical Mesomechanics*, 15 (3) :232-237
DOI:10.1134/S1029959912020117

29. Y.V. Petrov, B.L. Karihaloo, V.A. Bratov (2012) Multi-scale dynamic fracture model for quasi-brittle materials. *International Journal of Engineering Science*, 61 :3-9
DOI:10.1016/j.ijengsci.2012.06.004

30. V. Smirnov, Yuri V. Petrov, V. Bratov (2012) Incubation time approach in rock fracture dynamics. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 55 (1) :78-85
DOI:10.1007/s11433-011-4579-3

31. Y.V. PETROV, V. BRATOV (2012) Spatio-temporal Model of Multiscale Fracture in Brittle Solids. *JOURNAL OF NINGBO UNIVERSITY (NSEE)*, 25 (1) :35-40

32. V. Bratov (2011) Incubation time fracture criterion for FEM simulations. *Acta Mechanica Sinica*, 27 (4) :541-549
DOI:10.1007/s10409-011-0484-2

33. V. Bratov, Y. Petrov, A. Utkin (2011) Transient near tip fields in crack dynamics. *Science China Physics Mechanics and Astronomy*, 54 (7) :1309–1318
DOI:10.1007/s11433-011-4362-5

34. Y. V. Petrov, V. Bratov (2011) Multiscale fracture model for quasi-brittle materials. Applied Mechanics and Materials, 82 :160-165
DOI:10.4028/www.scientific.net/AMM.82.160
35. V. Bratov, Y. Petrov, G. Volkov (2011) Existence of optimal energy saving parameters for different industrial processes. Applied Mechanics and Materials, 82 :208-213
DOI:10.4028/www.scientific.net/AMM.82.208
36. Ю.В. Петров, В.А. Братов (2011) О МОДЕЛИРОВАНИИ РАЗРУШЕНИЯ АСФАЛЬТОБЕТОННОГО ПОКРЫТИЯ ШИПАМИ ПРОТИВОСКОЛЬЖЕНИЯ. Морские интеллектуальные технологии, 3 :113-119
37. В.А. Братов (2009) Численные модели динамики разрушения. Вычислительная механика сплошных сред, 2 (3) :5-16
38. V. Bratov, Y. Petrov (2008) Evaluation of energy saving operational modes for industrial fracture connected processes on the basis of incubation time fracture criterion. Transactions of Tianjin University, 14 (1) :476-482
DOI:10.1007/s12209-008-0081-z
39. V. A. Bratov, N. F. Morozov, Yu. V. Petrov (2008) Simulating the SMART1 orbiter impact on the Moon's surface. Doklady Physics, 53 (3) :152-155
DOI:10.1134/S1028335808030099

40. V. A. Bratov, Yu. V. Petrov (2007) Application of the incubation time criterion to the description of dynamic crack propagation. Doklady Physics, 52 (10) :565-567
DOI:10.1134/S1028335807100138
41. V. Bratov, Y. Petrov (2007) Optimizing energy input for fracture by analysis of the energy required to initiate dynamic mode I crack growth. International Journal of Solids and Structures, 44 :2371-2380
DOI:10.1016/j.ijsolstr.2006.07.013
42. V. Bratov, Y. Petrov (2007) Application of incubation time approach to simulate dynamic crack propagation. International Journal of Fracture, 146 :53-60 DOI:10.1007/s10704-007-9135-9

Другие публикации:

1. G.A. Volkov, V.A. Bratov, E.N. Borodin, A.D. Evstifeev and N.V. Mikhailova (2020) Numerical simulations of impact Taylor tests. Journal of Physics: Conference Series, 1556 :012059
DOI:10.1088/1742-6596/1556/1/012059
2. S. Althobaiti, V. Bratov, A. Mubarak, and D. Prikazchikov (2020) MOVING LOAD ON AN ELASTIC HALF-SPACE COATED WITH A THIN VERTICALLY INHOMOGENEOUS LAYER. EURO DYN 2020 XI International Conference on Structural Dynamics M. Papadrakakis, M. Fragiadakis, C. Papadimitriou (Eds.), 1 :2601-2611

3. E.N. Borodin, A. Morozova, V. Bratov, A. Belyakov, A.P. Jivkov (2019) Experimental and numerical analyses of microstructure evolution of Cu-Cr-Zr alloys during severe plastic deformation. *Materials Characterization*, 156 :109849
DOI:10.1016/j.matchar.2019.109849

4. A. Martemyanov, E. Shel, V. Bratov, I. Chebyshev, G. Paderin, I. Bazyrov (2019) Conditions of Secondary Fracture Reorientation for Cases of Vertical and Horizontal Wells. *Society of Petroleum Engineers*, :
DOI:10.2118/196966-MS

5. E.N. Borodin, V. Bratov (2018) Non-equilibrium approach to prediction of microstructure evolution for metals undergoing severe plastic deformation. *Materials Characterization*, 141 :267-278
DOI:10.1016/j.matchar.2018.05.002

6. G. Volkov, E. Borodin, V. Bratov (2017) Numerical simulations of Taylor anvil-on-rod impact tests using classical and new approaches. *Procedia Structural Integrity*, 6 :330–335
DOI:10.1016/j.prostr.2017.11.050

7. A. Morozova, E. Borodin, V. Bratov, S. Zharebtsov, A. Belyakov and R. Kaibyshev (2017) Grain Refinement Kinetics in a Low Alloyed Cu–Cr–Zr Alloy Subjected to Large Strain Deformation. *Materials*, 10 (1394) :1-13 DOI:10.3390/ma10121394

8. V. Bratov, J. Kaplunov, D.A. Prikazchikov (2016) On steady-state moving load problems for an elastic half-space. IEEE Xplore, Proceedings of the International Conference DAYS on DIFFRACTION 2016, :84-88
DOI:10.1109/DD.2016.7756819

9. V. Bratov, E.N. Borodin (2016) NON-EQUILIBRIUM FEATURES OF CONTINUOUS RECRYSTALLIZATION PROCESS AT SEVERE PLASTIC DEFORMATION OF COPPER. Materials Physics and Mechanics, 26 :38-41

10. V. Bratov, E.N. Borodin (2015) Comparison of dislocation density based approaches for prediction of defect structure evolution in aluminium and copper processed by ECAP. Materials Science and Engineering: A, 631 :10-17
DOI:10.1016/j.msea.2015.02.019

11. Yu. Petrov, V. Smirnov, A. Utkin, V. Bratov (2014) Energy of a solid sphere under nonstationary oscillations. Science China Physics, Mechanics and Astronomy, 57 (3) :469-476
DOI:10.1007/s11433-013-5370-4

12. G.A. Volkov, V.A. Bratov, A.A. Gruzdkov, V. Babitsky, Yu.V. Petrov, V. Silberschmidt (2011) Energy-based analysis of ultrasonically assisted turning. Shock and Vibration, 18 (1) :333-341
DOI:10.3233/SAV-2010-0606

13. G. A. Volkov, V. V. Silberschmidt, V. I. Babitskii, A. A. Gruzdkov, V. A. Bratov, Yu. V. Petrov (2010) Energy aspects of ultrasonic

intensification of treatment of metals. Doklady Physics, 55 (4) :184-185

DOI:10.1134/S1028335810040075

- 14.G. A. Volkov, V. V. Silberschmidt, A. V. Mitrofanov, A. A. Gruzdkov, V. A. Bratov, Yu. V. Petrov (2009) Minimization of fracture-pulse energy under contact interaction. Doklady Physics, 54 (7) :322-324

DOI:10.1134/S1028335809070040

- 15.V. A. Bratov, L. M. Isakov, Yu. V. Petrov (2008) A criterion for detonation initiation in gas mixtures. Doklady Physics, 53 (10) :507-509 DOI:10.1134/S1028335808100017

Содержание работы

В двух первых главах работы исследуются задачи, связанные с минимизацией энергозатрат на разрушение. Возможность оптимизации энергозатрат на разрушение материалов представляет большой интерес с точки зрения многих приложений. Важнейшее значение энергозатраты процесса разрушения при воздействии как медленными квазистатическими, так и импульсными динамическими нагрузками приобретают в таких областях как, например, ударный, взрывной, гидравлический, электроимпульсный и другие способы ведения горных работ, бурение, процессы измельчения и пр. В этих случаях энергозатраты составляют значительную, если не наибольшую, часть производственных затрат.

Если учесть, что КПД таких процессов обычно не превышает нескольких процентов, важность оптимизации энергозатрат на разрушение становится очевидной.

В главе 1 исследуется задача об энергоемкости инициирования малой наклонной трещины в плоскости в условиях медленных квазистатически меняющихся нагрузок. Задача решается в условиях плоской деформации. Задача решается аналитически. Исследуется накопленная энергия, которую необходимо сообщить плоскости для создания условий, ведущих к инициированию имеющейся трещины при различных видах нагрузки, приложенной на бесконечности. Решение данной задачи получено впервые и представляет значительный интерес для процессов, связанных с измельчением и фрагментацией квазихрупких гетерогенных сред с существующими дефектами (трещинами). Такие процессы, в частности, соответствуют промышленным процессам, связанным с переработкой полезных ископаемых и горных пород, при которых важнейшим этапом является постепенное измельчение добытой породы с поэтапным разделением на фракции. При этом, такие процессы отличаются крайне высокой энергоемкостью и даже относительно небольшое уменьшение энергозатрат на распространение имеющихся в материале дефектов оборачивается значительным экономическим эффектом. Полученные результаты могут быть использованы для прогнозирования оптимальных параметров энергосбережения промышленных машин, работающих при измельчении и фрагментации квазихрупких материалов.

В главе 2 исследуется аналогичная задача в динамической постановке – исследуются энергозатраты на инициирование

имеющейся в полуплоскости трещины при воздействии динамическими импульсными нагрузками различной амплитуды и длительности. Исследованы как случай нагрузки, приложенной на бесконечности, так и случай, когда нагрузка приложена на берегах имеющейся трещины. Показано, что минимуму энергозатрат на разрушение соответствует строго определенная комбинация амплитуды и длительности прикладываемой нагрузки. Полученные зависимости минимизирующих энергозатраты характеристик воздействия от длины трещины позволяют предсказывать минимизирующие характеристики разрушающих воздействий исследованием преобладающего размера трещин в разрушаемых материалах, что позволяет предсказывать оптимальные энергосберегающие режимы работы промышленного оборудования, измельчающего квазихрупкие гетерогенные материалы (в частности, горные породы).

В главе 3 исследуются задачи, связанные с распространением высокоэнергетических волн вблизи поверхности в твердых телах. В частности, изучаются механизмы защиты от волн сейсмической природы при помощи сейсмических барьеров – включений вблизи поверхности, изготовленных из материалов со свойствами, сильно отличающимися от свойств среды, в которой распространяется возмущение. Оказывается, что используя защитные барьеры, изготовленные например, из бетона, для защиты от высокоэнергетичных волн сейсмической природы, распространяющихся в грунте (в основном это относится к волнам Рэлея), возможно значительно (в несколько раз) уменьшить амплитуды перемещений и ускорений в защищаемой области. Кроме того, в главе 3 представлены исследования, связанные с

распространением волн и концентрацией энергии в задачах о движущейся нагрузке на примере задачи о движении высокоскоростного железнодорожного состава.

В главе 4 с использованием критерия инкубационного времени, внедренного в численные схемы на основе метода конечных элементов, исследуются задачи, связанные с инициацией, распространением и остановкой имеющих макроскопических трещин в квазихрупких средах, нагружаемых динамическими ударными и взрывными нагрузками.

В главе 5 аналогичный подход используется для моделирования возникновения, развития и остановки разрушения в изначально бездефектных средах, нагружаемых высокоскоростными ударными и взрывными воздействиями. В главах 4 и 5 показано, что критерий инкубационного времени, введенный Н.Ф. Морозовым и Ю.В. Петровым, позволяет предсказывать широчайший диапазон экспериментально наблюдаемых эффектов, связанных с динамикой разрушения квазихрупких сред.

Глава 1

Оптимизация энергозатрат на разрушение при квазистатических воздействиях: анализ энергии, необходимой для инициирования наклонной трещины при одноосном сжатии и смешанном нагружении

Основная цель этой части работы - исследовать затраты энергии, необходимые для инициирования разрушения в квазихрупких средах с существующими дефектами. В качестве модельной задачи рассматривается решение для центральной трещины в плоскости, подверженной действию нагрузки на бесконечности. Изучается энергии, которую необходимо ввести в тело для создания условий, приводящих к разрушению в вершине существующей центральной трещины. Исследуются ситуации, соответствующие трещинам, созданным чисто сжимающей нагрузкой, трещинам, созданным чистым сдвигом, и трещинам, созданным комбинацией сжимающей и сдвигающей нагрузки с различными отношениями интенсивности. Установлено, что сочетание сжимающей и сдвигающей нагрузки приводит к значительно меньшим затратам энергии на создание трещины по сравнению с энергиями, соответствующими чисто сжимающей нагрузке. Эти оценки качественно совпадают с явлениями, наблюдаемыми экспериментально для процессов, связанных с измельчением и фрагментацией квазихрупких гетерогенных сред с

существующими дефектами (трещинами). Ранее было показано, что при измельчении горных пород и других подобных материалов добавление сдвигового компонента к сжимающей ударной нагрузке, прикладываемой к трещиноватой среде, приводит к значительному снижению энергозатрат процесса. Полученные в работе результаты могут быть использованы для прогнозирования оптимальных параметров энергосбережения промышленных машин, работающих при измельчении и фрагментации квазихрупких материалов.

1.1 Введение и обзор литературы

Экспериментально (см., напр., Vaisberg, Zarogatsky 2000) было обнаружено, что сочетание нагрузки сжатия и сдвига для промышленных процессов, связанных с разрушением и фрагментацией горных материалов, приводит к значительному снижению энергозатрат на данный процесс по сравнению со случаем, когда для создания разрушения используется только сжимающая нагрузка.

Возникновение и распространение одиночных и множественных наклонных трещин при одноосном и двухосном нагружении изучалось в многочисленных публикациях (см., напр., Erdogan and Sih 1963, Papadopoulos 1988, Khan and Khraisheh 2000, Ranji 2015 или Sutula et al. 2017, Perez 2017). В этих работах авторы обычно исследуют применимость различных критериев, прогнозирующих условия зарождения разрушения и направление распространения трещины при смешанном (сжатие и сдвиг)

нагрузении (см., напр., Matvienko, 2012). В различных работах эти подходы были реализованы в численных вычислительных схемах, прогнозирующих распространение нагруженных трещин в смешанном режиме для различных геометрических форм и режимов приложения нагрузки (напр., Wang et al. 2016 или Aliha et al. 2009). Также возможно моделировать разрушение и деформацию в макроскопическом масштабе, используя молекулярную динамику (см., напр., Krivtsov 2003, Krivtsov 2004). Несмотря на большое количество результатов в этой области, в большинстве известных публикаций энергия, необходимая для зарождения или распространения этих трещин, не изучается. В то же время энергия, которая должна быть потрачена на разрушение, является характеристикой, имеющей важнейшее значение для практических приложений, связанных с измельчением и разрушением материалов (см., напр., Bratov and Petrov 2007, где была решена динамическая задача об энергоемкости разрушения сред с трещинами). Количество этой энергии особенно важно для промышленных процессов обработки и обогащения горных пород. Эти процессы работают на фрагментацию и измельчение значительных объемов горного материала, что связано со значительным потреблением энергии (электричества или другого энергоносителя). В таких процессах стоимость энергии обычно составляет основную часть стоимости процесса (см., напр., Vaisberg et al. 2015). Таким образом, возможность даже небольшого (в процентах) снижения энергозатрат на процесс разрушения породы может иметь огромный экономический эффект. Настоящая работа в первую очередь сосредоточена на анализе энергии, необходимой для зарождения существующей трещины (см., напр., Vaisberg and Kameneva, 2014 г., Vaisberg et al. 2001 г.) в квазихрупкой среде, нагруженной одноосной

сжимающей нагрузкой и сочетанием прилагаемой сжимающей и сдвигающей нагрузки, на большом удалении от трещины.

1.2 Постановка задачи

Поскольку исследование, в первую очередь, направлено на разрушение и фрагментацию горных пород, которые в большинстве случаев являются квазихрупкими гетерогенными материалами, в первом приближении поведение и прочность материала можно описать с помощью линейной упругости и линейно-упругой механики разрушения (LEFM). Уравнения равновесия записываются как уравнения Ламе в отсутствии массовых сил и инерционных членов (в приближении квазистатической задачи):

$$(\lambda + \mu)u_{j,ji} + \mu u_{i,jj} = 0, \quad (1.1)$$

где u - смещения в плоскости в направлениях 1 и 2, λ и μ - коэффициенты Ламе, i и j принимают значения 1 и 2, а запятая означает частную производную по индексу, следующему за этой запятой. Подразумевается соглашение Эйнштейна о суммировании по повторяющемуся индексу. Напряжения связаны с деформациями следуя закону Гука:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} u_{k,k} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (1.2)$$

где σ_{ij} - компоненты тензора напряжений, а δ_{ij} - дельта-функция, принимающая значение 1, когда $i=j$, и принимающая значение 0 во всех остальных случаях.

Геометрия решаемой задачи представлена на рисунке 1.1.

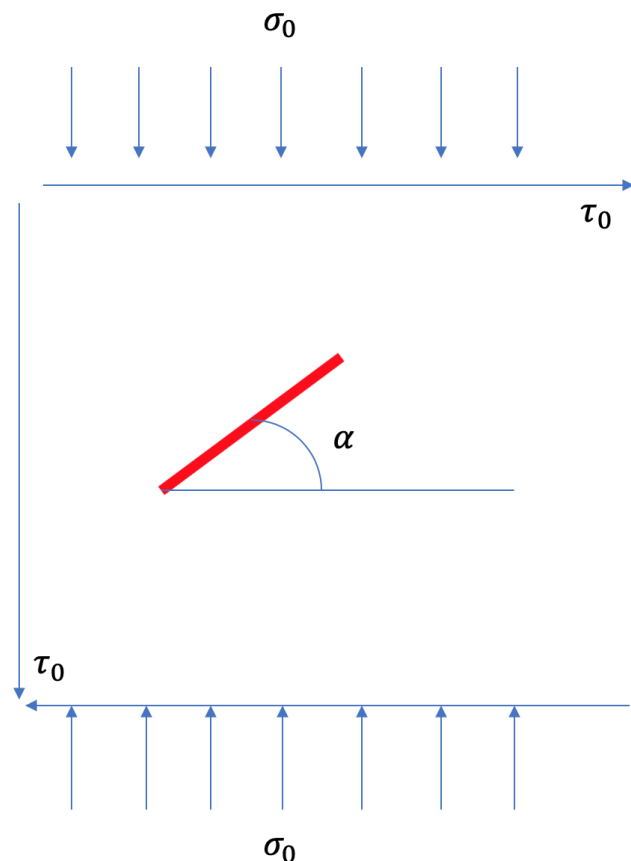


Рисунок 1.1

Наклонная трещина в плоскости, нагруженная сочетанием сжимающей и сдвигающей нагрузки, приложенной на бесконечности.

Как следует из рисунка 1.1, в бесконечной плоскости имеется трещина длиной $2a$, расположенная под углом $\frac{\pi}{4} - \alpha$ к направлению сжимающих напряжений, имеющих интенсивность (амплитуду) σ_0 .

Кроме того, на бесконечности прикладываются касательные напряжения с интенсивностью τ_0 .

1.3 Разрушающие нагрузки

В качестве первого шага выясним, какие комбинации сжимающих напряжений σ_0 и касательных напряжений τ_0 могут привести к разрушению в вершинах имеющейся трещины. Используя известные формулы преобразования тензора напряжений, можно найти напряжения в нагруженной плоскости (без учета напряжений, возникающих из-за наличия трещины) для системы координат с одной из осей, совпадающей с направлением трещины:

$$\begin{aligned}\sigma_t &= \sigma_0 \sin^2(\alpha) + 2 \tau_0 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \\ \sigma_n &= \sigma_0 \cos^2(\alpha) - 2 \tau_0 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \\ \tau_{nt} &= -\sigma_0 \sin(\alpha) \cos(\alpha) + \tau_0 (\cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha)),\end{aligned}\tag{1.3}$$

где направление n - направление, соосное с трещиной, а направление t перпендикулярно направлению трещины.

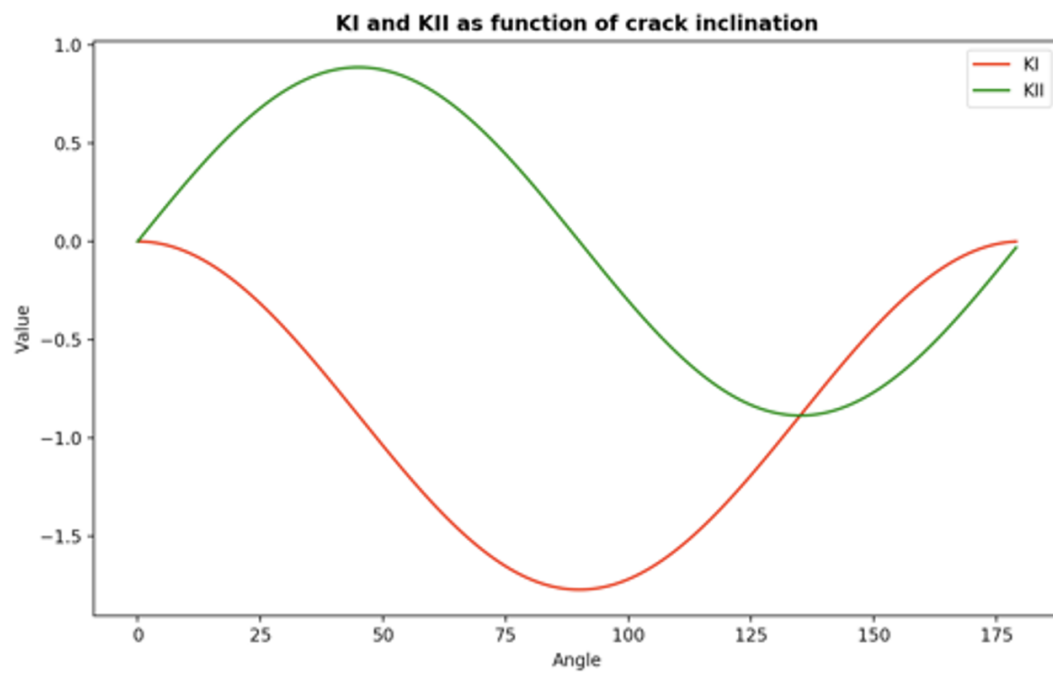
Теперь найдем коэффициенты интенсивности напряжений, возникающие в областях, окружающих вершины трещин:

$$\begin{aligned}K_I &= \sigma_t \sqrt{\pi a} \\ K_{II} &= \tau_{nt} \sqrt{\pi a}.\end{aligned}\tag{1.4}$$

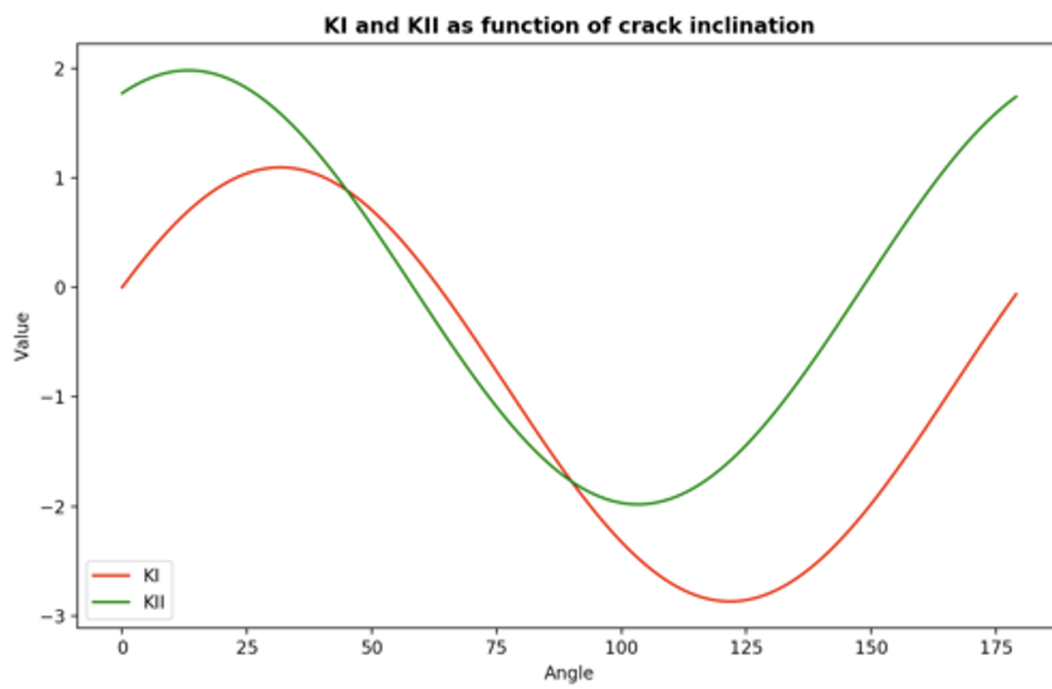
Подставляя (1.3) в (1.4), получаем уравнения для коэффициентов интенсивности напряжений в вершине трещины для первой (K_I) и

второй (K_{II}) моды, возникающих в решаемой задаче. На рисунке 1.2 можно увидеть примеры рассчитанных коэффициентов интенсивности напряжений в зависимости от угла ориентации трещины α для различных комбинаций напряжений сжатия σ_0 и растягивающих напряжений τ_0 , приложенных на бесконечности. Примечательными являются предельные ситуации: $\sigma_0/\tau_0 = \infty$ соответствует ситуации без приложения растягивающей нагрузки - разрушение может возникнуть только в результате действия сжимающей нагрузки и $\sigma_0/\tau_0 = 0$, когда сжимающая нагрузка не приложена и разрушение может произойти в результате действия только сдвиговой нагрузки. Другие ситуации соответствуют различным комбинациям напряжений сжатия и сдвига с разными отношениями. В используемом приближении не учитывается влияние берегов трещины друг на друга: т.е. грани трещины могут перекрываться, что приводит к появлению отрицательного коэффициента интенсивности напряжений K_I в вершине трещины.

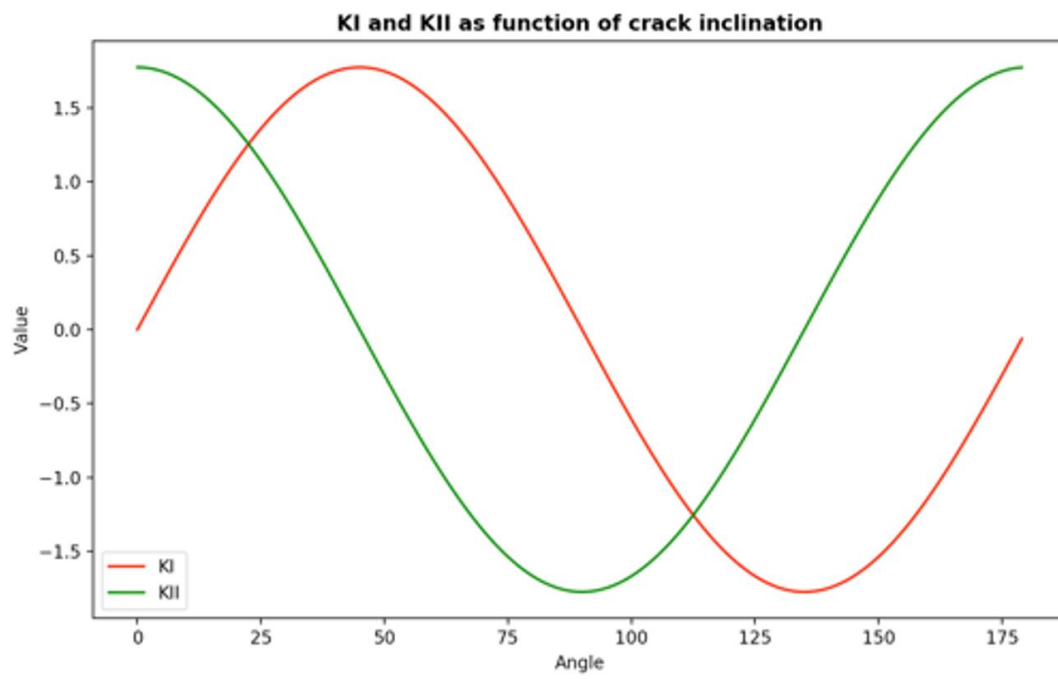
$$\sigma_0/\tau_0 = \infty$$



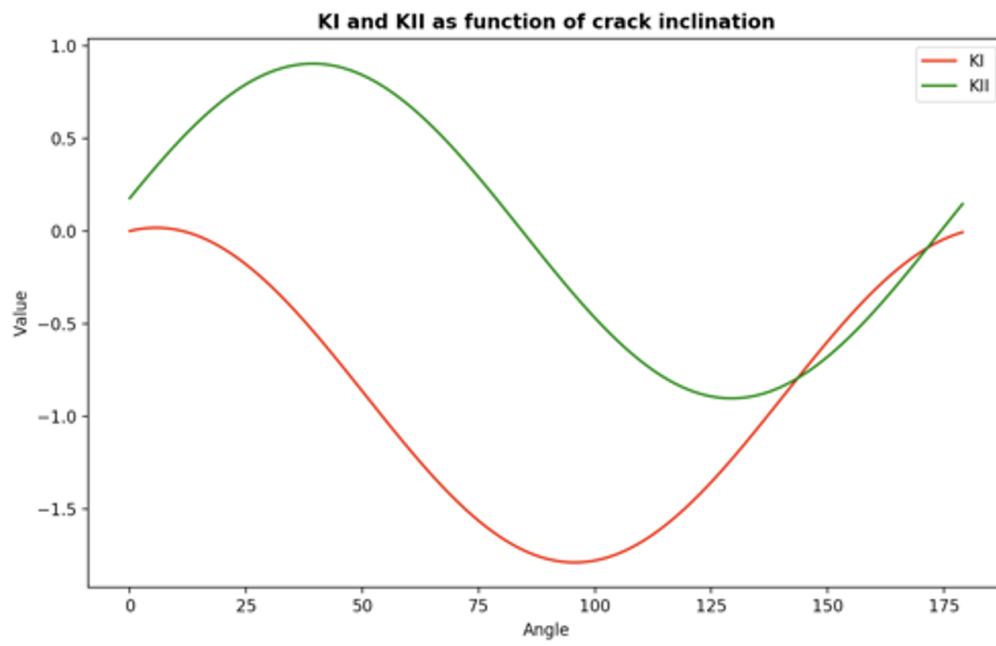
$$\sigma_0/\tau_0 = 1$$



$$\sigma_0/\tau_0 = 0$$



$$\sigma_0/\tau_0 = 10$$



$$\sigma_0/\tau_0 = 1/10$$

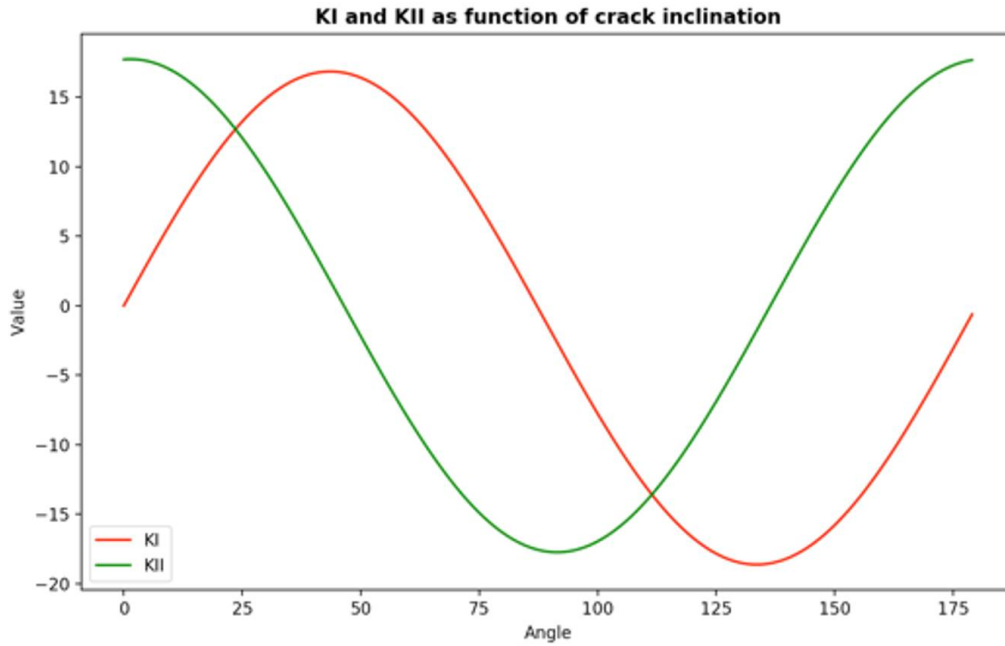


Рисунок 1.2

Коэффициенты интенсивности напряжения для первой K_I и второй K_{II} моды как функции ориентации трещины для различных соотношений σ_0/τ_0 .

Вводя полярную систему координат с полюсом в вершине трещины (см. рисунок 1.3), можно явно представить напряжения в окрестности исследуемой вершины трещины:

$$\begin{aligned} \sigma_r = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} & \left[K_I(3 - \cos \theta) \cos \frac{\theta}{2} \right. \\ & \left. + K_{II}(3 \cos \theta - 1) \sin \frac{\theta}{2} \right] + \sigma_n \sin^2 \theta \\ \sigma_\theta = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} & \cos \frac{\theta}{2} [K_I(1 + \cos \theta) - 3K_{II} \sin \theta] \\ & + \sigma_n \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} [K_I \sin \theta + K_{II} (3 \cos \theta - 1)] - \sigma_n \sin \theta \cos \theta$$

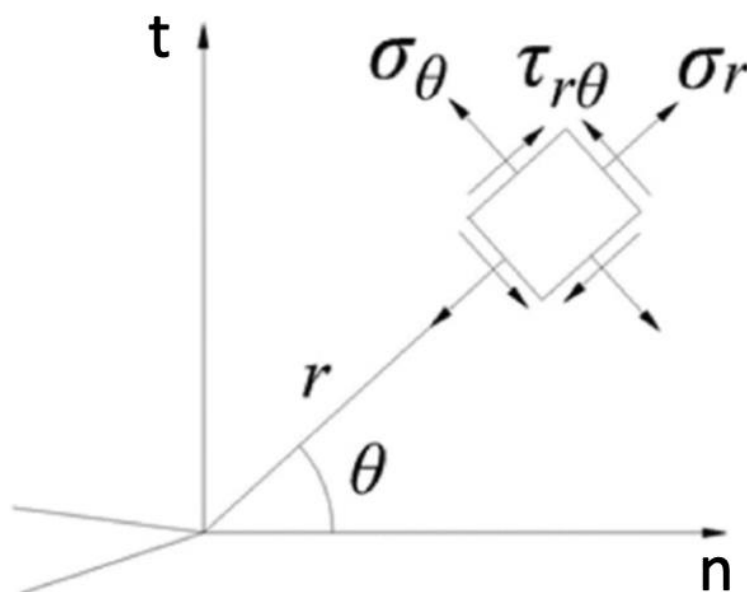


Рисунок 1.3.

Полярная система координат, связанная с вершиной исследуемой трещины.

1.4 Критерий разрушения в вершине трещины

Для анализа амплитуд нагрузок, приводящих к разрушению вершины трещины, необходимо ввести критерий разрушения. Например, в (Shahani and Tabatabaei, 2009) представлены наиболее часто используемые критерии разрушения в случае смешанной нагрузки. Некоторые из этих подходов основаны на величинах факторов интенсивности напряжений. Для другой группы моделей трещин в качестве основного параметра используются интенсивности

локальных полей напряжений. С другой стороны, ряд исследований опирается на энергетические рассуждения. Обсуждение различных критериев разрушения выходит за рамки данной работы. Использование разных критериев разрушения приведет к немного разным, но все же качественно очень похожим результатам с точки зрения энергии, необходимой для зарождения исследуемой трещины.

Для дальнейшего анализа примем критерий разрушения, предложенный Нейбером и Новожиловым (Neuber 1937, Новожилов 1969). Аналогичный подход используется в (Matvienko, 2012), где показано, что оценки, полученные с использованием описанного подхода, наилучшим образом совпадают с результатами для критических нагрузок, приводящих к зарождению трещин, и для направления распространения трещины, наблюдаемого в реальных экспериментальных условиях. Критерий Нейбера-Новожилова можно записать в виде (см., напр., Bratov, Morozov and Petrov, 2009):

$$\frac{1}{d} \int_0^d \sigma_\theta(r) dr \geq \sigma_c, \quad (1.6)$$

где σ_c - критическое напряжение растяжения (предельное напряжение), характерное для разрушенного материала при нагружении образца без макроскопических дефектов. Нижний предел интегрирования соответствует точке, в которой происходит оценка разрушения (в нашем случае это вершина трещины). Пространственное значение d выбирается из условия соответствия критерия (1.6) критерию Гриффитса-Ирвина (Griffith 1920, Irwine 1957) для критического коэффициента интенсивности напряжений в случае сингулярной корневой асимптотики, оказывающей основное

влияние на поле напряжений в окрестности вершины трещины (см., напр., Bratov and Petrov, 2011): $d = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_c} \right)^2$, где K_{IC} - критический коэффициент интенсивности напряжений, характерный для разрушенного материала. Применяя критерий разрушения (1.6) к анализу разрушения в случае поля напряжений, заданного формулой (1.5), получим:

$$\bar{\sigma}_\theta = \frac{1}{d} \int_0^d \sigma_\theta(r) dr = \sqrt{\frac{2}{\pi d}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right] + \sigma_n \sin^2 \theta \quad (1.7)$$

1.5 Направление распространения инициированного разрушения

Направление распространения трещины можно найти как направление, для которого выполняется условие разрушения для наименьшей возможной амплитуды разрушающей нагрузки:

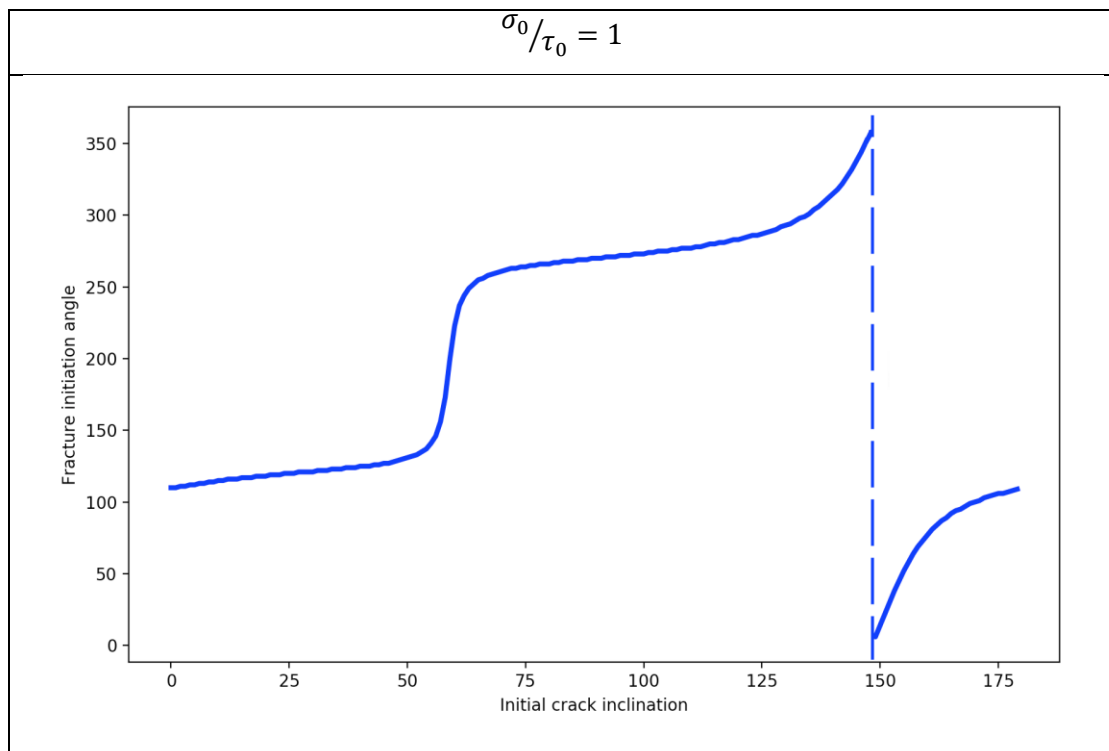
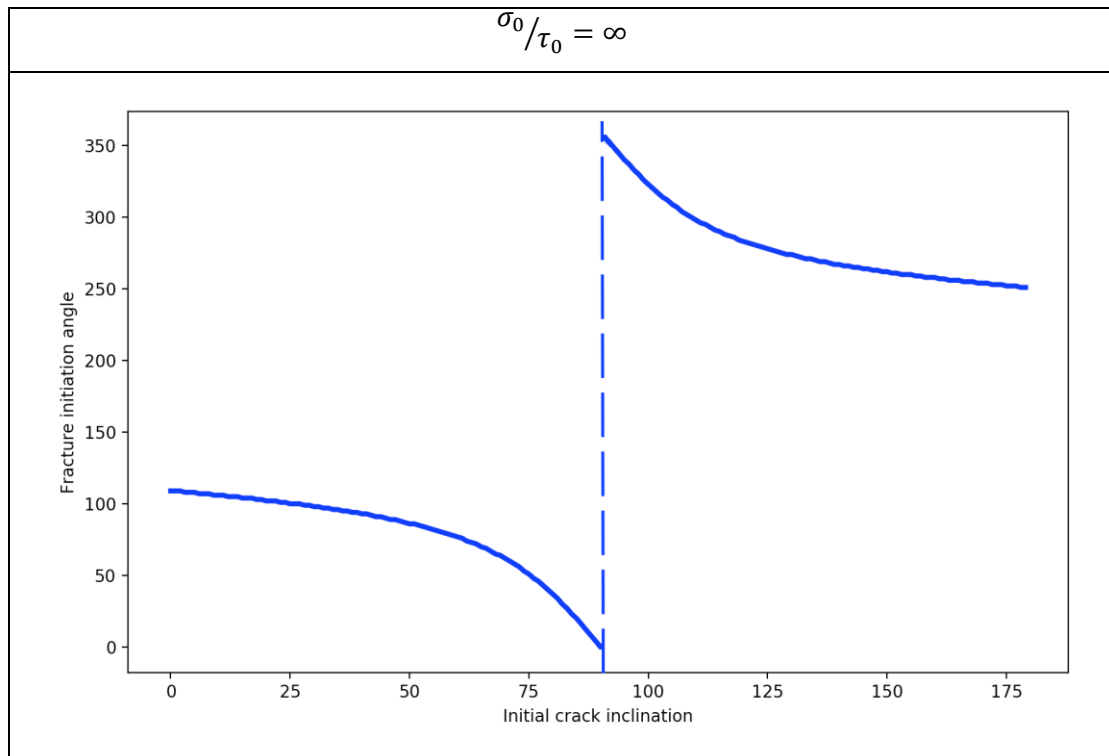
$$\frac{\partial \bar{\sigma}_\theta}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial^2 \bar{\sigma}_\theta}{\partial \theta^2} < 0$$

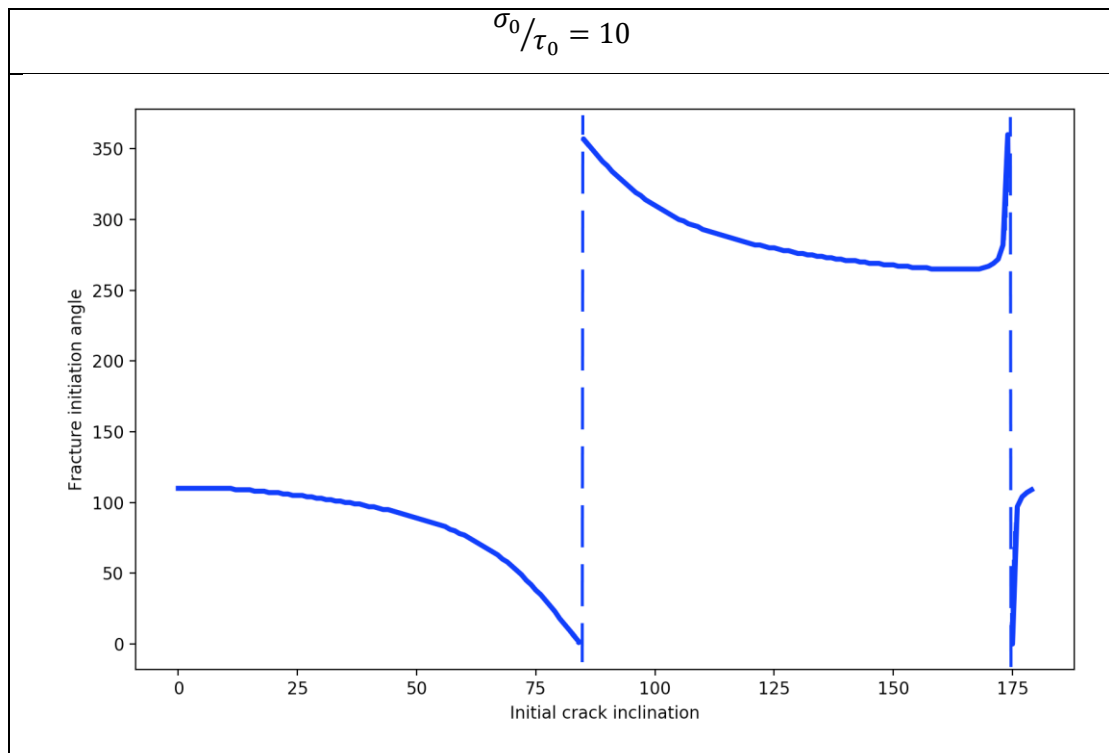
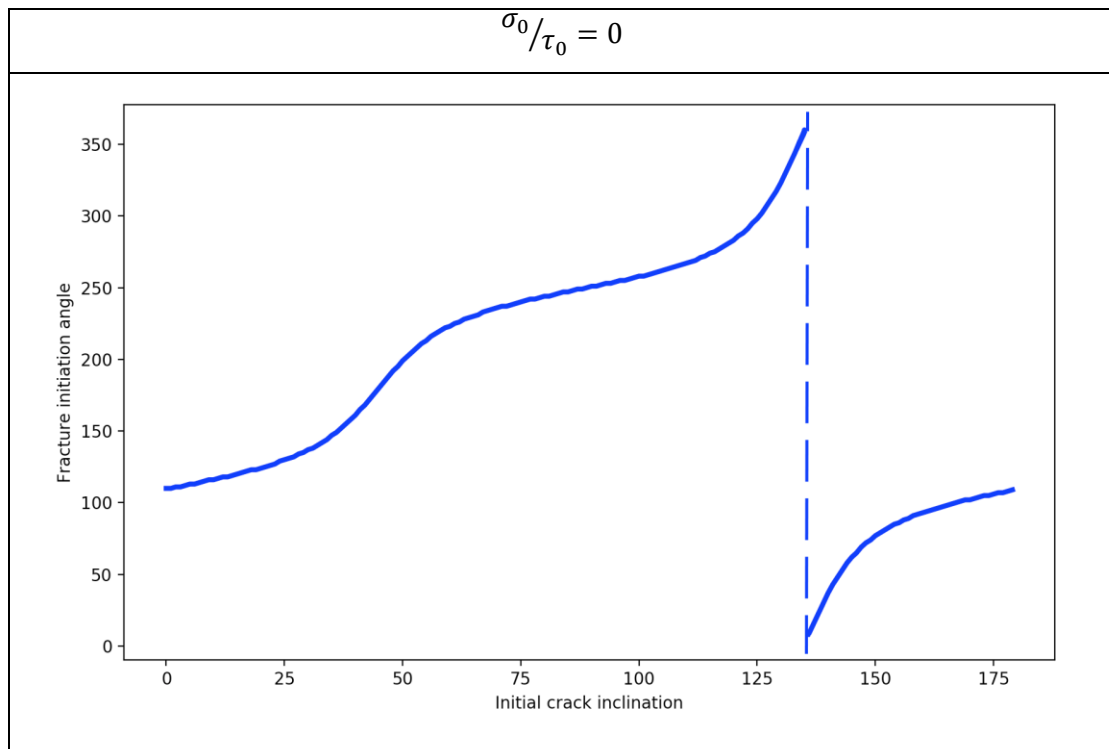
Или, подставляя (1.7) в выражение выше:

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_\theta}{\partial \theta} = K_I \sin \theta_0 + K_{II} (3 \cos \theta_0 - 1) - \frac{8\sigma_n}{3} \sqrt{2\pi d} \cos \theta_0 \sin \frac{\theta_0}{2} = 0, \quad (1.8)$$

где θ_0 задаст направление прогнозируемого распространения трещины. Результаты, полученные для амплитуды критической нагрузки и направления распространения трещины, можно сравнить

с наблюдаемыми экспериментально (см., напр., Matvienko, 2012). Расчетный угол зарождения трещины в зависимости от начального наклона трещины для различных соотношений сжимающих и сдвигающих нагрузок представлен на рисунке 1.4. Разрывы на графике угла зарождения трещины, обозначенные вертикальной пунктирной линией, обусловлены тем, что угол зарождения достигает значения в 360 градусов.





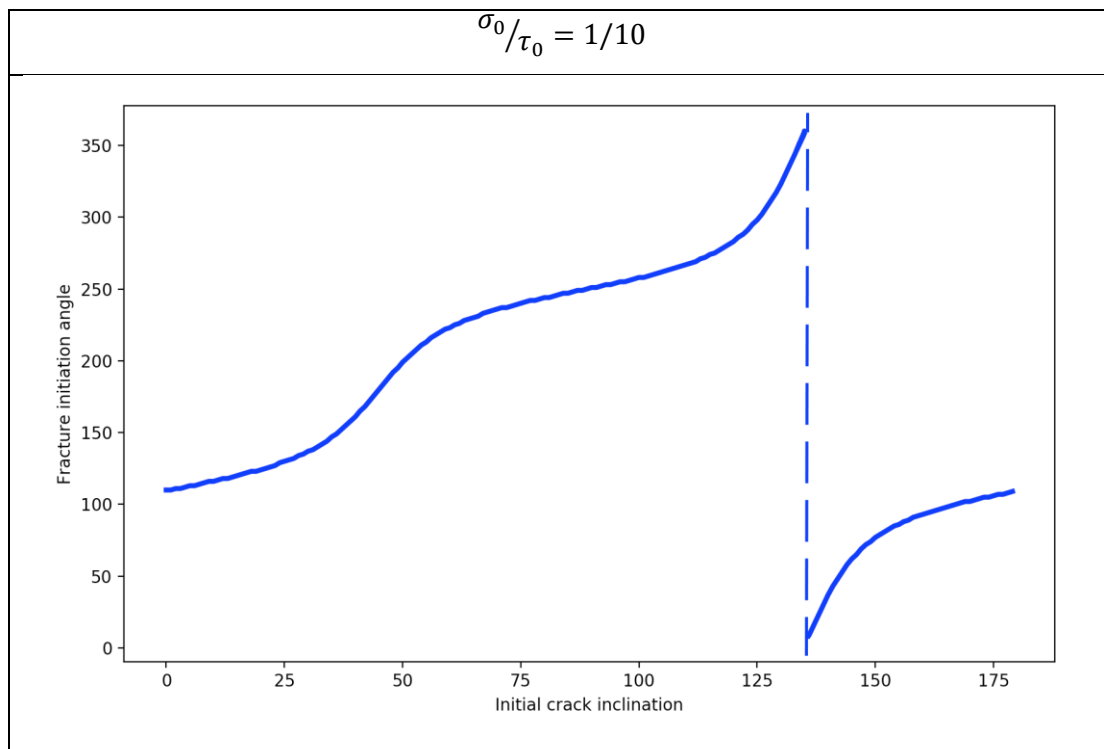


Рисунок 1.4

Угол инициирования трещины как функция начального угла ориентации трещины для различных соотношений σ_0/τ_0 .

1.6 Вычисление удельной энергии, необходимой для инициирования разрушения

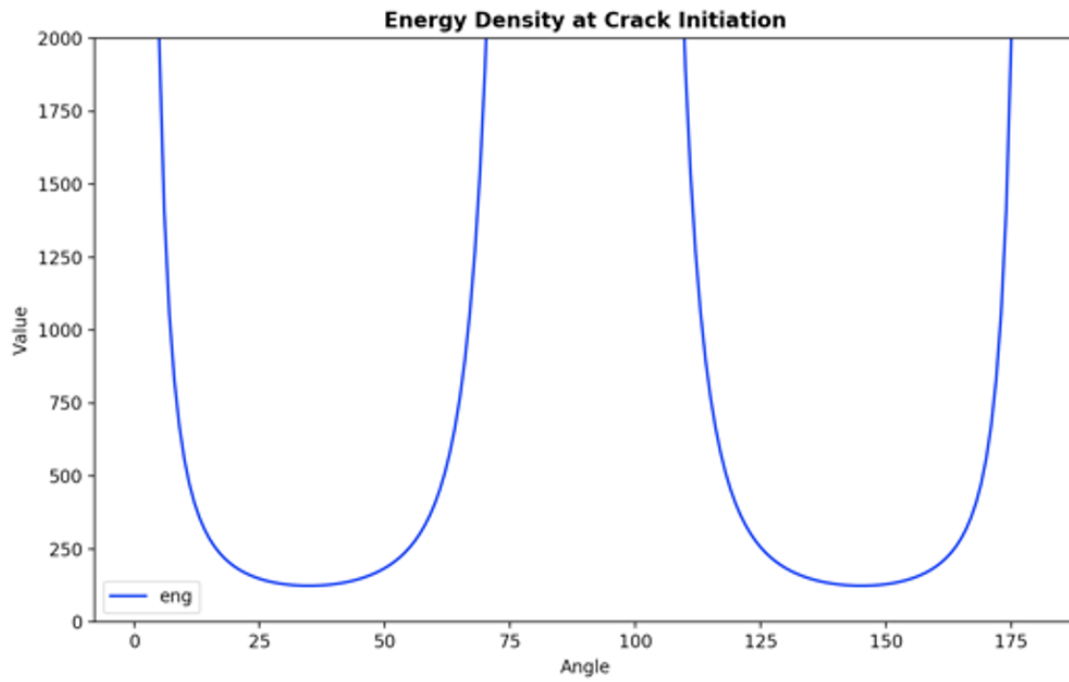
Если свойства материала заданы (определены предельное напряжение и критический коэффициент интенсивности напряжений), используя формулу (1.7), для каждого отношения σ_0/τ_0 можно найти минимальную амплитуду нагрузки, при которой произойдет разрушение в вершине трещины. После этого можно

оценить минимальную удельную (на единицу объема) энергию, накопленную в плоскости, к моменту, отвечающему зарождению трещины:

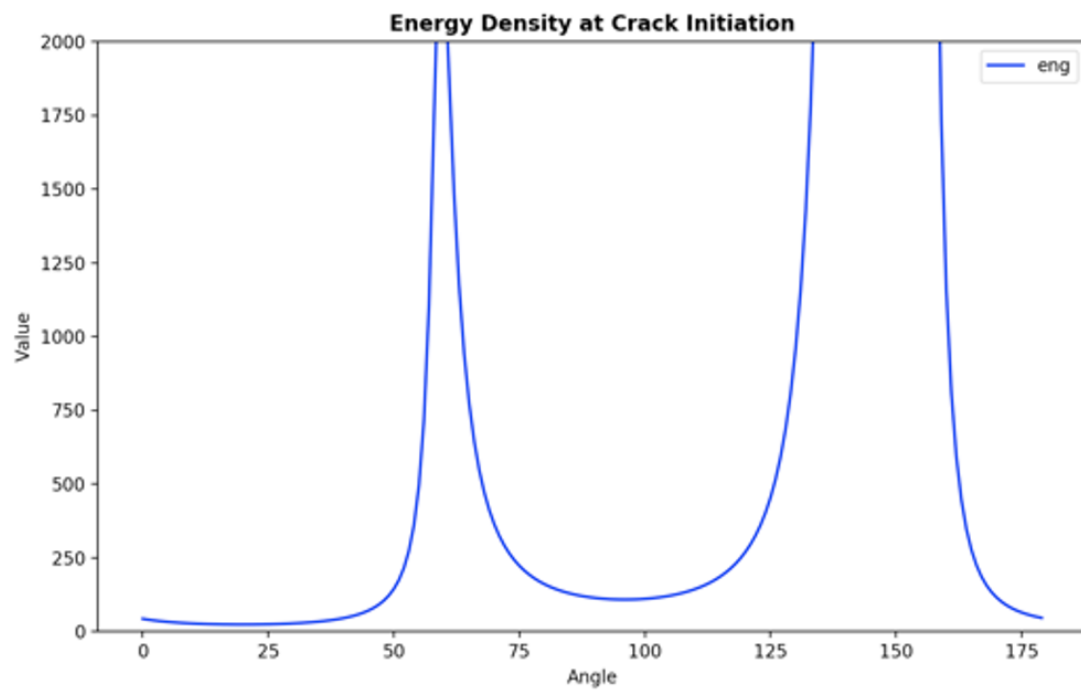
$$E = \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} dV = \left(\frac{\sigma_0^2}{E} + \frac{\tau_0^2}{G} \right) dV. \quad (1.9)$$

Эта удельная энергия будет пропорциональна минимальному вкладу энергии, требуемому для создания условий, необходимых для роста существующей трещины в объеме исследуемого материала. Разработанный подход может быть применен для анализа разрушения реального материала. В качестве модельного материала выбран гранит со следующими свойствами: модуль Юнга $E = 50 \text{ GPa}$, модуль сдвига $G = 24 \text{e9 Pa}$, критическое напряжение на разрыв (предельное напряжение) $\sigma_c = 20 \text{e6 Pa}$, критический коэффициент интенсивности напряжений $K_{IC} = 1.7 \text{e6 Pa}\sqrt{\text{m}}$. При этом очевидно, что получаемые результаты качественно применимы к широчайшему кругу различных материалов и горных пород. На рисунке 1.5 показаны расчетные зависимости для минимальной удельной энергии, которую необходимо передать материалу, для того чтобы создать разрушение в вершине существующей наклонной трещины. Эта удельная энергия построена как функция ориентации существующей трещины для различных соотношений σ_0/τ_0 .

Only compression ($\sigma_0/\tau_0 = \infty$)



$\sigma_0/\tau_0 = 1$



Only shear ($\sigma_0/\tau_0 = 0$)

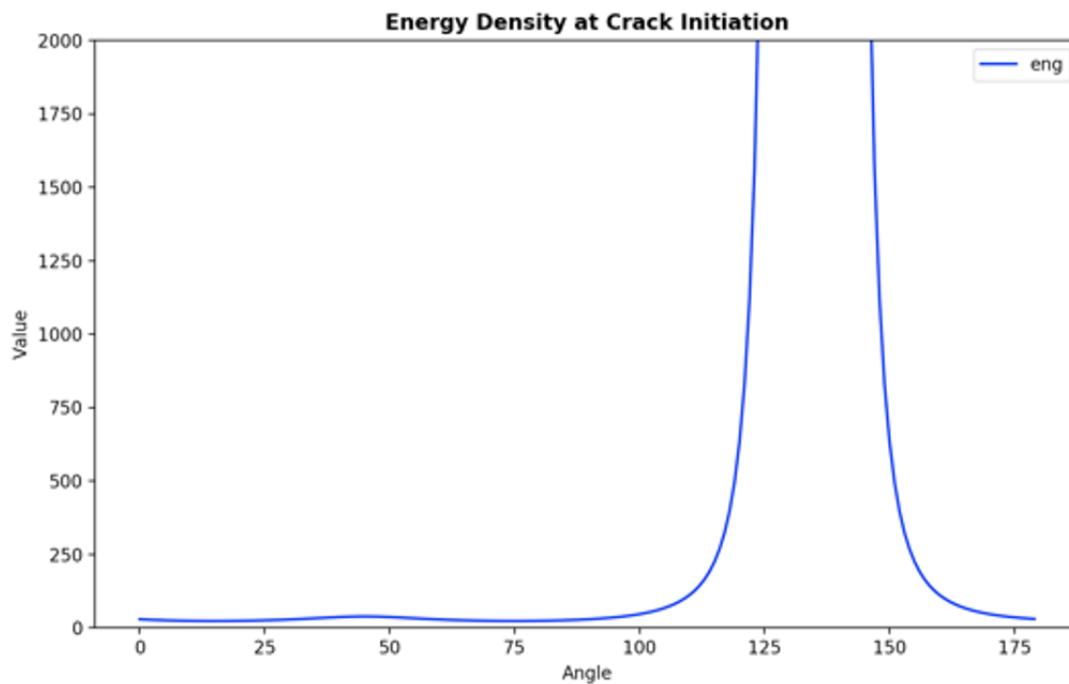


Рисунок 1.5

Минимальная удельная энергия (J/m^2), необходимая для инициирования разрушения в вершине трещины, как функция первоначальной ориентации трещины для различных соотношений σ_0/τ_0 .

На рисунке 1.6 показана минимальная удельная энергия, необходимая для инициирования разрушения, как функция отношения τ_0/σ_0 между интенсивностями сжимающей и сдвигающей нагрузки.

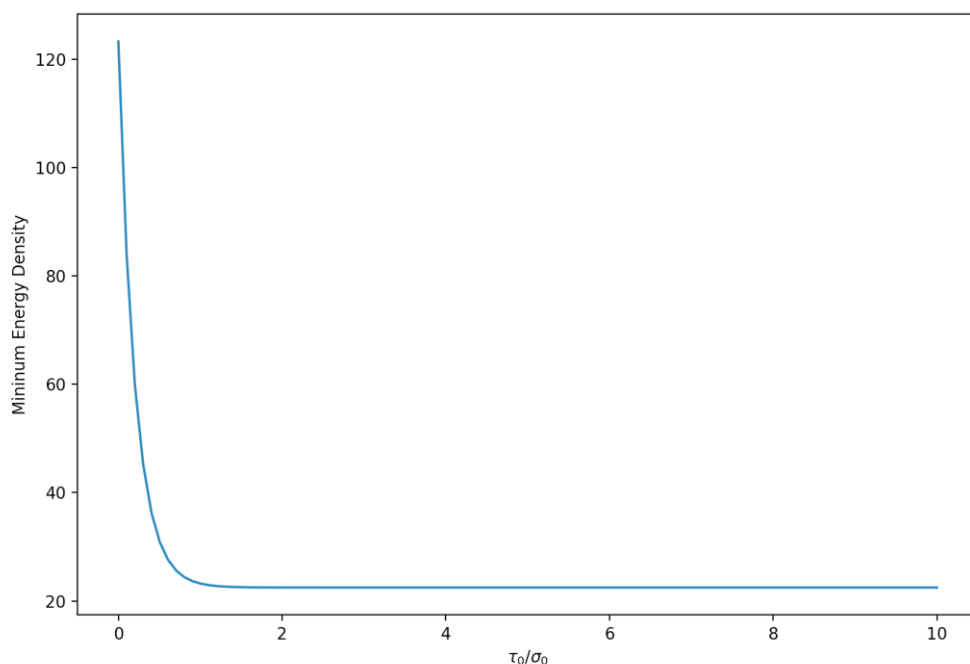


Рисунок 1.6

*Минимальная удельная энергия, необходимая для
инициирования разрушения, как функция отношения τ_0/σ_0 .*

Минимальная удельная энергия является важной характеристикой, связанной с минимально возможной энергией, необходимой для образования трещины с наиболее благоприятной ориентацией. В то же время для реальных процессов однократное воздействие разрушающей машины должно приводить к приращению длины трещины для большого количества существующих трещин с целым спектром разных ориентаций. Таким образом, можно ввести еще одну характеристику - удельную энергию, необходимую для приращения длины 30% существующих трещин (при условии равномерного распределения ориентации трещин). Это значение будет связано с энергией, необходимой для увеличения 30% трещин, существующих в объеме трещиноватой среды. На рисунке 1.7 показана зависимость этой удельной энергии от отношения τ_0/σ_0 .

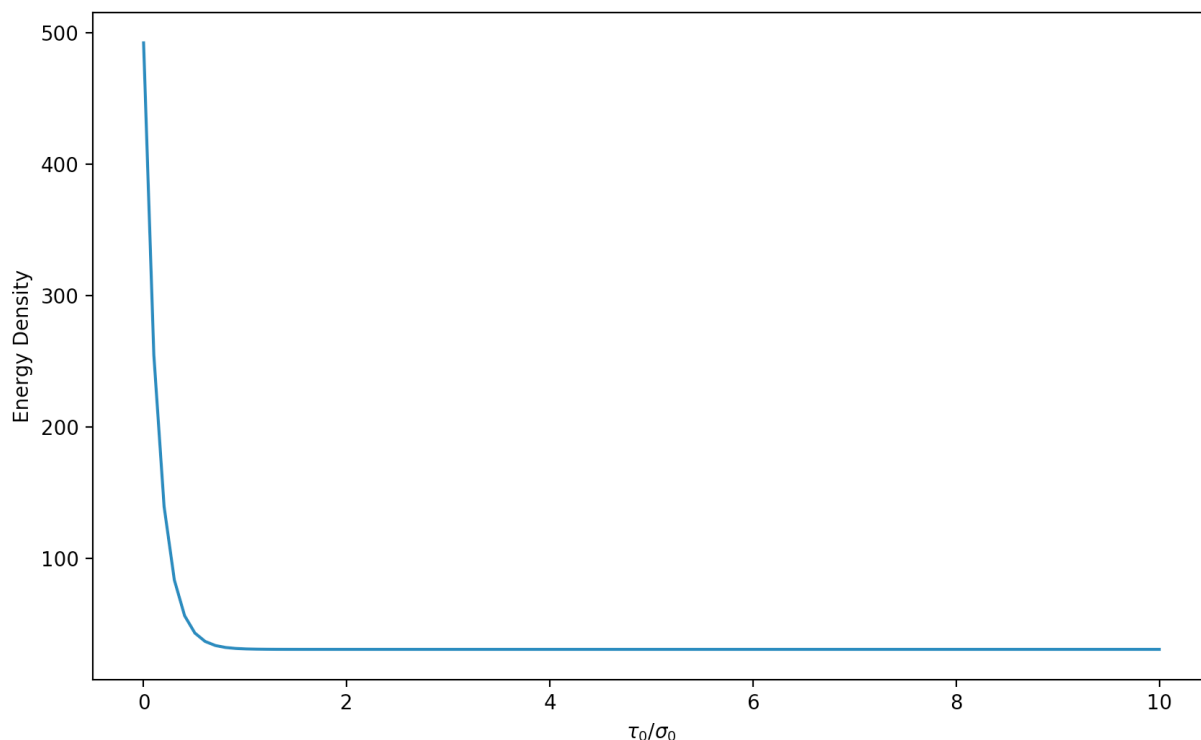


Рисунок 1.7

Удельная энергия, необходимая для инициирования разрушения в вершинах 30% существующих трещин (предполагая равномерное распределение ориентаций существующих трещин) как функция отношения τ_0/σ_0 .

1.7 Выводы

Как видно из рисунков 1.6 и 1.7, попытка инициировать разрушение в вершине существующей трещины с использованием чисто сжимающей нагрузки является наименее энергетически выгодной из всех рассмотренных возможностей нагружения. Добавление сдвигающего компонента к приложенной нагрузке

приводит к значительному снижению энергии, необходимой для инициирования разрушения в вершине существующей трещины. Для отношения $\tau_0/\sigma_0 \approx 1$ (амплитуда сжимающей и сдвигающей нагрузок примерно равны) требуемая энергия снижается почти в 6 раз. Дальнейшее увеличение амплитуды сдвигающей нагрузки не приводит к значительному снижению минимальной энергии, необходимой для создания разрушения в вершине имеющийся трещины.

Полученные результаты качественно совпадают с наблюдаемыми эффектами. Экспериментально было показано (Vaisberg et al.2016), что добавление сдвигового компонента к приложенной нагрузке приводит к значительному снижению энергии, потребляемой процессами измельчения и фрагментации горных пород и других квазихрупких материалов. Представленные в работе результаты могут быть применены для прогнозирования оптимальных параметров энергосбережения для промышленных устройств, работающих для измельчения и фрагментации квазихрупких материалов.

Продemonстрированный эффект получен в квазистатических условиях для одиночной трещины в бесконечной плоскости. Реальные горные породы содержат многочисленные трещины с распределением размеров и ориентаций, которые можно исследовать экспериментально (например, с помощью рентгеновской компьютерной томографии). Также пока остается открытым вопрос, действительно ли динамические (инерционные) эффекты существенно влияют на разрушение и прочность промышленно обрабатываемых горных материалов. Дальнейшие исследования в

этой области должны включать как анализ массива трещин с различными размерами и ориентациями, так и изучение динамических задач, учитывающих распространение волн и эффекты инерции.

В следующей главе исследуется задача об оптимизации энергозатрат на разрушение при воздействии на тело с трещиной динамической ударной нагрузкой.

Глава 2

Оптимизация энергозатрат на разрушение материалов при импульсных воздействиях: исследование оптимальных форм ударных разрушающих воздействий

2.1 Введение и обзор литературы

В главе 1 рассмотрена статическая задача об инициировании имеющейся трещины в полуплоскости. Обнаружено, что сочетание сжимающей и сдвигающей нагрузки приводит к значительно меньшим затратам энергии на создание трещины по сравнению с энергиями, соответствующими чисто сжимающей нагрузке. Задача значительно усложняется в случае, когда необходимо исследовать взаимодействие имеющегося в материале дефекта (трещины) с набегающей динамической волной. Такому случаю, в частности, соответствуют промышленные процессы переработки и измельчения горных пород с использованием динамических ударных и взрывных нагрузок. Сложности связаны как с необходимостью решения волновой задачи о взаимодействии волны с трещиной, так и с выбором критерия разрушения, применимого для определения условий, при которых произойдет приращение длины имеющейся трещины. Нет возможности аналитического решения задачи о взаимодействии набегающей волны с конечной трещиной в

плоскости. Кроме того, как следует из многочисленных известных экспериментальных результатов (см., напр., Morozov and Petrov 2000), квазистатические критерии разрушения, обсуждаемые и примененные в главе 1 для оценки условий разрушения в вершине трещины, не применимы для динамически меняющегося напряженного состояния в окрестности вершины имеющейся трещины. Задачу о взаимодействии динамического волнового фронта с имеющейся трещиной необходимо решать численно, например, с использованием метода конечных элементов, решающего дифференциальные уравнения динамической теории упругости. Кроме того, численное решение необходимо дополнить критерием разрушения, применимым для оценки момента инициирования трещины в квазихрупких средах при динамическом ударном нагружении. В качестве такого критерия далее будет использоваться предложенный Ю.В. Петровым и Н.Ф. Морозовым критерий инкубационного времени хрупкого разрушения (Petrov 1991, Morozov and Petrov 1994), хорошо зарекомендовавший себя для предсказания момента инициирования разрушения в квазихрупких средах под действием динамических ударных и взрывных нагрузок.

В следующих параграфах введем основные понятия и формулировки подхода инкубационного времени в механике хрупкого разрушения и обсудим совместное применение такого подхода с методом конечных элементов, решающим динамическую волновую задачу линейной теории упругости.

2.2 Критерий разрушения квазихрупких гетерогенных материалов при воздействии динамическими ударными и взрывными нагрузками

Далее будет обсуждаться критерий инкубационного времени для предсказания условий возникновения хрупкого разрушения в динамически нагружаемом материале. Подход инкубационного времени также может применяться для предсказания широкого круга нестационарных структурных превращений (динамического разрушения, динамической пластичности, фазовых превращений под действием интенсивных высокоскоростных термомеханических нагрузок, электрического пробоя, кавитации и т.д.). Изначально подход инкубационного времени был предложен в работах (Petrov 1991, Morozov and Petrov 1994) для предсказания возникновения хрупкого разрушения в твердых телах под действием приложенных динамических ударных нагрузок. Отметим важнейшую особенность критерия инкубационного времени хрупкого разрушения: данный подход обеспечивает корректный переход к статической ситуации с медленно действующими нагрузками, трансформируясь в этом случае в классические критерии хрупкого разрушения (критерий критического напряжения в случае разрушения изначально бездефектных сред, либо критерий критического коэффициента интенсивности напряжений для случая разрушения тел с трещинами). Таким образом, нет потребности в использовании различных критериев для предсказания разрушения в «квазистатической» либо «динамической» ситуации. Отпадает и сама необходимость разделения разрушения на «квазистатическое» и «динамическое», хотя именно идея инкубационного времени дает естественную возможность такого разделения.

В широком ряде последующих работ (см., напр., Morozon and Petrov 2000, Petrov et al. 2003, Petrov 2004, Petrov and Sitnikova 2004, Bratov and Petrov 2007, Bratov 2021) авторы, моделируя условия различных экспериментов на динамическое разрушение, доказали применимость предложенного подхода для предсказания условий возникновения динамического разрушения хрупких тел. В этих же работах для широкого круга материалов была определена введенная материальная константа, характеризующая временную прочность разрушаемой среды: инкубационное время процесса разрушения.

При решении динамических задач упругости особую важность приобретают численные методы. Это в первую очередь связано с тем, что в подавляющем большинстве случаев отсутствует возможность построения аналитического решения поставленной динамической задачи. При переходе к изучению эволюции (развития и остановки) разрушения практическая возможность построения аналитических решений, вообще говоря, отсутствует. Теоретический анализ нелинейных эффектов, возникающих в задачах динамики трещин, предложен в работе (Naimark and Uvarov 2004).

В последнее время разработан подход, позволяющий интегрировать критерий инкубационного времени в численные схемы на основе метода конечных элементов (см., напр., Bratov and Petrov 2007a, 2007b, 2007c). Используя данный подход, было проведено моделирование нескольких известных экспериментов по ударному разрушению (Bratov and Petrov 2007c, Bratov et al. 2008). В этих работах показано, что использование критерия инкубационного времени, внедренного в метод конечных элементов, позволяет с

хорошей точностью предсказывать возникновение, распространение и остановку динамического разрушения.

2.3 Критерий инкубационного времени для применения совместно с методом конечных элементов

Критерий для оценки условия разрушения в точке x в момент времени t записывается в виде (Petrov and Morozov 1994, Morozov and Petrov 2000, Petrov et al. 2003):

$$\frac{1}{\tau} \frac{1}{d} \int_{x-d}^x \int_{t-\tau}^t \sigma(x', t') dx' dt' \geq \sigma_c, \quad (2.1)$$

где τ - инкубационное время разрушения – параметр, характеризующий отклик разрушаемого материала на динамически прикладываемые нагрузки (т.е. τ является константой для выбранного материала и не зависит от геометрии образца, способа приложения нагрузки, временной формы и амплитуды импульса воздействия). d имеет смысл характерного размера разрушения и зависит от выбранного материала и масштабного уровня, на котором проводится эксперимент. σ - напряжение в точке, меняющееся во времени. σ_c - его критическое значение в условиях статики, характерное для исследуемого материала и выбранного масштабного уровня. x' и t' - локальные координата и время.

Полагая, что:

$$d = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (2.2)$$

где K_{IC} – критический коэффициент интенсивности напряжений для трещин, нагружаемых по моде I, можно показать, что в рамках линейной механики разрушения (2.1) в случае трещин, нагружаемых по моде I, становится эквивалентно:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t K_I(t') dt' \geq K_{IC}. \quad (2.3)$$

Условие (2.2) возникает из требования соответствия критерия (2.3) классическому условию критического коэффициента интенсивности напряжений ($K_I = K_{IC}$), в случае статики ($t \rightarrow \infty$).

Еще раз отметим тот факт, что для медленно прикладываемых нагрузок и, следовательно, времен до разрушения, значительно превосходящих τ , условие (2.3) вырождается в классический критерий Ирвина. В случае отсутствия сингулярности в поле напряжений в окрестности точки x (локально бездефектный материал) в условиях медленно меняющихся нагрузок критерий (2.1) вырождается в критерий критического напряжения. Таким образом критерий (2.1) может применяться для предсказания разрушения бездефектных сред, что подтверждается в многочисленных работах (см., напр., Morozov and Petrov 2000, Petrov et al. 2004, Petrov 2004, Bratov et al. 2009). Отметим, что условие (2.1) в условиях статики равносильно критерию критического коэффициента в предположении справедливости корневой асимптотики полей в окрестности вершины трещины. В случае сингулярных полей

напряжений с асимптотиками, отличными от корневой (например, в присутствии концентраторов в форме углового выреза и т.п.), когда использование критерия Гриффитса - Ирвина невозможно, критерий (2.1) может корректно применяться для оценки условий разрушения в окрестности такого рода особых точек (Bratov et al 2009).

Таким образом, применение критерия (1.1) автоматически обеспечивает корректный переход в статику в относительно широком круге задач хрупкого разрушения. Во многих работах (см., напр., Petrov 1991, Petrov and Morozov 1994, Morozov and Petrov 2000) было доказано, что критерий (2.1), при правильно определенном инкубационном времени процесса хрупкого разрушения τ , корректно предсказывает условия возникновения хрупкого разрыва (в случае разрушения изначально бездефектных тел) и инициации макроскопических трещин в условиях ударного динамического нагружения.

В данной работе будет показано, что критерий разрушения в виде (2.1) может применяться для предсказания развития хрупкого разрушения (разрушение и фрагментация изначально бездефектных тел, распространение макроскопических трещин и т.д.).

2.4 Численная реализация

При переходе к численной реализации необходимо решить ряд вопросов:

2.4.1 Конечноэлементное разбиение

Единственное дополнительное требование к конечноэлементному разбиению касается размера конечных элементов в окрестности точек, в которых возможно разрушение. Понятно, что размер элемента в этих зонах не должен превышать d (см. формулу (2.2)). В противном случае не будет возможности произвести достаточно точное интегрирование по пространственной координате в условии разрушения (2.1). Таким образом, свойства материала и класс решаемых задач определяют размер пространственной дискретизации. Также при выборе разбиения необходимо иметь в виду возможность деления материала при выполнении условия разрушения в какой-либо его точке. Это относится как к выбору начального разбиения в задачах без адаптивного разбиения (разбиение не меняется в течение всего времени моделирования), так и к выбору адаптивного разбиения, которое может зависеть от текущей геометрии разрушенной области и от других факторов.

2.4.2 Шаг интегрирования по времени

Условием достаточно точного интегрирования по временной координате в критерии (2.1) является малость шага временного интегрирования по сравнению с инкубационным временем τ . Таким образом, ограничение на размер временного шага интегрирования, определяющееся требованием сходимости по времени, дополняется

еще одним условием.

2.4.3 Контроль выполнения условия разрушения

Реализация контроля выполнения условия разрушения (2.1) сильно зависит от условий решаемой задачи. В некоторых задачах (например, в большинстве задач о движении макроскопической трещины в неограниченной области) разрушение возможно только в вершине имеющейся трещины. В таких задачах достаточно отслеживать выполнение условия (2.1) в одной или нескольких точках. В других задачах (например, в большинстве задач о разрушении изначально бездефектных сред) необходимо проверять выполнение условия (2.1) в достаточно обширной области или даже во всем разрушаемом теле. При определении области, в которой необходимо проводить проверку выполнения условия разрушения, а также при правильном выборе конечноэлементного разбиения в этой области и шага интегрирования по времени вычисление левой части критерия (2.1) не представляет существенной сложности. В примерах, приведенных в этой работе, проверка критерия разрушения производится при помощи отдельной программы после каждого шага вычислений по времени. Однако со временем планируется создание специальных конечных элементов для коммерческих конечноэлементных пакетов (напр., ABAQUS (Smith 2009) или ANSYS (ANSYS 2006)), в формулировку которых в явном виде будет заложен критерий разрушения в виде (2.1). Создание таких элементов значительно упростит задачу и позволит полностью автоматизировать численное моделирование динамики хрупкого

разрушения.

2.4.4 Линейный размер приращения дефекта (двумерная постановка)

В теории инкубационного времени хрупкого разрушения вводится линейный размер, представляющий собой элементарную ячейку разрушения на данном масштабном уровне. Этот размер, характерный для масштабного уровня, на котором производится опыт, равен d и может быть определен с использованием формулы (2.2). Логично считать, что при выполнении условия (2.1) в какой-либо точке тела поверхность разрушения должна увеличиться на величину элементарной ячейки разрушения.

2.4.5 Образование новой поверхности

В конечноэлементной формулировке существует несколько возможностей для создания новой поверхности при разрыве материала. В случае распространения трещины вдоль линии симметрии в задачах, обладающих симметрией, можно применять технику высвобождения узлов (см., напр., Bratov and Petrov 2007a, Xu and Needleman 1994, Camacho and Ortiz 1996). В задачах, не предполагающих изменения разбиения при изменении геометрии дефекта, может применяться техника разделения узлов (Bratov and Petrov 2007c, Xu and Needleman 1994, Camacho and Ortiz 1996, Ortiz

and Pandolfi 1999, Song et al. 2008, Бураго 2008, Фомин и др. 1999, Садырин 1985, Фонарев 1988) либо техника, снимающая ограничения на степени свободы узлов (Bratov and Petrov 2007c, Xu and Needleman 1994, Camacho and Ortiz 1996, Ortiz and Pandolfi 1999, Song et al. 2008, Бураго 2008, Фомин и др. 1999, Садырин 1985, Фонарев 1988). В общей ситуации можно применять численные схемы, предполагающие переразбиение моделируемой области при изменении геометрии дефекта (его приращении). Этот способ является самым универсальным, но при этом и самым сложным с точки зрения реализации (кроме изменения сетки разбиения в этом случае возникают проблемы, связанные с пересчетом значений перемещений, скоростей и ускорений на новые узлы). Вообще говоря, для каждой конкретной задачи необходимо выбирать подходящий способ создания поверхности, ориентируясь на затраты, связанные с реализацией задачи и временем, необходимым для проведения вычислений.

Многочисленные работы (напр., Morozov and Petrov 2000, Petrov et al. 2003) показывают, что, применяя критерий (2.3), возможно достаточно точное описание старта динамически нагружаемых трещин. Еще раз отметим, что для медленно прикладываемых нагрузок и, следовательно, времен до разрушения, значительно превосходящих τ , условие (2.3) вырождается в классический критерий Ирвина. В то же время применение критерия (2.3) для оценки процессов хрупкого разрушения с временами до разрушения, сопоставимыми с временем τ , возможно как описание всего разнообразия экспериментально наблюдаемых эффектов динамического разрушения (см., напр., Petrov 2004, Petrov and Sitnikova 2004, Bratov and Petrov 2007b), так и предсказание новых

эффектов динамики разрушения (см., напр., Bratov and Petrov 2007a, 2007c).

2.5 Исследование энергозатрат на инициирование центральной трещины, динамически нагружаемой по первой моде

Исследуем энергозатраты на продвижение центральной трещины, нагружаемой по первой моде, в образце, находящемся в условиях плоского деформированного состояния. Рассмотрим два возможных варианта динамического нагружения. В первом случае нагрузка прикладывается на бесконечности, т.е. рассматривается задача о взаимодействии различных волновых пакетов, проходящих область с трещиной, направленной перпендикулярно скорости фронта волнового пакета с этой трещиной. Во втором случае нагрузка прикладывается на берегах трещины.

Следуя принципу суперпозиции, способ приложения нагрузки не должен влиять на напряженное состояние в окрестности трещины. Однако ясно, что с энергетической точки зрения указанные способы приложения нагрузки не эквивалентны. Действительно, при приложении докритической (не вызывающей разрушения) нагрузки, действующей по закону Хевисайда, на берегах трещины через промежуток времени порядка нескольких времен пробега волны по длине трещины напряженное состояние в окрестности трещины (как и во всем образце) приходит к квазистатическому. Таким образом, через указанный промежуток времени практически прекращается

энергообмен между загружающим устройством и образцом, и кинетической энергией деформации можно пренебречь по сравнению с потенциальной энергией. Деформации, напряжения и скорости в точках, удаленных от трещины, исчезающе малы.

При взаимодействии волнового пакета, приходящего из бесконечности с трещиной, квазистатика, вообще говоря, никогда не будет достигнута, время обмена энергией между образцом и загружающим устройством не ограничено, в окрестности трещины находится лишь небольшая часть энергии системы.

2.6 Случай волны, приходящей из бесконечности

Рассмотрим бесконечную полосу с центральной трещиной (Рис. 2.1).

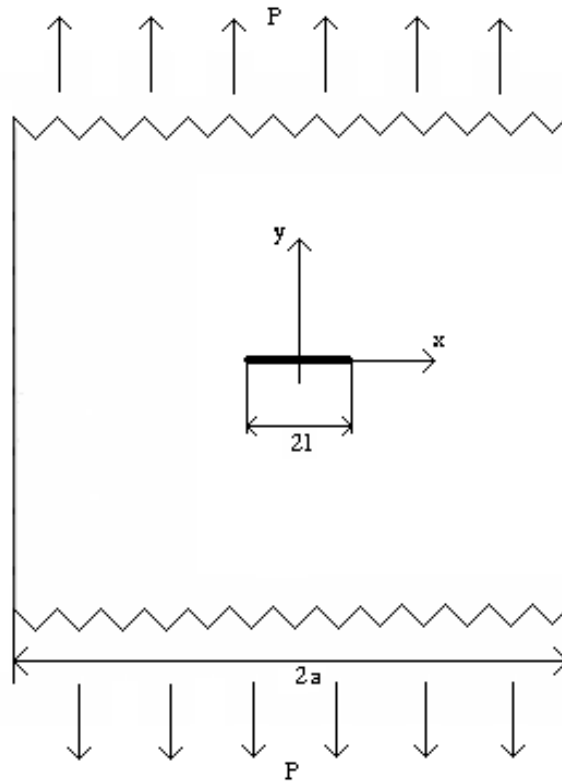


Рисунок 2.1

Бесконечная полоса с центральной трещиной.

Ширину полосы примем из расчета $\frac{(a-l)}{c} > \frac{T^*}{2}$, где a - полуширина полосы, l - полудлина трещины, c - скорость самой быстрой волны в материале образца, T^* - время от начала взаимодействия волнового пакета с трещиной до момента старта трещины. Тем самым мы гарантируем, что в течение всего эксперимента волны возмущения, вызванного взаимодействием волнового пакета с трещиной, не вернутся к трещине после отражения от границ полосы. Перемещения точек полосы описываются уравнениями Ламе:

$$\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad}(\text{div}(\vec{u})) + \mu \Delta \vec{u}. \quad (2.4)$$

Начальные условия:

$$\sigma_y \Big|_{\infty} = P (H(0) - H(T)) \quad (2.5)$$

$$u \Big|_{t < 0} = 0, \quad (2.6)$$

где T - время действия нагрузки. Условия на краях полосы:

$$\sigma_x \Big|_{x=\pm a} = \sigma_{xy} \Big|_{x=\pm a} = 0. \quad (2.7)$$

Условия на берегах разреза:

$$\sigma_y \Big|_{x=\pm l; y=0} = \sigma_{xy} \Big|_{x=\pm l; y=0} = 0. \quad (2.8)$$

Напряжения связаны с деформациями соотношениями закона Гука:

$$\sigma_{ij} = \lambda \operatorname{div} u \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.9)$$

Поставленную задачу будем решать численно с использованием метода конечных элементов.

2.6.1 Моделирование взаимодействия волны, пришедшей из бесконечности, с разрезом

Методом конечных элементов произведен анализ поставленной задачи (2.4-2.9). Принимая во внимание симметричность образца относительно осей x и y , анализ производился для четверти образца. В области, прилегающей к вершине разреза, конечноэлементное разбиение состояло из треугольных изопараметрических конечных элементов со срединными узлами сторон, сходящихся в вершине трещины, сдвинутыми на четверть длины стороны по направлению к вершине трещины. Таким образом, геометрия конечных элементов в окрестности трещины предполагает корневую сингулярность напряжений-деформаций.

Моделирование проводилось для материала со свойствами гранита ($E=96.5$ ГПа, $\rho=2890$ м/с, $\nu=0.29$, где E - модуль упругости, ρ - плотность, ν - коэффициент Пуассона). В условиях плоского деформированного состояния исследовалось взаимодействие плоской волны, пришедшей из бесконечности, с центральной трещиной в пластинке. Ширина и длина пластинки выбирались из условия, что волны искажения, вызванные взаимодействием плоской волны с трещиной, отразившись от краев пластинки, вновь не достигнут трещины в течение эксперимента, т.е. $\frac{(a-l)}{c} > \frac{T^*}{2}$ и $\frac{h}{c} > \frac{T^*}{2}$, где a - полуширина полосы, l - полудлина трещины, h - полудлина полосы. Таким образом, решаемая задача для окрестности трещины идентична задаче для бесконечной области.

На этом этапе исследования импульс воздействия предполагается бесконечным, т.е. в выражении (2.5) $T=\infty$. На выходе анализа изучалась временная зависимость коэффициента интенсивности напряжений (K_I) в вершине трещины при взаимодействии с проходящими волновыми пакетами различной амплитуды. На рисунке 2.2 представлена типичная зависимость K_I от времени.

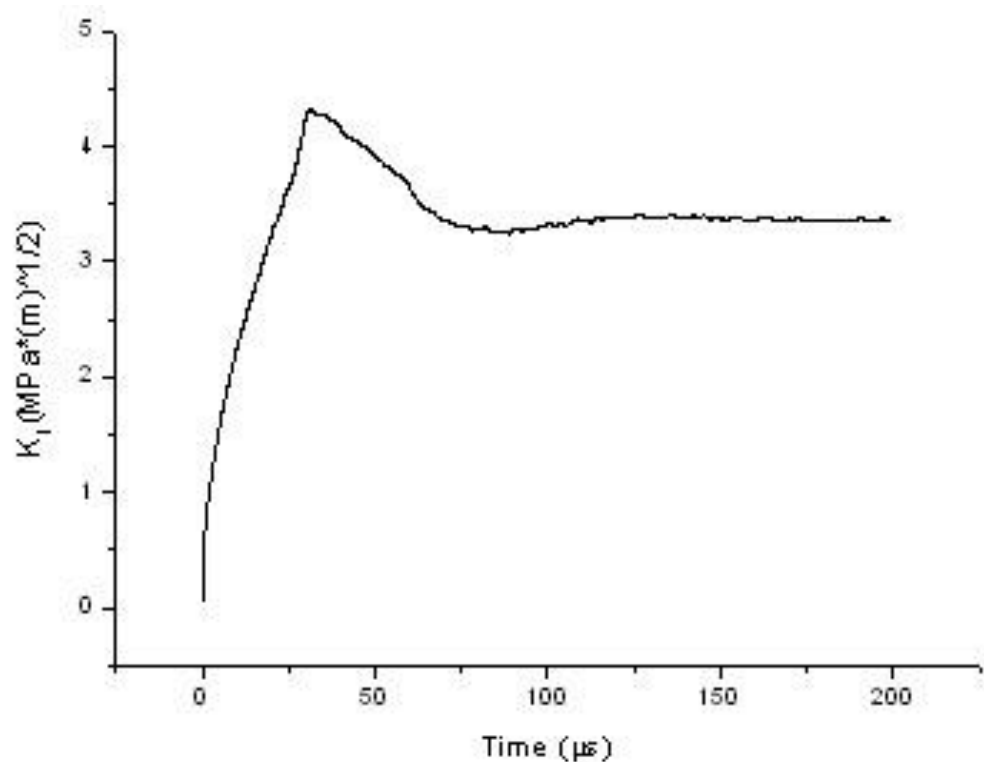


Рисунок 2.2

Типичная зависимость K_I от времени

Как видно из приведенного графика, K_I довольно быстро выходит на статический уровень. Время перехода к квазистатической ситуации в окрестности вершины трещины, исходя из полученных данных,

можно оценить как в 5-10 раз большее времени пробега волной по полудлине трещины.

На основании полученных в результате моделирования данных с использованием введенного выше критерия инициирования трещины на основе понятия инкубационного времени хрупкого разрушения материалов исследуем зависимость T^* - времени до начала распространения трещины от амплитуды приложенной на бесконечности нагрузки P .

2.6.2 Структурно-временной критерий инициирования трещины

Воспользовавшись критерием (2.3), построим зависимость времени до разрушения от амплитуды приложенной нагрузки для гранита с использованием временной зависимости коэффициента интенсивности напряжений, полученной из численного эксперимента (рисунок 2.3). Используются значения $K_{Ic} = 2.4 \text{ МПа} \sqrt{m}$, $\tau = 72 \text{ мкс}$, характерные для исследуемого гранита. По оси абсцисс отложено время от начала взаимодействия волнового пакета с трещиной до инициирования трещины; по оси ординат отложена соответствующая таким временам амплитуда приложенной на бесконечности нагрузки.

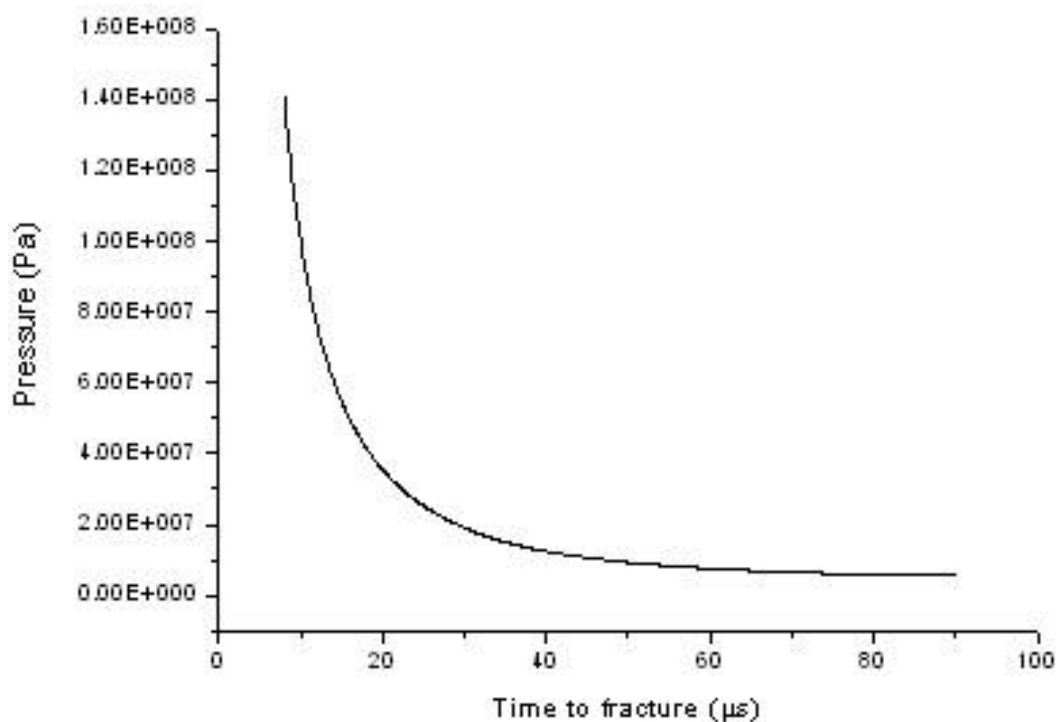


Рисунок 2.3

Зависимость времени до разрушения от амплитуды приложенной нагрузки

Интегрирование временной зависимости коэффициента концентрации напряжений выполнено численно методом Симпсона. Как следует из приведенных результатов, продвижение трещины в моделируемой ситуации возможно для времен, меньших 92.2 мкс.

Таким образом, определена критическая амплитуда прикладываемой нагрузки для использованного материала и геометрии – амплитуда, соответствующая максимально возможному времени до разрушения. Приложение нагрузки с амплитудой, меньшей критической, не вызывает прорастания трещины.

2.6.3 Зависимость энергозатрат на разрушение от амплитуды и длительности приложенной нагрузки

Рассмотрим импульс воздействия загружающего устройства на бесконечную полосу с разрезом. В нашем случае

$$P(t) = P (H(0) - H(T)) , \quad (2.10)$$

тогда импульс воздействия будет равен:

$$R = PaT . \quad (2.11)$$

На рисунке 2.4 представлена огибающая множества импульсов возможных разрушающих воздействий различной длительности.

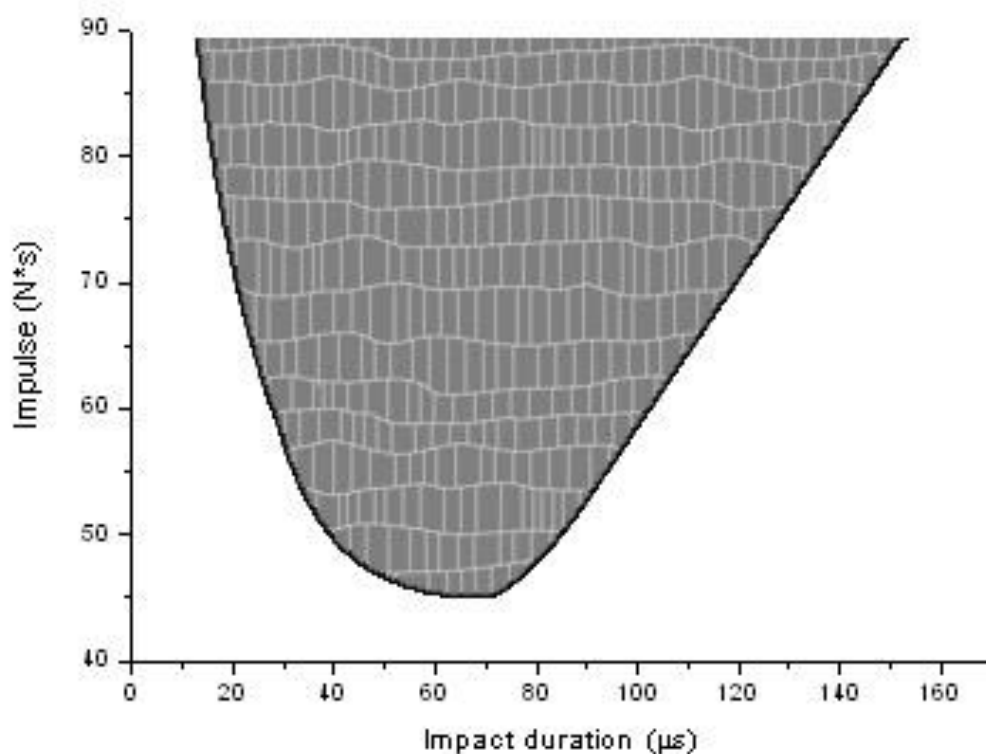


Рисунок 2.4

Огибающая множества импульсов возможных разрушающих воздействий различной длительности

Затемненной области на графике соответствует множество значений импульса, при которых происходит прорастание трещины. Для значений вне этой области продвижения трещины не происходит. Минимальное значение разрушающего импульса в исследуемой ситуации достигается при длительности воздействия, равной 72.0 мкс, и амплитуде воздействия более, чем на 10% превосходящей критическую.

Оценим энергию, переданную загружающим устройством образцу при нагружении полосы на бесконечности нагрузкой вида (2.10). Воспользуемся формулой, выведенной в статье (Bratov and Petrov

2007a), для оценки удельной (на единицу поверхности контакта) энергии, переданной полуплоскости, нагружаемой на границе нагрузкой произвольного профиля:

$$\varepsilon_{spec} = \frac{1}{c\rho} \int_0^T P^2(t) dt .$$

(2.12)

В случае нагружения полосы с разрезом на бесконечности применение данной формулы правомерно, так как энергообмен образца и нагружающего устройства заканчивается до прихода волн, отраженных от разреза к поверхности контакта.

Подставляя выражение для давления (2.10) в (2.12), получим

$\varepsilon_{spec} = \frac{P^2 T}{c\rho}$. Площадь поверхности (в нашем случае плоского деформированного состояния длина поверхности) контакта равна ширине полосы - a . Таким образом, энергия, переданная полосе, будет равна:

$$\varepsilon = \frac{P^2 a T}{c\rho} .$$

(2.13)

Аналогично рисунку 2.4 построим огибающую множества возможных разрушающих значений энергии, переданной образцу нагружающим устройством (рисунок 2.5).

Минимальное значение энергии достигается для воздействий с длительностью 77.8 мкс. Как видно из приведенного графика, для длительностей воздействия, далеких от минимизирующей минимальные энергозатраты на продвижение трещины, значительно превосходят минимальное значение. Так, например, для нагружений длительностью 90 мкс, когда возможно разрушение пороговым импульсом минимальной амплитуды, минимальная энергия, сообщаемая приращению трещине, будет уже на 10% больше, а при длительности 40 мкс более, чем в два раза больше.

2.7 Случай нагрузки, приложенной по берегам разреза

Рассмотрим задачу:

$$\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad}(\text{div}(\vec{u})) + \mu \Delta \vec{u}$$

$$\sigma_y \Big|_{y=0; x=\pm l} = P (H(0) - H(T)) \quad (2.14)$$

$$u \Big|_{t < 0} = 0, \sigma_x \Big|_{x=\pm a} = \sigma_{xy} \Big|_{x=\pm a} = 0, \sigma_{xy} \Big|_{x=\pm l; y=0} = 0$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \text{div } u \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Задача (2.14) аналогична задаче (2.4) - (2.9), но в этом случае нагрузка прикладывается не на бесконечности, а непосредственно на берегах трещины.

Решим поставленную задачу численно, используя метод конечных элементов. Очевидно, следуя принципу суперпозиции, решение поставленной задачи будет идентично ранее исследованной задаче (2.4)-(2.9) об ударном растяжении полосы с разрезом нагрузкой, приложенной на бесконечности. В то же время ранее обсуждалось различие этих двух задач с энергетической точки зрения. Таким образом, для данной задачи остаются справедливыми все следствия решения задачи для нагрузки, приложенной на бесконечности, за исключением оценок энергоемкости продвижения трещины. Стоит отметить, что для этого случая зависимость минимально возможного импульса от длительности воздействия будет такой же, как и для случая нагрузки, приложенной на бесконечности, с той разницей, что в формуле (2.11) вместо ширины полосы a надо взять длину трещины l , что качественно не изменит рис. 2.4.

К сожалению, оценить аналитически энергию, переданную образцу в случае нагрузки, приложенной на берегах трещины, не представляется возможным, однако мы можем воспользоваться имеющимся конечноэлементным решением и оценить энергию, содержащуюся в образце, численно. На рис. 2.6 представлена типичная зависимость поведения полной, кинетической и потенциальной энергий деформации нагружаемого образца.

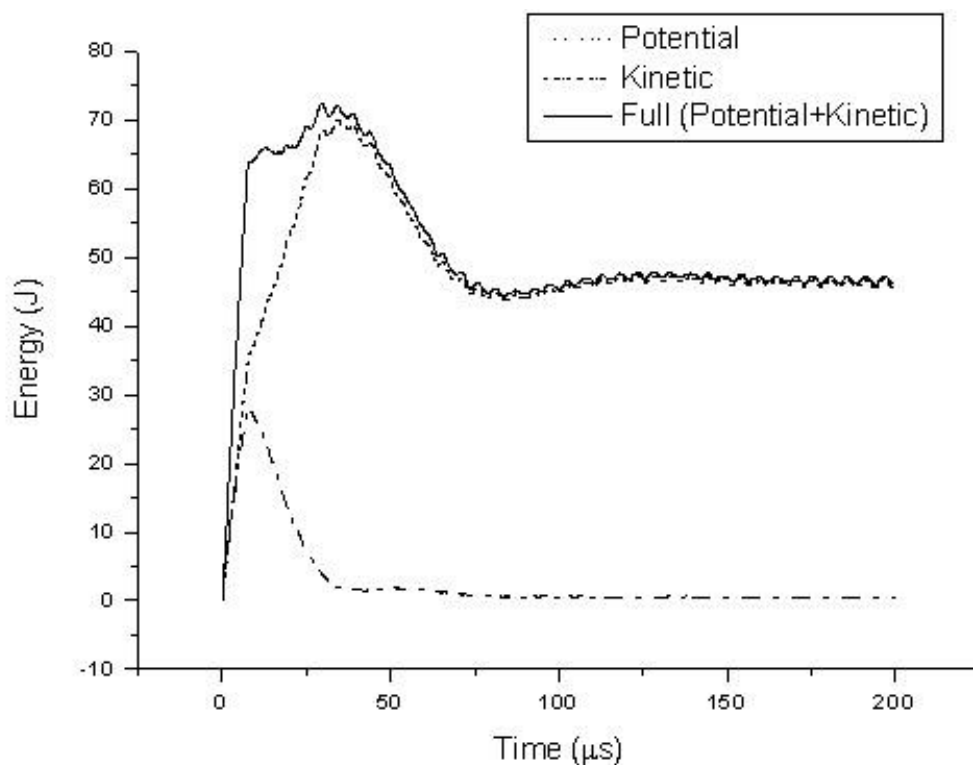


Рисунок 2.6

Типичная зависимость поведения полной, кинетической и потенциальной энергий деформации нагружаемого образца

В начальные моменты времени как кинетическая, так и потенциальная энергии системы линейно возрастают, так же как и в случае нагружения полуплоскости. Однако в момент времени, равный времени пробега волны по полудлине трещины, начинается переход кинетической энергии точек образца в потенциальную энергию деформации, и даже некоторый возврат энергии образцом нагружающему устройству.

Построенная огибающая множества разрушающих значений энергии при различных длительностях воздействия представлена на рис. 2.7.

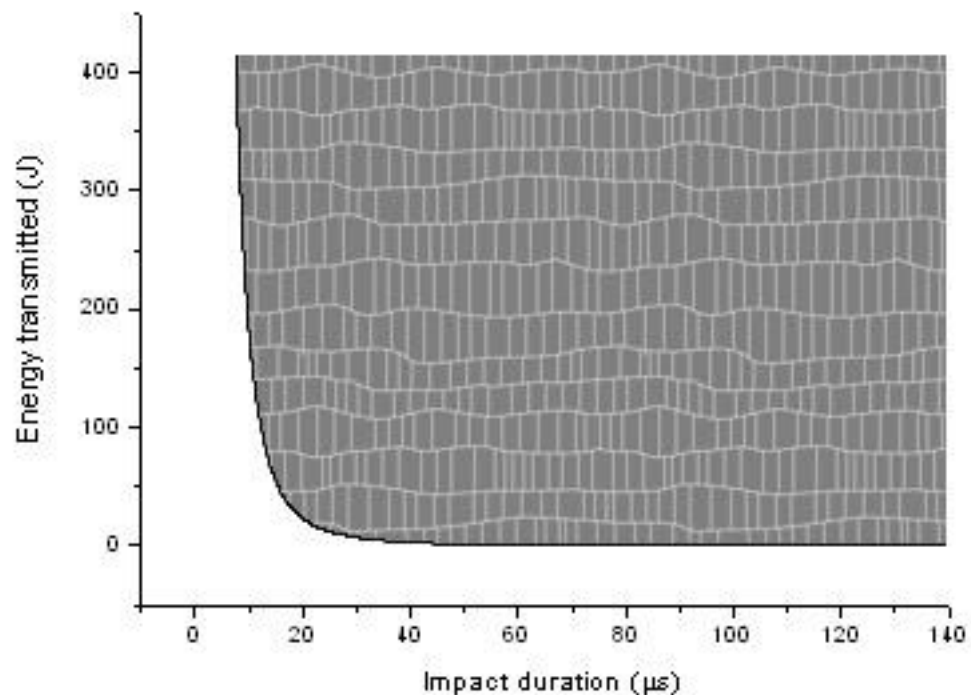


Рисунок 2.7

Огибающая множества разрушающих значений энергии при различных длительностях воздействия

Как видно, в случае нагрузки, приложенной по берегам трещины, зависимость энергоемкости продвижения трещины от длительности действия нагрузки не имеет выраженного минимума. При увеличении длительности воздействия энергоемкость разрушения уменьшается и достигает минимального значения для максимально возможного времени до разрушения.

Увеличим область, примыкающую к точке, в которой переданная образцу энергия достигает минимального значения на рис. 2.7 (см. рис. 2.8)

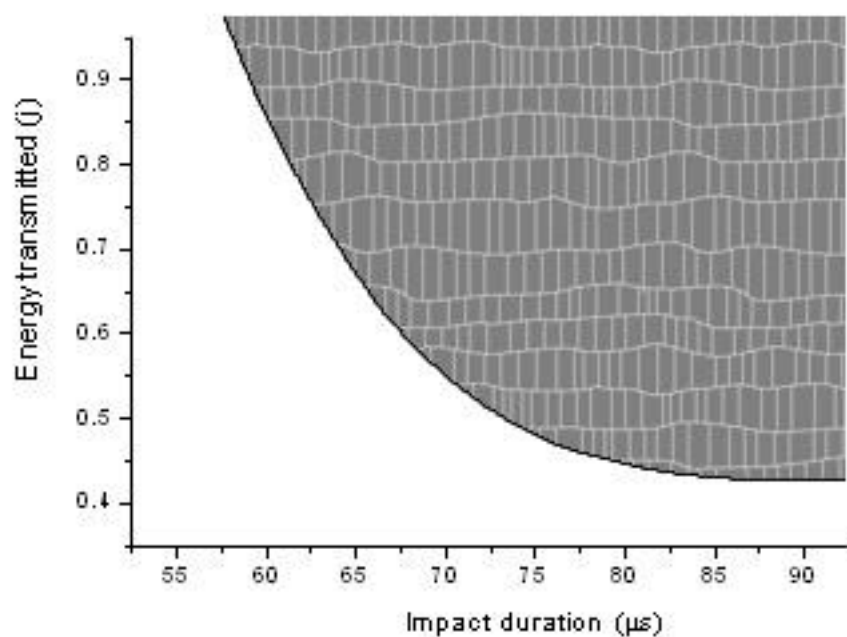


Рисунок 2.8

Огибающая множества разрушающих значений энергии при различных длительностях воздействия (увеличение)

Как следует из приведенного рисунка, для нагрузок с длительностями, лежащими в некоторой окрестности точки, соответствующей максимально возможному времени до разрушения (90.1 мкс в рассматриваемом случае), энергозатраты на продвижение трещины увеличиваются незначительно.

2.7.1 Характеристики воздействий минимизирующих энергию, затрачиваемую на продвижение трещин

Как правило, при невзрывном характере воздействия на материал в процессах его разрушения (задачи бурения, дробления и др.) возможно контролировать частоту и амплитуду воздействия на материал со стороны разрушающей машины. Проведенное моделирование показывает, что при определенных длительностях воздействия (при ударном разрушении больших объемов материала с трещинами длительность воздействия связана с частотой ударов машины), энергозатраты на продвижение трещин в материале принимают минимальное значение.

Аналогично рисунку 2.5 можно построить огибающую множества значений энергии, ведущих к продвижению трещины в образце при различных амплитудах воздействия (рисунок 2.9).

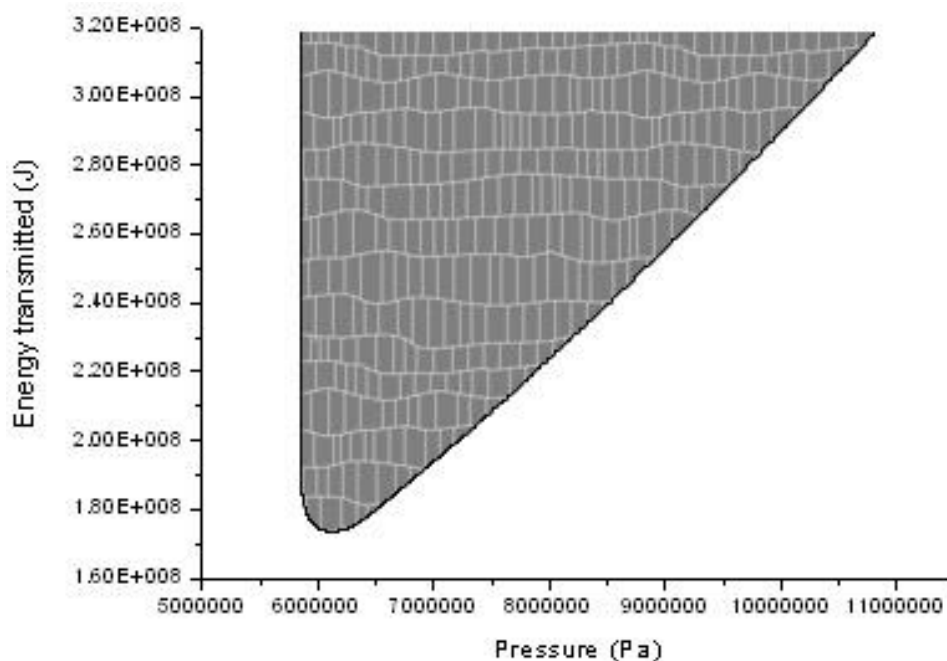


Рисунок 2.9

Огибающая множества значений энергии, ведущих к продвижению трещины в образце при различных амплитудах воздействия

Таким образом, возможно определить диапазоны частот и амплитуд воздействия, зависящие от свойств разрушаемого материала, преобладающих длин имеющихся в материале трещин и способа нагружения, при которых энергозатраты на разрушение материала будут минимальны.

2.7.2 Зависимость характеристик воздействий, минимизирующих энергию, затрачиваемую на продвижение трещины от длины трещины

Была исследована зависимость характеристик воздействий, минимизирующих энергию, затрачиваемую на продвижение трещины, от длины трещины. Полученные зависимости представлены на рис. 2.10.

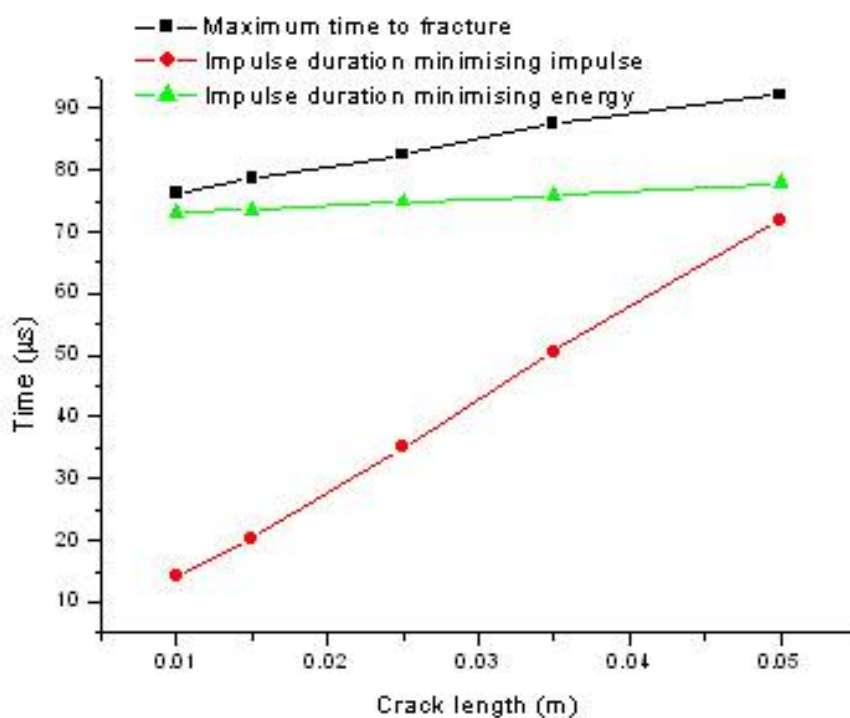


Рисунок 2.10

Зависимость характеристик воздействий, минимизирующих энергию, затрачиваемую на продвижение трещины, от длины трещины

Как видно, длительности воздействий, минимизирующих импульс и энергию, затрачиваемую на разрушение, линейно зависят от длины

нагружаемой трещины. При этом при стремлении длины трещины к нулю, длительность воздействия, минимизирующего импульс, стремится к нулю, а длительность импульса, минимизирующего энергию, стремится к микроструктурному времени процесса разрушения. Максимально возможное время до разрушения также линейно зависит от длины трещины, и при стремлении длины трещины к нулю стремится к микроструктурному времени. Амплитуды воздействия, минимизирующие импульс и энергию, представлены на рис. 2.11.

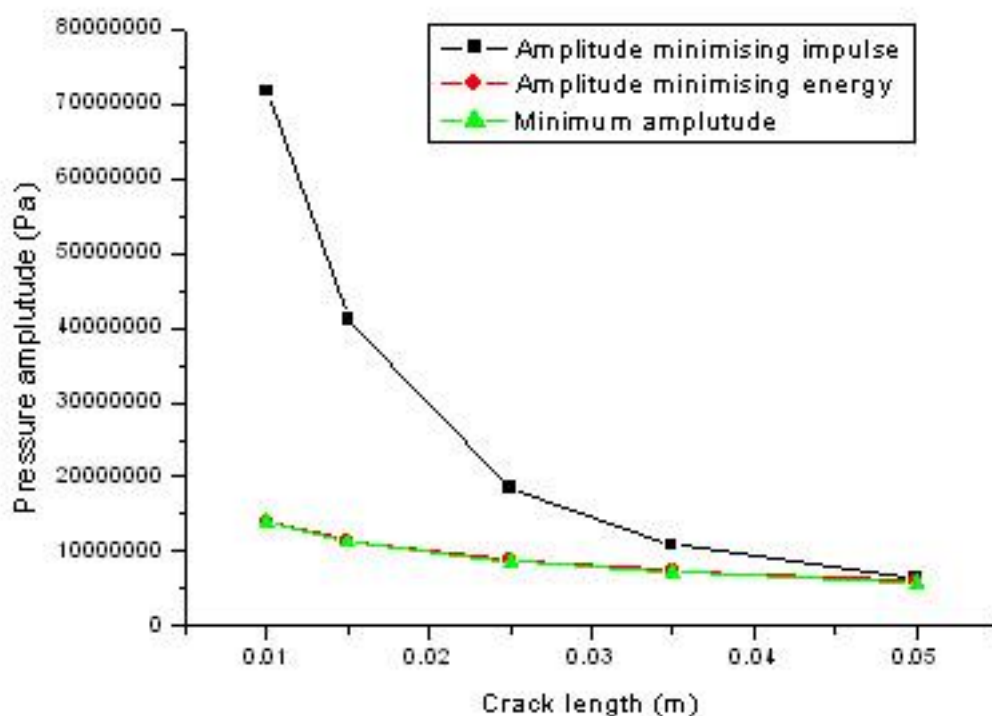


Рисунок 2.11

Амплитуды воздействия, минимизирующие импульс и энергию

Как и следовало ожидать, амплитуда порогового воздействия пропорциональна $\frac{1}{\sqrt{l}}$. Зависимость амплитуды воздействия, минимизирующего энергию, близка к $\frac{1}{\sqrt{l}}$, а амплитуды,

минимизирующей импульс к $\frac{1}{l}$. При малых размерах трещины амплитуда воздействий, минимизирующих энергию, близка к пороговой, однако при увеличении длины трещины зависимость амплитуды, минимизирующей энергию, все сильнее отклоняется от порогового значения амплитуды (рис. 2.12).

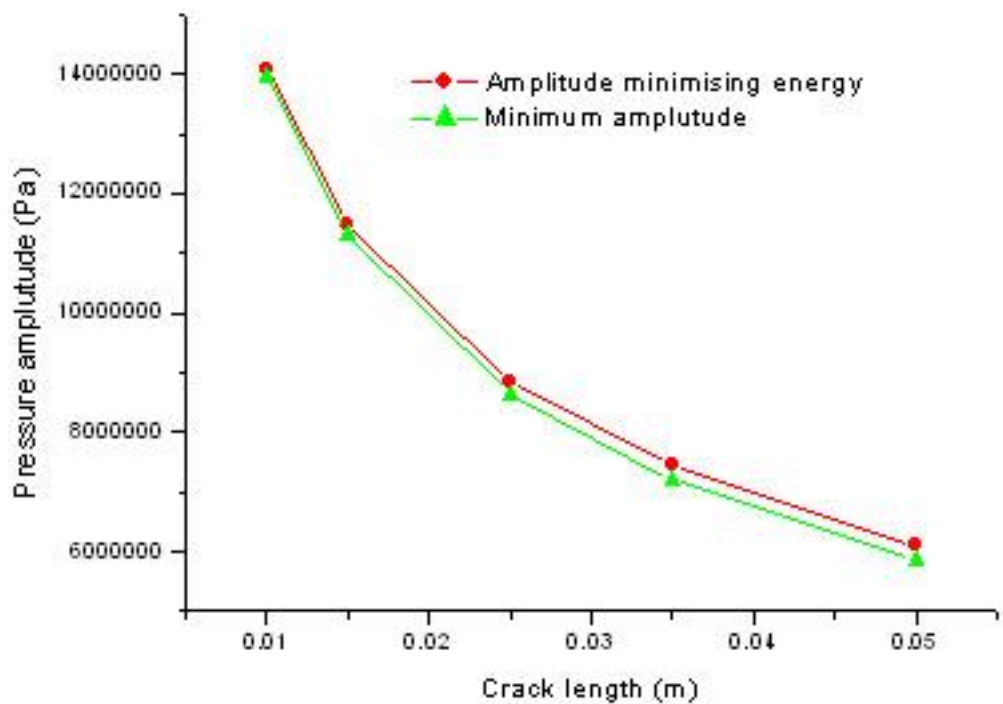


Рисунок 2.12

Амплитуды воздействия, минимизирующие энергию, и пороговая амплитуда

2.8 Выводы

Полученные результаты говорят о возможности минимизаций затрат на разрушение материалов с трещинами, таких как, например, горные породы.

Данные свидетельствуют о том, что энергозатраты на продвижение трещины существенно зависят от амплитуды и частоты прикладываемой нагрузки - при отклонении частоты воздействий на 10% от минимизирующей энергозатраты на разрушение в исследованном случае возрастают более, чем на 10%.

Построенные зависимости минимизирующих энергозатраты характеристик воздействия от длины трещины позволяют предсказывать минимизирующие характеристики разрушающих воздействий исследованием преобладающего размера трещин в разрушаемых материалах.

Таким образом, в первых двух главах исследованы задачи оптимизации (минимизации) энергозатрат на распространение имеющихся в материале трещин в статической и динамической постановках. Предсказаны оптимальные энергосберегающие способы приложения нагрузки и исследованы оптимальные энергосберегающие характеристики динамических воздействий разрушающих квазихрупкие материалы. На основе полученных результатов возможно производить оценки оптимальных энергосберегающих параметров работы промышленного оборудования, используемого для разрушения больших объемов квазихрупких гетерогенных материалов. В основном речь идет о

таких материалах как горные породы, однако полученные решения также могут применяться и для анализа разрушения таких материалов как, например, древесина, разрушаемая в больших объемах при производстве бумаги и т.д.

Глава 3

Распространение упругих и поверхностных волн: концентрация энергии и защита от сейсмических волн

3.1 Введение и обзор литературы

В предыдущей главе при помощи аналитических и численных решений изучалось взаимодействие набегающей волны с имеющейся в материале трещиной. К сожалению, для большинства задач волновой механики отсутствует возможность получения точных аналитических решений уравнений, описывающих поведение системы. Точные аналитические решения известны только для узкого круга задач с предельно простой геометрией. Например, в книге (Kausel 2005) присутствует практически исчерпывающий список доступных аналитических решений. Такие решения, как правило, не применимы для анализа реальных задач, но могут применяться для валидации и оценки точности разработанных численных моделей. В большинстве случаев поставленную задачу можно решать только численно с использованием приближенных методов решения получаемых систем дифференциальных уравнений (см., напр., Bratov 2011).

В данной главе будут представлены решения, позволяющие исследовать распространение упругих волн в средах, состоящих из

нескольких различных материалов. Одна из решаемых задач связана с крайне актуальной проблемой сейсмозащиты – возможностью локально уменьшить воздействие набегающих поверхностных волн с использованием сейсмических барьеров. В другой задаче будет исследоваться аккумуляция энергии в пространстве, вызываемая воздействием движущейся силы – задача о движении высокоскоростного железнодорожного состава. Решения будут получены с использованием численного подхода на основе метода конечных элементов. Для валидации разрабатываемых численных решений будут использованы аналитические решения, которые могут быть получены для ряда простых случаев.

3.2 Сейсмические барьеры для защиты от поверхностных и головных волн

Сейсмические барьеры предназначены для защиты зданий и сооружений от сейсмических поверхностных волн различной этиологии, включая волны Рэлея, волны Рэлея – Лэмба (волны, распространяющиеся в слоистом полупространстве), волны Лява, а также головные SP волны. Последние представляют собой весьма опасный тип сейсмических волн, возникающих при короткофокусных землетрясениях и подземных взрывах (Cerveny 2001, Smith and Hetherington 1994, Nagy et. al 2010, Ibrahim and Nabil 2020, Helmberger and Malone 1975). В настоящей работе рассматриваются вертикальные сейсмические барьеры, имеющие в своем составе как специальные рассеивающие элементы, так и

метаматериалы, обладающие повышенной диссипацией волновой энергии.

Ниже дается обзор основных типов сейсмических волн, для защиты от которых требуются вертикальные сейсмические барьеры.

3.2.1 Рэлеевские волны.

Рэлеевские волны наиболее распространенным и хорошо изученным типом поверхностных волн, возникающих в гомогенном упругом полупространстве. Эти волны характеризуются (i) скоростью распространения, не зависящей от частоты (отсутствие дисперсии); (ii) экспоненциальным затуханием амплитуд перемещений по глубине и локализацией энергии волны в относительно узком поверхностном слое, что позволяет этим волнам распространяться на значительно большие расстояния, по сравнению с объемными волнами (Ben-Menahem and Singh 2000, Aki and Richards 2009); и (iii) соотношением между компонентами перемещений, при котором вертикальная компонента волны примерно в полтора раза больше горизонтальной (Aki and Richards 2009). Последнее обстоятельство делает этот тип волн особенно опасными для протяженных сооружений. Особенности, связанные с локализацией энергии этих волн в приповерхностном слое земной коры, приводят к тому, что рэлеевские волны могут огибать земной шар несколько раз, см. рисунок 3.1, где приведена сейсмограмма прихода рэлеевских волн, обогнувших восемь раз земной шар (Aki 1972).

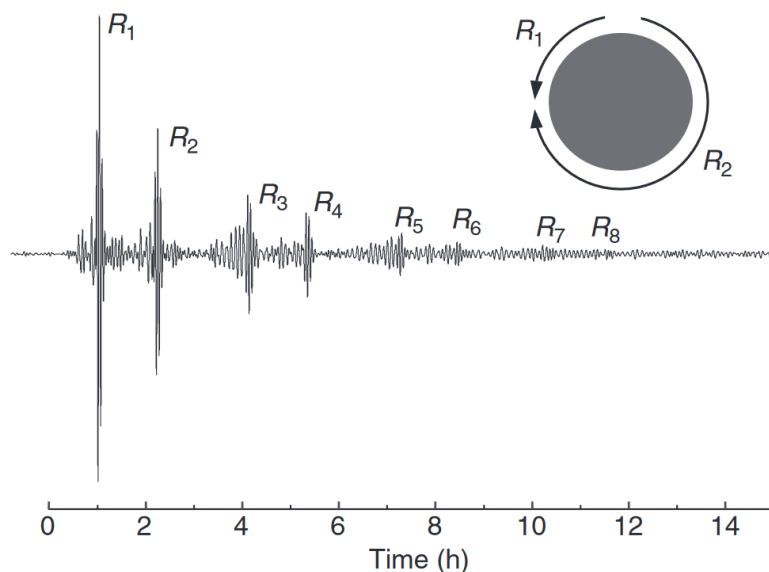


Рисунок 3.1.

Сейсмограмма прихода рэлеевской волны на станцию CMB, Berkeley Digital Seismic Network (BDSN), время наблюдения ~14 час (Aki 1972).

В недавнем прошлом модель гомогенного полупространства широко применялась для исследования волновых процессов при землетрясениях и подземных взрывах; (см. Kanamori and Anderson 1975), где отмечается, что рэлеевские волны могут возникать и при глубокофокусных землетрясениях. Кроме того, эти волны генерируются движущимся рельсовым и автомобильным транспортом (Yang et al. 2003, Gunn et al. 2015). В настоящее время в геофизических и геотехнических приложениях модель гомогенного полупространства заменяют на модели слоистых или функционально градиентных полупространств, в которых рассматривают распространение дисперсионных волн Рэлея – Лэмба (Kuznetsov 2019a).

3.2.2 Волны Рэлея – Лэмба.

Следующий тип сейсмических волн – волны Рэлея – Лэмба, распространяющиеся в слоистом полупространстве. Отличительной чертой таких волн является дисперсия, т.е. зависимость скорости от частоты, если рассматриваются гармонические волны Рэлея – Лэмба (рис. 3.2).

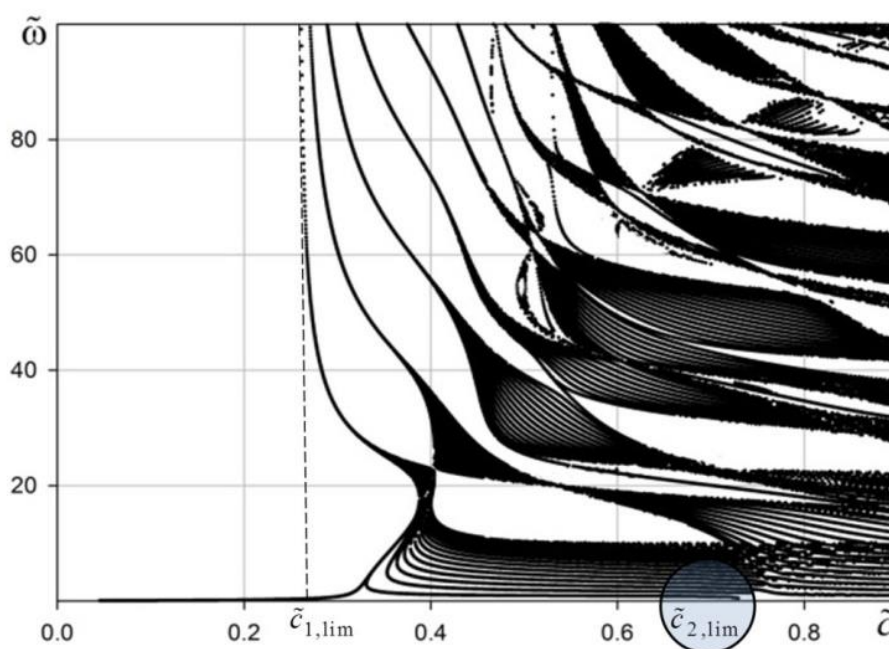


Рисунок 3.2.

Дисперсионные кривые для волн Рэлея – Лэмба в многослойном полупространстве: горизонтальная ось – фазовая скорость; вертикальная ось – круговая частота

Несмотря на весьма сложную дисперсионную картину, приведенную на рисунке 3.2, с точки зрения сейсмических воздействий на сооружения от землетрясений, значительный интерес представляет

так называемая вторая предельная фазовая скорость, определяемая как соответствующий предел:

$$c_{2,\lim} = \lim_{\omega \rightarrow 0} c(\omega) \quad (3.1)$$

где c фазовая скорость, а ω – круговая частота. В слоистых системах для определения скорости $c_{2,\lim}$ применяют либо различные низкочастотные асимптотические методы (Kaplunov and Nolde 2002, Zakharov et al. 2011, Kuznetsov 2019b), либо используют непосредственное вычисление по предельной формуле (3.1) (Mallah 1999, Dejeran-Maigre et al. 2007, Kuznetsov 2004).

3.2.3 Волны Лява

Также как и волны Рэлея – Лэмба, волны Лява представляют собой дисперсионные волны, распространяющиеся в системе включающей упругое полупространство и контактирующий с ним упругий слой (или несколько слоев). Волны Лява имеют горизонтальную поперечную поляризацию и экспоненциально затухают с глубиной.

С точки зрения сейсмологии, волны Лява в основном представляют интерес в связи с микросейсмами малой амплитуды, генерируемыми волнами в океане (Saito 2010, Gualtieri et al. 2018). В то же время, при сильных землетрясениях амплитуды волн Лява не достигают значений, характерных для объемных S волн и волн Рэлея – Лэмба (Plyashenko and Kuznetsov 2018, Ekstrom et al. 1997). Тем не менее,

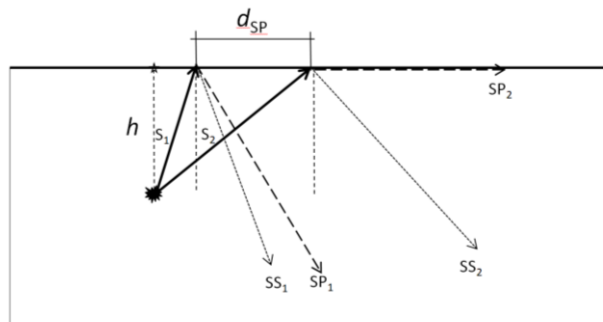
вертикальные сейсмические барьеры могут применяться и для защиты от волн Лява (Dudchenko et al. 2021, Kuznetsov 2011).

3.2.4 Головные SP волны

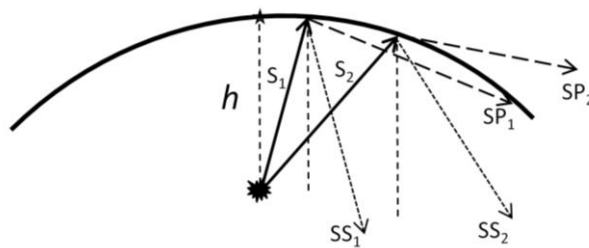
Головные SP волны распространяются параллельно свободной поверхности полупространства со скоростью Р волны, и возникают на некотором расстоянии d_{ST} от эпицентра короткофокусного землетрясения или подземного взрыва (рис. 3.3). Это расстояние зависит от глубины источника h и физических свойств среды (Kausel and Manolis 1999, Angelsky et al. 2020, Kuznetsov and Terentjeva 2015), причем

$$d_{ST} = h \times \operatorname{tg} \left(\arcsin \left(\frac{c_S}{c_P} \right) \right), \quad (3.2)$$

Где c_s и c_p – соответственно скорости поперечной и продольной объемных волн.



a)



b)

Рисунок 3.3.

Схемы возникновения головных волн: а) полупространство; б) часть сферической поверхности;

S1 и S2 – поперечные волны, расходящиеся от гипоцентра землетрясения или подземного взрыва

SP2 – (истинная) головная волна; на фиг. 2б волна SP1 – квази головная

На рисунке 3.3 волна S1 падает на свободную поверхность, образуя отраженные волны: поперечную (SS1) и продольную (SP1), аналогичным образом, волна S2 падает на свободную поверхность, образуя отраженные волны (SS2) и продольную (SP2), последняя движется параллельно свободной поверхности, образуя головную волну. Угол, под которым падает волна S2, называется критическим

углом, он определяется следующим выражением (Kuznetsov and Terentjeva 2015):

$$\alpha^* = \arcsin\left(\frac{c_S}{c_P}\right). \quad (3.3)$$

Поскольку головные или квази-головные волны могут переносить значительную энергию и приводящим к катастрофическим разрушениям (напр., Cervený 2001, Smith and Netherington 1994), для защиты от этих волн требуются вертикальные сейсмические барьеры, аналогичные применяемым для защиты от волн Рэлея – Лэмба.

3.2.5 Частотные диапазоны

Для проектирования систем сейсмической защиты от рассматриваемых типов сейсмических волн необходимы примерные оценки частотного диапазона, в котором локализована значительная доля сейсмической энергии.

По оценкам (Ambraseys et al. 2005, Akkar et al. 2011, Takewaki 2005, Takewaki 2004) в случае землетрясений естественной природы наиболее опасными для большинства зданий и сооружений, включая объекты атомной энергетики, являются частоты $2 \div 33$ Гц с энергетическими пиками в районе $5 \div 7$ Гц и $30 \div 33$ Гц (рис. 3.4).

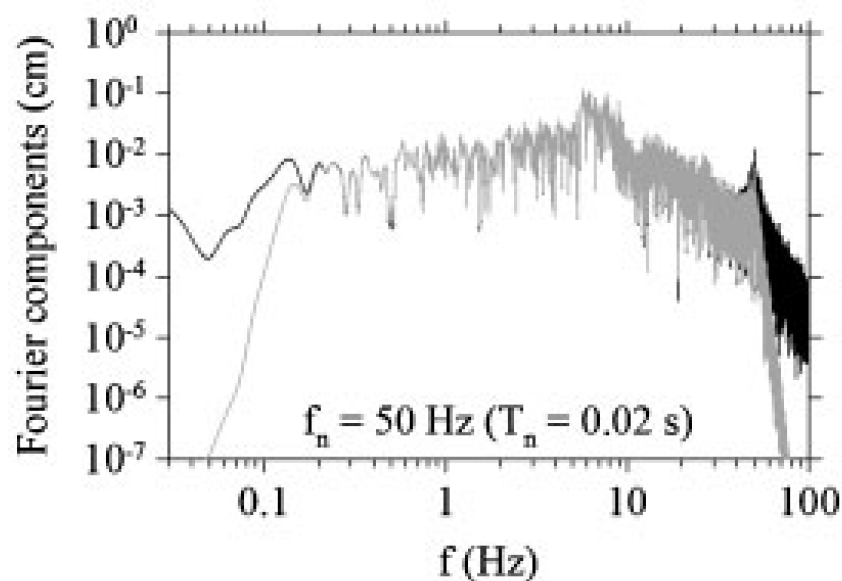


Рисунок 3.4.

Амплитудный спектр Фурье (FAS), станция Gebze-Arçelik, афтершок землетрясения Düzce (Турция) 11.11.1999 г. (Akkar et al. 2011).

Землетрясения искусственного происхождения, вызванные подземными взрывами, отличаются, как правило, более высокими частотами (Li et al. 2017, Bahadori et al. 2016). Например, по данным (Li et al. 2017) на близких расстояниях от эпицентра регистрируются частоты вплоть до 250 Гц, ограниченные разрешающей способностью акселерометров, с увеличением расстояния высокие частоты затухают, отдельные всплески обнаруживаются на частотах до 40 Гц, а максимум амплитуд регистрируется на частоте ~ 25 Гц.

3.2.6 Скорости распространения сейсмических волн в верхних отделах земной коры

Для выбора геометрических и физических параметров сейсмических барьеров помимо частоты сейсмических волн требуется знание скоростей распространения объемных и рэлеевских волн. По многочисленным экспериментальным исследованиям (напр., Uyanik 2019, Building Seismic Safety Council 2004, Lee et al. 2003), скорости распространения сейсмических волн в верхних отделах земной коры имеют следующие значения (см. табл. 3.1).

Таблица 3.1.

Скорости распространения объемных волн в породах земной коры

Породы	Скорость Р волны, м/с	Скорость S волны, м/с
Флювиальные	1400	200
Аллювиальные	1500	250
Морены	2000	700
Корневые породы	4000	2500

Скорость распространения рэлеевской волны может быть определена либо как корень уравнения Рэлея, либо по одной из приближенных формул (Pham and Malischewsky 2007, Mozhaev 1991), при этом коэффициент Пуассона ν определяется по соответствующим скоростям объемных волн:

$$v = \frac{1}{2} \frac{c_P - 2c_S}{c_P - c_S} \quad (3.4)$$

3.2.7 Математические модели для исследования вертикальных барьеров

Обычно для моделирования сейсмических барьеров используют либо плоские конечноэлементные модели, связанные с численным решением внешней задачи Лэмба, в которой удастся получить необходимую рэлеевскую волну (рис. 5а) (Bratov et al. 2020, Kravtsov et al. 2011, Dudchenko et al. 2021), либо рассматривают решение более сложной внутренней задачи Лэмба, в которой наряду с рэлеевской волной удастся смоделировать распространение головной SP волны (см. рис. 3.5b) (Kuznetsov and Terentjeva 2015).



Рисунок 3.5.

а) Внешняя и б) внутренняя задачи Лэмба с вертикальными барьерами

Ввиду более высоких требований к вычислительным ресурсам, значительно реже применяют пространственные модели для решения задачи Лэмба с барьером (см. Resker 2015). В случае, когда необходим учет упругой анизотропии полуплоскости или полупространства, для решения задач Лэмба могут применяться методы граничных интегральных уравнений с построением соответствующих фундаментальных решений (Kausel 2012, Kuznetsov 2005, Sanches-Sesma and Iturraran-Viveros 2006).

3.2.8 Уравнения состояния для описания динамического деформирования гранулированных метаматериалов

Для описания поведения гранулированных метаматериалов при действии динамических нагрузок обычно применяют уравнения бимодульной теории упругости при деформировании в упругой зоне (Maslov and Mosolov 1985, Maslov and Antsiferova 1988, Gavrilov and Herman 2012):

$$\boldsymbol{\sigma} = \nabla_{\boldsymbol{\varepsilon}} \Psi(I_{\boldsymbol{\varepsilon}}, II_{\boldsymbol{\varepsilon}}, III_{\boldsymbol{\varepsilon}}), \quad (3.5)$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ - тензор напряжений, $\boldsymbol{\varepsilon}$ - тензор деформаций; Ψ - скалярный гиперупругий потенциал; $I_{\boldsymbol{\varepsilon}}, II_{\boldsymbol{\varepsilon}}, III_{\boldsymbol{\varepsilon}}$ - соответствующие инварианты тензора деформаций, причем разномодульность может быть учтена потенциалом вида

$$\Psi(I_{\boldsymbol{\varepsilon}}, II_{\boldsymbol{\varepsilon}}) \equiv \alpha I_{\boldsymbol{\varepsilon}}^2 + \beta II_{\boldsymbol{\varepsilon}} + \gamma I_{\boldsymbol{\varepsilon}} \sqrt{II_{\boldsymbol{\varepsilon}}}, \quad (3.6)$$

где α, β, γ упругие постоянные, не зависящие от тензорных инвариантов деформаций. Волны в нелинейных средах, описываемых потенциалами вида (3.6) исследовались в (Gavrilov and Herman 2012, Molinari and Daraio 2009).

В случае, когда девиаторные составляющие тензора напряжений достигают поверхности пластичности, применяют уравнения пластического течения, причем наряду с моделями Мора – Кулона и Дракера – Прагера используют модели критического состояния, например кэм-клей модели (Goldstein et al. 2016, Kuznetsov and Maigre 2019, Nedderman 2005, см. также Witarto 2019), где представлены модели метаматериалов, обладающих свойствами фононных кристаллов. С точки зрения сейсмической защиты от рассматриваемых поверхностных волн значительный интерес представляют метаповерхности (Wotton et al. 2019).

3.2.9 Численные решения для вертикальных барьеров с метаструктурами

К сожалению, для большинства задач волновой механики отсутствует возможность получения точных аналитических решений уравнений, описывающих поведение системы. Точные аналитические решения известны только для узкого круга задач с предельно простой геометрией (см., напр., Kausel 2005 для практически исчерпывающего списка доступных решений). Такие

решения, как правило, не применимы для анализа реальных задач, но могут применяться для валидации и оценки точности разработанных численных моделей. В большинстве случаев поставленную задачу можно решать только численно с использованием приближенных методов решения получаемых систем дифференциальных уравнений (см., напр., Bratov 2021, Kazarinov et al. 2014).

С использованием численного метода будем решать задачу о взаимодействии набегающей динамической волны в упругой полуплоскости с включением, представляющим вертикальный сейсмический барьер (см. рис. 3.5). Будем оценивать эффективность того или иного типа сейсмических барьеров (рис. 3.6b и 3.6c) по уменьшению амплитуд перемещений и ускорений в точках поверхности за сейсмическим барьером по сравнению с решением аналогичной задачи для полуплоскости без сейсмического барьера (рис. 3.6a).

Будут рассмотрены различные комбинации упругих свойств сейсмического барьера и расположенных на барьере метаструктур и различные геометрии метаструктур.



Рисунок 3.6а

Упругая полуплоскость без защитного барьера

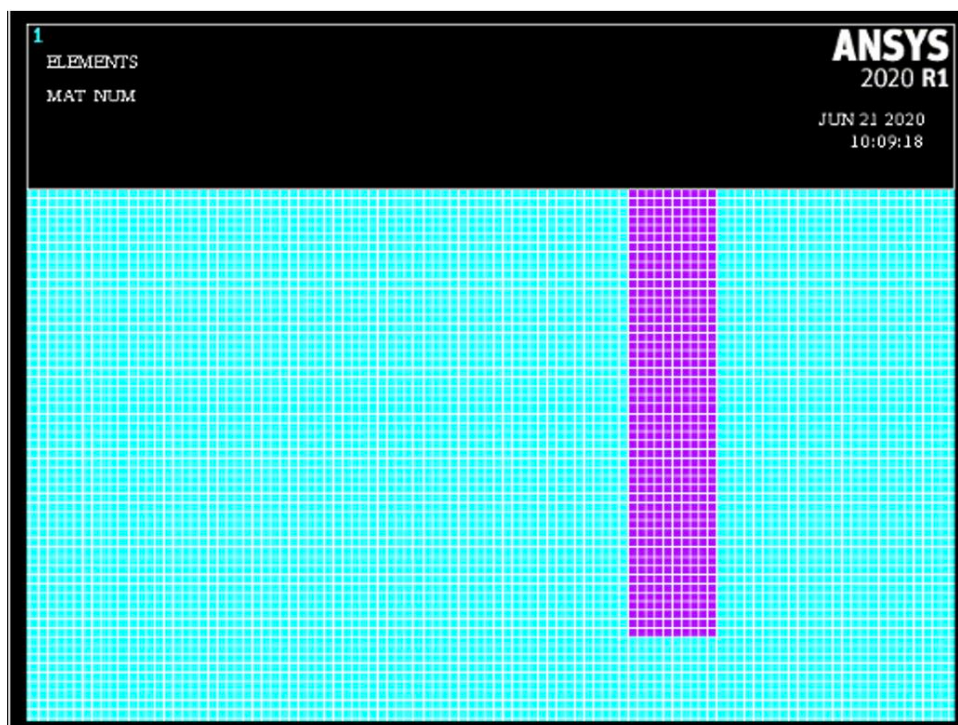


Рисунок 3.6b

Упругая полуплоскость с защитным барьером

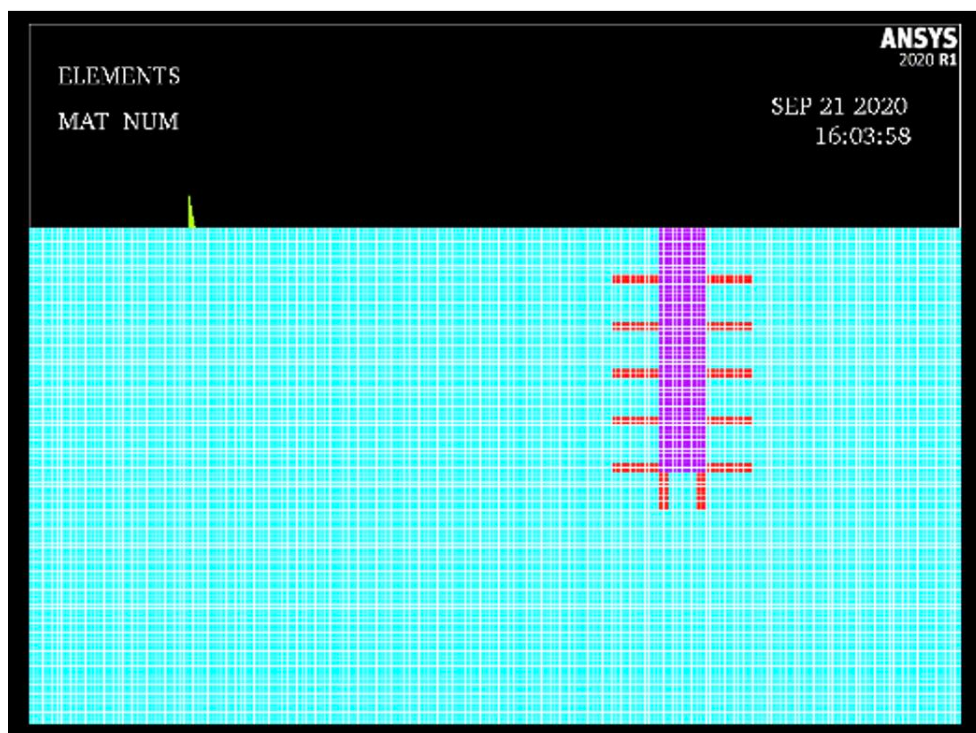


Рисунок 3.6с

*Упругая полуплоскость с защитным барьером с
метаструктурами*

3.2.10 Модельная задача о распространении упругой волны в упругой полуплоскости

Поставленную задачу будем решать численно с использованием метода конечных элементов. Решения будут получены с использованием коммерческого пакета ANSYS (ANSYS 2020). На первом этапе решим задачу о распространении волны в упругом полупространстве (рис. 3.6а). Волна возбуждается при помощи возмущения, приложенного на поверхности, на некотором расстоянии от точки, в которой будем производить измерение возникающих амплитуд перемещений и ускорений. Профиль

зависимости интенсивности действующей силы от времени представлен на рисунке 3.7.

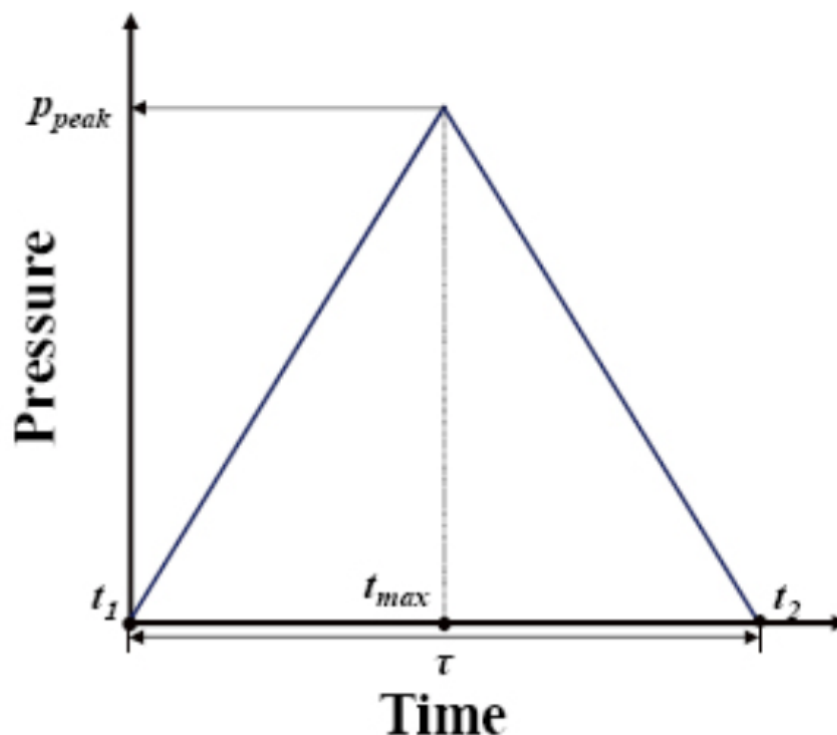


Рисунок 3.7.

*Временной профиль амплитуды сосредоточенной силы,
действующей на границу полуплоскости*

На поверхности, на некотором расстоянии от точки приложения силы, получим зависимости перемещений и ускорений по обеим осям от времени. Для данной простой задачи решение возможно получить аналитически, вычислив свертку решения для δ -функции по времени и пространству и силы, приложенной на поверхности (рис. 3.7). Такая задача обычно называется двумерной внешней задачей Лэмба и ее аналитическое решение известно (см., напр., Eringen and Suhubi 1975). Для валидации получаемого численного решения сравним

получаемые зависимости для перемещений с вычисленными аналитически.

В случае полуплоскости, нагруженной импульсной нагрузкой в направлении нормальном к поверхности (направление z) и направлении вдоль поверхности (направление x), приложенной в начале координат:

$$f_x(x, t) = P \delta(x) \delta(t)$$

$$f_z(x, t) = P \delta(x) \delta(t),$$

решение для перемещений для точки на поверхности, расположенной на расстоянии x от начала координат, может быть получено как (Kausel 2012):

$$u_{xx} = \frac{P\beta}{\pi \mu |x|} \begin{cases} 0 & \tau < a \\ \frac{4\tau^2(1-\tau^2)\sqrt{\tau^2-a^2}}{(2\tau^2-1)^4 + 16\tau^4(\tau^2-a^2)(1-\tau^2)} & a \leq \tau \leq 1 \\ \frac{-\sqrt{\tau^2-1}}{(2\tau^2-1)^2 - 4\tau^2\sqrt{\tau^2-a^2}\sqrt{\tau^2-1}} & \tau > 1 \end{cases},$$

для перемещений в направлении вдоль поверхности под действием силы, приложенной вдоль поверхности. Для перемещений в

направлении нормальном к поверхности под действием силы, действующей нормально к поверхности:

$$u_{zz} = \frac{P\beta}{\pi \mu |x|} \begin{cases} 0 & \tau < a \\ \frac{-(2\tau^2 - 1)^2 \sqrt{\tau^2 - a^2}}{(2\tau^2 - 1)^4 + 16\tau^4(\tau^2 - a^2)(1 - \tau^2)} & a \leq \tau \leq 1 \\ \frac{-\sqrt{\tau^2 - a^2}}{(2\tau^2 - 1)^2 - 4\tau^2 \sqrt{\tau^2 - a^2} \sqrt{\tau^2 - 1}} & \tau > 1 \end{cases}$$

Для перемещений в направлении вдоль поверхности под действием силы, действующей нормально к поверхности:

$$u_{xz} = \frac{P\beta}{\pi \mu x} \begin{cases} \frac{2\tau (2\tau^2 - 1) \sqrt{\tau^2 - a^2} \sqrt{1 - \tau^2}}{(2\tau^2 - 1)^4 + 16\tau^4(\tau^2 - a^2)(1 - \tau^2)} & a \leq \tau \leq 1 \\ \frac{\pi (2\tau_R^2 - 1)^3}{4 (1 - 4\tau_R^2 + 8\tau_R^6 (1 - a^2))} \delta(\tau - \tau_R) & \text{else} \end{cases}$$

Для перемещений в направлении нормальном к поверхности под действием силы, действующей вдоль поверхности:

$$u_{zx} = -u_{xz}$$

При этом, в вышестоящих формулах приняты следующие обозначения:

$$\tau = \frac{t\beta}{|x|}, \quad \tau_R = \frac{\beta}{C_R}, \quad a = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)},$$

где α и β , - скорости продольной и поперечной волн, C_R - скорость волны Релея. δ – дельта-функция Дирака.

Понятно, что используя выписанное выше решение в явном виде, при помощи свертки по времени и координате вдоль границы полуплоскости, можно легко получить решение для произвольной системы сил, приложенной на поверхности с произвольным временным профилем. Произведя свертку решения с временным профилем нагрузки в нашей задаче, заданным на графике 3.7, получим точные решения для перемещений в произвольных точках на поверхности.

Сравним решения, получаемые при помощи метода конечных элементов для случая, когда сейсмический барьер отсутствует (рис. 3.6а), с точным аналитическим решением. На рисунке 3.8 представлен получаемый временной профиль перемещения для вертикальной координаты, вычисленный численно, в сравнении с аналитическим точным решением. Как видно из представленных графиков, численное решение достаточно хорошо повторяет точное

аналитическое решение. Таким образом, можно сделать вывод о применимости и достаточной точности полученного численного решения для решения исследуемого класса задач.

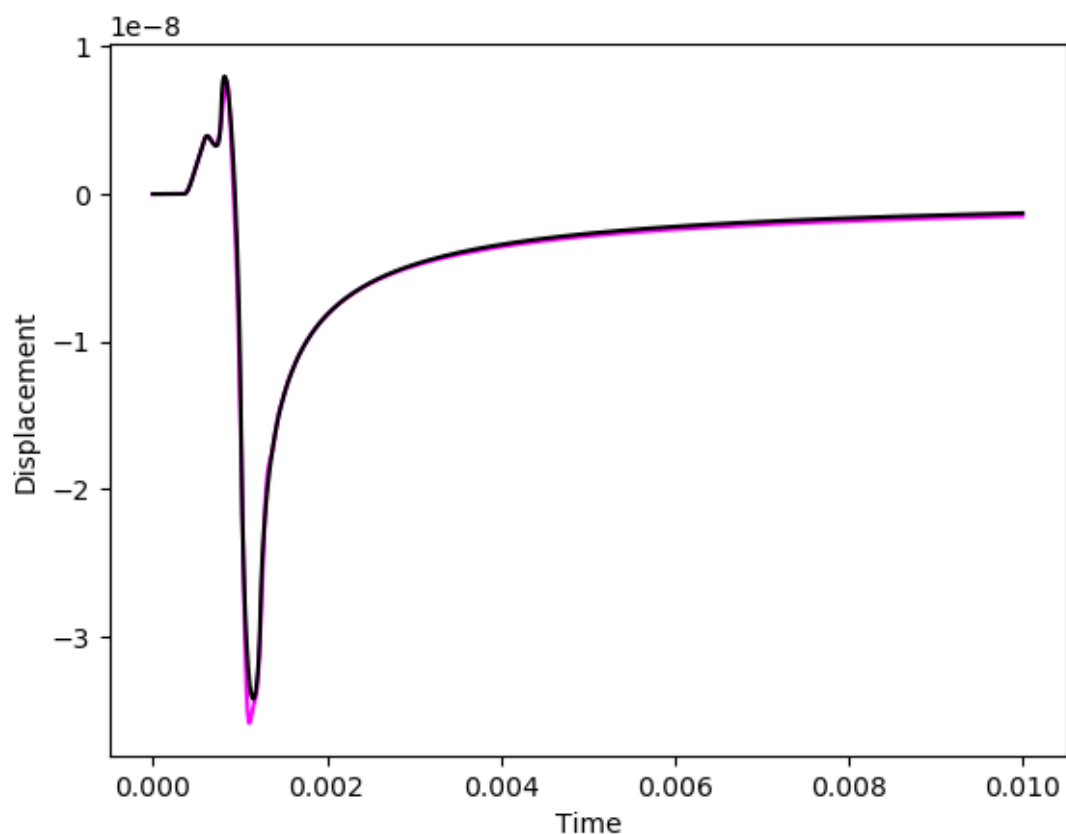


Рисунок 3.8.

*Временной профиль перемещения для вертикальной координаты.
Сравнение численного (красная линия) и точного аналитического
решения (черная линия)*

Далее получим максимальные (по времени) амплитуды перемещений и ускорений по обоим направлениям. Далее данные величины будут использоваться для нормализации при определении защитного коэффициента различных типов барьеров и защитных метаструктур. Для использованных параметров воздействия (длительность 450 микросекунд, максимальная амплитуда 1000 Н) и

свойств среды, принятых равным типичным для грунта (Модуль Юнга, $E=10\text{МПа}$, коэффициент Пуассона $\nu=0.35$, плотность $\rho=2000\text{кг/м}^3$), полученные максимальные значения амплитуды перемещений и ускорений по двум направлениям представлены в таблице 3.2.

Таблица 3.2.

Максимальные значения амплитуд перемещений и ускорений в точке на расстоянии от места приложения нагрузки.

Максимальное значение ускорения по горизонтальной оси	72,3 м/с ²
Минимальное значение ускорения по горизонтальной оси	-43,9 м/с ²
Максимальное значение ускорения по вертикальной оси	110,7 м/с ²
Минимальное значение ускорения по вертикальной оси	-104,7 м/с ²
Максимальное значение перемещения по горизонтальной оси	4,70E-07 м
Минимальное значение перемещения по горизонтальной оси	-1,40E-07 м
Максимальное значение перемещения по вертикальной оси	1,20E-07 м
Минимальное значение перемещения по вертикальной оси	-7,50E-07 м

Далее будем использовать данные амплитуды для нормализации и определения коэффициента защиты для различных типов барьеров.

Кроме того, исследуем зависимость максимальной амплитуды возникающих перемещений и ускорений от расстояния от точки приложения нагрузки. Такие оценки возможно провести как аналитически, с использованием точного решения, так и с использованием разработанной численной конечноэлементной модели. На рисунке 3.9 представлена зависимость максимальной амплитуды возникающих горизонтальных перемещений в условиях решаемой задачи.

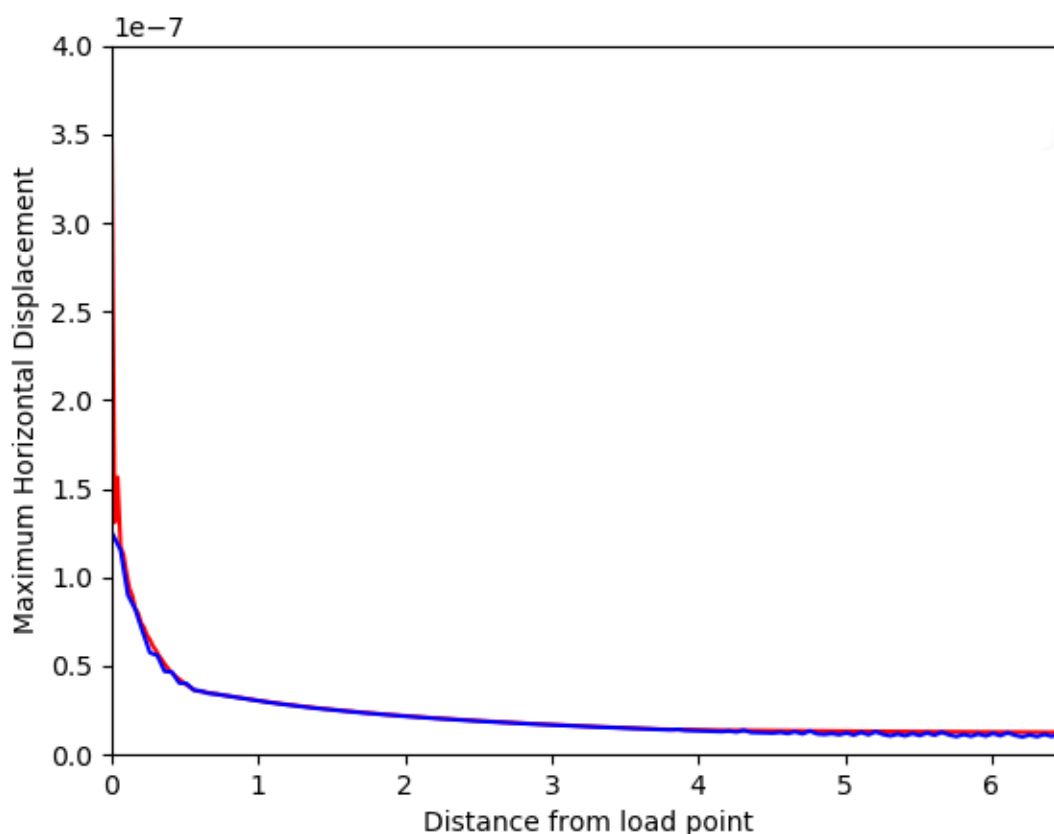


Рисунок 3.9.

Зависимость максимальной амплитуды возникающих на поверхности полуплоскости горизонтальных перемещений от расстояния от точки приложения нагрузки. Сравнение численного (красная линия) и точного аналитического решения (черная линия)

Как видно из данных, представленных на рисунке 3.9, численное решение хорошо повторяет точное аналитическое решение, что еще раз свидетельствует о применимости разработанной модели для анализа решаемого класса задач. Кроме того, полученные зависимости максимальных амплитуд перемещений и ускорений далее будут применяться для анализа так называемых «зон тени» - областей за защитными барьерами, в которых обеспечивается значительное уменьшение перемещений и

ускорений, вызванных набегающими волнами сейсмической природы. Линейный размер «зоны тени», обеспечиваемый тем или иным типом барьера, наряду с коэффициентом защиты является одной из важнейших характеристик защитного сейсмического барьера.

Также на основе анализа зависимостей максимальных амплитуд перемещений и ускорений от расстояния от точки приложения нагрузки, можно провести оценку размеров области вблизи точки приложения нагрузки, в которой важно влияние объемных волн.

3.2.11 Более жесткий и менее жесткий барьер

Далее аналогичная задача решалась для защитных сейсмических барьеров (рис. 3.6b), выполненных из гораздо более жесткого (1 случай - модуль Юнга больше в 10 раз, плотность больше в 5 раз. 2 случай - модуль Юнга больше в 100 раз, плотность больше в 50 раз.) и гораздо менее жесткого (1 случай - модуль Юнга меньше в 10 раз, плотность меньше в 5 раз. 2 случай - модуль Юнга меньше в 100 раз, плотность меньше в 50 раз.) материалов. Для случая 1 типичные коэффициенты защиты барьеров (отношение максимального значения перемещения/ускорения в случае отсутствия барьера к аналогичному значению при использовании барьера) для выбранного случая составляют 1.5-3.0 для ускорений и примерно столько же для перемещений. В случае 2 типичные

коэффициенты защиты барьеров для выбранного случая составляют 10-25 для ускорений и 1.5-3.0 для перемещений.

3.2.12 Барьеры с метаструктурами

Далее задача решалась для защитных сейсмических барьеров с интегрированными метаструктурами (рис. 3.6с). Были рассмотрены различные комбинации упругих свойств барьеров и метаструктур. Кроме того, исследовано влияние количества и размера компонентов метаструктур на обеспечиваемые коэффициенты защиты.

Как показали проведенные расчеты, в некоторых случаях использование метаструктур, интегрированных в защитный сейсмический барьер позволяет значительно увеличить коэффициент защиты. В частности, для некоторых случаев (напр., более мягкий (по отношению к среде) барьер с более жесткими (по отношению к среде) метаструктурами), коэффициенты снижения магнитуд могут достигать 30. Иными словами, при такой конфигурации нагрузки и защитного барьера, перемещения и ускорения в защищаемой области уменьшаются в 30 раз. В то же время, некоторые комбинации свойств барьера и защитных метаструктур не увеличивают коэффициент защиты по сравнению с барьером без метаструктур либо даже немного уменьшают его. Можно сделать вывод о том, что для конкретных случаев свойств материала среды, возможных свойств и размеров защитного барьера и метаструктур необходимо проводить дополнительный анализ с целью выявления наиболее эффективных

комбинаций защитного барьера для конкретного случая возможных воздействий сейсмической природы.

3.2.13 Выводы

Проведенными теоретическими и численными исследованиями установлено, что в рамках рассмотренных упругих моделей с помощью вертикальных сейсмических барьеров в виде метаструктур удастся значительно снизить магнитудные значения колебаний в защищаемой зоне по сравнению с моногенными барьерами прямоугольной формы, причем уровень снижения колебаний в зонах тени за барьером оказывается существенно большим.

Кроме того, проведенные исследования указывают на существенное увеличение протяженности зоны тени. Такие результаты открывают перспективы применения метаструктурных сейсмических барьеров для защиты протяженных объектов, например, мостов, акведуков, взлетных полос аэродромов, и т.п.

3.3 Моделирование движения высокоскоростного железнодорожного транспорта. Аккумуляция энергии в задаче о движущейся нагрузке

Кроме задач сейсмологии другой областью, для которой крайне важны решения динамических задач о распространении волн в средах со сложной геометрией, являются задачи высокоскоростного транспорта и, в частности, задача о движении высокоскоростного железнодорожного состава. Одна из основных проблем высокоскоростных железнодорожных перевозок связана с тем, что при высокой скорости движения состава, сопоставимой со скоростью распространения волн в грунте, на котором сооружена железнодорожная насыпь, энергия, передаваемая составом насыпи и грунту, не успевает покинуть область движения состава, в результате чего происходит аккумуляция энергии в зоне движущегося состава. Такого рода эффекты, связанные со значительной локальной концентрацией энергии, могут вести к существенному увеличению расчетных амплитуд перемещений и ускорений в насыпи что, в свою очередь, может вести к ускоренной деградации и даже внезапному существенному повреждению железнодорожного пути.

В работе на основе разработанной численной модели анализируется динамическая деформация железнодорожной насыпи и подлежащего грунта. Численное моделирование выполнено для геометрии железнодорожной насыпи, используемой в Российской Федерации. Условия нагружения соответствовали силам, создаваемым высокоскоростным поездом САПСАН (Siemens Velaro Rus) и французским составом TGV. Поскольку не было возможности

экспериментально измерить смещения и ускорения внутри балластного слоя, вызванные движением поезда SAPSAN, численная модель была проверена с использованием экспериментально измеренных смещений и ускорений, возникающих внутри железнодорожной насыпи при движении грузового состава, движущегося с несколькими разными скоростями (20-120 км/ч.). Проверенная таким образом модель использовалась для прогнозирования смещений и ускорений, вызываемых в балластном слое при движении высокоскоростного (50-315 км / ч) состава САПСАН.

В 2009 году новые высокоскоростные поезда САПСАН (Siemens Velaro Rus) были запущены для осуществления пассажирских грузоперевозок между Санкт-Петербургом и Москвой - крупнейшими городами России. В 2010 году высокоскоростное сообщение было продлено из Москвы в Нижний Новгород. Поезда курсируют по железнодорожным насыпям, изначально спроектированным и построенным для движения с гораздо меньшей скоростью (до 185 км/ч). При этом планируется строительство нового отдельного пути для использования только высокоскоростными составами. Представленное исследование было инициировано компанией «РЖД» с целью прогнозирования поведения существующей насыпи в условиях высокоскоростного движения с использованием составов САПСАН. Другой целью было предложить возможные модификации геометрии и материалов насыпи, чтобы сделать ее более пригодной для высокоскоростного движения (см., напр. Chrismer 1985).

Основная цель исследования заключалась в создании модели, позволяющей прогнозировать поведение насыпи при движении поезда САПСАН с различными скоростями. Результаты также сравнивались с результатами, полученными с использованием нагрузок, соответствующих движению французского поезда TGV. Поскольку вычислительные возможности достаточно ограничены, не было возможности выполнить динамическое трехмерное моделирование процесса. Чтобы преодолеть эту трудность, статическое трехмерное решение сравнивалось со статическим двумерным решением для поперечного сечения насыпи (Esweld 2001, Jacobsson 2005, Mohammadi and Karabalis 1995, Adam et al. 2000, Selig and Waters 1994). В результате была предложена процедура восстановления корректного трехмерного решения из двумерных расчетов в статических условиях. Предполагается, что ту же процедуру можно использовать для восстановления трехмерного решения из двумерной модели в динамической ситуации. Поскольку российские стандарты ограничивают максимальные смещения в насыпи, анализ был в основном сосредоточен на смещениях, возникающих в насыпи в результате нагрузки, вызванной движущимся поездом.

3.3.1 Статическое моделирование

Деформации насыпи в статических условиях (стоящий или медленно движущийся поезд) изучались в трехмерной (коммерческий конечноэлементный пакет ANSYS (ANSYS 2006) и в двумерной (коммерческий конечноэлементный пакет ABAQUS

(SIMULIA 2008) постановках. На рисунке 3.10 показана трехмерная модель в среде ANSYS. На рисунке 3.11 приведены расчетные квазистатические перемещения для нагрузки на колесо, равной 125 кН (12,5 тонн). На этом этапе все элементы насыпи моделируются как линейно-упругие материалы со свойствами, указанными в таблице 3.3.

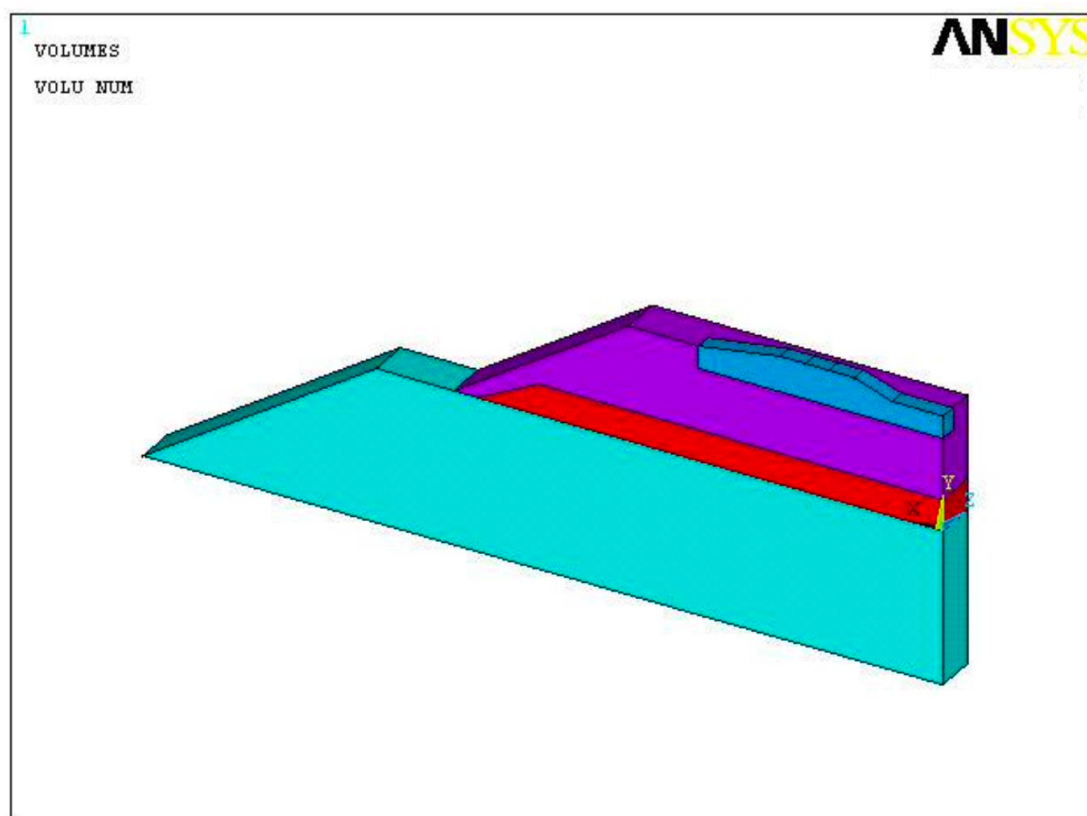


Рисунок 3.10.

Трехмерная конечноэлементная модель железнодорожной насыпи в среде ANSYS

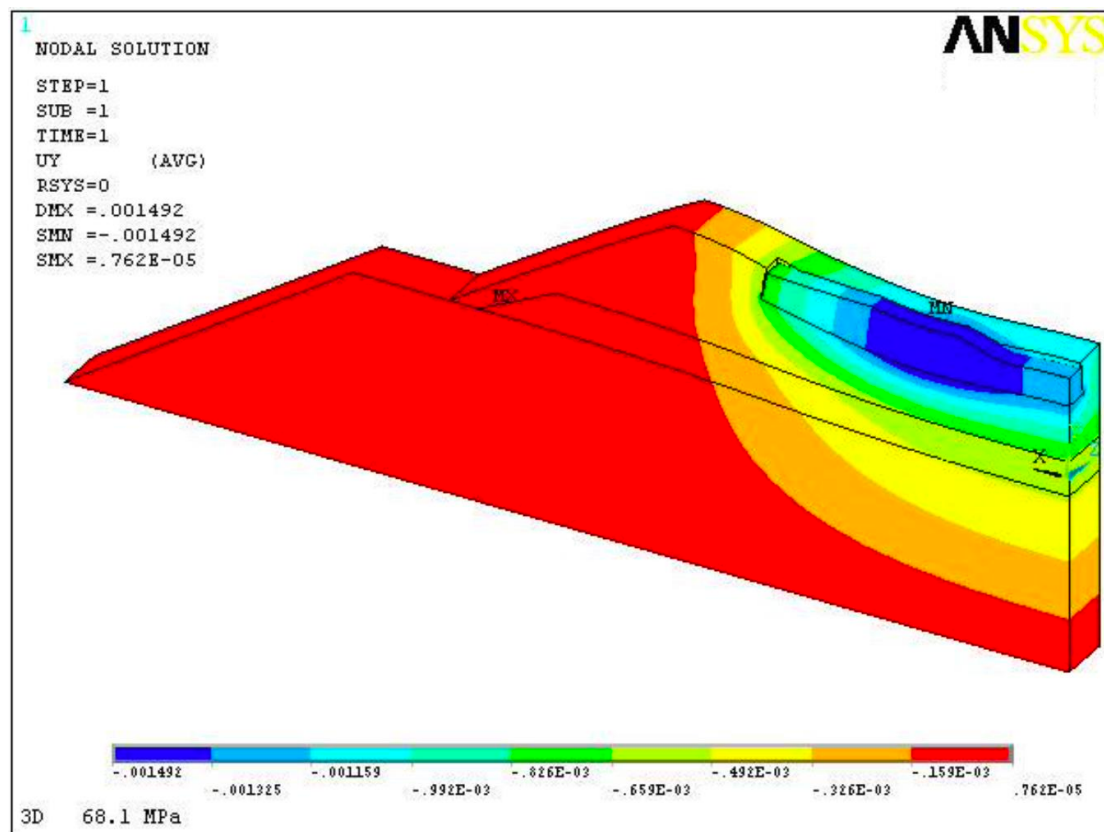


Рисунок 3.11.

Рассчитанные вертикальные перемещения для нагрузки на колесо, равной 125 кН (12,5 тонн).

	Шпала	Балласт	Суббалласт	Грунт
Модуль упругости, E, МПа	30000	168	180	289
Коэффициент Пуассона, ν	0.25	0.35	0.35	0.313
Плотность, ρ , кг/м ³	2400	2135	2135	1960

Таблица 3.3

*Свойства материалов, используемых для моделирования
компонентов насыпи*

Решение сравнивается с результатами статического двумерного моделирования поперечного сечения насыпи. Двумерное моделирование было выполнено с использованием ANSYS, после чего анализ был повторен с использованием пакета ABAQUS, который использовался для последующего динамического анализа.

Двумерная геометрия поперечного сечения насыпи представлена на рисунке 3.12.

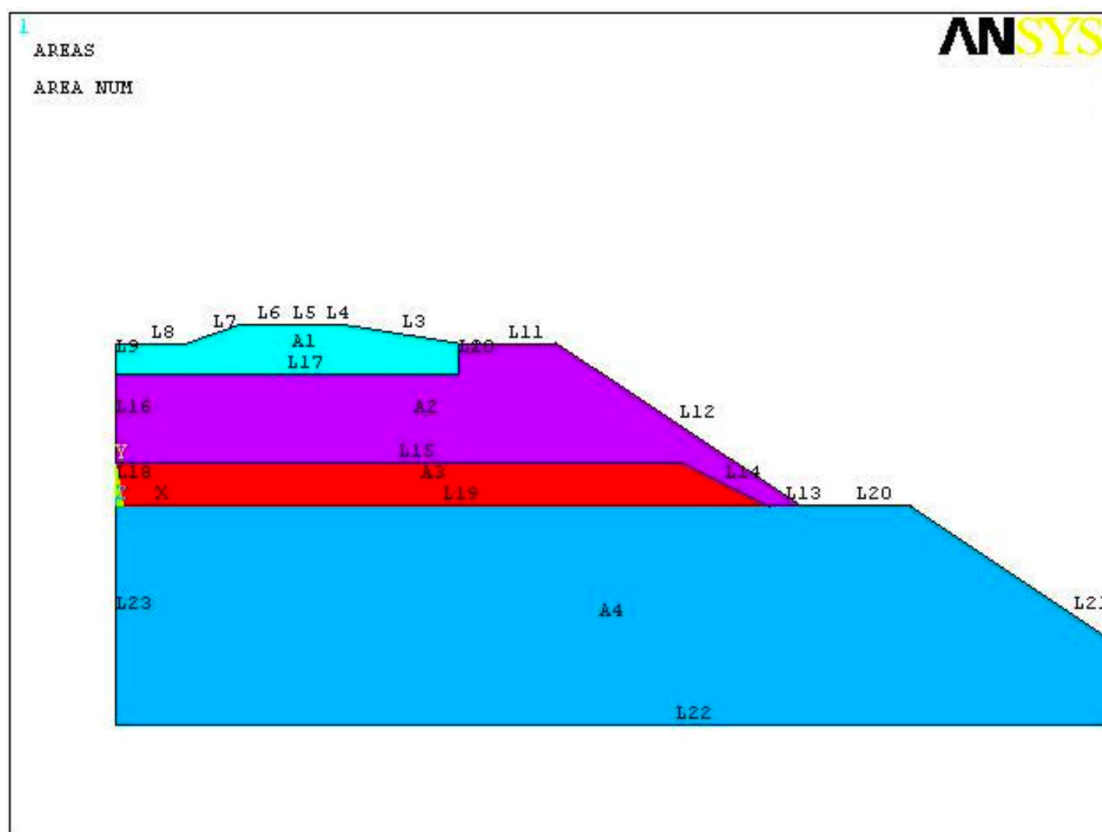
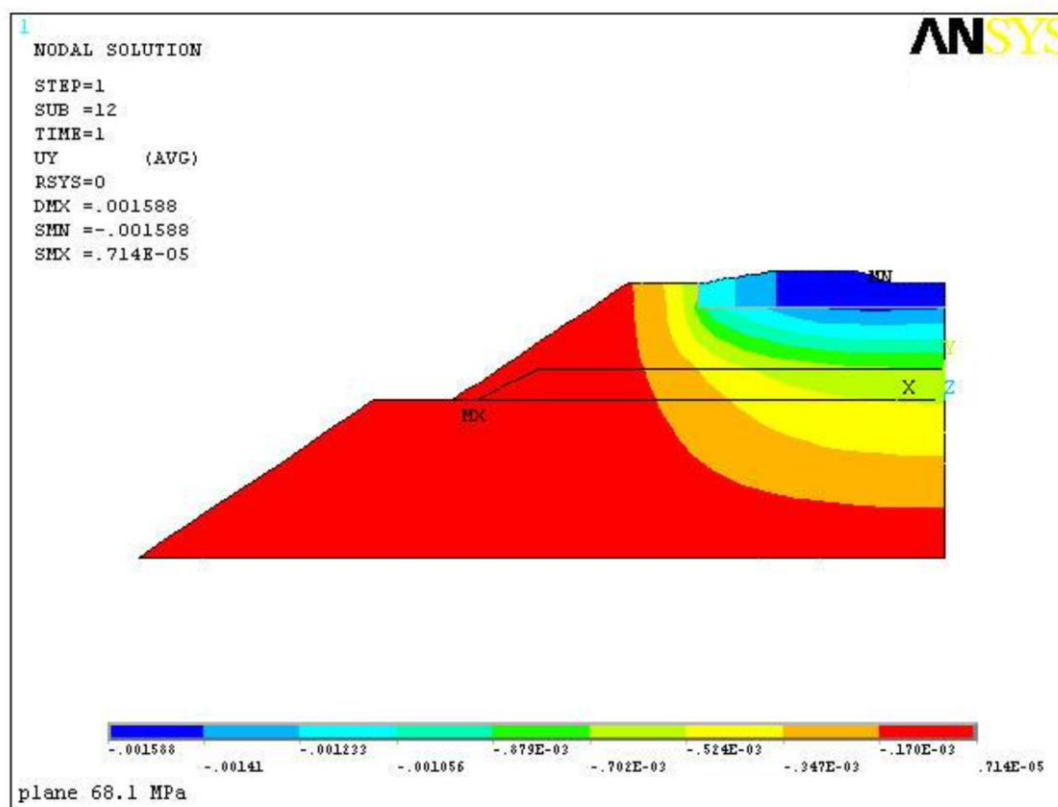


Рисунок 3.12.

Двумерная модель железнодорожной насыпи

Основная проблема, которую необходимо решить для замены полной трехмерной модели упрощенной двумерной моделью, состоит в соответствующей формулировке граничных условий для двумерной постановки. На первый взгляд может показаться, что осевая нагрузка (в нашем случае 125 кН) должна быть распределена по площади, заданной площадью контакта рельса (шириной 0,15 м) и шпалы (шириной 0,2 м). Результаты двумерного моделирования, полученные при таком предположении, сильно отличаются от результатов трехмерного моделирования. Простой анализ показывает, что нагрузка от оси поезда для двумерной формулировки должна распределяться на длину, равную расстоянию между

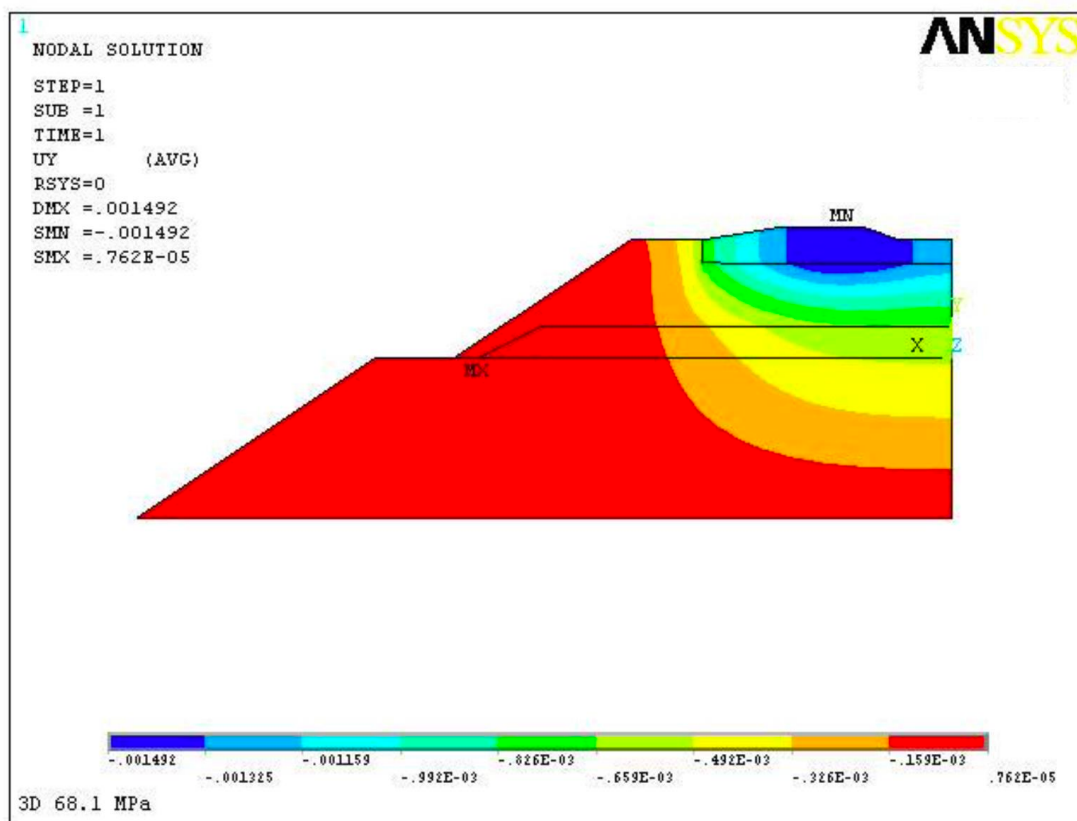
шпалами (0,54 м), а не ширине стяжки. Это дает уменьшение амплитуды нагрузки в 2,7 раза. На рисунке 3.13 сравниваются вертикальные перемещения для полной трехмерной и упрощенной двумерной постановок.



2D

Рисунок 3.13а.

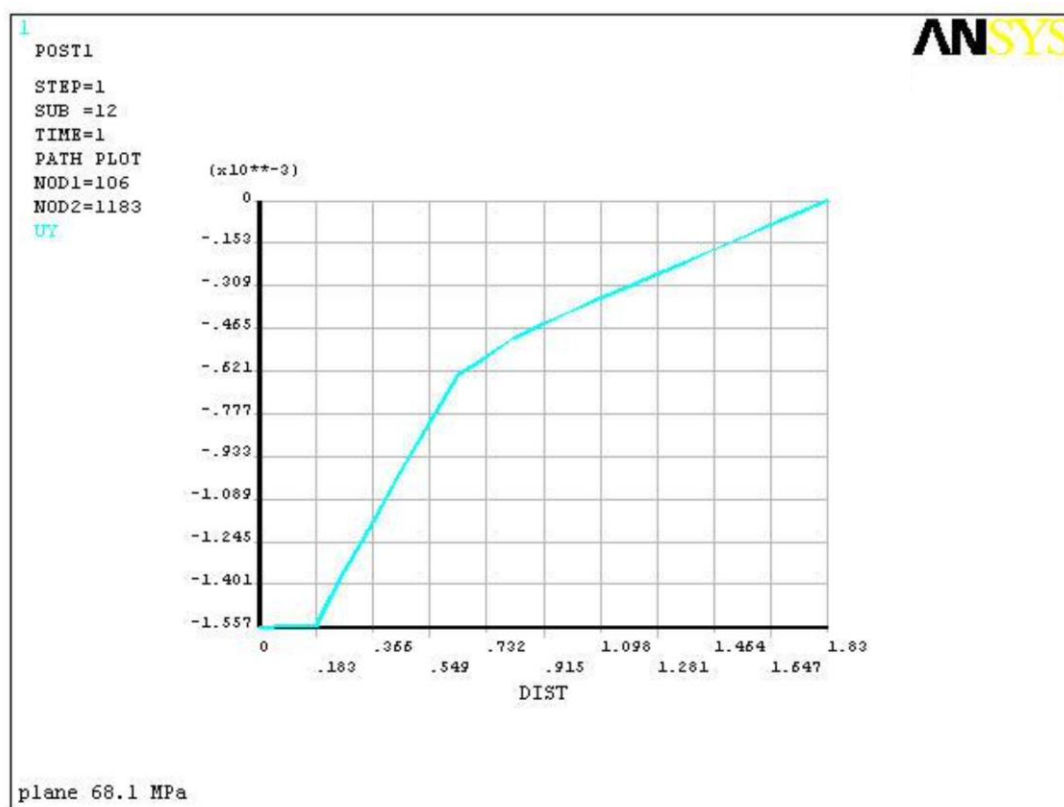
Вертикальные перемещения в насыпи – результаты двумерных расчетов.



3D

Рисунок 3.13b.

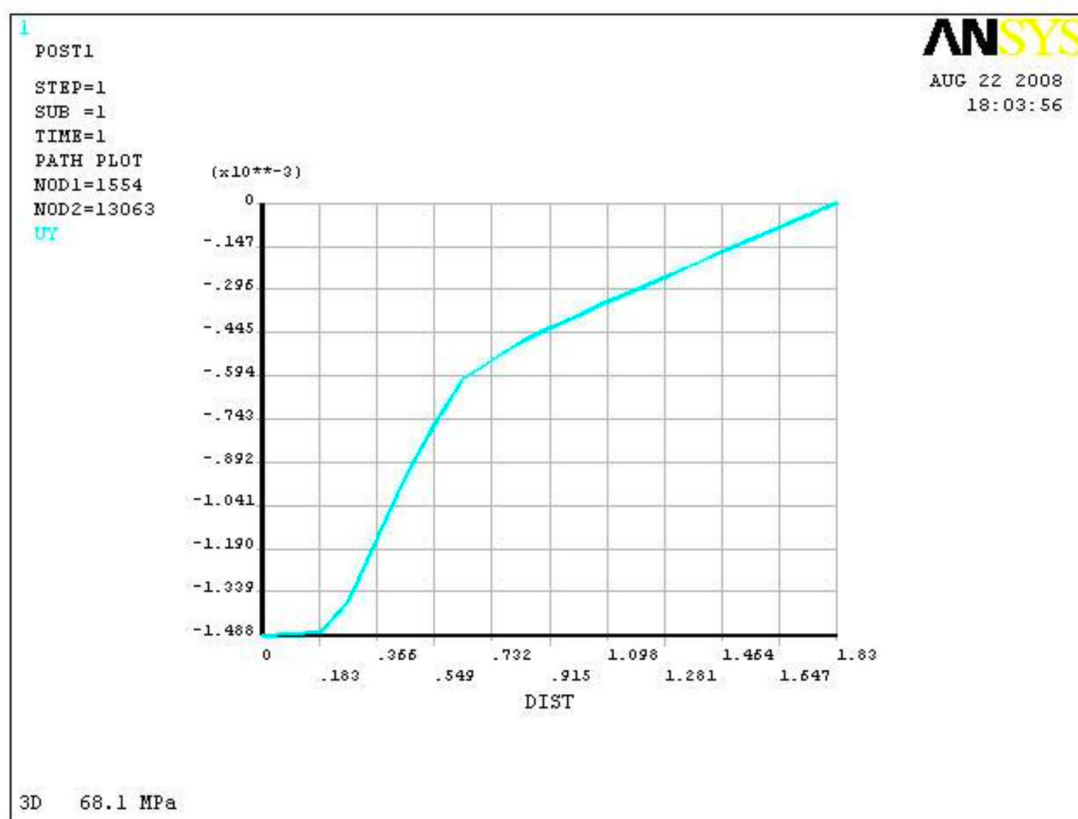
Вертикальные перемещения в насыпи – результаты трехмерных расчетов.



2D

Рисунок 3.13с.

Вертикальные перемещения в насыпи, построенные вдоль линии, соединяющей середину зоны контакта рельса со шпалой и нижнюю границу модели – результаты двумерных расчетов.



3D

Рисунок 3.13d.

Вертикальные перемещения в насыпи, построенные вдоль линии, соединяющей середину зоны контакта рельса со шпалой и нижнюю границу модели – результаты трехмерных расчетов.

Как свидетельствует рисунок 3.13, вертикальные смещения, возникающие в насыпи, подверженной квазистатическим нагрузкам, можно с хорошей точностью спрогнозировать с помощью упрощенной двумерной модели. Такая же двумерная модель была создана в среде ABAQUS. Результаты, полученные в среде ABAQUS, полностью совпадают с результатами ANSYS. Согласно предположению, для динамических задач результаты, полученные с

использованием упрощенной двумерной модели, также будут близки к решениям, которые могут быть получены при решении задачи в полной трехмерной постановке.

Двумерная модель в среде ABAQUS для железнодорожной насыпи была модифицирована с целью учета динамических эффектов, включая возможность приложения нагрузки, зависящей от времени и соответствующей движущемуся составу и учета распространения упругих волн внутри насыпи. Основная сложность связана с нижней частью моделируемой зоны (представляющей грунт под насыпью). На самом деле эта зона практически бесконечна, и волны, излучаемые в почву, не должны возвращаться в зону насыпи (не считая незначительных мелких отражений от включений). Из-за вычислительных сложностей невозможно смоделировать большую площадь и разместить границу на расстоянии, которое гарантирует, что волны, отраженные от этой границы, не вернуться в зону насыпи в течение времени расчета. Проблема была решена путем добавления «бесконечных» элементов, доступных в ABAQUS/Explicit, на нижнюю границу двумерной модели, представленной на рис. 3.12. Эти элементы (CINPE4) обеспечивают неотражающие граничные условия для границы, на которой они размещены. Модель была протестирована на реакцию после однократного удара о шпалу (соответствует прохождению одиночного колеса поезда по шпале), и было обнаружено, что элементы ABAQUS / Explicit CINPE4 в условиях решаемой задачи отражают менее 3% сигнала, приходящего на границу, на которой они размещены.

3.3.2 Исследование динамического отклика железнодорожной насыпи

Построенная модель была использована для исследования динамического отклика железнодорожной насыпи на движение высокоскоростного состава САПСАН с разными скоростями. Нагрузка, приложенная к разработанной двумерной модели, была задана как сила, изменяющаяся во времени, приложенная к шпале на линии, где происходит ее контакт с рельсом (Anderson and Fair 2008, Suiker 2002). График нагрузки во времени представлен на рисунке 3.14.

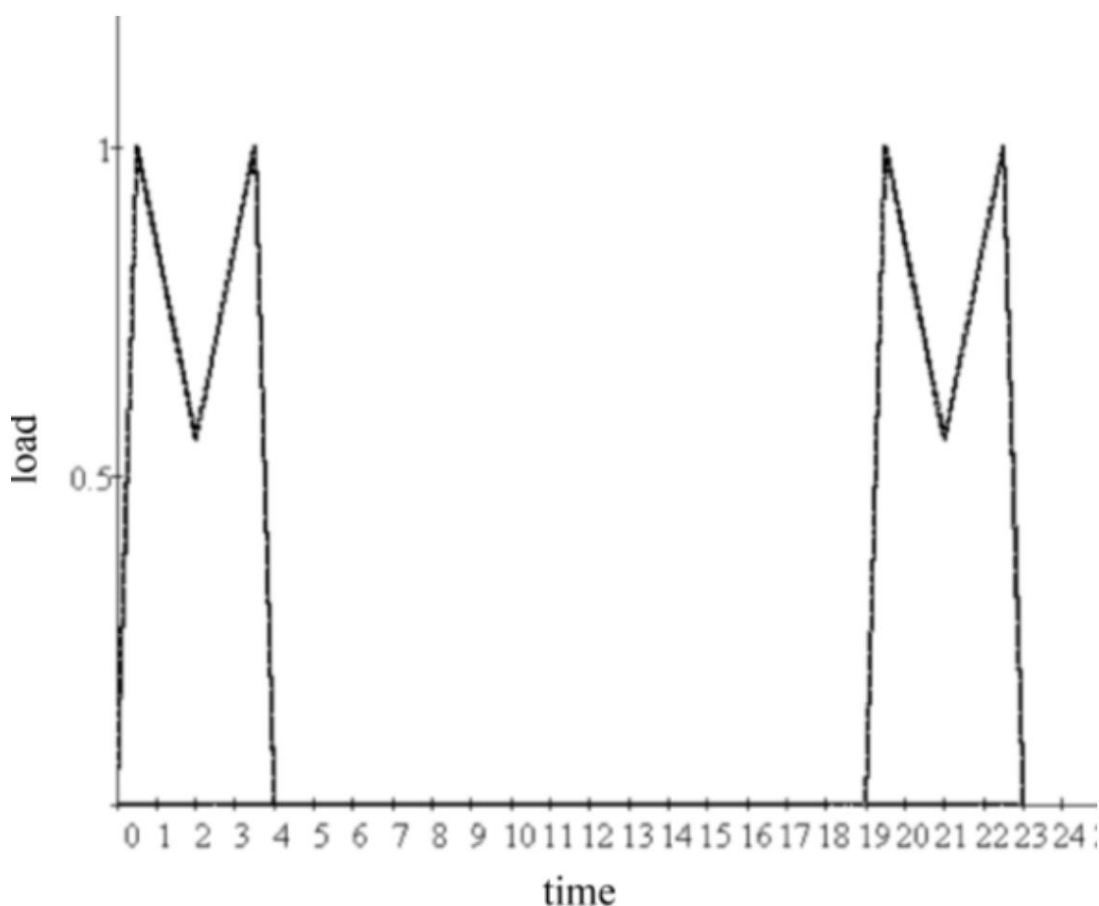


Рисунок 3.14а.

Временной профиль нагрузки для состава TGV

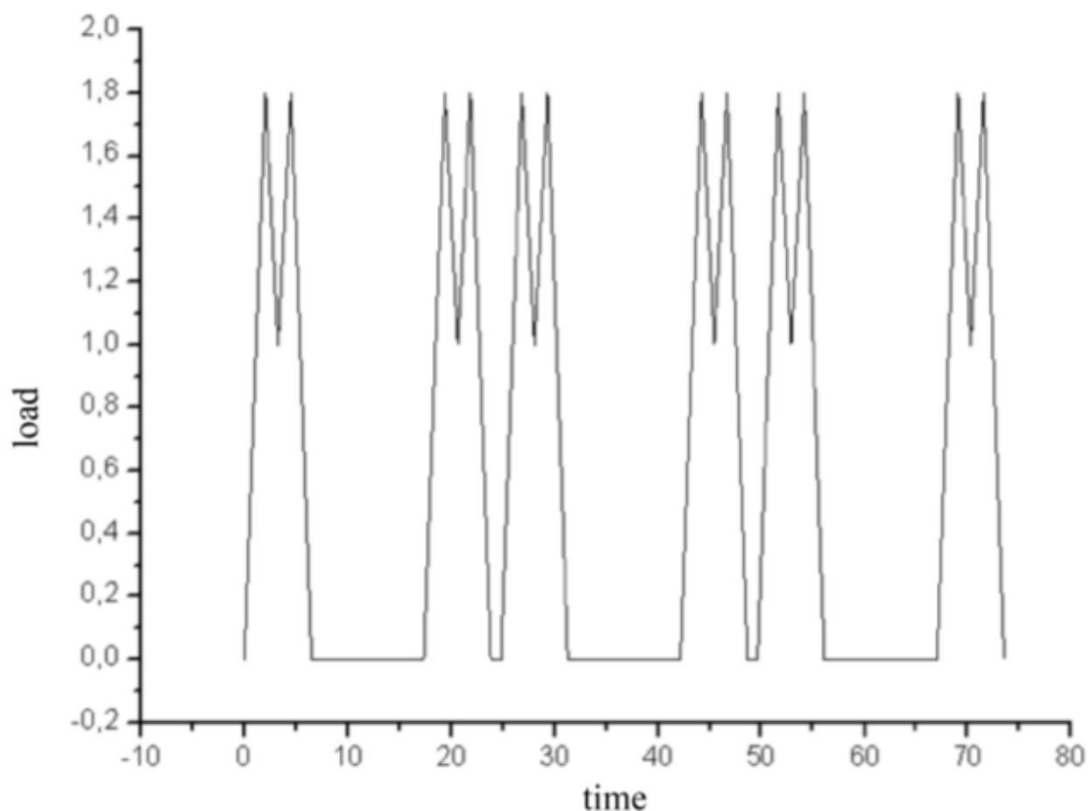


Рисунок 3.14b.

Временной профиль нагрузки для состава САПСАН

Время между соседними пиками в одном цикле нагрузки равно расстоянию между колесами в колесной паре поезда, деленному на скорость поезда. Амплитуда нагрузки выбирается из соответствия имеющимся экспериментальным данным. Известно, что амплитуда нагрузки также зависит от скорости поезда (Majka and Hartnet 2008, Gullers et al. 2008, Oscarsson and Dahlberg 1998, Lombaert et al 2006). Эту зависимость можно измерить (рисунок 3.15).

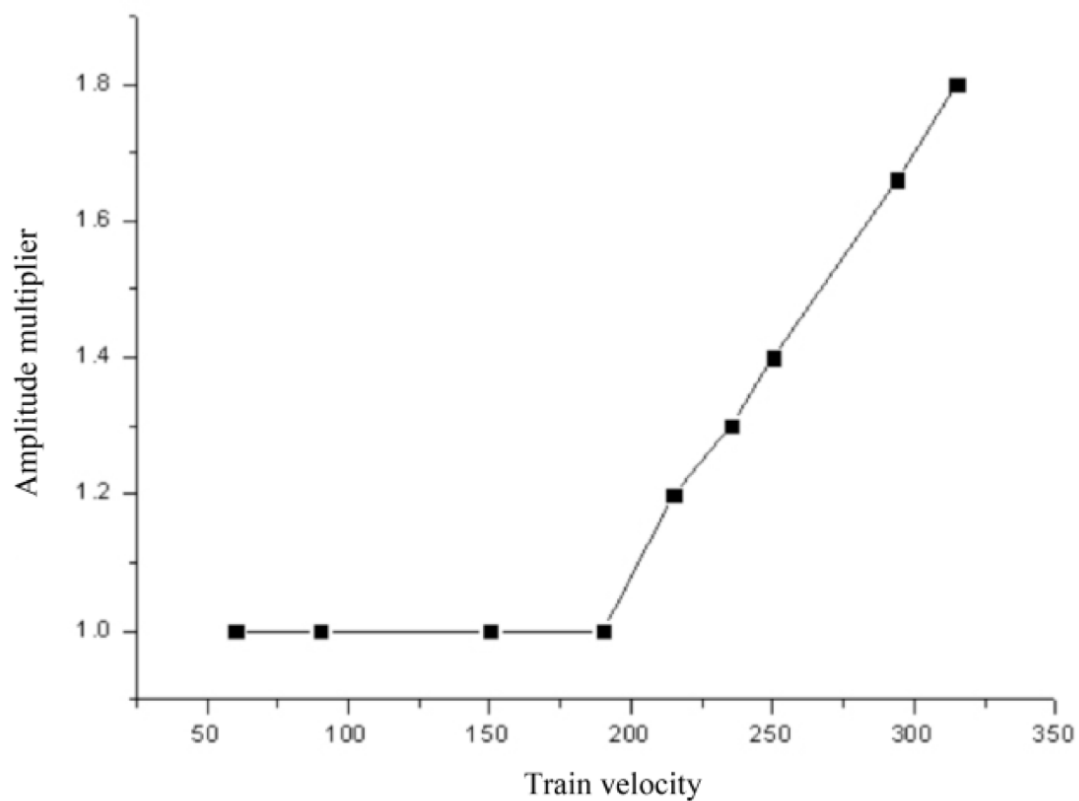


Рисунок 3.15.

Экспериментально измеренная зависимость амплитуды нагрузки от скорости состава (нормированная на статическую амплитуду)

Указанная зависимость для увеличения амплитуды нагрузки при увеличении скорости состава использовалась для всех последующих вычислений. На рис. 3.16 представлена история общего вертикального смещения в точке контакта между рельсом и шпалой для состава SAPSAN, движущегося с различными скоростями.

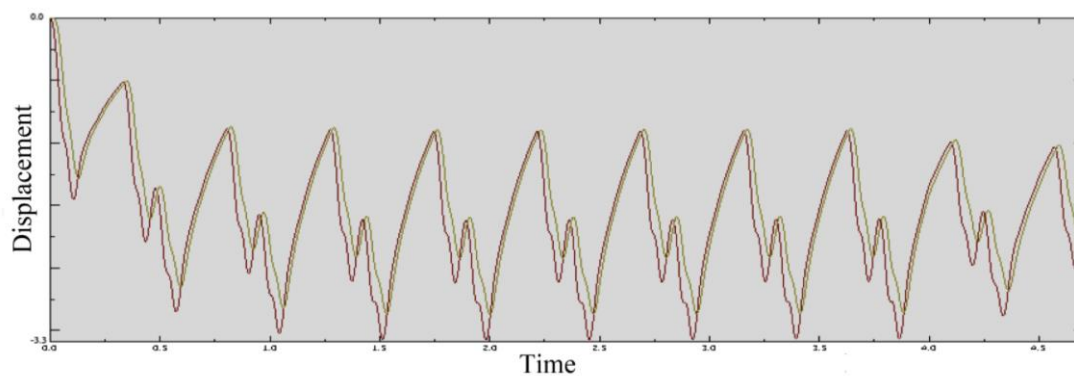


Рисунок 3.16а.

История общего вертикального смещения в точке контакта между рельсом и шпалой. Состав САПСАН, скорость движения 190 км/ч

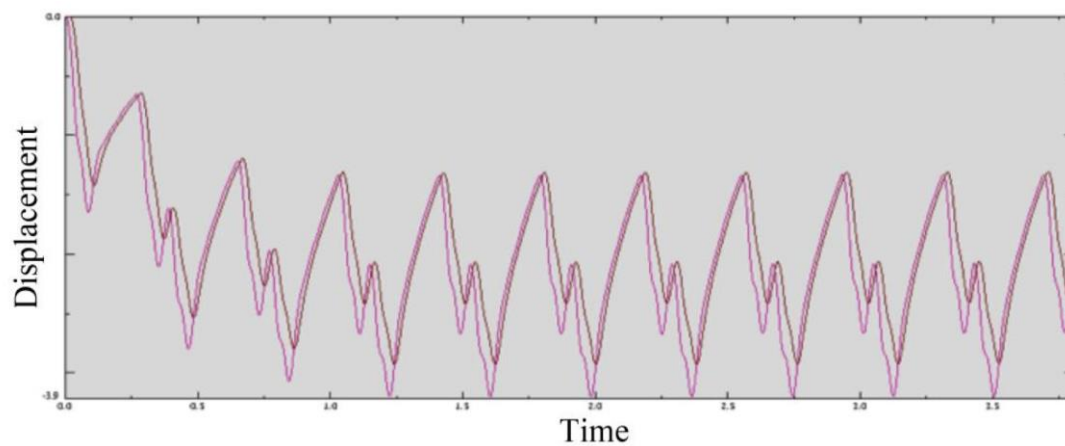


Рисунок 3.16б.

История общего вертикального смещения в точке контакта между рельсом и шпалой. Состав САПСАН, скорость движения 235 км/ч

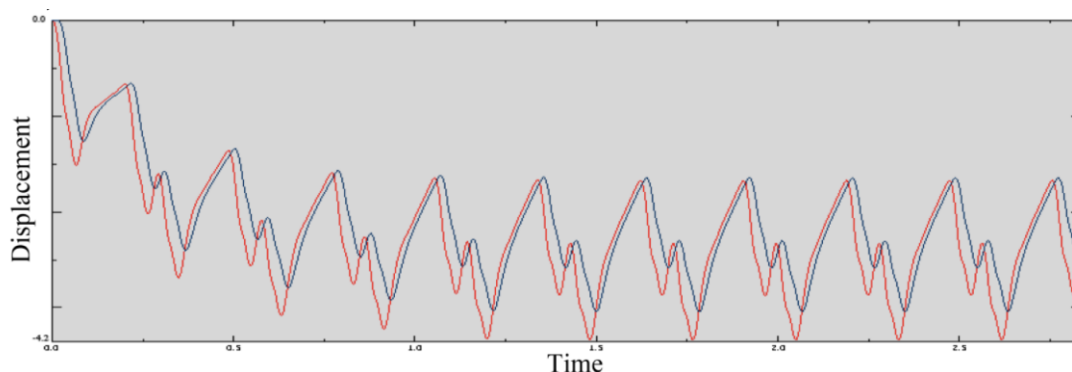


Рисунок 3.16с.

История общего вертикального смещения в точке контакта между рельсом и шпалой. Состав САПСАН, скорость движения 315 км/ч

Отметим, что периодичность на этом и следующих графиках связана с цикличностью прикладываемой нагрузки — каждый цикл соответствует прохождению одного вагона поезда.

Результаты проведенного моделирования позволяют более четко понять причины, ведущие к вертикальным смещениям точек верхнего строения пути (просадка) и дать им более точное определение. Показано, что общая (абсолютная) просадка складывается из двух составляющих — деформационной и поступательной частей:

$$\delta_{abs} = \delta_{def} + \delta_{avd} .$$

Для анализа прочностных и деформационных свойств верхнего строения пути представляет интерес лишь деформационная часть. Поступательная часть просадки — это движение земляного полотна и значительной области подстилающего грунта как единого целого. Деформационная часть осадки пути, приведенная на рисунке

3.17, а также на последующих графиках, получается как разница смещений на верхней (шпала) и нижней границе моделируемой области.

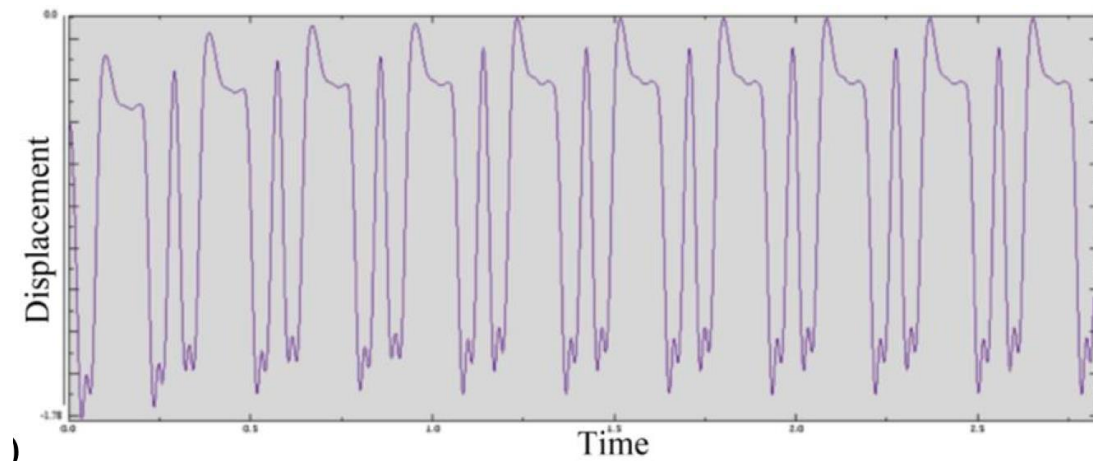


Рисунок 3.17а.

История деформационной части вертикального смещения в точке контакта между рельсом и шпалой. Состав САПСАН, скорость движения 315 км/ч. Материал балласта – гранит с модулем упругости 150 МПа.

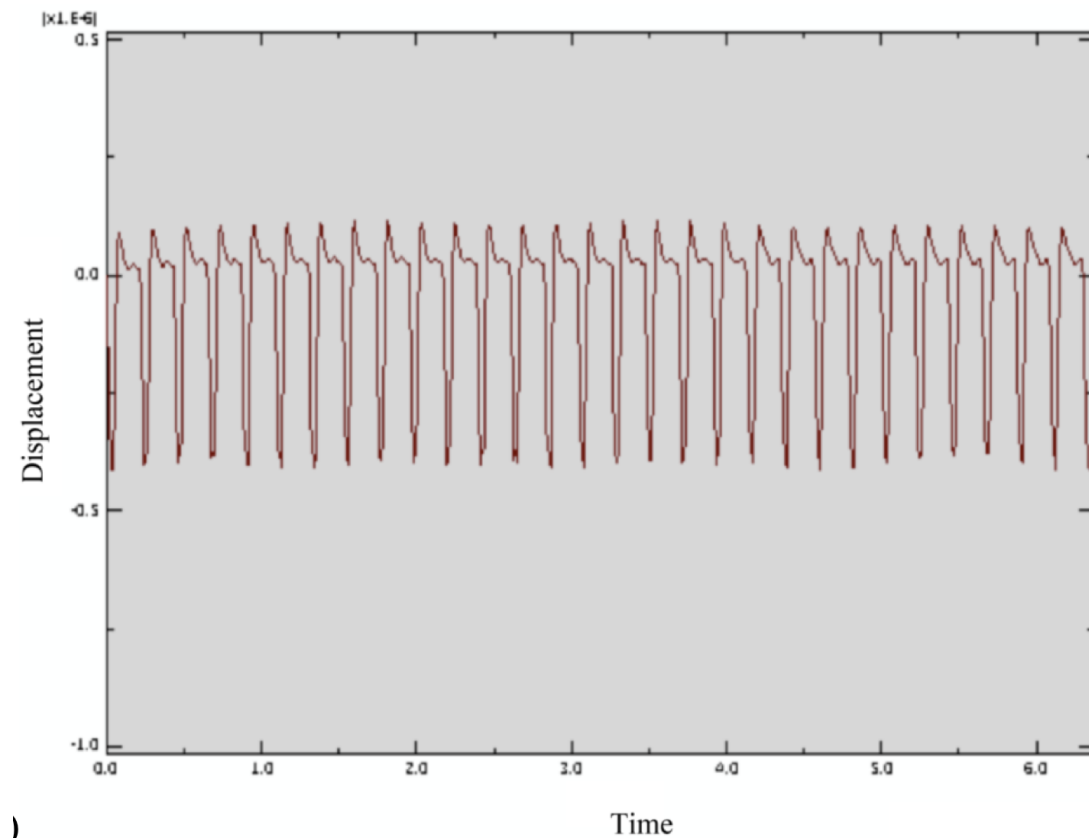


Рисунок 3.17b.

История деформационной части вертикального смещения в точке контакта между рельсом и шпалой. Состав TGV, скорость движения 315 км/ч. Материал балласта – гранит с модулем упругости 100 МПа.

Было обнаружено, что геометрия поезда TGV (для той же скорости поезда и аналогичной осевой нагрузки) обеспечивает меньшие смещения в насыпи по сравнению с геометрией поезда САПСАН. На рисунке 3.18 показано максимальное смещение, которое появляется в насыпи как функция скорости поезда.

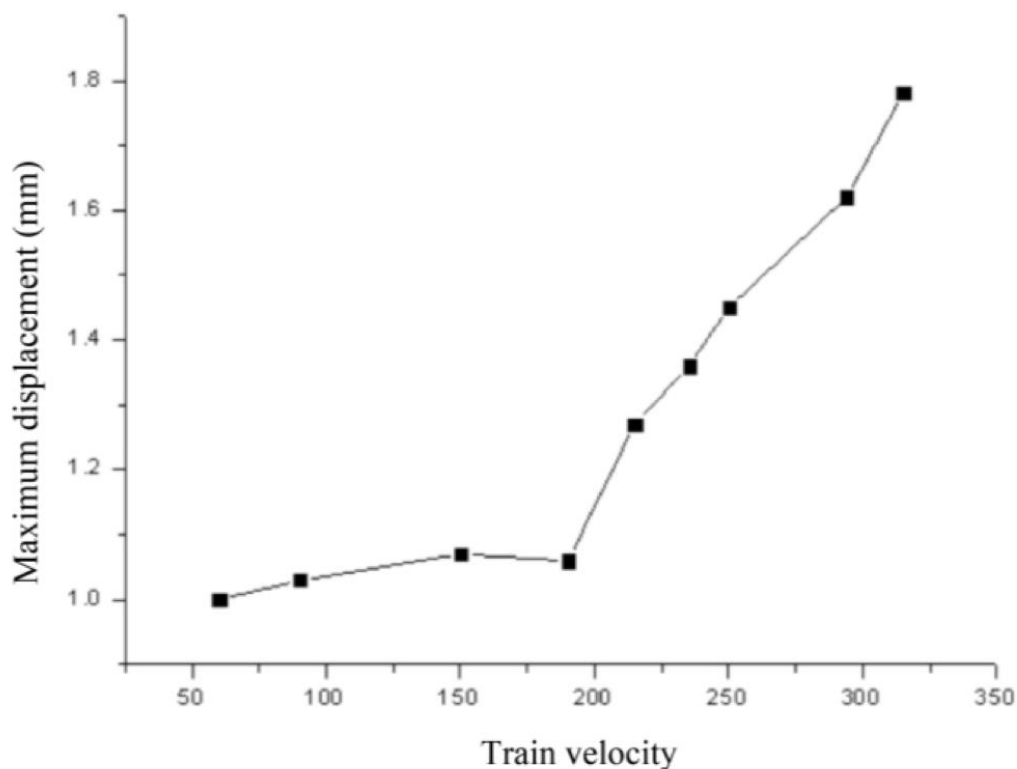


Рисунок 3.18.

Максимальное смещение, которое появляется в насыти как функция скорости поезда. Состав САПСАН.

Как видно из сравнения рисунков 3.15 и 3.18, скоростная зависимость максимальных просадок пути достаточно близко повторяет скоростную зависимость для коэффициента динамичности. В то же время между этими зависимостями есть и отличия. На рисунке 3.19 представлена скоростная зависимость просадок пути в том случае, если при расчетах не будет учитываться коэффициент динамичности. Фактически это и есть разница между скоростной зависимостью максимальных просадок и скоростной зависимостью коэффициента динамичности.

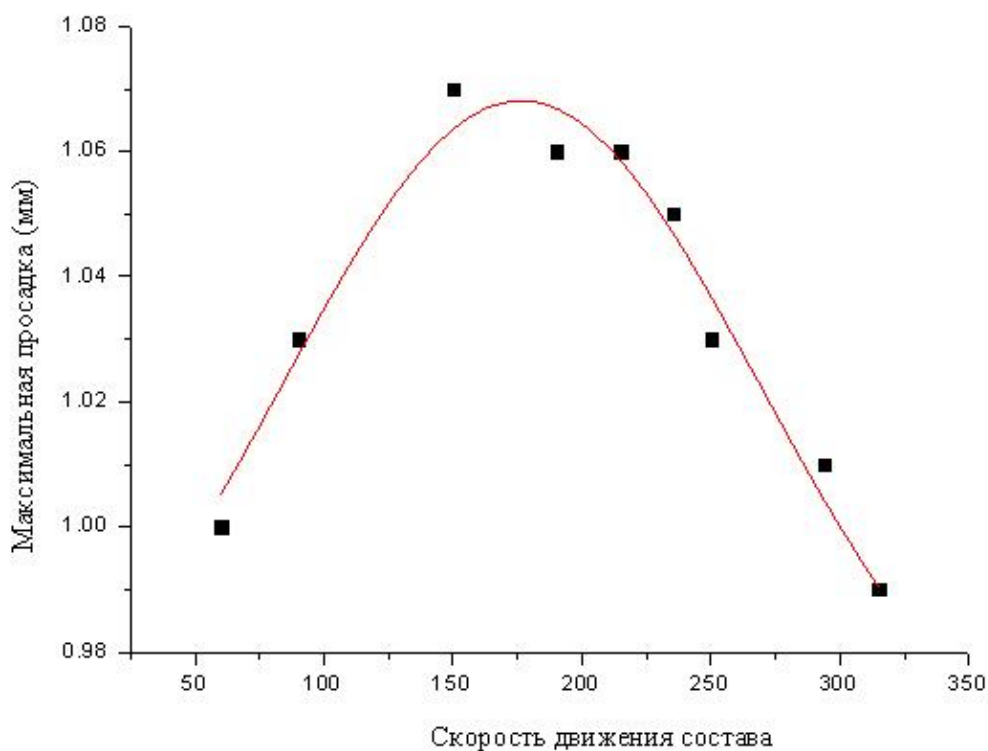


Рисунок 3.19.

Зависимость максимальной просадки от скорости движения (км/ч) состава САПСАН (без учета коэффициента динамичности)

Представленное на рисунке 3.19 поведение просадки является прямым следствием динамической постановки задачи (без учета роста амплитуды воздействия с ростом скорости состава). Данный график показывает, что в исследуемом диапазоне скоростей не наблюдается значительного роста просадок, обусловленных динамическими эффектами в поперечном сечении пути. Однако, это не означает, что такого рода эффекты не будут возникать при дальнейшем увеличении скоростей движения составов.

Также было изучено влияние свойств материала балласта на максимальные смещения. Полученная зависимость для одной из

геометрий поезда (состав САПСАН) и одной из скоростей поезда (315 км / ч) представлена на рисунке 3.20.

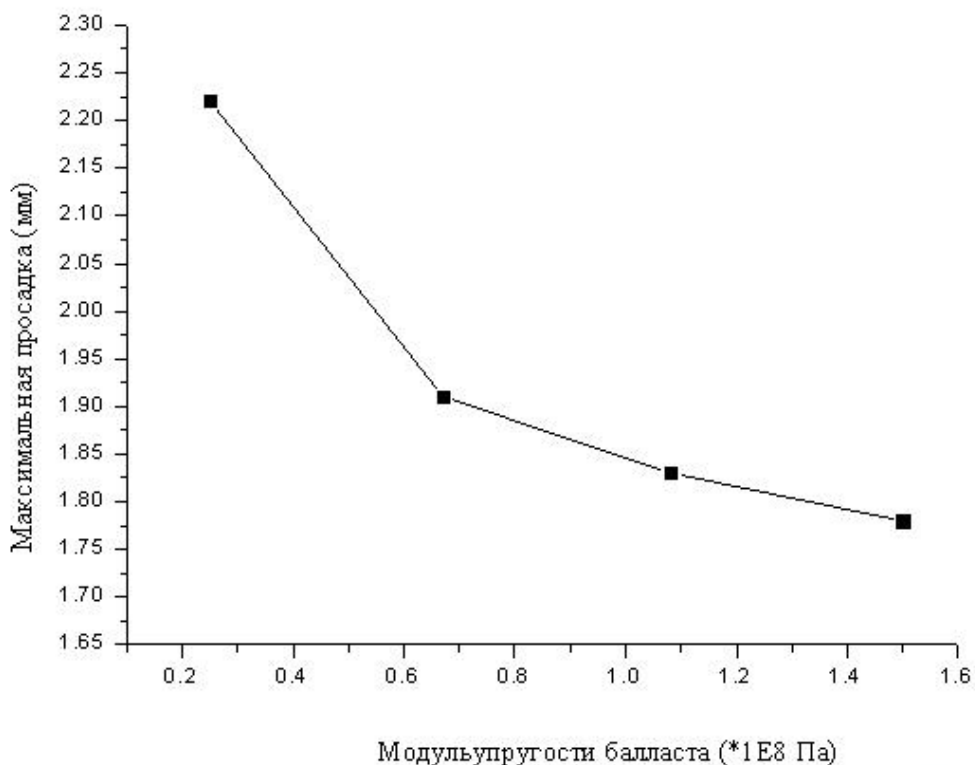


Рисунок 3.20.

Зависимость максимальной просадки от модуля упругости балласта. (Скорость движения состава САПСАН - 315 км/ч))

Для проверки применимости модели было проведено экспериментальное измерение ускорений в насыпи вследствие движения состава САПСАН. Измеренные данные для ускорений совпадают с результатами моделирования (см., напр., рисунок 3.21) как качественно, так и количественно.

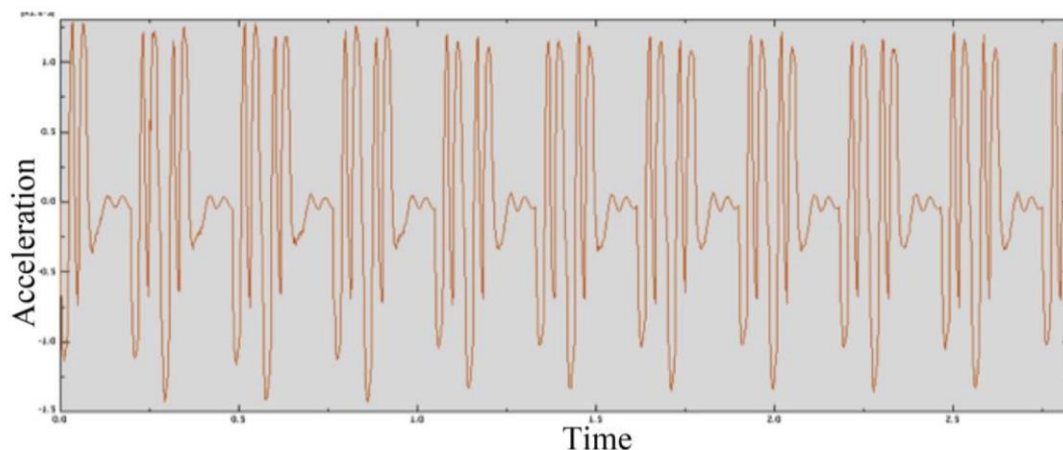


Рисунок 3.21.

Временная зависимость ускорений в балласте. (Скорость движения состава САПСАН - 315 км/ч))

3.3.3 Выводы

Построенная модель использовалась для прогнозирования перемещений и ускорений, вызываемых в балластном слое высокоскоростным (50-315 км / ч) поездом САПСАН. Были испытаны несколько различных материалов, которые могут быть использованы для изготовления балласта рельсового пути. Проведена оценка зависимости максимальных перемещений и ускорений, наблюдаемых в насыпи, от свойств материалов, используемых для формирования балластных слоев рельсового пути. Также исследовалась зависимость наблюдаемых на насыпи максимальных перемещений и ускорений от скорости движения поезда. В некоторых случаях перемещения могут превышать максимально возможные перемещения, ограниченные российскими стандартами безопасности железных дорог. Например, для 315 км / ч максимальное водоизмещение в 1,8 раза больше, чем для медленного (50–185 км / ч)

поезда. Максимальные смещения и ускорения железнодорожной насыпи, рассчитанные для поезда САПСАН, сравнивались с рассчитанными для геометрии поезда, соответствующей французскому высокоскоростному поезду TGV. Было обнаружено, что проезд поезда TGV вызывает меньшие смещения и ускорения в балластном слое по сравнению с поездом САПСАН (поезда, движущиеся с одинаковой скоростью и имеющие одинаковую осевую нагрузку).

Полученные результаты свидетельствуют об увеличении максимальных просадок насыпи при росте скорости движения поезда САПСАН. Таким образом, определяемые ГОСТом максимальные амплитуды перемещений могут превышать, что может приводить к разрушению пути. В некоторых случаях необходимо дополнительное исследование конкретных участков железнодорожных перегонов на соответствие предельных характеристик смещений существующим ГОСТам. При этом может потребоваться как изменение существующих ГОСТов для соответствия новым скоростным режимам, так и изменение геометрии и материалов балласта и типа грунта.

По результатам исследования показано, что до скоростей движения составов порядка 180-190 километров в час (при условии идеального состояния подвижного состава) возникающие просадки мало отличаются от статических, соответствующих данному составу, движущемуся с малыми скоростями. В тех же условиях при повышении скорости движения до 215 километров в час максимальные значения просадок увеличиваются на 27% по сравнению со статическими. При повышении скорости движения до

294 километров в час максимальные значения просадок увеличиваются на 62% по сравнению со статическими. Повышение скорости движения до 315 километров в час приводит к росту просадок на 78% по сравнению со статическими (то есть смещения практически удваиваются).

По результатам исследования важные выводы можно сделать и о причинах, ведущих к смещениям точек поперечного профиля пути (просадке), и дать ей более точное определение. Показано, что общая (абсолютная) просадка складывается из двух составляющих — деформационной и поступательной частей. При этом практический смысл при анализе прочностных и прочих свойств железнодорожной насыпи представляет деформационная часть. Поступательная часть просадки представляет собой движение насыпи и значительной области грунта, примыкающего к насыпи, как единого целого.

Важные выводы можно сделать из исследования влияния материала балласта на поведение железнодорожной насыпи. Показано, что изменение материала балласта может значительно (до 20-30%) влиять на величины возникающих просадок.

При этом с увеличением скорости движения составов влияние материала балласта увеличивается. Если в статическом случае изменение материала и гранулометрического состава не оказывает значительного влияния на максимальные просадки, то в случае движения составов с значительными (более 200 километров в час) скоростями замена материала или гранулометрического состава может оказать заметное влияние на поведение балластной призмы.

3.4 Заключение

В главе 3 представлены численные решения двух задач, связанных с динамикой распространения упругих волн в средах со сложной геометрией. Исследована задача о взаимодействии поверхностных волн сейсмической природы с защитными сооружениями с интегрированными метаструктурами. Изучены эффекты, оказываемые геометрией и материалами защитных барьеров и метаструктур на уменьшение амплитуд перемещений и ускорений в защищаемой области. Определены оптимальные конфигурации. Также исследована задача о движении высокоскоростного железнодорожного состава и распространении возмущения, вызванного его движением, в железнодорожной насыпи и грунте, на котором сооружена насыпь. Основной особенностью примененного метода является показанная возможность использования упрощенного двумерного варианта для анализа сложной трехмерной задачи. Данный подход позволяет моделировать особенности динамического волнового поля на основе анализа динамики плоских сечений. Особое внимание уделялось исследованию возможной аккумуляции энергии в данной задаче. Было обнаружено, что для исследуемого случая (состав САПСАН, движущийся со скоростями до 315 км/ч на стандартных насыпях, используемых в Российской Федерации и на грунтах, обычных для маршрута Санкт-Петербург – Москва) значительной аккумуляции энергии в зоне движения состава можно не ожидать. При этом произведена оценка влияния материалов балластной призмы на возникающие при движении

высокоскоростных составов перемещения и ускорения. Показано, что в определенных условиях замена материала балластной призмы на альтернативный, способна значительно уменьшить возникающие в балластной призме перемещения и удовлетворить требованиям государственных стандартов на организацию железнодорожного движения. Особенно важное значение различия в материале балласта начинают иметь для высоких (более 200 км/ч) скоростей движения состава.

Глава 4

Динамическое инициирование, распространение и остановка трещин в квазихрупких телах

4.1 Введение и обзор литературы

Первые исследования динамического распространения трещин относятся к первой половине XX века, когда были получены первые экспериментальные результаты о разрушении, которое вызвано интенсивными кратковременными приложенными нагрузками (Hopkinson 1901; Wallner 1938; Schardin and Struth 1939; Wells and Post 1958). В начале второй половины XX века появились первые аналитические решения для трещин, движущихся со скоростью, сопоставимой со скоростью волны Рэлея (Yoffe 1951; Broberg 1960; Atkinson and Eshelby 1968). Позже, в 1970-х и начале 1980-х годов, динамика разрушения стала особой областью интереса для экспериментаторов, и именно тогда основные эффекты, характеризующие разрушение при высоких скоростях нагружения, были обнаружены экспериментально (Bradley and Kobayashi 1970; Kobayashi et al. 1974; Dally 1979 ; Ravi-Chandar and Knauss 1984a, 1984b, 1984c, 1984d; Dally and Shukla 1980; Kalthoff 1986, Dally and Barker 1988; Rosakis and Zender 1985). Наряду с этим было

опубликовано большинство аналитических решений для задач динамического распространения трещин (Freund 1972a, 1972b, 1972c; Kostrov 1966; Kostrov and Nikitin 1970; Achenbach 1974; Willis, 1975; Freund 1990; Broberg 1989). 1980-е и начало 1990-х годов были временем формирования современных подходов в динамике распространения трещин.

В настоящее время существует два основных подхода к описанию динамического зарождения и распространения трещин. Первый подход, возникший из работ Бена Френда (Freund 1972a, 1972b, 1972c) и позднее развитый Аресом Розакесом (Rosakes and Zender 1985), основан на предположении о том, что критерий инициирования и распространения трещины может быть выражен как функция скорости изменения коэффициента интенсивности напряжений: $K^d < K_C^d (\dot{K}(t))$, где K^d - коэффициент интенсивности динамического напряжения, изменяющийся во времени, K_C^d - его критическое значение. Точка означает производную по времени. Этот подход позволяет описание некоторых из экспериментально наблюдаемых явлений динамического разрушения в основном в случае хорошо развитой пластичности (хотя все еще в рамках мелкомасштабной текучести). Ограничение этого подхода состоит в том, что, как показано во многих работах (напр., Owen et al. 1998), K_C^d , используемый в предлагаемом критерии, не только зависит от скорости нагружения и свойств разрушаемого материала, но также является функцией экспериментальной геометрии и условий приложения загрузки. Это означает, что экспериментально измеренные значения K_C^d не могут рассматриваться как свойство материала и не могут использоваться непосредственно для

моделирования экспериментов с другими геометриями и условиями нагружения.

Кроме того, из анализа многочисленных экспериментальных результатов (напр., Kalthoff and Shockey 1977, Ravi-Chandar and Knauss 1984a), становится очевидным (Morozov and Petrov 2000), что описание и предсказание динамики разрушения невозможно на основе стандартных подходов линейной механики разрушения. Оказывается, что в случае динамических быстроменяющихся полей механических напряжений трещины в большинстве случаев инициируются, распространяются и останавливаются при значениях коэффициента интенсивности напряжений в вершине трещины, значительно отличающегося от значения критического коэффициента интенсивности напряжений, характерного для квазистатических условий (Bratov et al. 2009). При этом зачастую имеет место неустойчивость критических прочностных характеристик материала — в одном и том же материале, в зависимости от условий эксперимента, трещина может стартовать, распространяться и останавливаться при кардинально отличающихся значениях коэффициента интенсивности напряжений в вершине трещины (Petrov et al. 2003).

Ряд авторов демонстрируют, что, в зависимости от условий эксперимента, в одном и том же материале, трещина может инициироваться как при значениях коэффициента интенсивности напряжений (КИН), значительно превышающих критическое значение коэффициента интенсивности, характерного для квазистатических условий, так и при значениях КИН, значительно меньших квазистатического предела (Petrov 2004). При этом

зачастую трещины инициируются в момент, когда КИН уменьшается – скорость изменения КИН отрицательна (Petrov et al. 2003). Исходя из вышесказанного, понятно, что попытки построения критерия разрушения на основе текущего значения КИН, вводя скоростные зависимости не могут соответствовать наблюдаемым эффектам.

Второй известный подход в динамике разрушения уже представлялся и использовался в данной работе. В главе 2 был введен критерий инициирования разрушения на основе понятия инкубационного времени квазихрупкого разрушения, предложенный Ю.В. Петровым и Н.Ф. Морозовым (Petrov and Morozov 1994 и Morozov and Petrov 2000). Также в главе 2 обсуждались возможности и способы применения данного критерия для предсказания распространения и остановки разрушения в квазихрупких материалах. В этой главе будут продемонстрированы примеры применения критерия Петрова-Морозова для моделирования реальных процессов динамики разрушения.

В большом ряде работ показано (напр., Petrov et al. 2003, Morozov and Petrov 2000, Petrov and Sitnikova 2005, Petrov 2004), что, применяя критерий инкубационного времени хрупкого разрушения Петрова-Морозова, возможно предсказывать все наблюдаемое разнообразие эффектов, связанных с инициированием динамических трещин в квазихрупких материалах.

Еще раз напомним об основных принципах подхода инкубационного времени в динамике хрупкого разрушения: разрушение в точке x в момент времени t возможно в случае, когда

$$\frac{1}{\tau} \int_{x-d}^x \frac{1}{d} \int_{t-\tau}^t \sigma(x', t') dx' dt' \geq \sigma_c, \quad (4.1)$$

где τ - микроструктурное время процесса разрушения (или инкубационное время хрупкого разрушения) - параметр, характеризующий реакцию материала на приложенные динамические нагрузки (т. е. τ является постоянным для данного материала и не зависит от геометрии задачи, способа приложения нагрузки, формы импульса нагрузки или его амплитуды). d - характерный размер зоны процесса разрушения, постоянный для данного материала и выбранного масштаба. σ - нормальное напряжение в точке, изменяющееся во времени, а σ_c - его критическое значение (предельное напряжение или критическое растягивающее напряжение, измеренное в квазистатических условиях).

Полагая:

$$d = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (4.2)$$

где K_{IC} – критический коэффициент интенсивности напряжений для трещин, нагружаемых по моде I, можно показать, что в рамках линейной механики разрушения (4.1) в случае трещин, нагружаемых по моде I, становится эквивалентно:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t K_I(t') dt' \geq K_{IC}. \quad (4.3)$$

Условие (4.2) возникает из требования соответствия критерия (2.3) классическому условию критического коэффициента интенсивности напряжений ($K_I \leq K_{IC}$), в случае статики ($t \rightarrow \infty$).

В различных работах показано, что применение подхода инкубационного времени хрупкого разрушения позволяет предсказывать все разнообразие экспериментально наблюдаемых эффектов, связанных с динамикой хрупкого разрушения. Речь идет об эффекте задержки разрушения, о динамическом разрушении, вызванном квазистатической и динамической нагрузкой, об эффекте неустойчивости прочностных характеристик в динамике и т. д. Автором данной работы совместно с Ю.В. Петровым впервые было показано, что критерий на основе понятия инкубационного времени хрупкого разрушения может успешно применяться для моделирования и предсказания распространения и остановки трещин в динамических волновых нестационарных условиях.

Далее в главе представлены несколько различных результатов, связанных с моделированием эволюции разрушения при помощи численных методов на основе метода конечных элементов с внедренным критерием разрушения на основе понятия инкубационного времени процесса хрупкого разрушения.

4.2 Динамическое распространение и остановка трещин под действием высокоинтенсивной динамической ударной нагрузки

Используя описанной выше подход к решению задачи линейной теории упругости, получаемому с использованием конечноэлементного пакета ANSYS, моделируются классические для динамики разрушения эксперименты Рави-Чандара и Кнаусса по динамическому распространению трещин в Гомалите-100 (Ravi-Chandar and Knauss 1984a). В этих опытах пластинка с разрезом, моделирующим трещину, нагружалась интенсивным кратковременным импульсом давления, приложенным по берегам разреза. Временная форма прикладываемой нагрузки описывается двумя следующими последовательно трапецеидальными импульсами (рисунок 4.1). При использовании данной экспериментальной схемы наблюдается инициализация, распространение, остановка и последующая реинициализация трещины. В экспериментах снималась временная зависимость приращения длины трещины. Как будет показано далее, получаемые конечноэлементным моделированием зависимости длины трещины от времени в условиях проводимых Рави-Чандаром и Кнауссом опытов хорошо совпадают с экспериментально наблюдаемыми. Результаты данной работы позволяют говорить о применимости критерия, основанного на понятии инкубационного времени, для описания распространения и остановки динамически нагружаемых трещин.

4.2.1 Классические эксперименты Рави-Чандара и Кнаусса

Для проверки применимости критерия инкубационного времени хрупкого разрушения для описания динамики

распространения трещин было проведено моделирование условий классических для динамики разрушения экспериментов Рави-Чандара и Кнаусса (Ravi-Chandar and Knauss 1984a). В этих экспериментах прямоугольный образец с разрезом нагружался по берегам разреза динамическим импульсом воздействия, равномерно распределенным по длине трещины (рисунок 4.1). Временная зависимость давления хорошо приближается двумя последовательно следующими трапециями (рисунок 4.2).

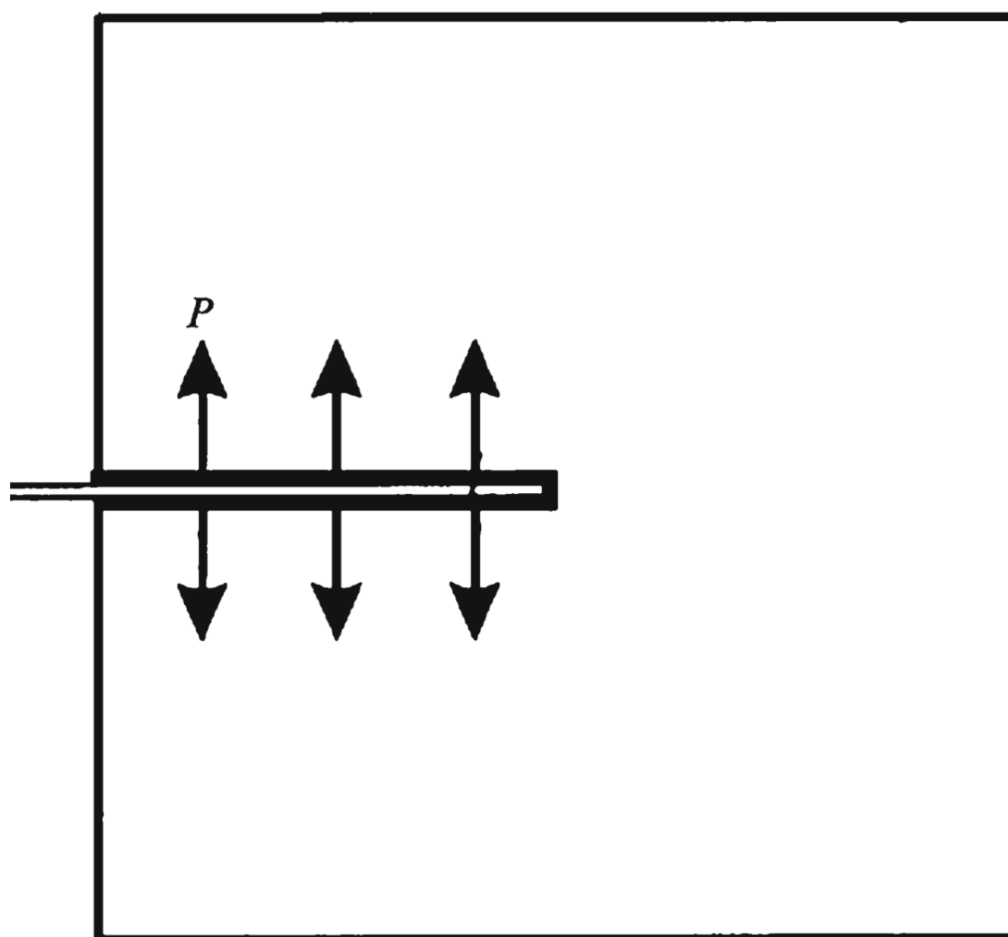


Рисунок 4.1

Экспериментальная схема, используемая Рави-Чандаром и Кнауссом (Ravi-Chandar and Knauss (1984a))

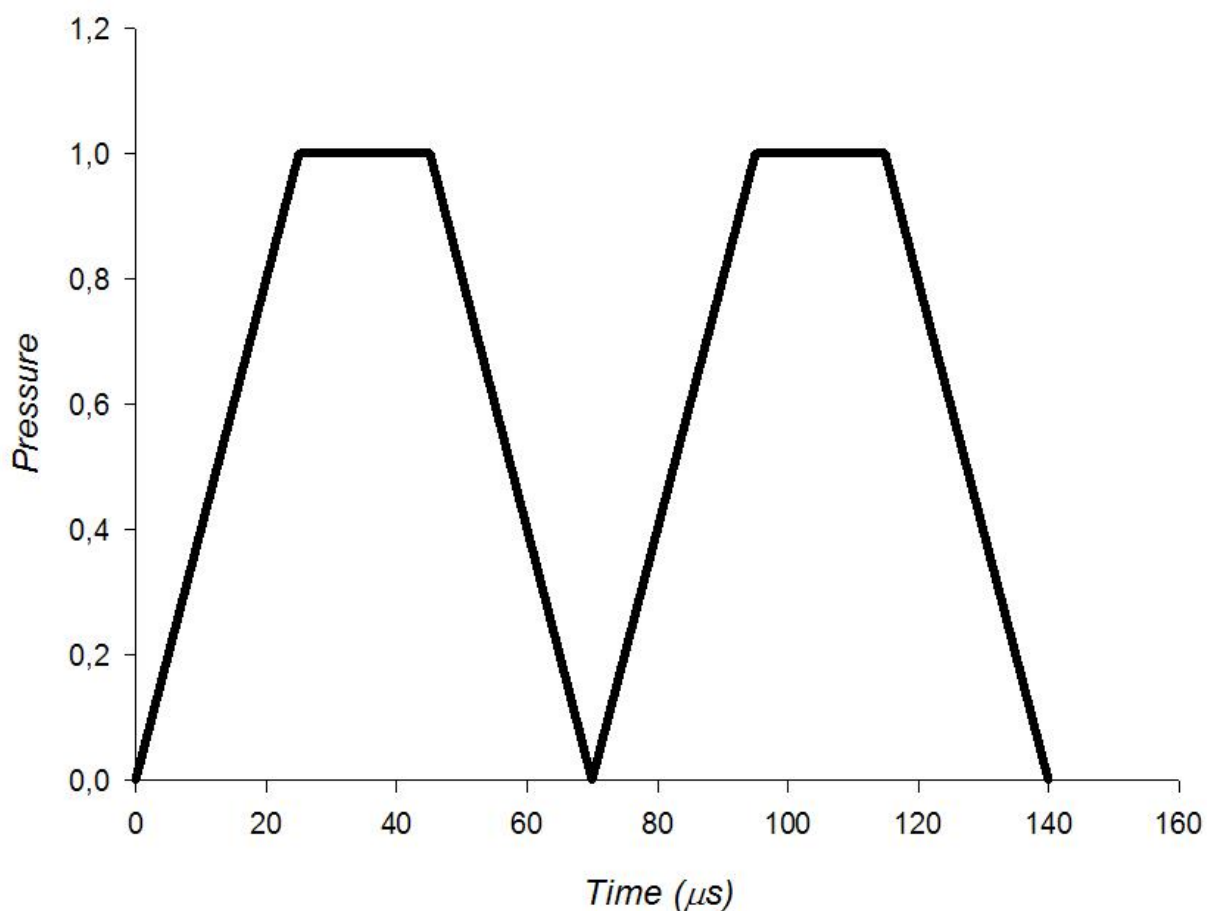


Рисунок 4.2

Временная форма давления, прикладываемого по берегам разреза

Поведение системы описывается соотношениями линейной теории упругости:

$$\rho \mathbf{u}_{i,tt} = (\lambda + \mu) \mathbf{u}_{j,ji} + \mu \mathbf{u}_{i,jj}, \quad (4.4)$$

где запятая (",") означает частную производную по соответствующей временной или пространственной координате. ρ - массовая плотность, индексы i и j принимают значения 1 и 2. Перемещения

заданы u_i в направлении x_i . t обозначает время, λ и μ - константы Ламе. Напряжения связаны с деформациями законом Гука:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} u_{k,k} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (4.5)$$

где σ_{ij} - напряжения в направлении ij , δ_{ij} - дельта функция Кронекера. В момент времени $t = 0$ образец свободен от напряжений и скорости всех точек нулевые:

$$\sigma_{ij} \Big|_{t=0} = u_{,t} \Big|_{t=0} = 0. \quad (4.6)$$

Условия на разрезе:

$$\sigma_{21} \Big|_{x_1 < 0, x_2 = 0} = 0. \quad (4.7)$$

Воздействие на образец задано нормальным давлением на разрезе:

$$\sigma_{22} \Big|_{x_1 < 0, x_2 = 0} = Af(t). \quad (4.8)$$

Временная зависимость $f(t)$ задается на рисунке 4.2, A – амплитуда прикладываемой нагрузки. Нагрузка создавалась электромагнитным способом при помощи магнитно-импульсной экспериментальной установки. Авторами создавался интенсивный электрический разряд, пропускаемый через плоский проводник, расположенный в трещине

(рис. 4.1). Создаваемый электрический разряд вызывает отталкивание между частями проводника, в которых ток течет в противоположных направлениях, что, в свою очередь, создает равномерный по поверхности трещины импульс давления. Форма и амплитуда импульса давления полностью определяются электрическим током в проводнике, который можно легко измерить в ходе эксперимента. На рисунках 4.3а и 4.3б представлены некоторые результаты, полученные Рави-Чандаром и Кнауссом. На рисунке 4.3а представлена история коэффициента интенсивности напряжений в вершине трещины для четырех проведенных экспериментов. На рисунке 4.3б приведены истории распространения трещин для тех же экспериментов.

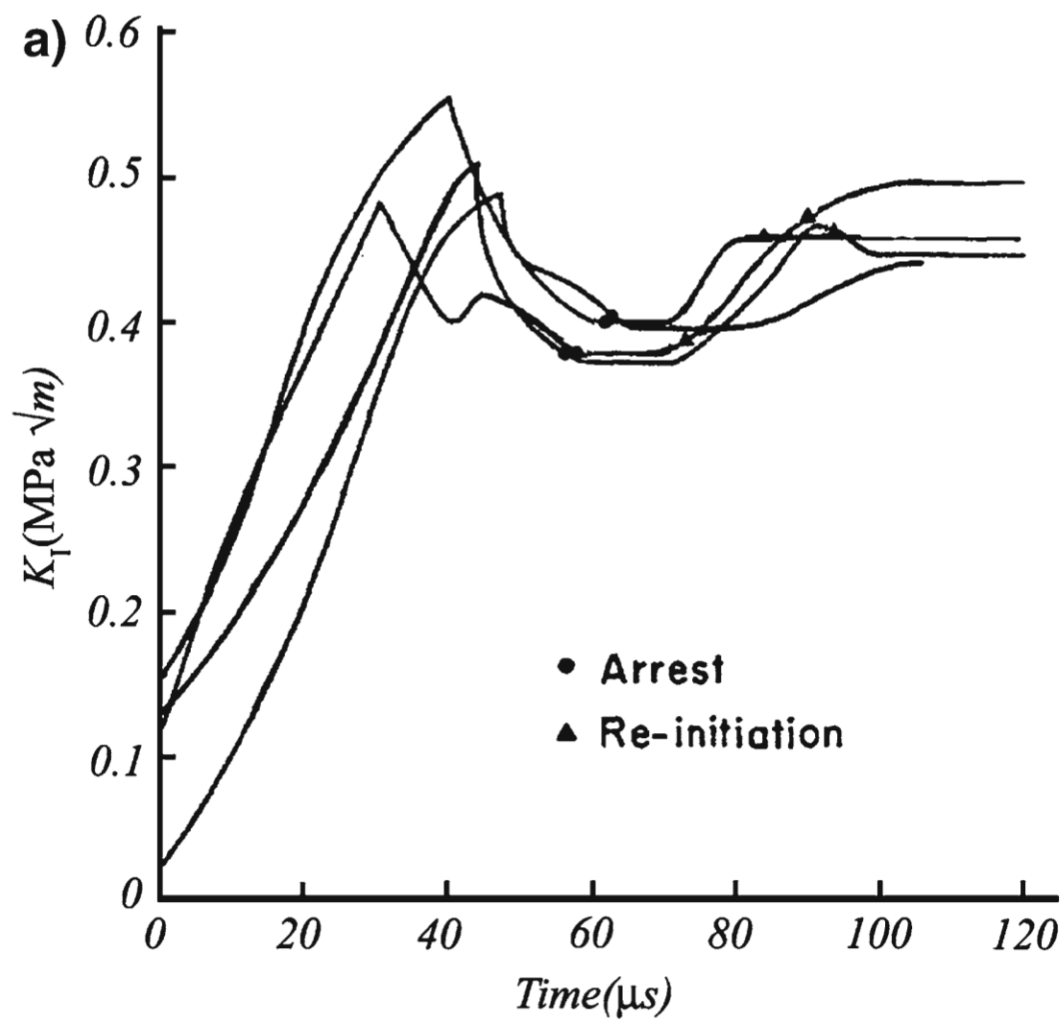


Рисунок 4.3а

Истории коэффициента интенсивности напряжений для четырех экспериментов (Ravi-Chandar and Knauss (1984a))

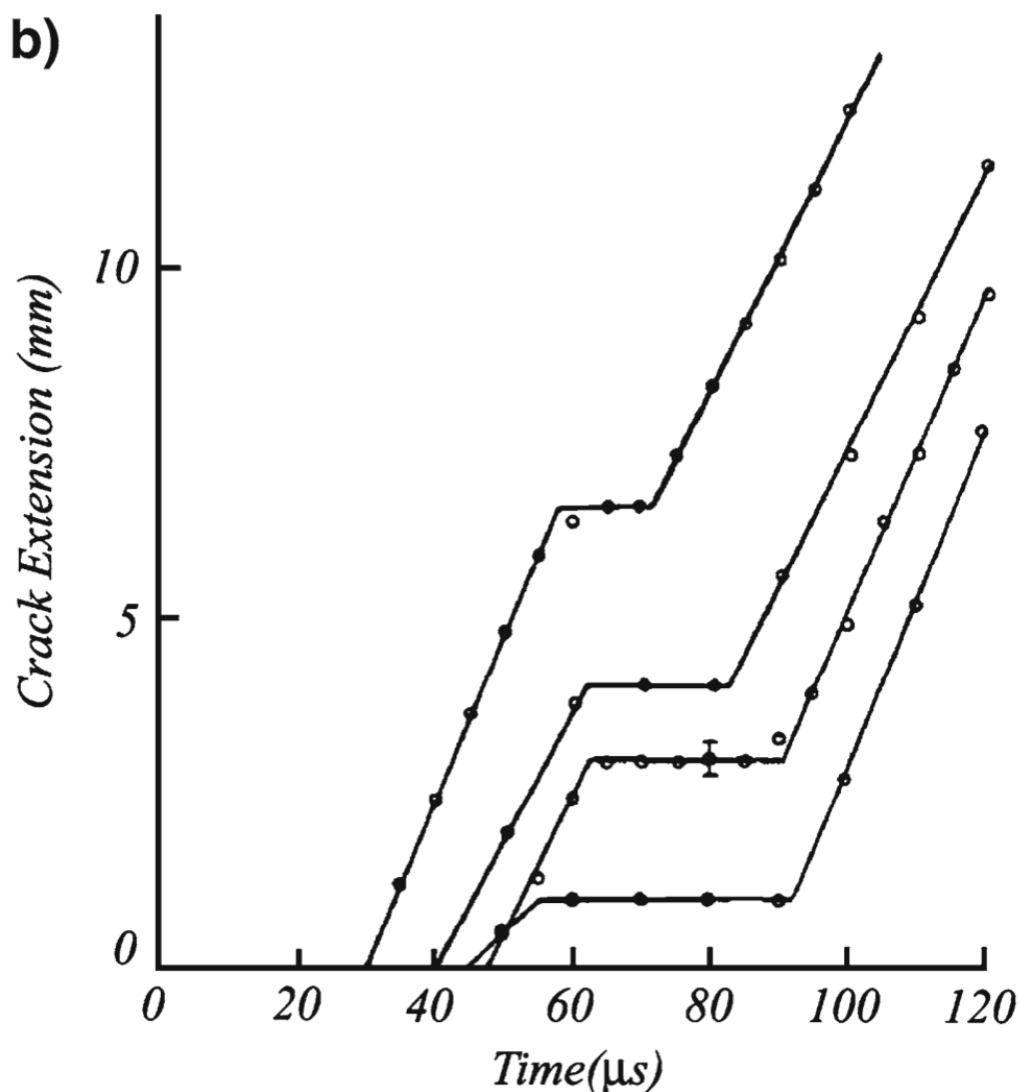


Рисунок 4.3b

Истории изменения длины трещины четырех экспериментов (Ravi-Chandar and Knauss (1984a))

Несмотря на то, что все представленные эксперименты проводились в номинально идентичных условиях, из приведённых графиков видно, что измеренные результаты различаются. Это можно объяснить немного различающимся зарядом, накопленным в конденсаторах перед разрядом через проводник, что приводит к немного различной амплитуде электрического потока и, следовательно, другой амплитуде давления, создаваемого на

поверхностях трещины. Другая возможная причина этого различия, упоминаемая авторами, заключается в небольших различиях в геометрии образца от эксперимента к эксперименту. К сожалению, в статье Рави-Чандара и Кнаусса (Ravi-Chandar and Knauss 1984a) нет информации об амплитуде давления, создаваемого в представленных экспериментах. Также, как видно из рис. 4.3b, при $t = 0$ исходная трещина уже предварительно напряжена $K_I(0) \neq 0$.

Для проверки применимости критерия инкубационного времени хрупкого разрушения (4.1) для описания динамики распространения трещин условия экспериментов, представленных в работе (Ravi-Chandar and Knauss 1984a), были смоделированы при помощи метода конечных элементов.

4.2.2 Конечноэлементная модель

Для получения замкнутого описания распространения трещины в исследуемой задаче уравнения (4.4)-(4.8) дополняются условием разрушения на основе понятия инкубационного времени хрупкого разрушения (4.1). Из-за симметрии задачи трещина может распространяться только вдоль оси x_1 . При выполнении критерия (4.1) где-либо на оси x_1 предполагается образование новой поверхности в соответствующей точке. Интегрирование по времени в (4.1) производится численно, следуя правилу трапеций.

Задача (4.1), (4.4)-(4.8) решается численно. Конечноэлементный пакет ANSYS (ANSYS 2006) используется для удовлетворения (4.4)-

(4.8), а выполнение условия (4.1) проверяется внешней программой после каждого временного шага численных расчетов.

При разбиении используются прямоугольные четырехузловые элементы. В главе 2 подробно обсуждается реализация конечноэлементной схемы. В окрестности продолжения трещины размер элементов в точности равен $d = \frac{2}{\pi} \frac{K_{IC}^2}{\sigma_c^2}$. Причина такого выбора размера элемента заключается в том, что d - это размер, который является характеристикой разрушения на выбранном масштабном уровне. С этой точки зрения все дефекты и пространственные разрывы с размерами существенно меньше d не могут быть названы трещинами на данном масштабном уровне. Поскольку нами используются критические коэффициенты интенсивности напряжений (K_{IC}) и критические напряжения на разрыв (σ_c), оцененные в лабораторных условиях, то, таким образом, устанавливается шкала, соответствующая лабораторному масштабному уровню. Если при определении K_{IC} и σ_c используются эксперименты, проведенные на, например, геологическом или микроскопическом масштабном уровне, то, вероятно, будут получены значения K_{IC} и σ_c , отличные от полученных при испытании образцов на лабораторном масштабе, и, следовательно, получится другое значение d , дающее характерный размер шкалы, соответствующий используемым экспериментальным данным.

Следуя изложенному выше подходу, размер элемента, используемый в конечноэлементной модели вдоль траектории трещины, является минимальным размером разрушения, который можно назвать «трещиной». Аналогично, d — это минимальное приращение длины

трещины, которое можно назвать «распространением трещины» на выбранном масштабном уровне. В используемой конечноэлементной модели освобождение узла на пути трещины увеличивает длину существующей трещины на d - происходит распространение основной трещины. Такой выбор размера элемента также упрощает пространственное интегрирование в (4.1).

Используя симметрию задачи относительно оси x_1 , задача решается только для верхней половины образца. Размеры образца соответствуют размерам образцов в моделируемых опытах Рави-Чандара и Кнаусса (Ravi-Chandar and Knauss 1984a). На рисунке 4.4a представлено конечноэлементное разбиение, используемое при решении задачи. На рисунке 4.4b представлено конечноэлементное разбиение в окрестности вершины трещины.

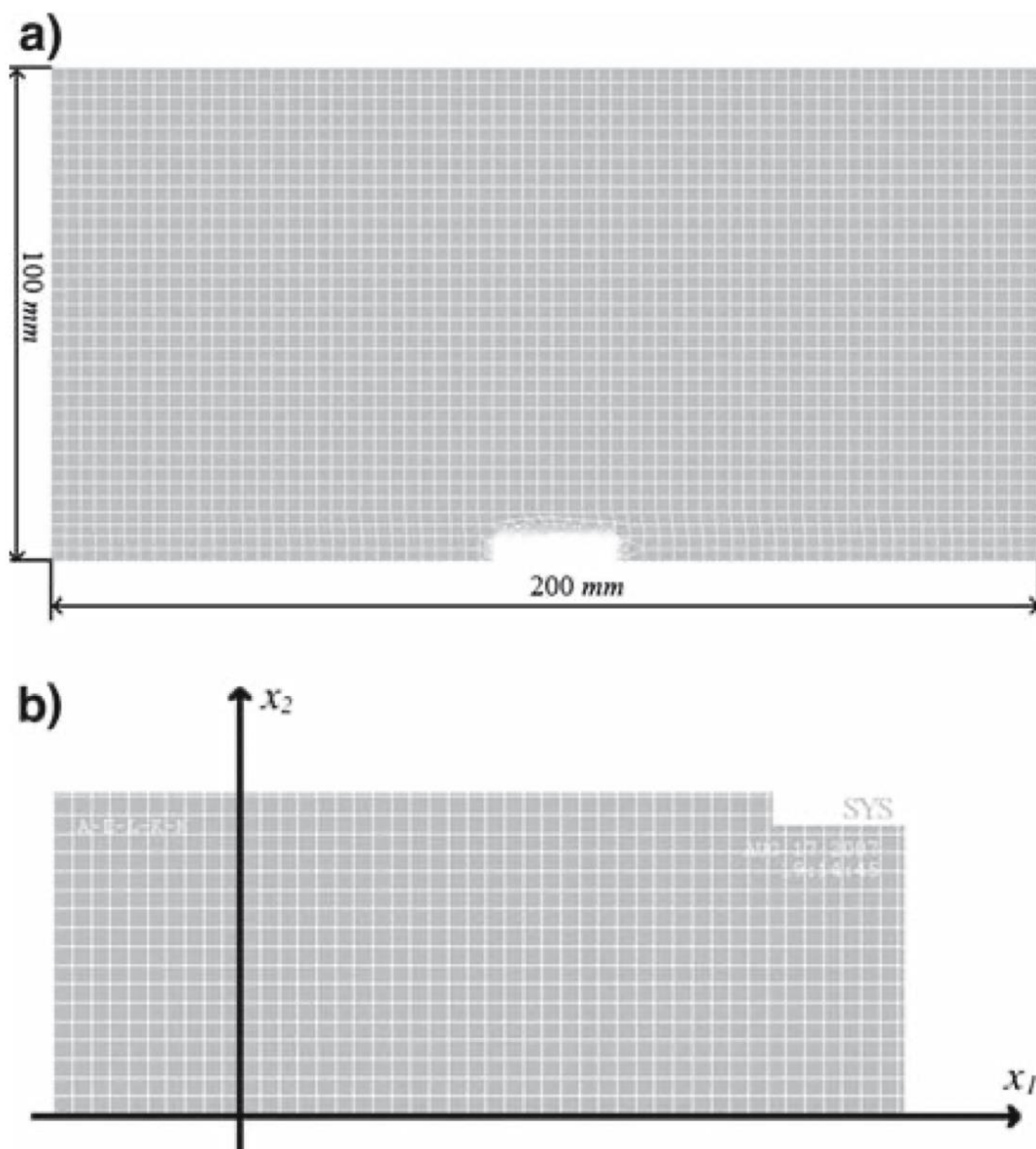


Рисунок 4.4

a) Разбиение, используемое в конечноэлементной модели

b) Разбиение в окрестности вершины трещины

Трещина может распространяться вдоль оси x_1 в зоне более мелкого конечноэлементного разбиения, примыкающей к первоначальной вершине трещины. Длина этой зоны равна 17 мм.

Узлы на продолжении трещины подвержены симметричным краевым условиям (недопустимы перемещения по оси нормальной к берегу трещины) вплоть до момента, когда в соответствующем узле выполняется условие (4.1). В этот момент ограничения на перемещения соответствующего узла удаляются, и происходит образование новой свободной поверхности (разрушение).

Форма импульса давления, приложенного к берегам трещины, задана на рисунке 4.2, а его амплитуда A изменяется при моделировании.

В таблице. 4.1. представлены свойства материала, используемого при моделировании.

Плотность, $\rho, \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$	1230
Модуль Юнга, $E, \text{МПа}$	3900
Коэффициент Пуассона, ν	0.35
Критический коэффициент интенсивности напряжений, $K_{IC}, \text{МПа}\sqrt{\text{м}}$	0.48
Критическое напряжение на разрыв, $\sigma_c, \text{МПа}$	35
Инкубационное время процесса разрушения, $\tau, \text{мс}$	9

Таблица 4.1

Свойства Гомалита-100, используемые в вычислениях

Инкубационное время процесса хрупкого разрушения τ для Гомалита-100 было определено Петровым и др. (Petrov et al. 2003) из анализа экспериментов Рави-Чандара и Кнаусса (Ravi-Chandar and Knauss 1984a). Значения критического коэффициента интенсивности напряжений и предельного напряжения растяжения дают значение для d . Для Гомалита-100 линейный размер d составляет 0,1 мм, при использовании прочностных свойств, определенных на лабораторном масштабном уровне.

Построенная модель проверена на сходимость. Использование меньших временных шагов и меньших конечных элементов не оказывает существенного влияния на результаты вычислений. Способность разработанной конечноэлементной модели решать

поставленную динамическую задачу была также проверена путем сравнения результатов расчета с аналитическим решением для коэффициента интенсивности напряжений в вершине трещины до начала роста трещины. Аналитическое решение временной зависимости K_I в исследуемой задаче дано, например, в работе Петрова и Морозова (Petrov and Morozov 1994). Временная зависимость K_I , рассчитанная методом конечных элементов, соответствует аналитическому расчету с максимальным расхождением не более 5%. Хорошее соответствие между расчетным и аналитическим результатом показывает применимость построенной модели к исследованию задачи, сформулированной в (4.4) - (4.8). На рисунке 4.5 показано сравнение экспериментальных данных Рави-Чандара и Кнаусса (Ravi-Chandar and Kanuss 1984a) для коэффициента интенсивности напряжения при зарождении трещины для разных времен до разрушения (т.е. разных амплитуд приложенного импульса нагрузки A) и аналитического решения с использованием критерия (4.3). Рисунок перепечатан из работы Петрова и Морозова (Petrov and Morozov 1994). Представленное сравнение показывает, что критерий (4.1), будучи более общей формой (4.3), может правильно предсказывать зарождение динамической трещины в решаемой задаче.

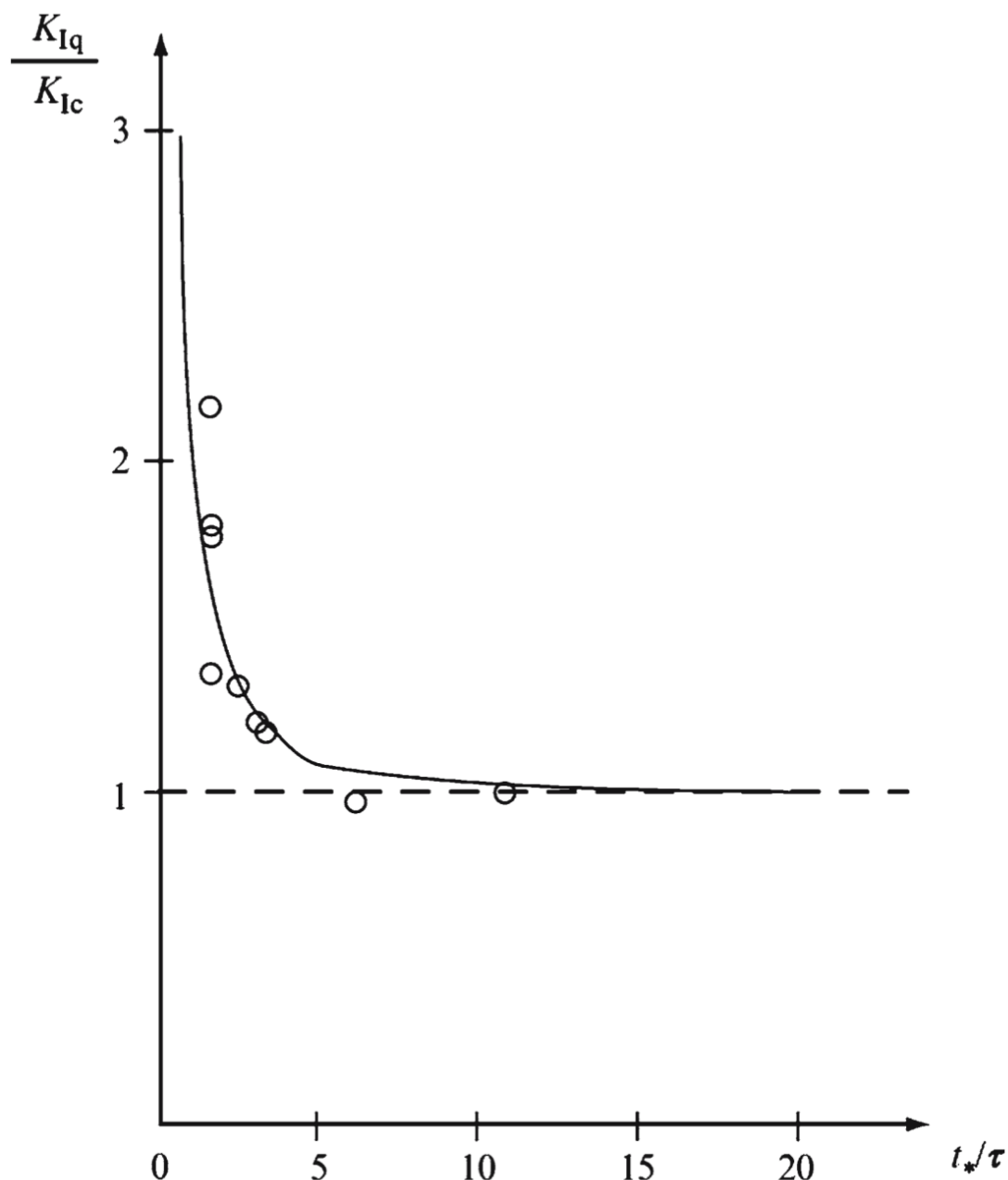


Рисунок 4.5

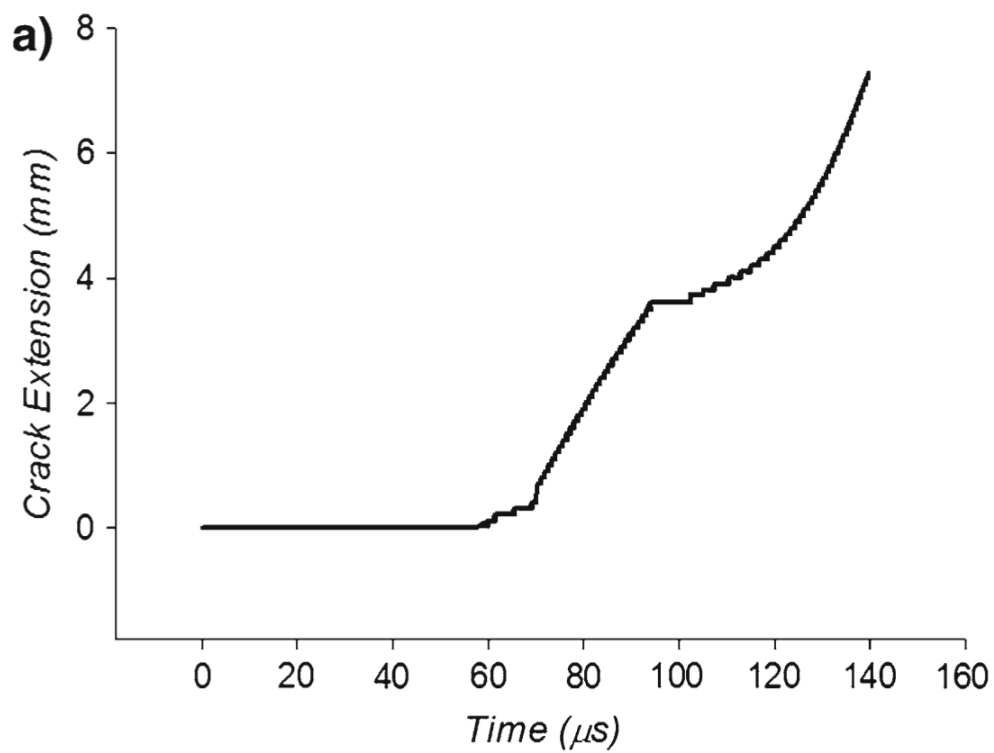
Зависимость нормализованного коэффициента интенсивности напряжений в вершине трещины в момент инициирования трещины от нормализованного времени до разрушения. Сравнение экспериментальных данных Рави-Чандара и Кнаусса (Ravi-Chandar and Knauss 1984a) с результатами расчетов с использованием критерия (4.3).

4.2.3 Результаты

После решения поставленной задачи при помощи конечноэлементного пакета ANSYS (ANSYS 2006) и внешней программы, контролирующей распространение трещины, данные о временной зависимости K_I и история приращения длины трещины предоставляются для дальнейшего анализа. $K_I(t)$ вычисляется с использованием получаемой численно асимптотики поведения поля напряжений в окрестности вершины трещины.

Было обнаружено, что в зависимости от амплитуды приложенного импульса давления A возможны три различных режима распространения трещины. Первый тривиален - слишком низкая амплитуда не приводит к расширению трещины. Вторая - это мода, наблюдаемая Рави-Чандаром и Кнауссом (рис. 4.3b). Трещина начинает распространяться с постоянной скоростью. Затем она останавливается из-за уменьшения потока энергии в вершину трещины, так как его уже недостаточно для ее распространения. Когда энергия от второй трапеции импульса нагружения (см. рис. 4.2) приближается к области вершины трещины, трещина повторно инициируется и начинает распространяться примерно с той же скоростью, что и на первом этапе своего расширения (рис. 4.6a). Дальнейшее увеличение амплитуды нагрузки A приводит к изменению режима распространения трещины. Теперь трещина инициируется, распространяется с некоторой постоянной скоростью, и, когда энергия от второй части импульса нагрузки доставляется в

область, примыкающую к вершине трещины, трещина ускоряется и продолжает распространение с более высокой скоростью (рис. 4.6b).



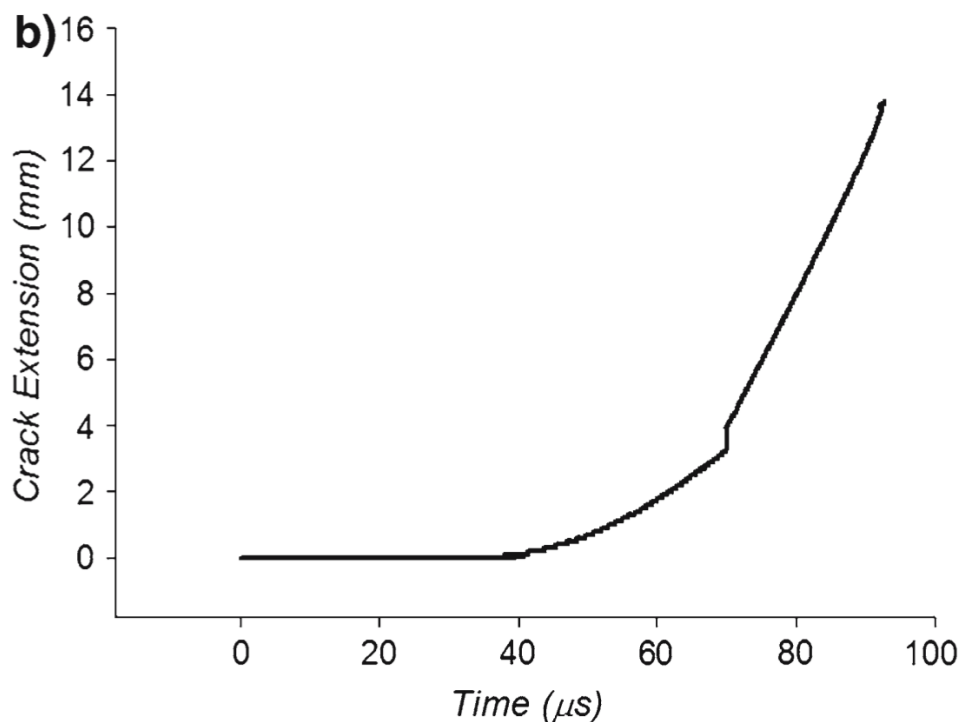


Рисунок 4.6

- a) Получаемая история распространения трещины при амплитуде воздействия 5 МПа*
- b) Получаемая история распространения трещины при амплитуде воздействия 12 МПа*

При расчетах, меняя амплитуду импульса давления A , было обнаружено, что для амплитуд, близких к 5 МПа, истории приращения трещины близки историям, экспериментально наблюдаемым Рави-Чандаром и Кнауссом (Ravi-Chandar and Knauss 1984a). На рисунке 4.7 результат вычислений для импульса с амплитудой $A=5.1$ МПа сравнен с экспериментально наблюдаемой историей продвижения трещины (см. рис. 4.3b).

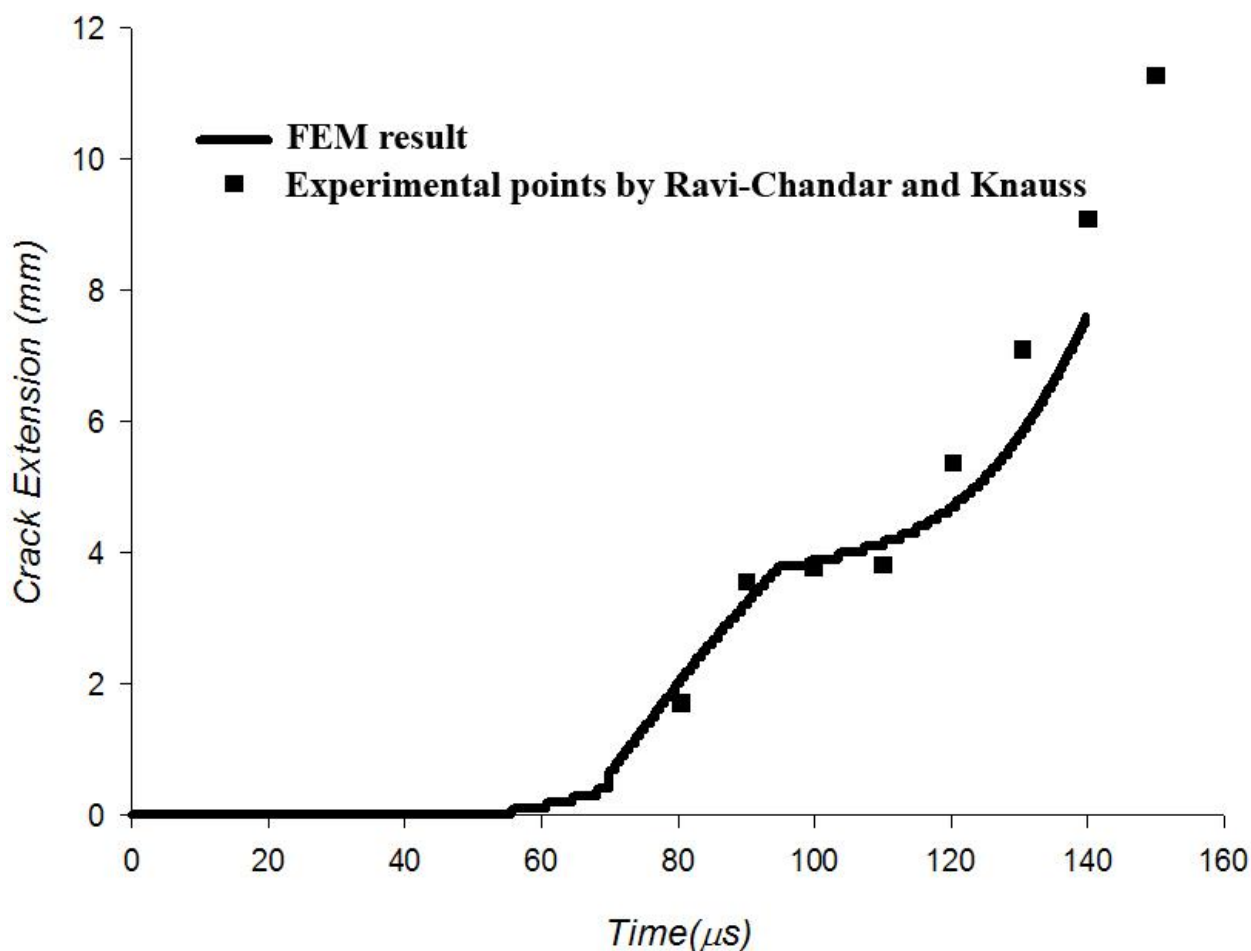


Рисунок 4.7

История продвижения трещины. Сравнение результатов численных расчетов с опытными данными.

4.2.4 Применимость критерия инкубационного времени для предсказания распространения и остановки динамического разрушения

На данном этапе показано, что, используя МКЭ, решающий динамическую задачу линейной теории упругости совместно с критерием (4.1), используемым для оценки критических условий

распространения трещин, возможно корректное описание распространения динамически нагружаемых трещин. Видно, что критерий (1.1) с величиной d , выбранной из условия соответствия критерия (1.1) критерию разрушения Ирвина в условиях квазистатики, может быть использован для описания динамического старта, распространения и остановки трещин.

Критерий (4.1) в отличие от (4.3), который применим только для предсказания инициирования трещины, также может использоваться как условие распространения и остановки трещины. В представленной модели (4.1) используется как условие для освобождения узлов, к которым приложены симметричные граничные условия. На самом деле, этот подход даже не требует наличия трещины - условие распространения и остановки трещины возникает автоматически: трещина распространяется, пока условие (4.1) выполняется для узлов перед движущейся вершиной трещины. В противном случае трещина остановится.

Использование такого подхода возможно также для описания распространения трещин с заранее неизвестной траекторией (трещин, имеющих возможность изменять направление распространения и даже ветвиться). В этом случае контроль выполнения условия (1.1) должен осуществляться на всех площадках, проходящих через вершину распространяющейся трещины. В последующих разделах работы будут приведены примеры такого моделирования

Согласно подходу, основанному на понятии инкубационного времени Петрова и Морозова (см. Petrov 1991, Petrov and Morozov 1994)), в сочетании с различными широко известными

экспериментальными наблюдениями, критический коэффициент интенсивности напряжений в вершине трещины в момент ее инициирования при высоких нагрузках может, в зависимости от геометрии эксперимента, условий и истории нагружения, быть либо значительно меньше, либо значительно больше, чем K_{IC} . Эта нестабильность динамической вязкости разрушения особенно очевидна при сравнении двух различных историй приложения нагрузки (Petrov et al. 2003). В первом случае внезапно приложенная динамическая нагрузка поддерживается на постоянном уровне до момента зарождения трещины (напр., Smith 1975; Ravi-Chandar and Knauss 1984a; Rizal and Homma 2000; Homma et al. 1992). В этом случае K_I^d обычно значительно превышает статическое значение K_{IC} . Во втором случае, когда на трещину воздействуют короткими импульсами нагрузки с временной формой, близкой к дельта-функции, пороговая амплитуда, K_I^d обычно значительно меньше, чем K_{IC} (напр., Atroschenko et al. 2002; Shokey et al. 1986).

Эти рассуждения показывают, что динамическая вязкость разрушения K_I^d не является характеристикой материала. Понятно, что использование критерия критического коэффициента интенсивности напряжений ($K_{I(t)} \geq K_I^d$) для описания динамического инициирования разрушения не может быть правильным для произвольной геометрии образца и истории нагружения. По тем же причинам невозможно описать динамическое инициирование трещины с помощью подхода, использующего зависимость от скорости изменения K_I в качестве основы критерия инициирования либо распространения трещины.

Применение подхода, основанного на инкубационном времени хрупкого разрушения, позволяет описать все разнообразие

экспериментально наблюдаемых эффектов в динамике разрушения. Важным следствием этого подхода является то, что он обеспечивает эффективный способ оценки динамической прочности материалов путем прямого измерения τ - параметра, являющегося свойством материала и не зависящего от экспериментальной геометрии или способа приложения нагрузки (Petrov 2004).

Результаты, представленные в данной работе, показывают, что аналогичный подход может быть успешно использован для описания динамического распространения трещин и их остановки. Заметный прогресс в современной вычислительной динамике разрушения связан с введением моделей когезионных зон в конечно-элементные и другие численные схемы. Идея, которую Баренблатт первоначально предложил в качестве модели квазистатических трещин (Barenblatt 1962), оказалась очень полезной также для динамических трещин (напр., Xu and Needleman 1995; Camacho and Ortiz 1996; Remmers et al. 2004). Было показано, что критерий разрушения на основе понятия инкубационного времени можно переформулировать в виде некоего когезионного закона (Morozov and Petrov 2000). Это означает, что можно создать модель когезионной зоны, обеспечивающую результаты, идентичные полученным в текущем исследовании с помощью подхода, основанного на критерии (4.1).

4.3 Взаимосвязь коэффициента интенсивности напряжений и скорости динамической трещины. Динамическое распространение трещин, вызванное динамической нагрузкой

Известно, что в рамках линейной механики разрушения (ЛМР) при квазистатических нагрузках поле механических напряжений в окрестности вершины симметрично нагруженной трещины, представляемой математическим линейным разрезом, описывается коэффициентом интенсивности напряжений (КИН) K_I для первой моды нагружения, для которого экспериментально определяется соответствующее критическое значение. Широко применяемый в инженерной практике критерий критического коэффициента интенсивности во многих работах получил распространение и на случай динамического разрушения (см., напр., Owen et al. 1998, Freund 1998):

$$K_I(t, P(t), \Omega(t), L(\dot{t})) \leq K_{Id}(K_I(\dot{t}), T, \dots) \quad (4.9)$$

В данном предельном условии $P(t)$ – динамическая нагрузка общего вида, $\Omega(t)$ – текущая геометрия образца, включающая в себя изменяющийся во времени размер трещины $L(t)$, $L(\dot{t}) = dL/dt$ – текущая скорость продвижения трещины. Предполагается, что в процессе продвижения трещины от момента старта до момента

остановки в (4.9) реализуется знак равенства. Справа в неравенстве (4.9) стоит функция, называемая динамической вязкостью разрушения K_{Id} , которая в большинстве случаев рассматривается как материальная функция локальной (в окрестности вершины трещины) скорости нагружения $K_I(t) = dK_I/dt$, температуры T и других характеристик эксперимента. При расчете процесса разрушения правая часть в (4.9) предполагается *a priori* известной и определяемой из опытов для данного материала. В настоящее время данный подход достаточно широко распространен для описания динамического разрушения (см., напр., Введение). Тем не менее, многие экспериментальные результаты, например, полученные авторами работ (Ravi-Chandar and Knauss 1984a, 1984b, Berezkin et al. 2000), ставят под сомнение анализ, основанный на применении критерия (4.9), и, в частности, наличие выводимой из положений ЛМР непосредственной связи текущего критического значения коэффициента интенсивности K_I со скоростью распространения трещины. В (Ravi-Chandar and Knauss 1984a, 1984b, Berezkin et al. 2000) было установлено, что в случае, когда образцы подвергаются высокоскоростному ударному воздействию, инициирующему быстрый рост трещины, скорость трещины может оставаться практически постоянной даже при весьма значительном изменении значений текущего коэффициента интенсивности. Авторы упомянутых работ предположили, что поток энергии, определяемый текущим коэффициентом интенсивности напряжений, вовсе не связан однозначно с макроскопической скоростью продвижения трещины, хотя и существенным образом влияет на структуру вновь образующейся поверхности. Таким образом, сделанные в (Ravi-Chandar and Knauss 1984a, 1984b, Berezkin et al. 2000) выводы

опровергают принятый многими исследователями метод, основанный на применении ЛМР и предельного условия (4.9).

Оказалось, что наблюдаемые в (Ravi-Chandar and Knauss 1984a, 1984b, Berezkin et al. 2000) эффекты поведения трещин при скоростных ударных нагрузках хорошо прогнозируются и моделируются на основе структурно-временного подхода, основанного на понятии инкубационного времени хрупкого разрушения (Berezkin et al. 2000, Petrov 1996, Petrov and Morozov 1994).

С другой стороны, во многих экспериментах действительно наблюдается явная зависимость скорости распространения трещины $L(\dot{t})$ от ее длины $L(t)$ (что трактуется и как зависимость от $K_I \sim \sqrt{L}$). Например, такую зависимость можно наблюдать в экспериментальных работах (Fineberg et al. 1992) и (Sharon and Fineberg 1999), в которых образцы в виде плоских пластин с начальными макроскопическими трещинами подвергались медленному квазистатическому растяжению, которое в некоторый момент приводило к инициированию, разгону и последующему быстрому динамическому продвижению трещины по всей пластине. Наблюдаемое в (Fineberg et al. 1992, Sharon and Fineberg 1999) поведение в принципе не противоречит схеме, заложенной в критерий (4.9), однако требует технологически весьма сложного и дорогого определения функционала правой части данного предельного уравнения. Кроме того, в случае применения данной

схемы, по-прежнему остается проблема объяснения и учета неустойчивости применяемых скоростных зависимостей вязкости разрушения K_{Id} , которая наблюдается во многих других испытаниях.

Сравнивая эксперименты, проводимые при различных условиях для одного и того же материала, можно заключить, что даже при явном учете скоростных зависимостей (как, напр., в (4.9)) критический коэффициент интенсивности напряжений все же нельзя считать инвариантной по отношению к истории и условиям нагружения функцией материала, полностью определяющей динамическое продвижение трещины.

В работах (Petrov 1996, Petrov and Morozov 1994, Petrov et al. 2003) было показано, что для объяснения распространения трещин под действием скоростных ударных нагрузок следует учитывать инкубационные процессы, сопровождающие макроразрыв материала. На этой основе в начале данной главы, а также в (Bratov and Petrov 2007a) были успешно численно смоделированы эксперименты (Ravi-Chandar and Knauss 1984a), предсказывающие начало распространения трещины, ее продвижение и остановку. Результаты моделирования показаны на рисунке 4.7.

Покажем, что результаты обоих вышеупомянутых типов экспериментов могут быть успешно объяснены с помощью структурно-временного подхода. Применим численное МКЭ

моделирование экспериментов из работ (Fineberg et al. 1992, Sharon and Fineberg 1999) с реализацией метода, основанного на внедрении в конечно-элементную схему критерия инкубационного времени разрушения (Bratov and Petrov 2007a).

Следуя экспериментальной схеме (Fineberg et al. 1992, Sharon and Fineberg 1999), рассмотрим начально-краевую задачу для пластинки из ПММА со следующими диапазонами размеров: ширина — 10-20 см, высота — 14-25 см, толщина — 1.6-3.2 мм (для численного моделирования были выбраны образцы с максимальными размерами по ширине и высоте и толщиной 3 мм). В пластине создается начальная трещина длиной 4-6 мм. Далее верхний и нижний края образца фиксируются в захватах растягивающей машины, которые начинают двигаться с достаточно маленькой для пренебрежения волновыми эффектами скоростью. Авторы (Fineberg et al. 1992, Sharon and Fineberg 1999) имели возможность следить за положением вершины трещины и измерять скорость её продвижения. Также фиксировалось напряжение, необходимое для старта трещины, которое было использовано при моделировании.

Предполагается линейно-упругое поведение плоской области, моделирующей пластину, во все моменты времени. Поля перемещений и напряжений определяются динамическими уравнениями линейной теории упругости

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \nabla_i (\nabla \cdot \bar{U}) + \mu \Delta U_i \quad (4.10)$$

$$\sigma_{i,j} = \delta_{i,j} \lambda \nabla \cdot \bar{U} + \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

при соответствующих граничных и начальных условиях:

$$\bar{U}(X, t = 0) = \frac{\partial \bar{U}}{\partial t}(X, t = 0) = 0 \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{i,j}(X, t = 0) &= \frac{\partial \sigma_{i,j}}{\partial t}(X, t = 0) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$U_y(X \in \Gamma_1, t) = vt$$

$$U_y(X \in \Gamma_2, t) = 0 \quad - \quad \text{условие симметрии}$$

$$\begin{aligned} \sigma_y(X \in \Gamma_3, t) &= \sigma_{xy}(X \in \Gamma_2 \cup \\ \Gamma_3, t) &= 0. \end{aligned}$$

Здесь $X = (x_1, x_2) = (x, y)$ и $\bar{U} = (U_1, U_2) = (U_x, U_y)$. v – скорость движения захватов растягивающей машины. В силу симметрии задачи моделировалась только половина пластины. При этом линия симметрии совпадает с траекторией продвижения трещины (см. рисунок 4.8). За начальный момент времени принимается момент старта движения захватов.

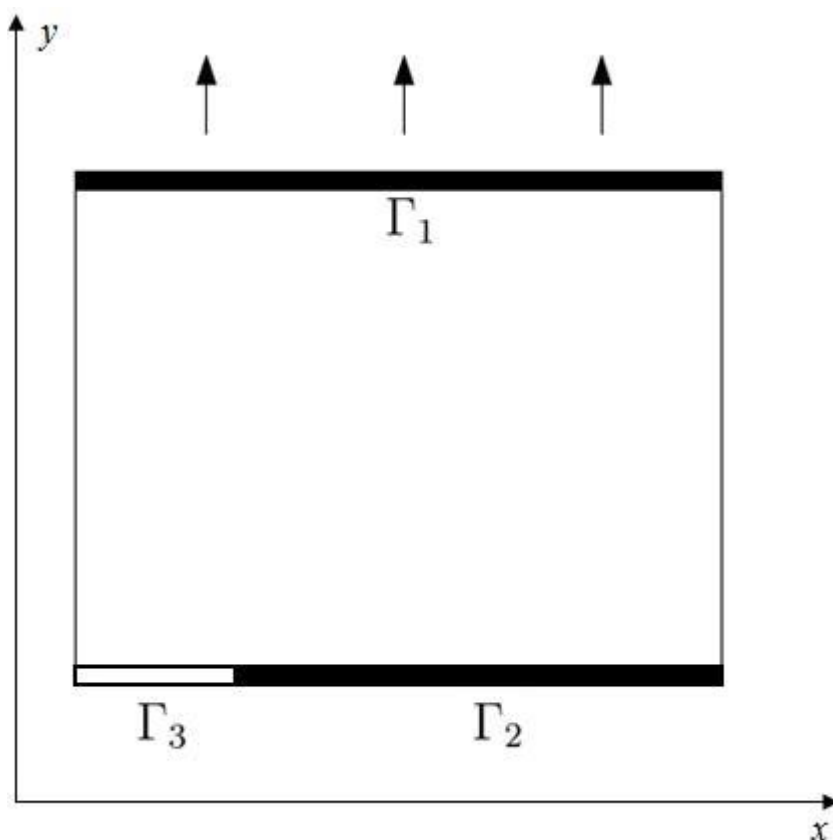


Рисунок 4.8

Схема, используемая при моделировании экспериментов

Д. Файнберга (Fineberg et al. 1992, Sharon and Fineberg 1999).

Моделирование производится в конечноэлементном пакете ANSYS с использованием отдельного программного модуля, обеспечивающего контроль выполнения критерия инкубационного времени разрушения (4.1) и реализацию продвижения трещины.

Размер сетки разбиения области был продиктован используемым критерием разрушения — размер квадратных элементов, прилегающих к пути продвижения трещины, был выбран равным 0.2 мм. Данное значение совпадает с размером структурной ячейки разрушения для масштабного уровня эксперимента (4.2).

Значения K_{Ic} и σ_c были получены при квазистатических испытаниях образцов, сравнимых по размерам с пластинами в моделируемых экспериментах. Таким образом, их использование корректно для вычисления d при моделировании данных экспериментов. Заметим, что при таком выборе размера элемента минимальное продвижение трещины равно d , что корректно соотносится с трактовкой этого параметра как характерного размера зоны разрушения.

Продвижение трещины реализуется за счет снятия закрепления в узле, в котором выполнялся критерий (4.1).

В таблице 4.2 представлены параметры материала, которые использовались при моделировании. На рисунке 4.9 приведены результаты моделирования (светлая линия) и экспериментальные данные (темная линия). Скорость трещины в стационарном режиме движения достаточно точно совпадает с экспериментальными значениями. При старте трещина движется с очень высоким ускорением, затем скорость трещины стабилизируется.

Модуль Юнга E	3.5 ГПа
Коэффициент Пуассона ν	0.32
Плотность ρ	1200 кг/см ³
Критическое напряжение σ_c	60 МПа
Критический КИН	1.1 МПа·√м
d	0.2 мм
τ	1.5 мкс

Таблица 4.2

Свойства ПММА, используемые в вычислениях

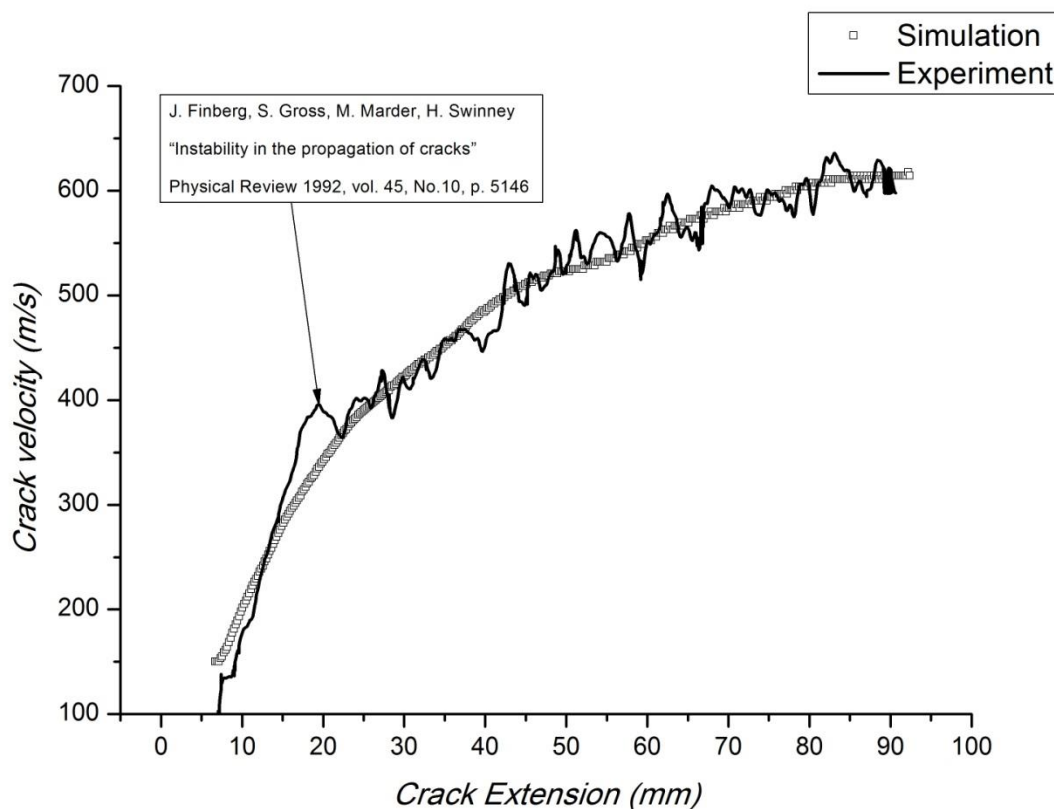


Рисунок 4.9

Результаты моделирования распространения трещины, вызванного квазистатическим нагружением. Зависимость скорости трещины от длины трещины.

Таким образом, показано, что применение структурно-временного подхода и критерия инкубационного времени разрушения позволяет успешно предсказывать результаты экспериментов как по квазистатическому (Fineberg et al. 1992, Sharon and Fineberg 1999), так и по динамическому (Ravi-Chandar and Knauss 1984a, 1984b, Berezkin et al. 2000) нагружению образцов с трещиной.

Предложенный подход делает возможным отказ от традиционного метода, основанного на введении динамической вязкости разрушения K_{Id} , которая в действительности не является свойством материала и не может быть эффективной для описания динамического разрушения в силу ее сильной зависимости от истории нагружения (Petrov 1996, Petrov and Morozov 1994, Petrov et al. 2003). Из работ (Ravi-Chandar and Knauss 1984a, 1984b, Berezkin et al. 2000, Bratov and Petrov 2007a) и проведенных расчетов становится также ясно, что и зависимость скорости трещины от коэффициента интенсивности напряжений не может рассматриваться как материальный закон, так как характер данной зависимости определяется, в том числе, геометрией образца, историей и способом нагружения.

Корректное предсказание динамического разрушения возможно на основе структурно-временного критерия, учитывающего сопровождающие динамический разрыв инкубационные процессы и содержащего новый физический параметр — инкубационное время τ , которое является константой материала в пределах выбранного масштабного уровня. Инкубационное время может быть найдено в независимых экспериментах и затем использовано для предсказания разрушения в широком диапазоне скоростей воздействия - от медленных квазистатических до высокоскоростных ударно-волновых. Дополнив его стандартными справочными параметрами и элементарно вычисляемым размером структурного элемента d , можно, как показано выше, предсказывать широкий спектр эффектов, сопровождающих динамический рост трещин. Таким образом, развитый подход может рассматриваться как достаточно простой, но

в то же время эффективный инструмент как для теоретических исследований, так и для инженерной практики.

4.4 Выводы

В главе 4 показано, что, используя метод конечных элементов с внедренным критерием разделения материала на основе критерия инкубационного времени хрупкого разрушения, возможно с достаточной точностью предсказывать все разнообразие экспериментально наблюдаемых эффектов, связанных с распространением трещин в квазихрупких материалах. Показано, что, используя подход инкубационного времени, предполагающий введение одного дополнительного прочностного параметра, отвечающего за отклик прочностных свойств материала на быстро меняющиеся поля напряжений, оказывается возможным корректно описывать инициацию, распространение и остановку хрупких трещин в динамических условиях. Необходимость введения и экспериментального определения всего лишь одного параметра в дополнение к стандартному набору прочностных свойств выгодно отличает используемый подход от других часто используемых моделей поведения материала в динамических условиях.

В следующей главе подход инкубационного времени хрупкого разрушения будет применен для анализа разрушения изначально

бездефектных квазихрупких материалов при высокоскоростном контактном взаимодействии. Будет исследовано ударное кратерообразование, эрозия материала при ударах частиц, пробивание преград ударниками. Будет показано, что такие задачи могут быть эффективно решены с использованием критерия инкубационного времени, внедренного в численную схему метода конечных элементов.

Глава 5

Динамическое разрушение изначально бесдефектных материалов: ударное кратерообразование, эрозия, пробой материала ударниками

5.1 Введение и обзор литературы

В главе 4 при помощи метода конечных элементов с внедренным в него критерием разрушения на основе понятия инкубационного времени исследовались задачи, связанные с распространением и остановкой имеющихся в материале макроскопических трещин. Как уже упоминалось ранее в главе 2 и главе 4, критерий инкубационного времени также может применяться для оценки разрушения в случае отсутствия изначально макроскопических разрушений в материале. В этом случае необходимо производить оценку выполнения критерия инкубационного времени хрупкого разрушения в каждый момент времени в каждой точке образца в каждом из возможных направлений. В момент выполнения критерия разрушения должно происходить образование новой поверхности в соответствующей точке в соответствующем направлении.

В данной главе представлено несколько различных результатов моделирования такого рода процессов.

Рассмотрим основные модели, используемые в литературе для моделирования динамики разрушения квазихрупких материалов. Среди моделей, наиболее часто используемых для численного моделирования поведения и разрушения квазихрупких материалов, стоит выделить модифицированную версию модели Холмквиста – Джонсона – Кука (МНJC) (см., напр., Polanco et al., 2008, Khan et al., 2020, Fawaz et al 2004, Bresciani et al 2018, Hetherington 1992, Madhu et al 2006, Zaera and Sanchez-Galvez 1998, Lopez-Puente et al. 2006, Tan et al. 2010, Chi et al. 2013, Serjoui et al. 2015, Pawar et al. 2016, Khan et al. 2019, Krishnan et al. 2010, Burger et al. 2012, Naik et al. 2013, Mayseless et al. 1987, Shockey et al. 1990, Rahbek et al. 2017), вдохновленную моделью Холмквиста – Джонсона – Кука (HJC) (Holmquist et al., 1993, Johnson and Holmquist 1994, Johnson and Cook 1985, 1983, Holmquist et al. 2001). Эта модель наиболее часто применяется для численного анализа деформации и разрушения квазихрупких материалов, таких как горные породы, керамики и даже различного рода стекла.

Для моделирования поведения пористых материалов под действием ударных высокоскоростных нагрузок используется модель POREQST (Tokheim et al., 1973), задающая уравнения состояния материала, определяя зависимость предела текучести от давления (модель Друкера – Прагера). Например, в (Hébert et al. 2017) эта модель использована для численного моделирования кратерообразования и глубокого проникновения сверхскоростного (1100–4500 м/с) ударника в пористый графит. Кроме упомянутых известно

значительное количество разнообразных моделей (см., напр., Knight et al. 1977, Florence 1969, Sarva et al. 2007, Savio et al. 2011, Recht 1967, Tate 1985, Mazars and Grange 2017, Pontiroli et al. 2010, Krieg 1978, Swenson and Taylor 1983, Cusatis et al. 2011, Dragon and Mroz 1979, Horii and Nemat-Nasser 1986, Denoual and Hild 2000, Forquin and Hild 2010, Forquin and Erzar 2010), которые с теми или иными модификациями используются совместно с численными схемами, применяемыми для моделирования деформации и разрушения квазихрупких материалов.

Общим и самым главным недостатком отмеченных выше моделей является большое (в некоторых случаях до 20) количество параметров, которые зачастую являются «подгоночными», не имея понятного физического смысла и способа измерения. Таким образом, при моделировании конкретного эксперимента путем «настройки» используемых параметров, как правило, удастся добиваться очень хорошего соответствия результатов моделирования результатам эксперимента. Однако, при попытке использования идентифицированных таким образом параметров для моделирования поведения того же материала в отличных экспериментальных условиях, как правило, оказывается, что добиться совпадения результатов моделирования наблюдаемым экспериментально не удастся. Таким образом, эти модели зачастую приобретают описательный характер, не давая возможности предсказывать поведение материала и конструкций из него, созданных в новых, экспериментально не исследованных условиях.

Далее будет показано, что внедрение критерия инкубационного времени хрупкого разрушения, использующего всего один

дополнительный параметр материала (инкубационное время хрупкого разрушения), имеющий понятный физический смысл и достаточно простой способ измерения в независимом эксперименте, в численные схемы расчетов, позволяют предсказывать эффекты динамики разрушения и фрагментации для различных материалов в разнообразных экспериментальных условиях.

5.2 Динамическое кратерообразование. Моделирование контакта спутника SMART1 с поверхностью Луны

5.2.1 Введение

3 сентября 2006 года спутник Европейского Космического Агентства (ЕКА) SMART1 произвел жесткую посадку на поверхность Луны. Контакт спутника, имевшего форму, близкую к кубической, с характерным размером порядка одного метра и массу 366 килограмм с лунной поверхностью произошел на скорости порядка 2000 м/с. Наблюдаемые размеры дефекта (кратера), образовавшегося на поверхности Луны в результате контакта: диаметр - 6-10 метров, глубина - 3 метра. При помощи метода конечных элементов (МКЭ) с введенным в него критерием разрушения, основанном на понятии инкубационного времени, производится компьютерное моделирование контакта спутника SMART1 с лунной поверхностью. При помощи разработанной численной модели делается попытка определения размеров кратера, образовавшегося на поверхности Луны для последующего сравнения с наблюдаемыми в

действительности. В предыдущих главах было показано, что, применяя подход, основанный на понятии инкубационного времени процесса разрушения, возможно описание инициации (Морозов и др. 1988, Petrov and Morozov 1994, Petrov 1991, Братов и др. 2004, Bratov and Petrov 2007b), распространения (Братов и Петров 2007, Bratov and Petrov 2007a) и остановки (Братов и Петров 2007, Bratov and Petrov 2007a) трещин в твердых телах. Полученные в данной работе данные позволяют говорить о применимости подхода инкубационного времени для моделирования разрушения изначально бездефектных сред.

5.2.2 Численная модель

В главе 2 и главе 4 был сформулирован критерий разрушения на основе понятия инкубационного времени процесса разрушения. Также в этих главах было показано, что подход, связанный с инкубационным временем, может быть успешно применен для описания инициации, распространения и остановки динамически нагружаемых трещин.

Еще раз напомним основные положения теории инкубационного времени хрупкого разрушения. Для оценки возможности разрушения в точке x в момент времени t критерий можно записать в виде:

$$\frac{1}{\tau} \int_{x-d}^x \frac{1}{d} \int_{t-\tau}^t \sigma(x', t') dx' dt' \geq \sigma_c, \quad (5.1)$$

где τ - инкубационное время процесса разрушения – параметр, характеризующий отклик материала на динамические прикладываемые нагрузки (τ является константой для выбранного материала и не зависит от геометрии образца, способа приложения нагрузки, временной формы и амплитуды импульса воздействия). d имеет смысл характерного размера разрушения и зависит от выбранного материала и масштабного уровня, на котором проводится эксперимент. σ - нормальное напряжение в точке, меняющееся во времени. σ_c - его критическое значение в условиях статики, характерное для исследуемого материала и выбранного масштабного уровня. x^* и t^* - локальные координата и время.

В случае квазистатики ($t \rightarrow \infty$) (5.1) совпадает с известным критерием разрушения Новожилова-Нейбера (Neuber 1939, Novozhilov 1969). Условием применимости критерия (5.1) для описания медленнотекущих процессов является его соответствие классическим для статики критериям разрушения (критерий критического напряжения для бездефектных сред и критерий критического коэффициента напряжений для тел с трещинами). Очевидно, что для случая бездефектных сред под действием квазистатических нагрузок, (5.1) эквивалентно условию достижения напряжений критического уровня ($\sigma \geq \sigma_c$). В случае медленно нагружаемых тел с трещинами (в условиях применимости асимптотического представления поля напряжений в окрестности вершины трещины с корневой особенностью) можно показать, что в случае выбора характерного размера:

$$d = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{IC}}{\sigma_c} \right)^2, \quad (5.2)$$

где K_{IC} – критический коэффициент интенсивности напряжений для трещин, нагружаемых по моде I, критерий (5.1) в случае трещин, нагружаемых по моде I, становится эквивалентным классическому условию критического коэффициента интенсивности напряжений Ирвина ($K_I \geq K_{IC}$). Важной особенностью критерия (5.1) (повторяющего критерий Нейбера-Новожилова в квазистатических условиях) является возможность корректного описания разрушения тел с малыми трещинами. Имеются в виду трещины, достаточно большие для того, чтобы нельзя было пренебрегать их влиянием на внешнее поле, но при этом недостаточно значительные для того, чтобы поле вблизи вершин полностью определялось коэффициентом интенсивности. Кроме того, критерий (5.1) возможно применять в случае особенности в поле напряжений, отличной от корневой (например, в случае угловых вырезов).

Далее при помощи МКЭ с внедренным в него критерием инкубационного времени процесса разрушения исследована задача проникновения – проблема, связанная с динамическим разрушением изначально бездефектной среды.

5.2.3 Численное моделирование контакта спутника с поверхностью Луны

3 сентября 2006 года спутник Европейского Космического Агентства (ЕКА) SMART1 произвел жесткую посадку на поверхность Луны (ESA 2006a, 2006b, Морозов и др. 2007). Контакт спутника,

имевшего форму, близкую к кубической, с характерным размером порядка одного метра и массу 366 килограмм с лунной поверхностью произошел на скорости порядка 2000 м/с. Наблюдаемые размеры дефекта (кратера), образовавшегося на поверхности Луны в результате контакта: диаметр - 6-10 метров, глубина - 3 метра. Целью данного исследования является сравнение реальных размеров кратера с получаемыми при моделировании процесса методом КЭ с введенным критерием инкубационного времени, используемым для оценки возможности разрушения материала.

Традиционный способ создания новой поверхности в МКЭ связан с разделением узлов. Этот наиболее удобный в большинстве случаев подход, тем не менее, связан с достаточно длительными процедурами переразбиения и пересчета перемещений, деформаций и скоростей на новые узлы. Для того, чтобы гарантировать корректное интегрирования в (5.1), необходимо использовать маленькие шаги по времени. В этих условиях разделение узлов представляется не лучшим решением. В использованном методе конечные элементы, представляющие Луну, изначально не имеют общих узлов. До момента разрушения, степени свободы узлов, находящихся в одной точке, жестко связаны (рис. 5.1).

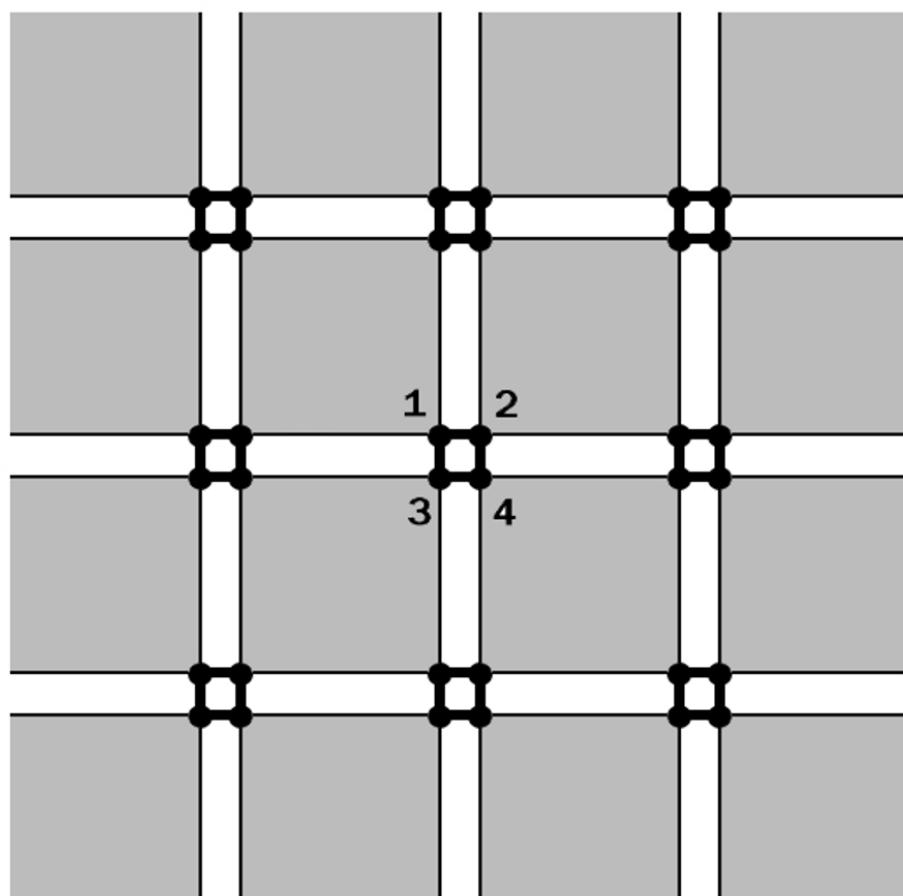


Рисунок 5.1

Конечноэлементная модель с элементами без общих узлов.

Решение задачи в этом случае совпадает с решением задачи для элементов с общим узлом. Размер каждого элемента в точности равнялся d (d определяется из (5.2)). При выполнении условия разрушения ограничение на степени свободы соответствующих узлов снимаются – образована новая поверхность.

На рисунке 5.1 дано схематичное представление внутренних точек разрушаемого тела. Изначально степени свободы узлов, находящихся

в одной точке, связаны. Условие разрушения (5.1) для такой точки может быть переписано:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \sigma_{ii}(t') dt' \geq \sigma_c, \quad (5.3)$$

где i принимает значения 1 и 2. Пространственное интегрирование исчезает, т.к. в МКЭ напряжения в данном узле и так представляют собой усредненное значение по расстоянию порядка размера элемента.

Задача решается для полупространства $y < 0$. Поведение материала определяется линейной теорией упругости. В начальный момент времени напряжения в материале, представляющем Луну, отсутствуют и все точки находятся в покое. Решается задача с осевой симметрией. Свойства материала, представляющего Луну, взяты равными средним для земного базальта. Используемые параметры представлены в таблице 5.1:

Модуль Юнга E	60 ГПа
Коэффициент Пуассона ν	0.25
Плотность ρ	2850 кг/см ³
Критическое напряжение σ_c	10.5 МПа
Критический КИН	2.94 МПа·√м
d	5 см
τ	80 мкс

Таблица 5.1

Свойства материала, используемые в вычислениях

Цилиндр диаметром в 1 метр и высотой в 1 метр падает на полупространство на скорости 2000 м/сек. Плотность материала цилиндра подобрана таким образом, чтобы его общая масса равнялась 366 кг. Рисунок 2 дает представление об используемой конечноэлементной модели. Размеры выбраны таким образом, чтобы волны, отраженные от границ образца, не возвращались в разрушаемую область в течении эксперимента.

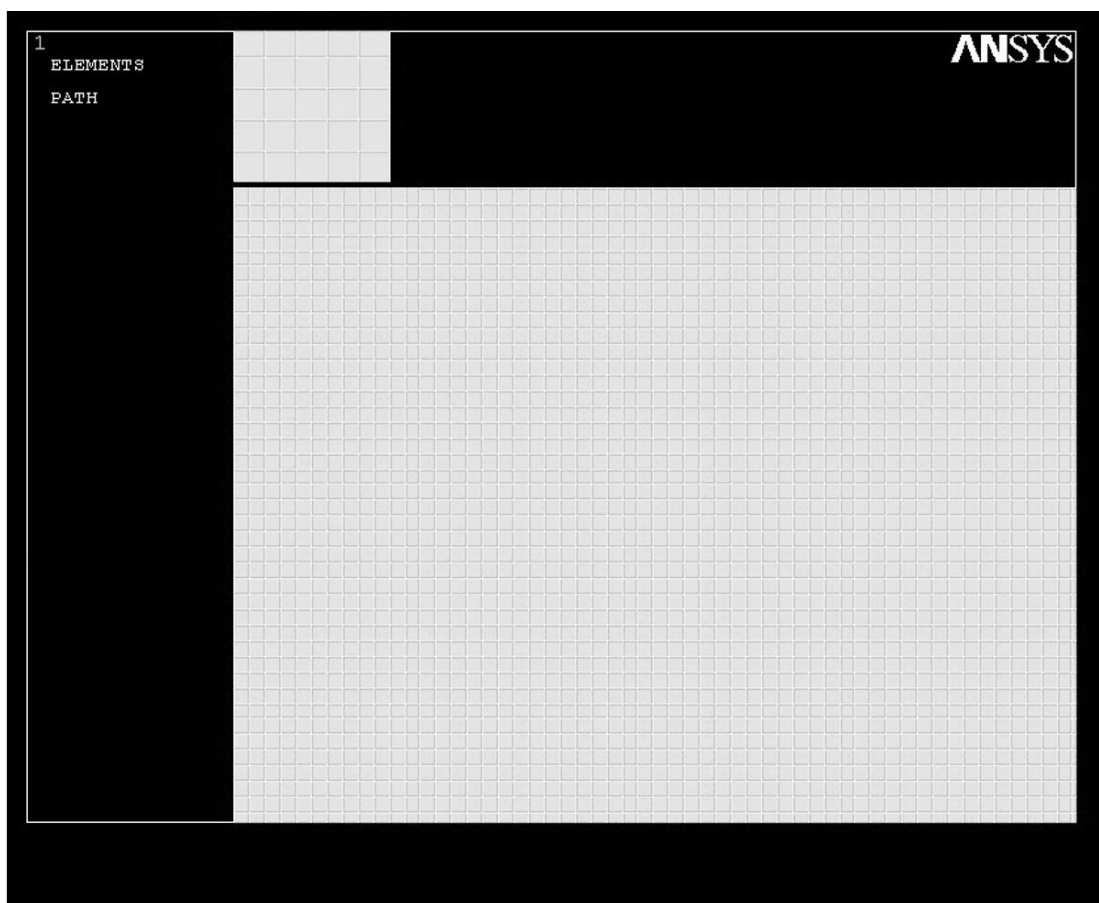


Рисунок 5.2

Общий вид конечноэлементной модели.

Для решения задачи линейной теории упругости использовался конечноэлементный пакет ANSYS (2006). Выполнение условия (5.3) во всех узлах образца контролировалось при помощи отдельной подпрограммы на языке ANSYS ADPL.

На рисунке 5.3 изображено состояние образца после завершения эксперимента. Разрушение в нижней части образца возникло вследствие откола материала в результате отражения волн от его нижней границы. На рисунке 5.4 на недеформированной сетке отмечены узлы, в которых произошло разделение материала. Таким

образом, можно оценить размер отпечатка (кратера), образовавшегося в результате удара спутника о поверхность Луны. Как видно из представленных результатов, поврежденная зона имеет диаметр порядка 10 метров и распространена вглубь примерно на 3 метра. Зону, где материал полностью фрагментирован, можно оценить как имеющую 7-10 метров в диаметре и 3 метра в глубину. Эти результаты очень хорошо совпадают с оценками размера образовавшегося кратера проведенными ЕКА (ESA 2006a, 2006b).

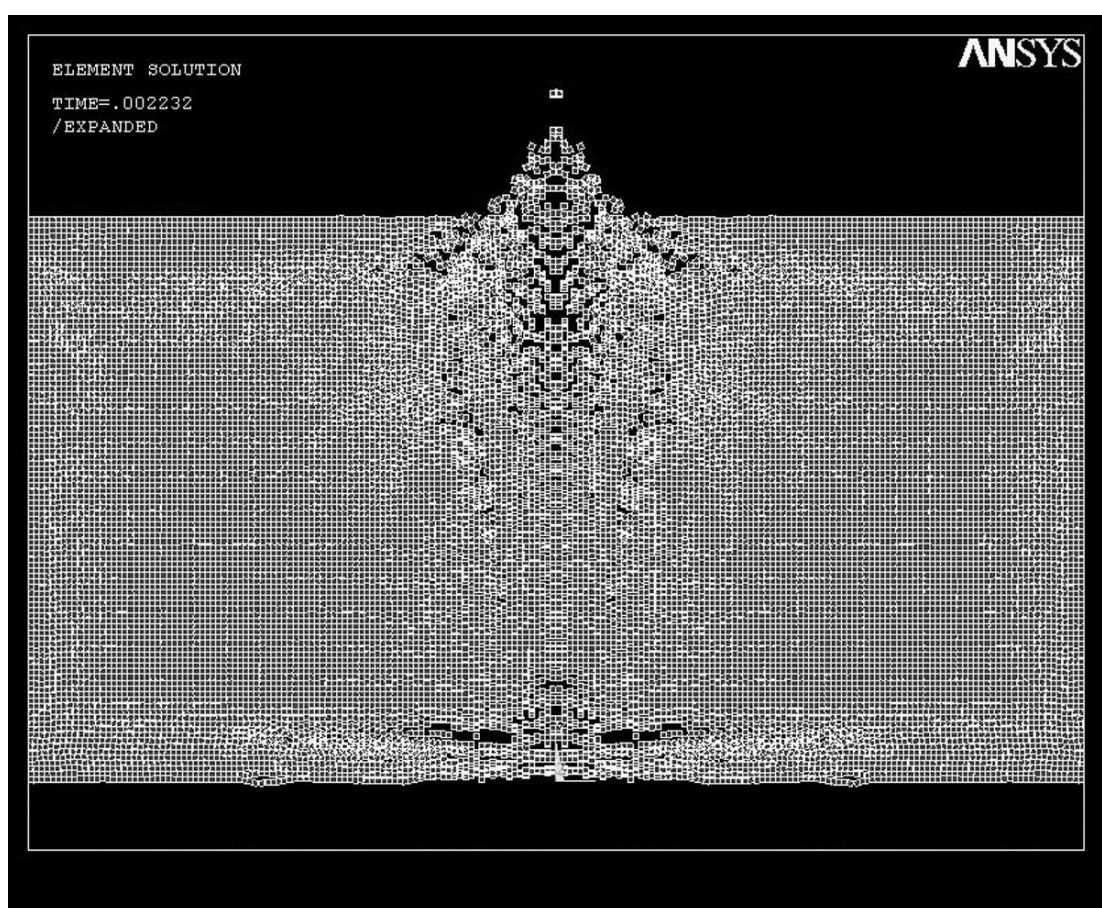


Рисунок 5.3

Образец после ударного воздействия спутника.

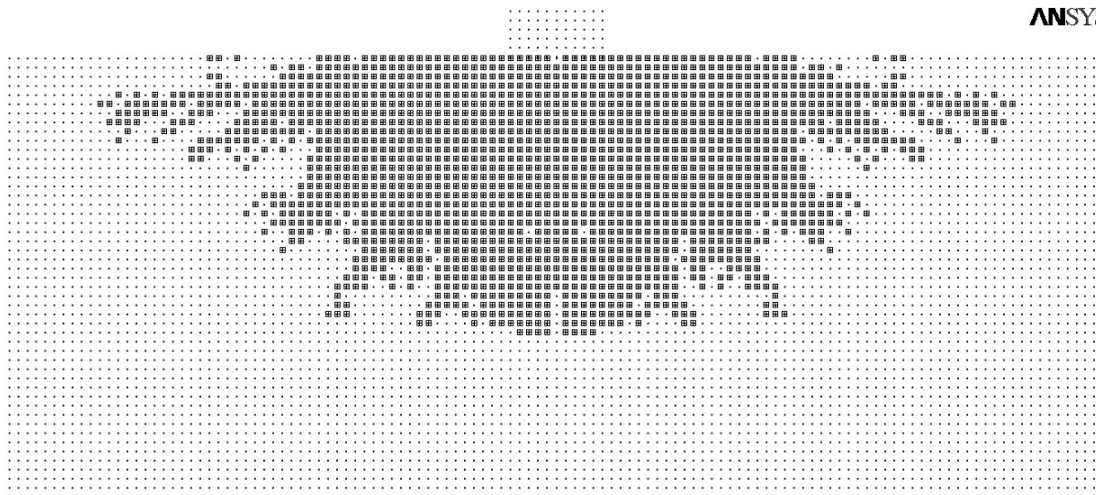


Рисунок 5.4

Узлы, в которых произошло разрушение.

5.2.4 Выводы

Показано, что область применимости критерия разрушения на основе понятия инкубационного времени процесса разрушения достаточно обширна. Так как большинство прикладных задач динамической упругости не имеет явного аналитического решения, большинство задач требует применения численных схем расчета. В этой связи подход, связанный с инкубационным временем, имеет значительные преимущества — он применим для описания как динамики, так и статики разрушения. Таким образом, нет необходимости введения различных критериев разрушения для разных скоростей приложения нагрузки. Показано, что, используя критерий инкубационного времени, внедренный в схему конечноэлементных расчетов, возможно корректное описание старта

(Морозов и др. 1988, Petrov and Morozov 1994, Petrov 1991, Братов и др. 2004, Bratov and Petrov 2007b), распространения (Братов и Петров 2007, Bratov and Petrov 2007a) и остановки (Братов и Петров 2007, Bratov and Petrov 2007a) динамических трещин. В данной работе показано, что аналогичный подход в состоянии предсказывать разрушение изначально бездефектных сред.

Далее рассмотрим задачу об эрозии, вызванной динамическими ударными воздействиями.

5.3 Моделирование разрушения асфальтобетонного покрытия шипами противоскольжения

5.3.1 Введение

Часто считается, что основной вклад в разрушение и деформацию покрытых асфальтом дорожных покрытий вносит тяжелый транспорт. Действительно, при низкоскоростном движении тяжелые транспортные средства (грузовики, автобусы и так далее) создают на дорожное покрытие нагрузки, которые значительно превышают нагрузки, создаваемые гораздо более легкими автомобилями. В этом случае дорожное покрытие нагружается квазистатически. Процесс деформации и разрушения дорожного покрытия в квазистатическом случае достаточно хорошо изучен. Ситуация может существенно измениться, если учесть

высокоскоростной трафик. При движении по российским скоростным автомагистралям можно заметить, что основной ущерб дорожному покрытию приходится на левые (высокоскоростные) полосы движения. Также видно, что эти повреждения вызваны эрозионным разрушением поверхности асфальта (износ, связанный с выносом материала). В то же время тяжелые грузовики крайне редко передвигаются по этим полосам. Очевидно, это повреждение вызывают быстро движущиеся легковые автомобили. Для автомобиля, движущегося со скоростью 110 км / ч, время взаимодействия шины с дорогой составляет около 5 миллисекунд. Удар шипа шины о поверхность дороги длится 2-3 микросекунды, и энергия этого удара увеличивается пропорционально квадрату скорости транспортного средства. Логично предположить, что основная причина эрозионного повреждения левых полос движения на высокоскоростных дорогах - это результат ударов шипами шин транспортных средств, движущихся с большой скоростью.

Изучим условия, которые могут приводить к образованию разрушения в асфальтобетонном покрытии при ударе со стороны автомобильного шипа противоскольжения. При анализе будем использовать обсуждавшийся ранее критерий разрушения на основе инкубационного времени хрупкого разрушения (5.1) - (5.3). Также используем численную модель, аналогичную модели, использованной для решения задачи об ударе спутника SMART1 о поверхность Луны. Модификации численной схемы связаны с другим масштабным уровнем процесса, иными свойствами разрушаемого и нагружающего материала, иными граничными и начальными условиями.

В первой аппроксимации рассмотрим задачу об отколе в пластине, выполненной из асфальтобетона. Получаемые результаты будут несколько далеки от практики, однако дадут общее представление о нагрузках, способных вызвать разрушение асфальтобетонного покрытия и, что особенно ценно, о влиянии свойств разрушаемого материала на амплитуды и длительности воздействий, способных вызвать разрушение.

На следующем этапе рассмотрим модель на основе задачи Герца для предсказания условий возникновения разрушения эрозионного типа при ударе автомобильного шипа об асфальтовое покрытие. Полученные результаты дают возможность качественно оценить критические скорости шипа (и, соответственно, автомобиля), начиная с которых происходит образование дефектов в структуре вяжущего, что со временем приведет к разрушению асфальтобетона. Также на основе решения задачи Герца возможны оценки влияния свойств асфальтобетона на критические пороговые характеристики разрушения.

В настоящий момент модель, основанная на решении задачи Герца об ударе частицы о границу полупространства, представляется наиболее близкой к реальному воздействию для шипованной автомобильной шины среди возможных аналитических решений. На основании классической схемы Герца можно вычислить максимальное напряжение в среде и длительность воздействия, возникающего в результате удара частицей радиуса R со скоростью V об упругое полупространство.

В последней части работы задача об ударе автомобильного шипа о покрытие решалась численно с использованием метода конечных элементов. Полученное решение является наиболее близким к реальной задаче об ударе шипа об асфальтобетон. На основе решения делаются выводы о критических скоростях движения автотранспорта, начиная с которых следует ожидать начало эрозионного разрушения асфальтобетона, и о влиянии свойств асфальтобетона на данные критические скорости.

5.3.2 Свойства разрушаемого материала (асфальтобетон)

Для дальнейших оценок потребуются параметры материала для разрушаемой среды. Выбор свойств на совсем очевиден: существует большое количество разнообразных асфальтобетонных смесей, широко используемых на практике. Их механические и прочностные свойства существенно различаются в зависимости от свойств компонентов смеси и их пропорций. Причем для этого класса материалов характерна существенная зависимость свойств материала от температуры.

Представленные исследования сосредоточены на хрупком разрушении асфальта при ударе со стороны автомобильных шипов противоскольжения. Известно, что более низкие температуры обычно приводят к «более хрупкому» поведению материала (увеличивается вероятность хрупкого разрушения).

За эталонную температуру асфальтового слоя мы примем температуру -5 по Цельсию, что является нормальной зимней температурой для европейской части России. Более высокие температуры приведут к меньшей вероятности хрупкого разрушения (более высокие критические скорости автомобиля, ведущие к разрушению асфальта). Более низкие температуры будут иметь противоположное влияние.

На основании имеющихся экспериментальных данных (Bragov and Lomunov 1995, Ravi-Chandar 1998, Макаров и др. 2006, Molenaar et al. 2001, Киркжип 1994, Золотарев 2002, McQuillen 1987, Батраков 1998, Mull et al. 2002, Ляпин 2006, Печеный 1990) для моделирования были выбраны следующие свойства материала, типичные для асфальта, используемого при сооружении верхнего слоя Российских автомобильных дорог, при температуре -5 градусов Цельсия (таблица 5.2).

Модуль Юнга E	1.1 ГПа
Коэффициент Пуассона ν	0.3
Плотность ρ	2100 кг/см ³
Критическое напряжение σ_c	4.5 МПа
Критический КИН	0.114 МПа·√м
d	0.4 мм
τ	12 мкс

Таблица 5.2

Типичные свойства материала (асфальтобетон), используемые в вычислениях

Этот типичный материал будет сравниваться с «модифицированными» асфальтовыми смесями. Предполагается, что существует возможность изменения модуля упругости материала (модуля Юнга) асфальтобетона (например, путем введения пластификатора). Влияние изменения модуля упругости на другие параметры материала можно оценить на основании предыдущих исследований (Петров 1991, Bratov and Petrov 2007a, 2007b, Братов 2009). Следуя (Груздков и др. 2006), предполагается, что изменение модуля упругости существенно не влияет на предел прочности и коэффициент критической интенсивности напряжений. Таким образом, структурный размер d также существенно не изменяется. В [17] показано, что инкубационное время хрупкого разрушения для многих материалов пропорционально структурному размеру d и обратно пропорционально скорости волн в разрушенном материале.

Скорость звуковой волны для тонкого стержня определяется как $C = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$. Предполагая, что плотность материала существенно не меняется, можно получить, что в исследуемом случае инкубационное время хрупкого разрушения должно быть обратно пропорционально квадратному корню из модуля упругости.

5.3.3 Откольное разрушение

В качестве первого приближения и для оценки влияния свойств материала на разрушение асфальтобетона рассмотрена задача об отколе в пластинах, изготовленных из асфальтобетона. Предположим, что импульс воздействия имеет прямоугольную форму (в условиях решаемой упрощенной задачи такое воздействие наиболее близко отражает воздействие автомобильного шипа на асфальтобетонное покрытие, при этом длительность такого воздействия связана с длиной шипа, а его амплитуда связана со скоростью удара, т.е. со скоростью автомобиля).

В этом случае может быть получено аналитическое решение такой задачи разрушения (задачи о нахождении предельных характеристик воздействия, ведущего к возникновению разрушения в пластине из асфальтобетона). В качестве критерия разрушения принимается критерий инкубационного времени (5.1). Параметры, необходимые для решения задачи, обсуждались в предыдущем параграфе.

Автомобильные шины оборудуют шипами, изготовленными из различных материалов и имеющими различную геометрию. Для определенности выберем следующие параметры материала, из которого изготовлен автомобильный шип противоскольжения (таблица 5.3):

Модуль Юнга E	200 ГПа
Коэффициент Пуассона ν	0.25
Плотность ρ	7800 кг/см ³

Таблица 5.3

Свойства материала автомобильного шипа противоскольжения (сталь), используемые в вычислениях

Такие параметры характерны для стали.

Учитывая, что обычный размер (длина) автомобильного шипа противоскольжения равен 16 мм, а скорость продольной волны в стали порядка 5000 метров в секунду, найдем, что удар шипа об асфальт продолжается порядка 3.1 микросекунд. Амплитуда этого удара будет зависеть от скорости шипа, которая, в свою очередь, будет зависеть от скорости автомобиля.

Решение задачи в напряжениях получается как сумма прямой и отраженной волн, где прямая волна может быть представлена как:

$$\sigma_+ = -P \left[H\left(t + \frac{x_2}{c_1}\right) - H\left(t + \frac{x_2}{c_1} + T\right) \right],$$

где P - амплитуда нагрузки, T – ее длительность, H обозначают ступенчатую функцию Хевисайда, t – время. $t=0$ соответствует времени прихода исходной волны на границу образца. x_2 – координата нормальная к плоскости пластины. $x_2=0$ соответствует плоскости пластины, от которой происходит отражение исходной волны.

Отраженная волна может быть представлена как:

$$\sigma_- = P \left[H\left(t - \frac{x_2}{c_1}\right) - H\left(t - \frac{x_2}{c_1} + T\right) \right].$$

Тогда решение для напряжений может быть представлено как $\sigma = \sigma_+ + \sigma_-$.

Применим критерий разрушения (5.1) к полученному решению для напряжений. Учитывая, что инкубационное время разрушения τ превышает длительность воздействия T , получим:

$$PT \leq \sigma_c \tau$$

При нарушении этого неравенства будет происходить разрушение асфальтобетонного образца. Критической амплитуде нагрузки (критической скорости шипа или, что есть то же самое, критической скорости автомобиля, приводящей к разрушению асфальтового

полотна) соответствует равенство правой и левой частей этого неравенства. Получим:

$$P_c = \frac{\sigma_c \tau}{T}.$$

Построим зависимость критической амплитуды P_c от модуля упругости асфальтобетона (рисунок 5.5).

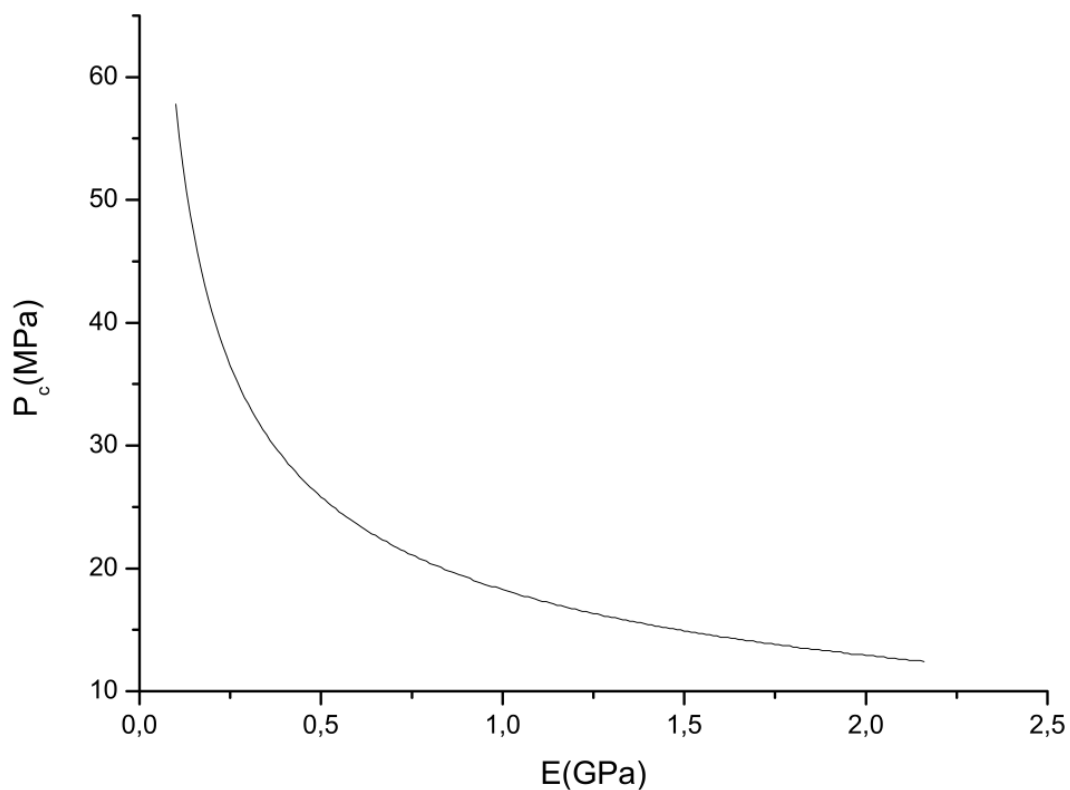


Рисунок 5.5

Зависимость критической скорости (амплитуды давления) от модуля упругости разрушаемого асфальтового слоя

Как видно из приведенного рисунка, уменьшение упругого модуля асфальтобетона ведет к значительному увеличению критической скорости, начиная с которой будет происходить разрушение

асфальтобетонного полотна под действием ударных нагрузок, вызванных ударом шипа автомобильной шины о поверхность автодороги.

В качестве следующего приближения к решению задачи разрушения асфальтобетонного покрытия под действием ударных нагрузок со стороны колесных шипов автомобилей, движущихся с большими скоростями, рассмотрим решение задачи Герца об ударе жесткой сферической частицы о полупространство. Такая задача по своей постановке очень близка к решаемой задаче.

5.3.4 Задача Герца об ударе частицы о полупространство (эрозионное разрушение)

Рассмотрим жесткую сферическую частицу радиуса R , падающую со скоростью v на границу упругого полупространства. Используя аппроксимацию классической теории Герца, считаем, что движение частицы описывается следующим уравнением (Петров и Смирнов 2007, Колесников и Морозов 1989, Lawn and Wilshaw 1975):

$$m \frac{d^2 h}{dt^2} = -F \quad ,$$

(5.4)

где m – масса частицы. F задается следующим выражением:

$$F(t) = k(R)h^{\frac{3}{2}}(t); \quad k(R) = \frac{4}{3}\sqrt{R} \frac{E}{1-2\nu}.$$

(5.5)

Непосредственно перед началом взаимодействия сферической частицы и полупространства

$$\frac{dh}{dt} = v.$$

Максимальное проникновение частицы h_0 соответствует моменту времени, когда

$$\frac{dh}{dt} = v.$$

Решим уравнения (5.4-5.5):

$$h_0(v, R) = \left(\frac{5mv^2}{4k} \right)^{\frac{2}{5}}$$

$$t_0(v, R) = \frac{2h_0}{v} \int_0^1 \frac{d\gamma}{\sqrt{1-\gamma^{\frac{5}{2}}}} = 2.94 \frac{h_0}{v},$$

где t_0 - длительность воздействия частицы на полупространство (длительность удара). Временная зависимость проникновения $h(t)$ может быть приближена следующей зависимостью (Lawn and Wilshaw 1975):

$$h(t) = h_0 \sin\left(\frac{\pi t}{t_0}\right).$$

Максимум растягивающих напряжений достигается в центре пятна контакта частицы с полупространством и может быть приближен следующим соотношением (Lawn and Wilshaw 1975):

$$\sigma(t, \nu, R) = \frac{1-2\nu}{2} \frac{F(t, \nu, R)}{\pi a^2(t, \nu, R)},$$

где

$$a(t, \nu, R) = \left[2F(t, \nu, R)(1-\nu^2) \frac{R}{4E} \right]^{1/3}.$$

Условие разрушения (5.1) в этом случае может быть переписано:

$$\int_{t-\tau}^t \sigma(s, \nu, R) ds \leq \sigma_c \tau.$$

Причем критической ситуации, ведущей к разрушению полупространства, отвечает следующее условие:

$$\max_t \int_{t-\tau}^t \sigma(s, \nu, R) ds = \sigma_c \tau. \quad (5.6).$$

Используя условие (5.6), находится пороговая скорость v частицы, ведущая к инициированию разрушения в области, в которую врежется частица.

Массу частицы примем равной массе стандартного автомобильного шипа противоскольжения – 2.1г.

Радиус частицы R найдем из условия, что взаимодействие частицы (шипа) и полупространства продолжается 3.1 микросекунды:

$$R = \frac{2.46e24c}{vE^2} .$$

Решив уравнения относительно v (начальной скорости сферической частицы) найдем зависимость критической скорости (скорости, удовлетворяющей равенству (5.6)) от модуля упругости разрушаемого слоя. Зависимость других параметров асфальта от модуля упругости учитывается аналогично предыдущему примеру (откол).

На рисунке 5.6 представлена полученная зависимость критической скорости от модуля упругости асфальтобетона.

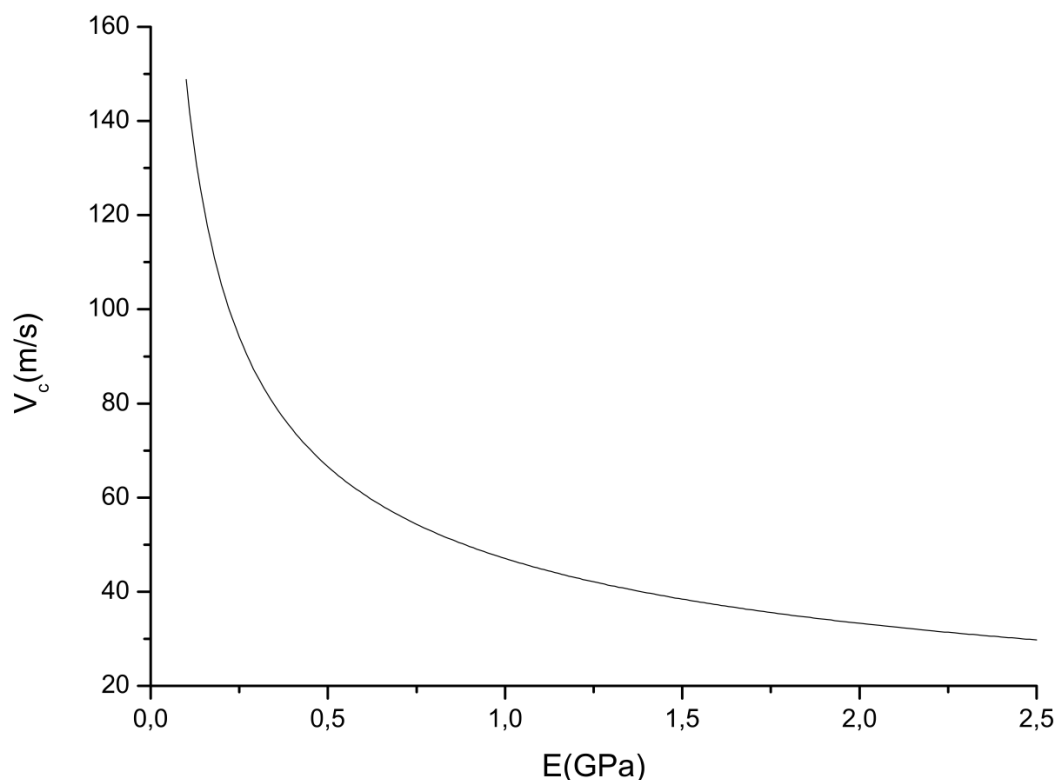


Рисунок 5.6

Зависимость критической скорости частицы от модуля упругости разрушаемого материала

Видно, что при уменьшении упругого модуля разрушаемого материала критическая скорость воздействия возрастает. Таким образом, показано, что уменьшение упругого модуля влечет за собой увеличение динамических прочностных свойств разрушаемого материала. Полученная зависимость должна качественно совпадать с зависимостью для критической скорости автомобильного шипа противоскольжения, вызывающего разрушение асфальтобетонного покрытия (разрушение эрозионного типа). В то же время количественно эти зависимости сравнивать нельзя. Это связано с тем, что при ударе шипа форма импульса давления близка к прямоугольной и энергия, передаваемая разрушаемой области, значительно больше энергии, передаваемой разрушаемой области в

случае удара сферической частицы. Временная зависимость давления в случае воздействия в задаче Герца представлена на рисунке 5.7.

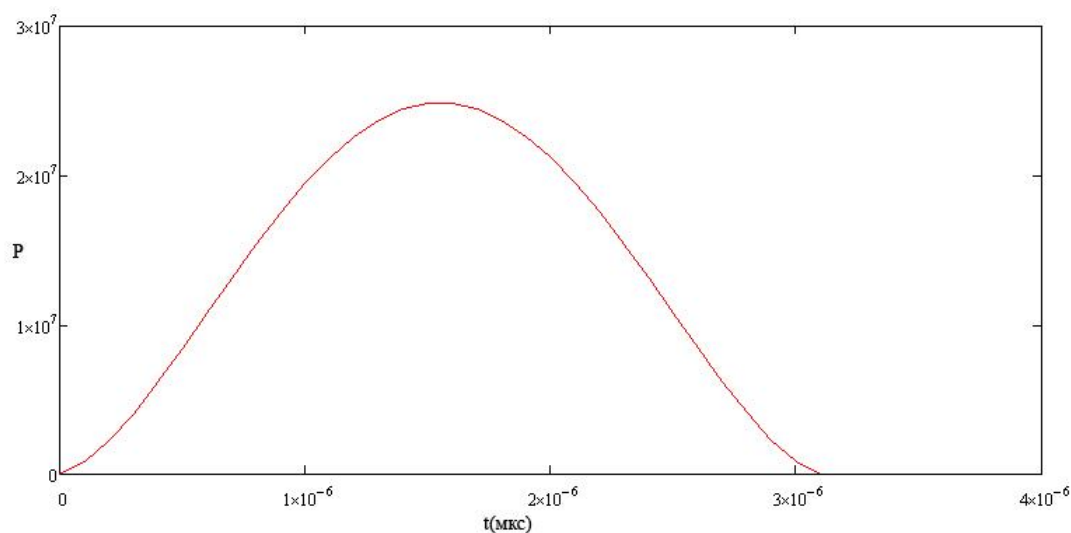


Рисунок 5.7

Временная зависимость давления, оказываемого сферической частицей на полупространство

В последней из рассмотренных задач разрушение асфальтобетонного покрытия под действием ударов автомобильных шипов моделировалось численно с использованием метода конечных элементов. Такая постановка задачи является наиболее близкой к реальной задаче об ударе шипа об асфальтобетон и дает возможность количественной оценки критических скоростей движения автомобильного транспорта, при которых начнется эрозионное разрушение асфальтобетонного покрытия скоростных автомагистралей.

5.3.5 Конечноэлементное моделирование удара шипа об асфальтобетон

Решение, наиболее близкое условиям реального удара шипа автомобильной шины об асфальтобетонное покрытие, можно получить путем численного моделирования динамического процесса взаимодействия шипа и разрушаемого асфальтобетона. В этом случае возникает необходимость решения контактной задачи, учитывающей динамику этого процесса.

Будем решать осесимметричную контактную задачу нормального удара стального цилиндра (автомобильный шип) о полупространство (асфальтобетонное покрытие).

Поведение системы описывается соотношениями линейной теории упругости:

$$\rho u_{i,tt} = (\lambda + \mu) u_{j,ji} + \mu u_{i,jj}, \quad (5.7)$$

где $" , "$ означает частную производную по соответствующей временной или пространственной координате. ρ - массовая плотность, индексы i и j принимают значения 1 и 2. Перемещения заданы u_i в направлении x_i . t обозначает время, λ и μ - константы Ламе. Напряжения связаны с деформациями законом Гука:

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} u_{k,k} + \mu (u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (5.8)$$

где σ_{ij} - напряжения в направлении ij , δ_{ij} - дельта функция Кронекера. В момент времени $t = 0$ образец, представляющий асфальтобетон, свободен от напряжений и скорости всех точек нулевые:

$$\sigma_{ij} \big|_{t=0} = u_{,t} \big|_{t=0} = 0. \quad (5.9)$$

Цилиндрический ударник, представляющий автомобильный шип, в начальный момент времени свободен от напряжений и имеет скорость v :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} \big|_{t=0} &= 0 \\ u_{,t} \big|_{t=0} &= -v. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Шип моделируется как линейно упругий материал со свойствами, характерными для стали (свойства приведены в предыдущих разделах). Размеры цилиндра, моделирующего шип:

- высота (длина) – 16 мм
- радиус 2.4 мм.

Масса шипа (учитывая свойства стали, приведенные выше) – 2.1 грамма, что соответствует стандартному автомобильному шипу, используемому в легковых автомобильных шинах на этапе эксплуатации.

Моделируемая область, представляющая асфальтобетон, имела конечные размеры, однако эти размеры выбирались из условия, что волны, отраженные от внешних границ, не возвращаются в зону контакта шипа и асфальта в течение времени эксперимента. Такое условие делает решение задачи соответствующим решению задачи для бесконечной области.

Для всех точек образца, представляющего асфальтобетон, проверяется выполнение критерия разрушения (5.1). При выполнении условия разрушения должно произойти разрушение – образование новой поверхности. Условие разрушения (5.1) для такой точки может быть переписано:

$$\frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \sigma_{ii}(t') dt' \geq \sigma_c, \quad (5.11)$$

где i принимает значения 1 и 2. Пространственное интегрирование исчезает, т.к. в МКЭ напряжения в данном узле и так представляют собой усредненное значение по расстоянию порядка размера элемента.

Задача решается для полупространства $y < 0$. Поведение материала определяется линейной теорией упругости.

Для решения задачи линейной теории упругости использовался конечноэлементный пакет ANSYS. Выполнение условия (5.11) во всех узлах образца контролировалось при помощи отдельной подпрограммы на языке ANSYS ADPL.

На рисунке 5.8 представлено поле горизонтальных напряжений и состояние системы в процессе моделирования.

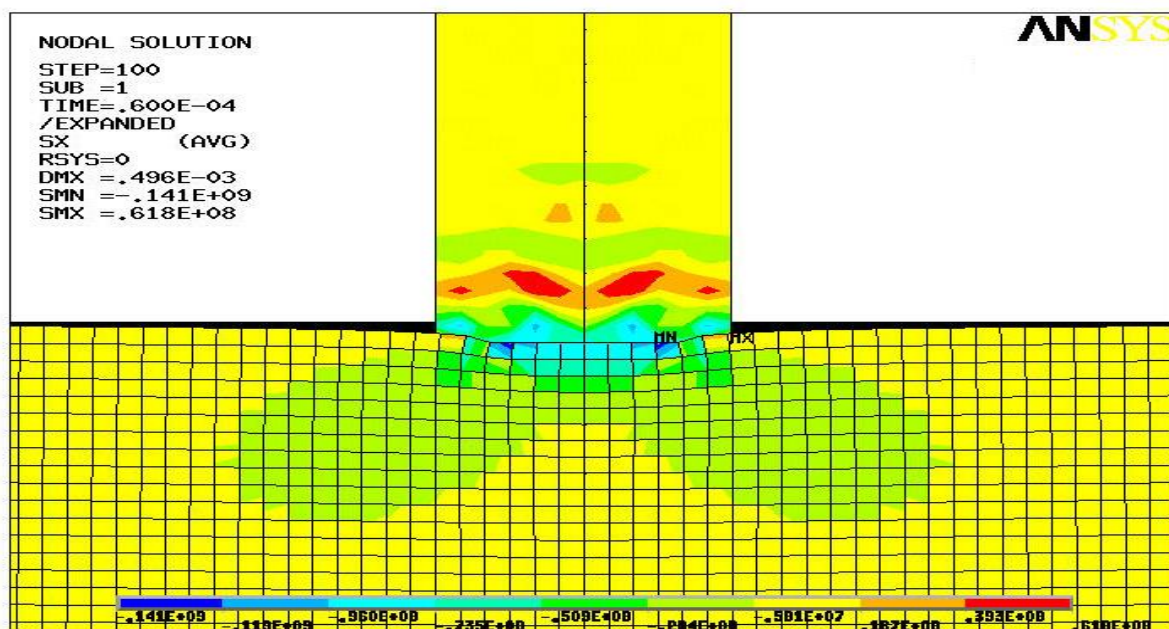


Рисунок 5.8

Поле горизонтальных напряжений в процессе контакта шипа с асфальтобетонным покрытием

На рисунке 5.9 изображено состояние образца после завершения эксперимента в случае удара шипа на достаточно большой скорости. На рисунке на недеформированной сетке отмечены узлы, в которых произошло разделение материала.

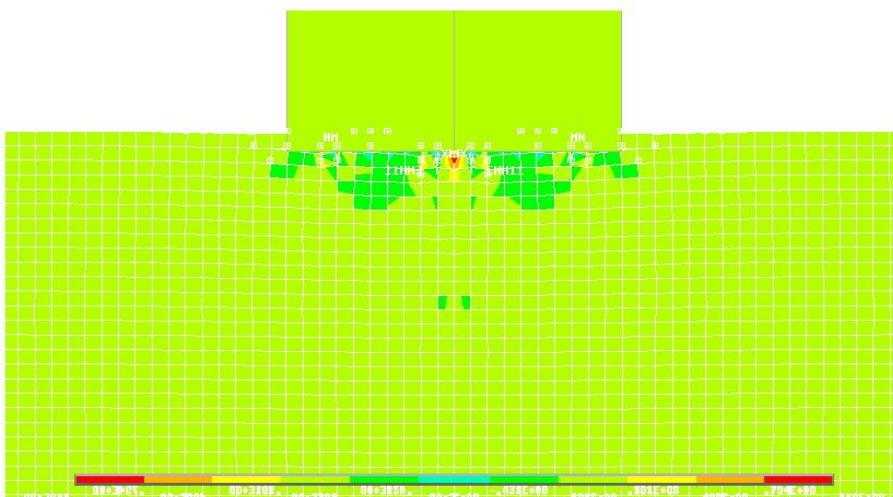


Рисунок 5.9

Состояние образца в процессе моделирования удара достаточно большой скорости. Точками (для недеформированного образца) отмечены узлы, в которых произошло разрушение

На рис. 5.10 представлена типичная временная зависимость напряжений на поверхности асфальтобетонного покрытия вблизи контакта с автомобильным шипом.

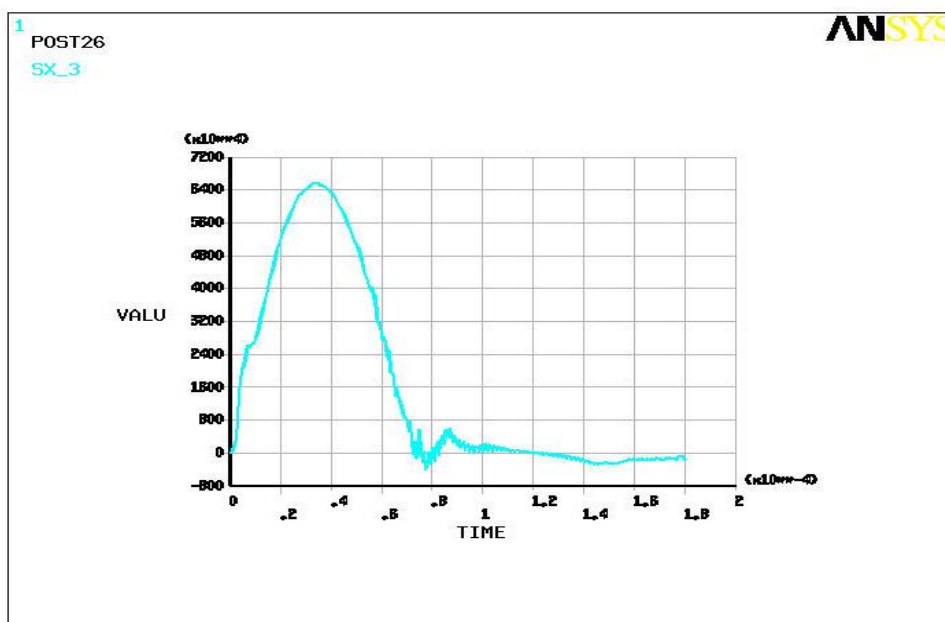


Рисунок 5.10

Типичная временная зависимость горизонтальных напряжений на поверхности асфальтобетонного покрытия вблизи контакта с автомобильным шином

Проводилось исследование поведения ряда асфальтобетонов (стандартного и модифицированных), отличающихся своими свойствами. Для каждого из асфальтобетонов проводилась серия численных экспериментов с целью определения критической скорости v ударника (шипа), при которой начинается образование трещин в асфальтобетоне. На рисунке 5.11 представлена полученная зависимость критической скорости автомобиля, при достижении которой следует ожидать начала микрорастрескивания асфальтобетонного покрытия от модуля упругости асфальтобетона.

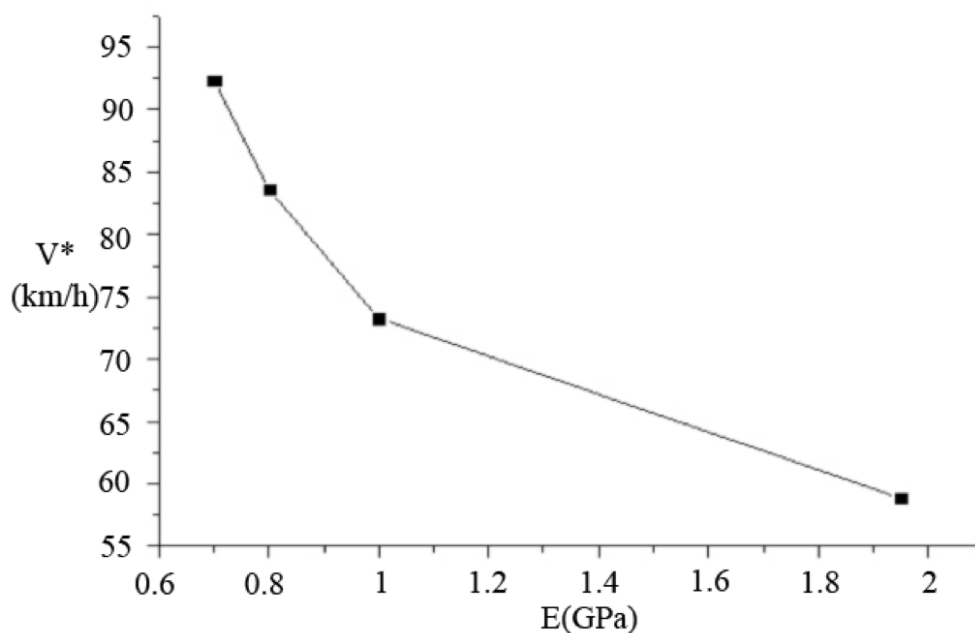


Рисунок 5.11

Зависимость критической скорости автомобиля, при достижении которой следует ожидать начала микрорастрескивания асфальтобетонного покрытия от модуля упругости асфальтобетона

Как видно из приведенных графиков, для стандартного асфальтобетона критическая скорость легкового автомобиля, при которой начинается эрозионное разрушение асфальтового полотна, составляет 74 км / ч. При уменьшении упругого модуля асфальтобетона и, соответственно, увеличении инкубационного времени хрупкого разрушения асфальтобетона критическая скорость возрастает.

5.3.6 Выводы

В работе на основе модельных задач (динамический откол в пластинах, контактная задача Герца) и численных расчетов, максимально приближенных к реальности, исследована задача хрупкого разрушения асфальтобетона под действием ударов автомобильных шипов противоскольжения транспортных средств, движущихся с высокими скоростями.

Показано, что для стандартного асфальтобетона критическая скорость автомобиля (стандартные шипы, идеально сбалансированное колесо, оптимальное давление в шине) составляет 74 км / ч. Эти расчеты хорошо коррелируются с данными дорожных служб Финляндии, где в период применения шипов ограничивается скорость движения транспорта (80 км / ч) и разрешены к применению шипы меньшей массы.

Показано влияние модуля упругости на скоростные характеристики транспорта. Из приведенных расчетов следует, что уменьшение модуля упругости слоя износа позволяет значительно увеличить критические скорости автомобилей, влекущие за собой эрозионное разрушение дорожного полотна, что дает возможность управления процессами появления износа.

Далее рассмотрим задачу, в которой исследуются большие скорости ударников и, соответственно, большее количество создаваемого разрушения – задачи пробивания квазихрупких пластин металлическими высокоскоростными ударниками.

5.4 Численный анализ пробивания пластин, изготовленных из ПММА, металлическими высокоскоростными ударниками

5.4.1 Введение

Изучение эффектов и моделирование в задачах пробивания материалов и конструкций при динамических высокоскоростных воздействиях имеет большое практическое значение для инженерных приложений. Области, для которых важны эффекты динамического пробивания достаточно широко распространены на практике: проектирование систем военной защиты (пуленепробиваемые жилеты, броня транспортных средств и т. д.), автомобилестроение (безопасность при авариях), авиация и космонавтика (удары птиц, угроза со стороны космического мусора, эрозия лопаток турбины твердыми частицами), террористическая угроза, электроника (падение портативных устройств на твердые поверхности) и т. д. Экспериментальное изучение эффектов ударного разрушения материалов требует значительных временных и финансовых затрат. Это в первую очередь связано с требованиями к нагружающим устройствам, безопасности, наличию высокоскоростных систем регистрации и точной синхронизации оборудования. Кроме того, эти эксперименты могут быть довольно дорогостоящими. В этой связи численное моделирование в задачах пробивания приобретает особую ценность, так как может служить инструментом для оптимизации экспериментальных исследований и проектирования изделий благодаря постоянно растущим возможностям современных вычислительных систем. В настоящее время в литературе известно

значительное количество различных численных подходов в задачах динамического разрушения (Xu and Needleman 1995, Liu and Liu 2010, Johnson 1996, Kostaschuk et al. 2015, Belytchko et al. 1997, Lee et al. 2016, (Lawn and Wilshaw 1975) Demmie and Silling 2007). Однако, помимо выбора численной схемы необходимо обеспечить модель разрушения, применимую для класса решаемых задач. Как неоднократно обсуждалось выше, материалы могут демонстрировать сложное поведение при интенсивном динамическом нагружении: увеличение прочности с ростом скорости деформации (Cadoni et al. 2006, Bragov and Lomunov 1995), особенности, связанные с динамическим распространением трещины (Ravi-Chandar 1998, Fineberg and Bouchbinder 2015), задачи динамической фрагментации твердых тел (Grady 2008). Согласно одному из наиболее распространенных подходов в моделировании динамического разрушения зависимости от скорости деформации явно вводятся в модели материалов. Модель Джонсона-Кука (Johnson and Cook 1985, 1983) - один из ярких представителей этого подхода, и именно она является одной из наиболее часто используемых моделей поведения материалов в области ударного нагружения и динамического разрушения. Эта модель успешно применялась в значительном количестве работ, однако она содержит относительно большой набор параметров, которые необходимо определить с помощью довольно сложных процедур (Iqbal et al. 2015, Allen et al. 1997). Кроме того, не все эти параметры имеют четкую физическую интерпретацию. Аналогичный подход используется для прогнозирования динамического разрушения в образцах с трещинами: классический критерий разрушения Ирвина (Irwin 1957) распространяется на динамический случай путем введения зависимостей от скорости деформации и замены параметров материала функционалами (Freund

1990, Rosakis and Zender 1985). Эти функциональные зависимости рассматриваются как свойства материала, которые следует определять экспериментально. В целом можно заключить, что модели разрушения, вводящие зависимость от скорости деформации, основаны на сравнительно больших наборах параметров и функциональных зависимостей, которые обычно трудно или даже невозможно определить из стандартных или даже новых экспериментов (Chung Kim Yuen 2017, Zhao 1998).

Другая группа критериев основана на временных характеристиках процесса динамического разрушения. Как и в предыдущих результатах, представленных в данной работе, будем использовать модель разрушения на основе понятия инкубационного времени (5.1) (Petrov and Utkin 1989, Petrov 1991, Petrov and Morozov 1994). С использованием метода конечных элементов с внедренным критерием разрушения на основе понятия инкубационного времени хрупкого разрушения проведем численное моделирование экспериментов по пробиванию пластин из ПММА высокоскоростными ударниками. Такие эксперименты были проведены в Нижегородском Государственном университете группой проф. А.М. Брагова (Kazarinov et al. 2020). В этих испытаниях регистрировалось падение скорости ударника при взаимодействии с целью – пластинами различной толщины, изготовленными из ПММА. Эксперименты проводились на образцах с тремя разными толщинами: 4мм, 6мм и 10мм. Выбор ПММА в качестве исследуемого материала связан с тем, что его можно рассматривать как эталонный материал для исследований динамического разрушения. Этот материал достаточно хорошо изучен. Привлекательные для экспериментального изучения свойства

данному материалу обеспечивают оптические (он прозрачен и обладает двойным лучепреломлением, поэтому применимы методы каустического анализа) и прочностные (ПММА является квазихрупким материалов в широчайшем диапазоне давлений и скоростей нагружения) свойства. Этот материал использовался в многочисленных работах по динамическому распространению трещин (Fineberg et al. 1992, Smirnov et al. 2019), удару (Dorogoy et al. 2018, Stenzler and Goulbourne 2011), отколу (Kanel 2010, Parkhomenko and Utkin 1990), и его прочностные параметры и поведение хорошо изучены. С другой стороны, ПММА широко используется для различных инженерных приложений (Rosenberg et al. 2005), и результаты этой работы (как экспериментальные, так и численные) могут быть полезны для практических нужд.

5.4.2 Эксперименты по пробиванию пластин из ПММА

Экспериментальные исследования, моделирование которых будет представлено далее, были проведенные в Нижегородском Государственном университете группой проф. А.М. Брагова (Kazarinov et al. 2020). В этих экспериментах квадратные пластины из ПММА с размерами 100мм на 100мм и толщинами 4мм, 6мм и 10мм зажимались в специальном фиксирующем устройстве (см. рис. 5.12).



Рисунок 5.12

Пластина из ПММА, зафиксированная в специальном устройстве.

Нагружение производилось при помощи высокоскоростных ударников, нормально ударяющих в центр пластины. Ударники представляли собой стальные цилиндры с диаметром 6 мм, длиной 20 мм и массой 8.3 грамма. Оборудование на основе газовой пушки позволяло разгонять данные ударники до произвольной скорости в пределах от 40 м/с до 350 м/с. Начальная (до соударения с пластиной из ПММА) скорость ударника с высокой точностью фиксировалась при помощи электромагнитных датчиков. Разрушение пластины при ударе, а также скорость ударника после пробивания пластины фиксировались при помощи высокоскоростной видеосъемки.

В проведенных экспериментах для трех разных толщин пластин из ПММА исследовалась зависимость скорости ударника после пробивания пластины от начальной скорости ударника. Особое внимание в исследованиях уделялось скоростям, близким к баллистическому пределу – критической скорости ударника, при которой происходит пробивание цели.

5.4.3 Численное моделирование пробивания пластин из ПММА

Для численного моделирования была использована численная схема и критерий разрушения, идентичные используемым ранее в данной главе. На рисунке 5.13а представлена конечноэлементная геометрия численной модели. Рисунок 5.13b увеличивает зону контакта ударника и мишени.

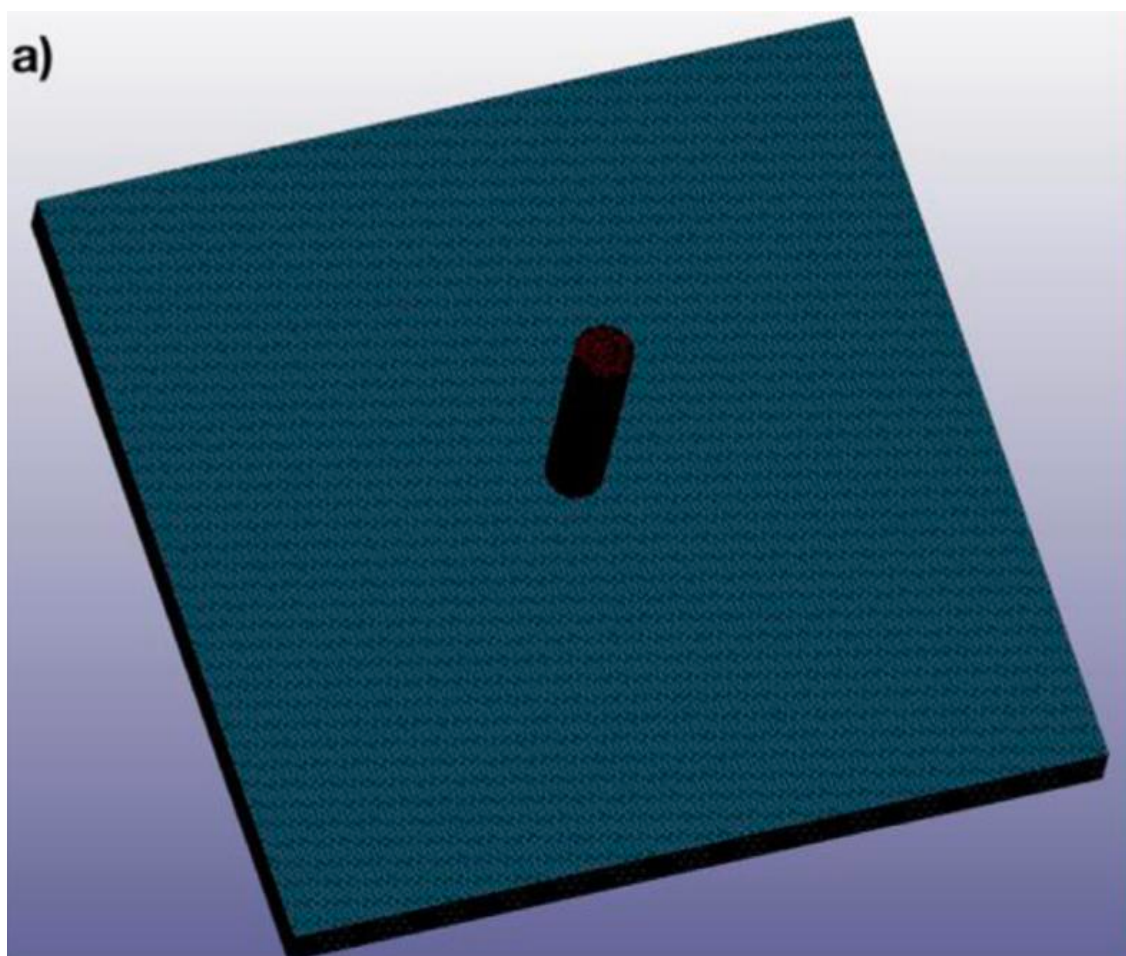


Рисунок 5.13а

Конечноэлементная модель.

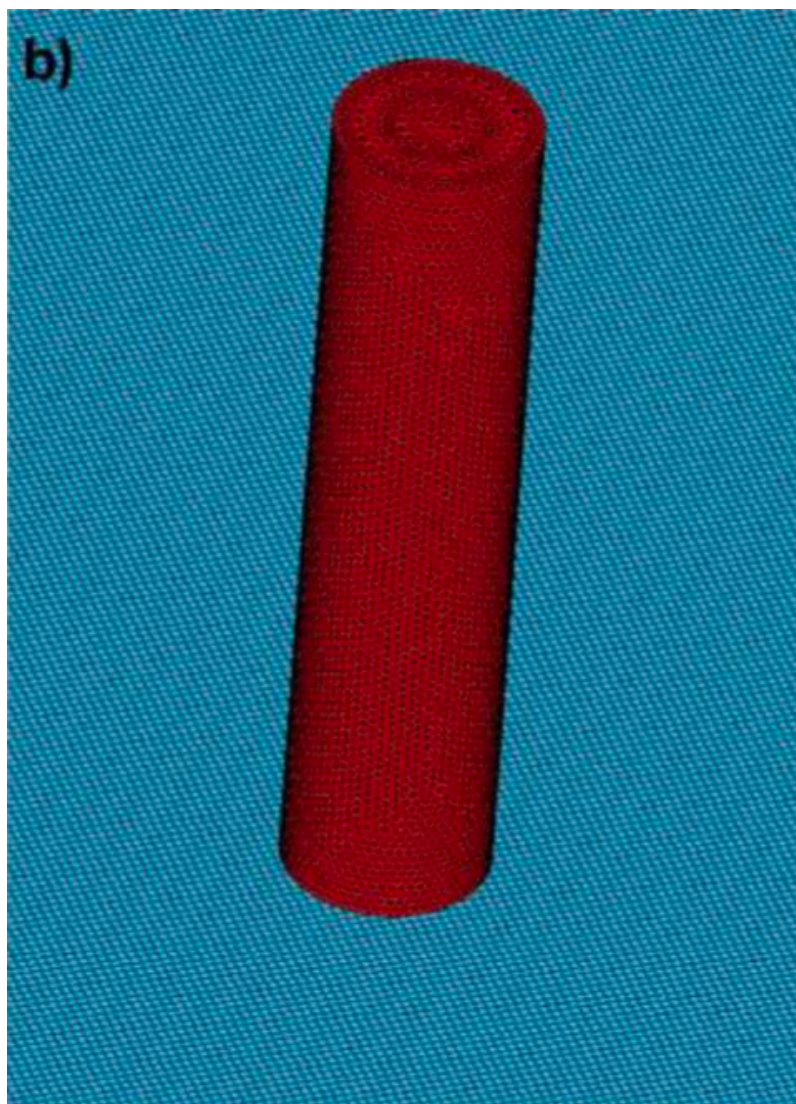


Рисунок 5.13b

Конечноэлементная модель. Увеличение зоны контакта ударника и мишени.

Свойства материалов, используемые при моделировании, представлены в таблицах 5.4 и 5.5. Для мишени использованы свойства ПММА, для ударника - свойства стали, из которой изготавливались ударники.

Модуль Юнга E	3.3 ГПа
Коэффициент Пуассона ν	0.35
Плотность ρ	1180 кг/м ³
Критическое напряжение σ_c	72 МПа
Критический КИН	1.7 МПа·√м
d	0.1 мм
τ	1 мкс

Таблица 5.4

Свойства материала(мишень), используемые в вычислениях

Модуль Юнга E	209 ГПа
Коэффициент Пуассона ν	0.28
Плотность ρ	7720 кг/м ³

Таблица 5.5

Свойства материала (ударник), используемые в вычислениях

Разработанная численная схема внедрена в конечноэлементный пакет LS-DYNA, использующий явную схему интегрирования по времени. Для определения выполнения критерия разрушения во всех точках образца разработана процедура на языке FORTRAN для совместного использования с программой LS-DYNA. При выполнении условия разрушения в каком-либо элементе применяется техника «смерти» элемента – модуль упругости искусственно

уменьшается практически до 0, и элемент фактически перестает нести какую-либо нагрузку.

На рисунке 5.14 экспериментальный вид образцов толщиной 10 мм после испытаний с различными скоростями сравнивается с видом аналогичных образцов при аналогичном воздействии при численном эксперименте.

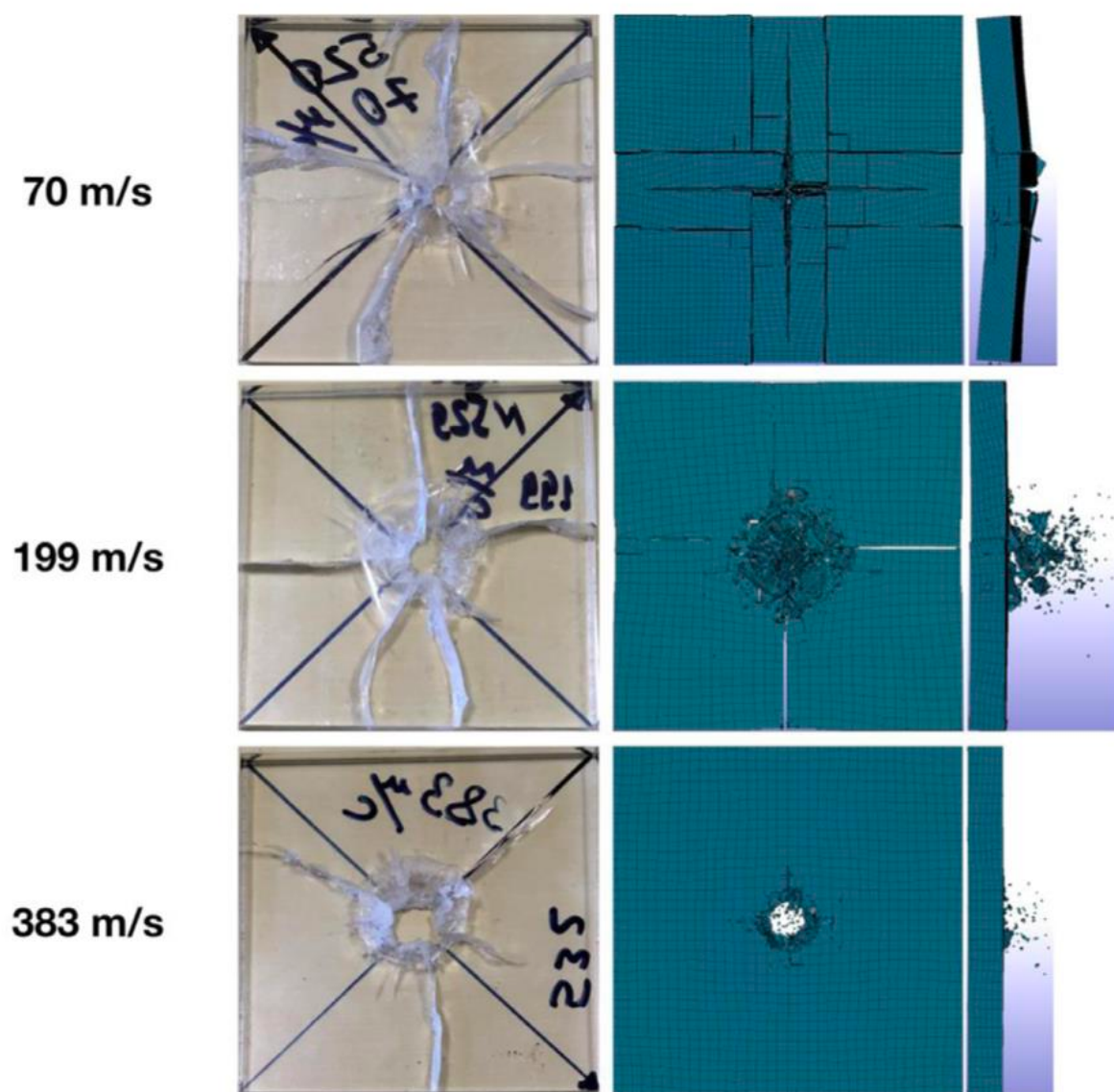


Рисунок 5.14

Сравнение внешнего вида испытанных пластинок из ПММА при различных начальных скоростях ударника. Слева – результаты натурных экспериментов, справа – результаты численного моделирования.

Как видно из представленной иллюстрации, результаты моделирования для повреждений, нанесенных образцу в результате удара, хорошо совпадают с наблюдаемыми в эксперименте.

Далее сравним зависимости скорости ударника после пробивания мишени от начальной скорости, наблюдаемые в эксперименте, с аналогичными зависимостями, получаемыми в результате моделирования. Результаты представлены на рисунке 5.15.

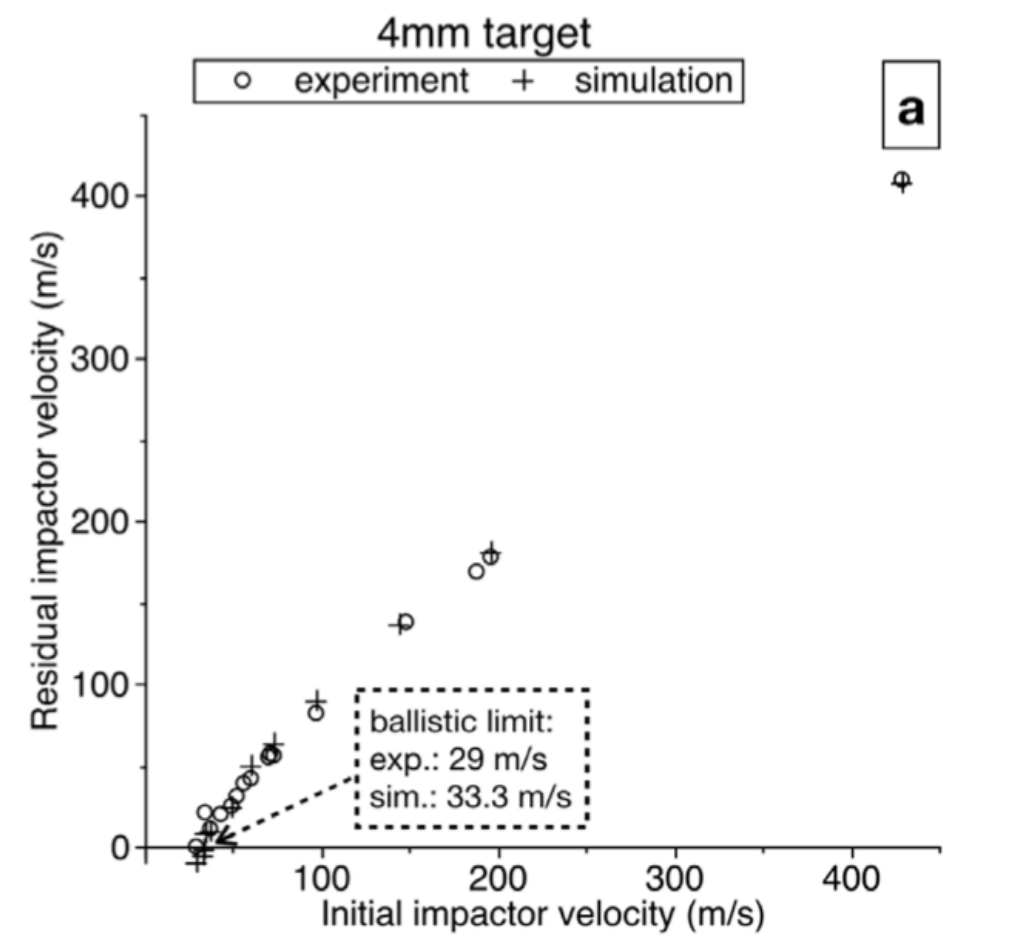


Рисунок 5.15а

Зависимость скорости ударника после пробивания мишени от начальной скорости ударника. Толщина мишени 4мм

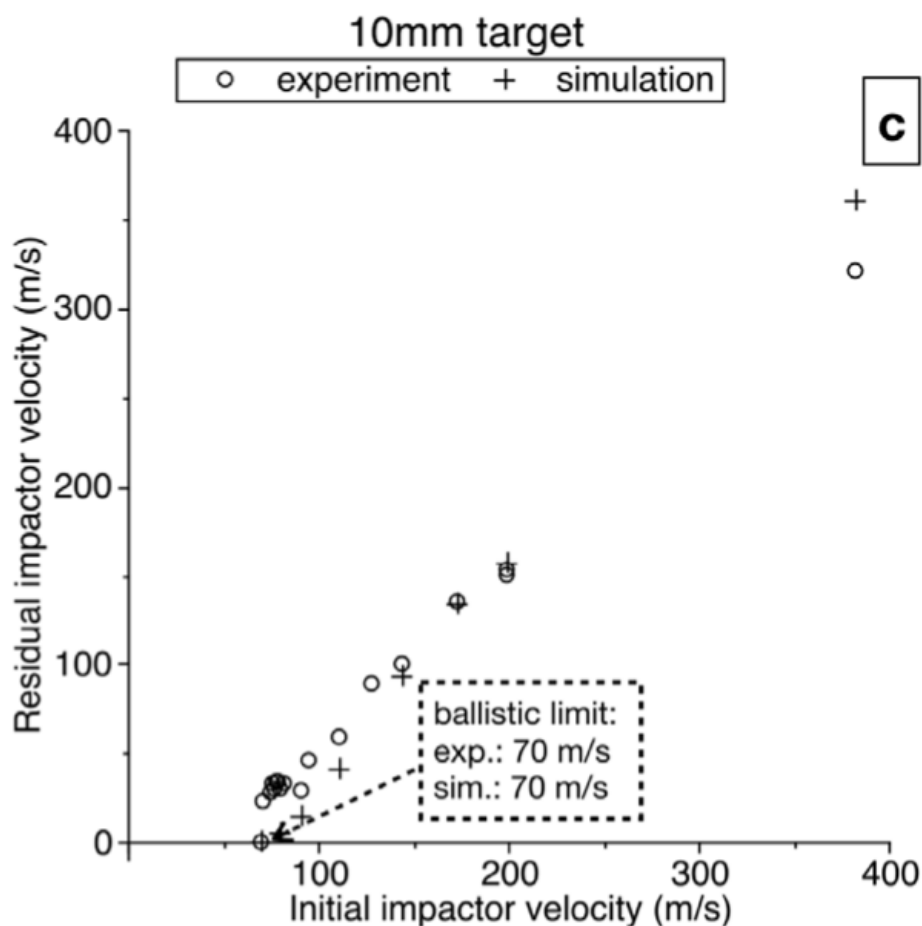


Рисунок 5.15с

Зависимость скорости ударника после пробивания мишени от начальной скорости ударника. Толщина мишени 10мм

Как видно из представленных данных, для всех трех исследованных экспериментально толщин преград экспериментально наблюдаемые зависимости очень хорошо совпадают с результатами численного моделирования. Кроме трех толщин мишени, исследованных экспериментально, численное моделирование было проведено для пробивания мишени из ПММА толщиной 5мм. Результаты моделирования для этого случая представлены на рисунке 5.16

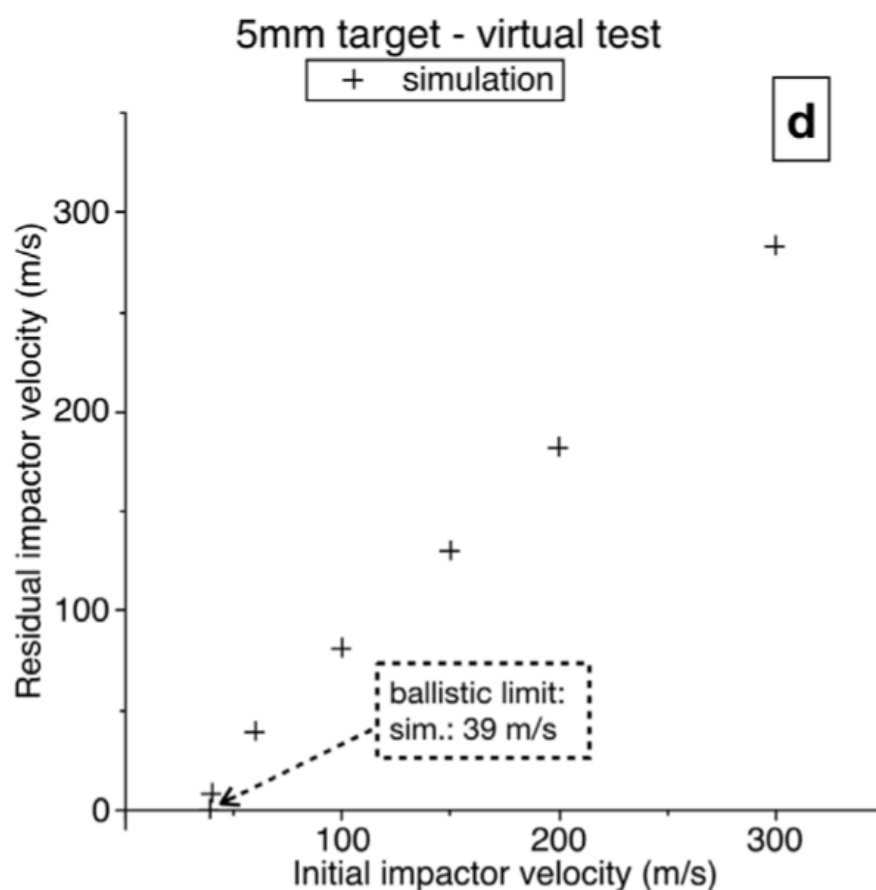


Рисунок 5.16

Зависимость скорости ударника после пробивания мишени от начальной скорости ударника. Толщина мишени 5мм.

Учитывая крайне хорошее совпадение результатов для всех исследованных толщин мишеней, следует ожидать, что результаты моделирования для толщины 5 мм также будут совпадать с реальными. На рисунке 5.17 представлена зависимость баллистического предела (критической скорости, после которой происходит пробивание преграды) от толщины пробиваемой мишени.

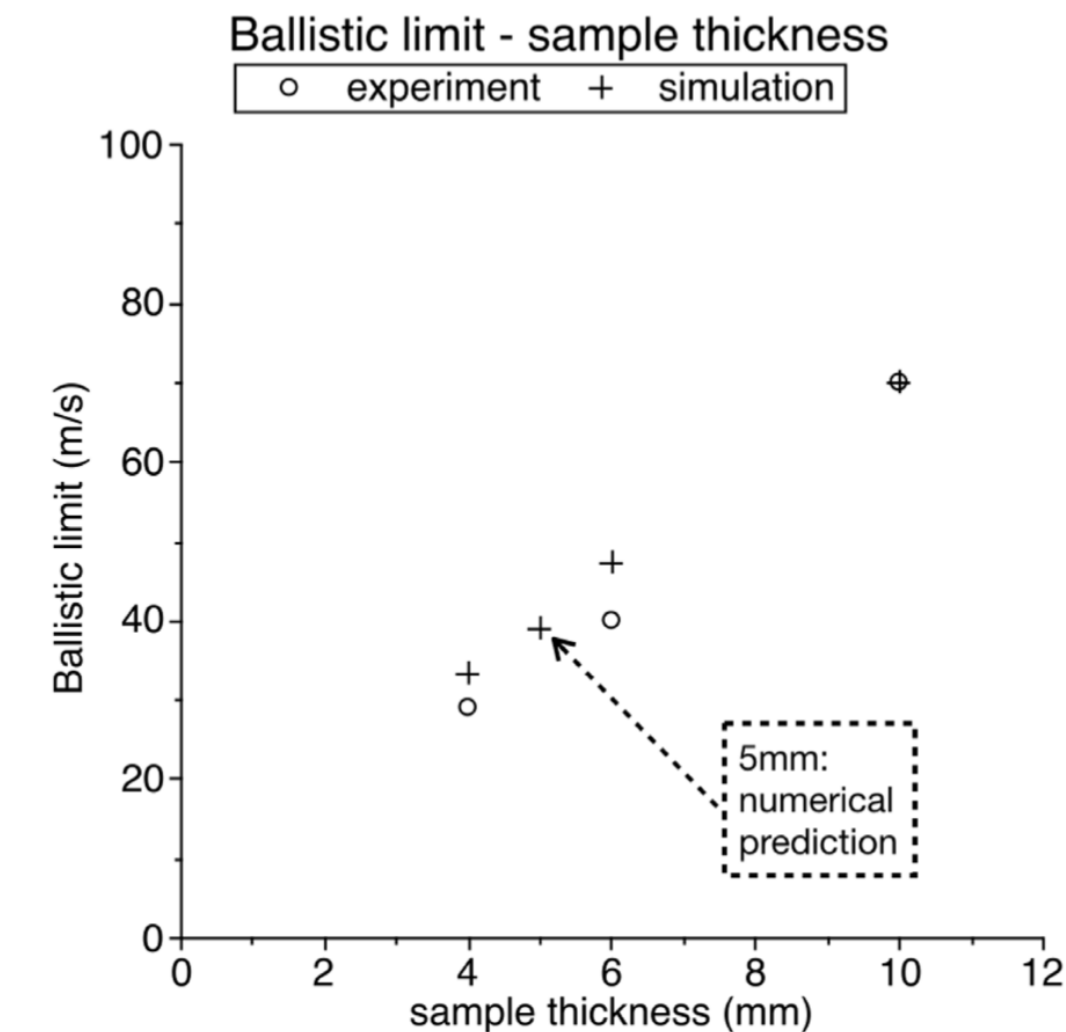


Рисунок 5.17

Зависимость баллистического предела от толщины пробиваемой мишени. Сравнение экспериментальных измерений и результатов численного моделирования. Для толщины мишени 5мм представлены только результаты численного моделирования.

Как видно из рисунка 5.17, результаты численного моделирования хорошо соответствуют баллистическому пределу, полученному экспериментально. Полученная зависимость близка к линейной, что обычно и наблюдается в экспериментах на пробивание хрупких мишеней.

5.4.4 Заключение

В работе представлены численные результаты моделирования экспериментов по ударному пробиванию пластин из ПММА различной толщины стальным снарядом. Ранее зависимость между начальной скоростью ударника и остаточной скоростью ударника была оценена экспериментально (Kazarinov et al. 2020). Ударники разгонялись до различных начальных скоростей при помощи газовой пушки, а скорость ударника после пробивания мишени регистрировалась с использованием высокоскоростной видеосъемки. Кроме того, был получен баллистический предел для трех типов толщин образцов. Экспериментальные данные использовались для проверки и верификации численного подхода на основе метода конечных элементов с внедренной моделью разрушения на основе понятия инкубационного времени хрупкого разрушения.

Следует отметить, что используемый подход не содержит подгоночных параметров. Все использованные параметры материала взяты из паспорта материала либо из более ранних работ. Используемый подход предполагает один дополнительный прочностной параметр по сравнению с стандартными параметрами материала. Результаты моделирования очень хорошо совпадают с экспериментальными наблюдениями: как баллистические пределы для конкретных мишеней и снаряда, так и зависимость скорости ударника после пробивания от начальной скорости предсказываются с хорошей точностью. Таким образом, можно заключить, что

разработанный численный подход может применяться для прогнозирования динамики разрушения и в других случаях: для других хрупких материалов (например, керамики) и других конфигураций образцов и способа нагружения.

5.5 Численное исследование разрушения и фрагментации керамических пластин при контактном ударном нагружении

В предыдущем разделе в трехмерной постановке была рассмотрена задача о пробивании преграды из ПММА высокоскоростным ударником. Основной упор делался на поведение параметров, которые контролировались в моделируемых экспериментах: баллистическом пределе и зависимости скорости ударника после пробивания преграды от его начальной скорости. В данном разделе с использованием аналогичной модели в двумерной постановке исследуем фрагментацию преграды, изготовленной из хрупких керамик, при высокоскоростном ударе.

В работе представлен сравнительный численный анализ двух керамических материалов, подвергшихся ударному нагружению. Исследованы керамики ZrO_2 (Y_2O_3) и Al_2O_3 . Основная цель работы - изучить влияние различных параметров материала на баллистические характеристики керамических материалов и характеристики процесса динамической фрагментации (дробления). Применяемая численная схема аналогична используемой в предыдущих разделах – решение получается при помощи метода

конечных элементов с внедренным критерием разрушения на основе понятия инкубационного времени хрупкого разрушения (5.1).

Исследования динамики разрушения керамических материалов имеет большое значение для инженерных приложений. Эти хрупкие материалы успешно используются в системах защиты (броня, бронежилеты) благодаря своим замечательным механическим и прочностным свойствам. С одной стороны, керамика демонстрирует высокую прочность (при соответствующем изготовлении), с другой стороны, керамические материалы способны поглощать значительное количество энергии удара из-за обширной фрагментации и, таким образом, могут использоваться в качестве жертвенного материала в защитных системах (Healey et al. 2017). Чтобы эффективно проектировать керамические системы защиты для использования в условиях ударного нагружения, необходимо иметь возможность прогнозировать динамическое разрушение керамических материалов. Поскольку аналитические решения реальных проблем (конечные размеры образца, произвольные траектории распространения трещины и т. д.) недоступны, численное моделирование представляется единственным возможным способом оптимизации выбора материала для определенного инженерного приложения. Численные схемы, применяемые для моделирования удара, должны учитывать динамические особенности процесса разрушения и, следовательно, должны использоваться соответствующие условия разрушения.

В данном разделе как и в предыдущих применена численная схема, использующая критерий разрушения инкубационного времени (5.1) (Petrov and Utkin 1989, Bratov et al. 2015, Petrov 1991, Evstifeev et

al. 2018). Разработанная схема основана на методе конечных элементов в двумерной осесимметричной постановке. Такая постановка задачи подразумевает ограничения на геометрию образца и ударника – все моделируемые объекты должны быть осесимметричными. Кроме того, невозможно моделировать радиальные трещины с помощью двумерной схемы. Однако, такой подход вычислительно эффективен и дает возможность сравнивать (хотя бы качественно) материалы с различными механическими свойствами и, следовательно, выбирать наиболее подходящий материал для определенных условий нагружения.

Таким образом, в работе исследовано ударное разрушение круглых образцов одинаковой формы из двух различных керамик - Al_2O_3 и ZrO_2 (Y_2O_3). В обоих случаях использовался стальной цилиндрический ударник. Для двух материалов рассчитывалась зависимость площади поверхности разрушения от скорости ударника. Кроме того, численно исследовалась динамическая фрагментация керамических мишеней.

5.5.1 Численная модель

Подход инкубационного времени, внедренный в качестве критерия разрушения в метод конечных элементов, дает возможность учитывать существенно нелинейные процессы разрушения при решении задачи линейной теории упругости. Оба материала (керамическая мишень и стальной ударник) считаются упругими. Соответствующие свойства материалов взяты из литературы (Masaki 1986, Winnburst 1983, Justi et al. 2017) и перечислены в таблице 5.6.

	Al2O3	ZrO2(Y2O3)	Стальной ударник
Модуль Юнга E , ГПа	366	200	200
Коэффициент Пуассона ν	0.21	0.25	0.25
Плотность ρ , кг/м ³	3800	6000	7860
Критическое напряжение на разрыв σ_c , МПа	260	750	-
Инкубационное время, мкс	1	1	-

Таблица 5.6

Свойства материалов, используемые в вычислениях

Мишень имеет следующие размеры: диаметр 100 мм, толщина 10 мм, длина стального ударника - 100 мм, диаметр - 10 мм. Разработанная численная схема основана на методе конечных элементов в двумерной осесимметричной постановке. Для расчета напряженно-деформированного состояния используется конечноэлементный коммерческий пакет ANSYS (ANSYS 2006). Выполнение критерия разрушения (5.1) контролируется при помощи специальной внешней программы. На рисунке 5.18 показана часть конечноэлементного разбиения и полная модель, развернутая с использованием осевой симметрии.

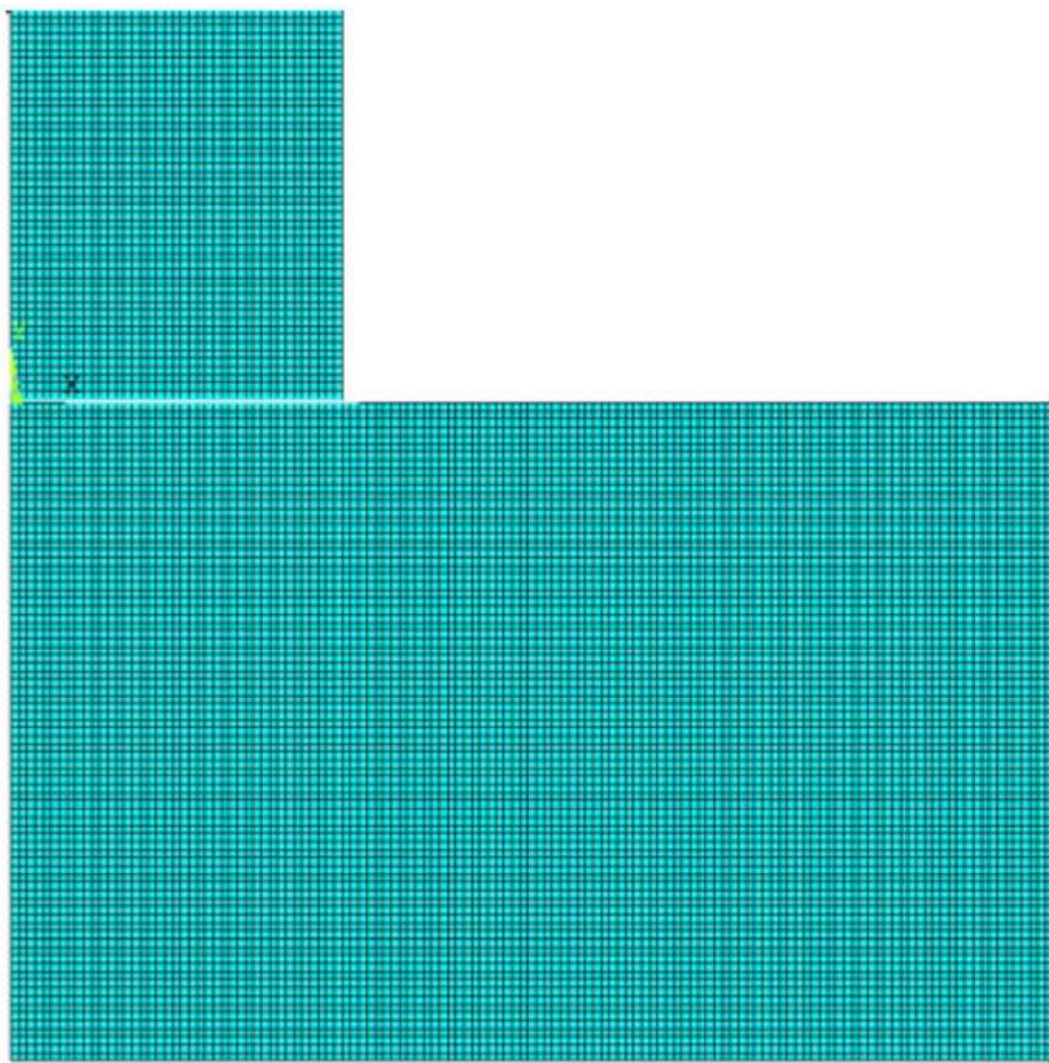


Рисунок 5.18а

Конечноэлементное разбиение в зоне контакта

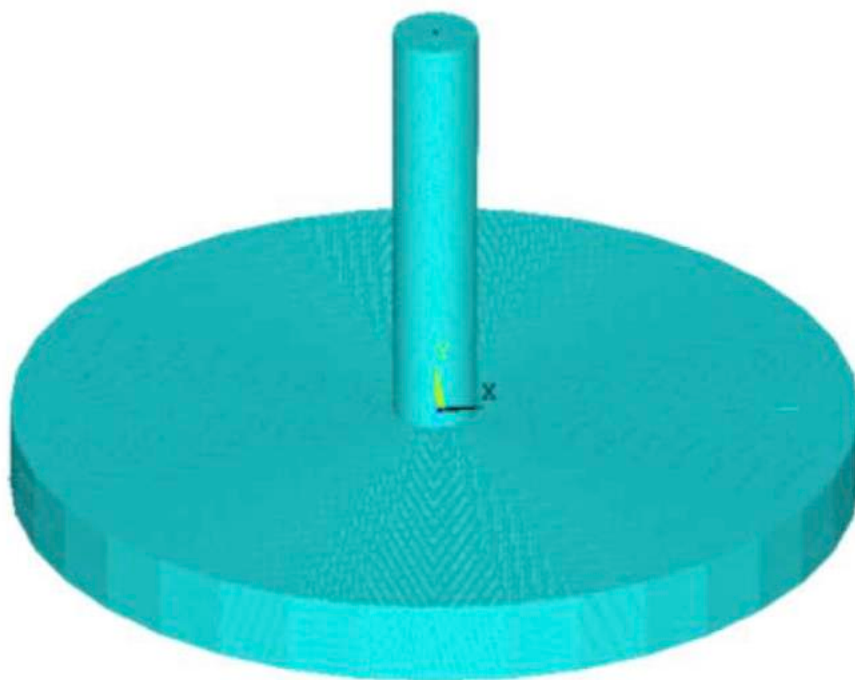


Рисунок 5.18b

Полная модель, развернутая с использованием осевой симметрии

В данном случае сетка для конечно-элементного решения строилась вручную. Элементы не имеют общих узлов, однако узлы с равными координатами имеют связанные степени свободы. Это ограничение сохраняется до тех пор, пока не будет выполнено условие на разрушение (5.1). В момент выполнения условия (5.1) узлы разъединяются и элементы разделяются, что приводит к образованию новой поверхности (см. Рисунок 5.19). Поскольку применяется осевая симметрия, образовавшаяся поверхность вносит вклад в общую площадь поверхности трещины (S) в соответствии с

уравнением $S = S + 4d * 2\pi R$, где R это - расстояние до образовавшейся поверхности от оси симметрии.

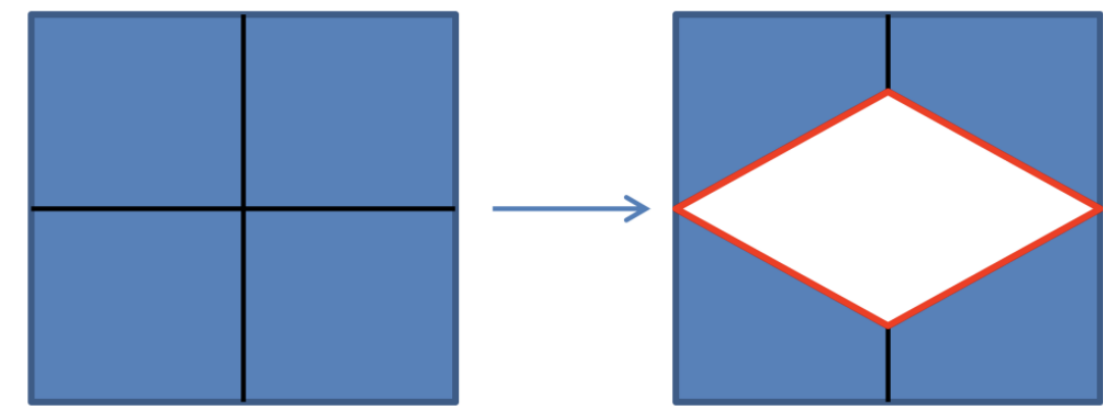


Рисунок 5.19

Снятие ограничений на степени свободы и образование новой поверхности при выполнении в точки условия разрушения

Размер элемента равен d и, следовательно, минимальное приращение размера разрушения также равно d , что соответствует идеологии подхода инкубационного времени. Шаг по времени для численного интегрирования при решении динамической задачи решения выбирается меньше, чем время, необходимое самой быстрой волне для прохождения расстояния, равного размеру одного элемента - d .

Для исследования фрагментации керамических мишеней была разработана отдельная программа. Сетка конечных элементов рассматривается как граф, элементы сетки которого являются его узлами. Таким образом, отдельные фрагменты керамической мишени являются связными компонентами такого графа.

5.5.2 Результаты моделирования

Образовавшаяся новая поверхность разрушения. На рисунке 5.20 показана типичная эволюция поверхности разрушения во времени: резкий рост площади поверхности свидетельствует об активном растрескивании образца, а величина площади поверхности разрушения достигает своего максимума и перестает увеличиваться, когда процесс разрушения завершен.

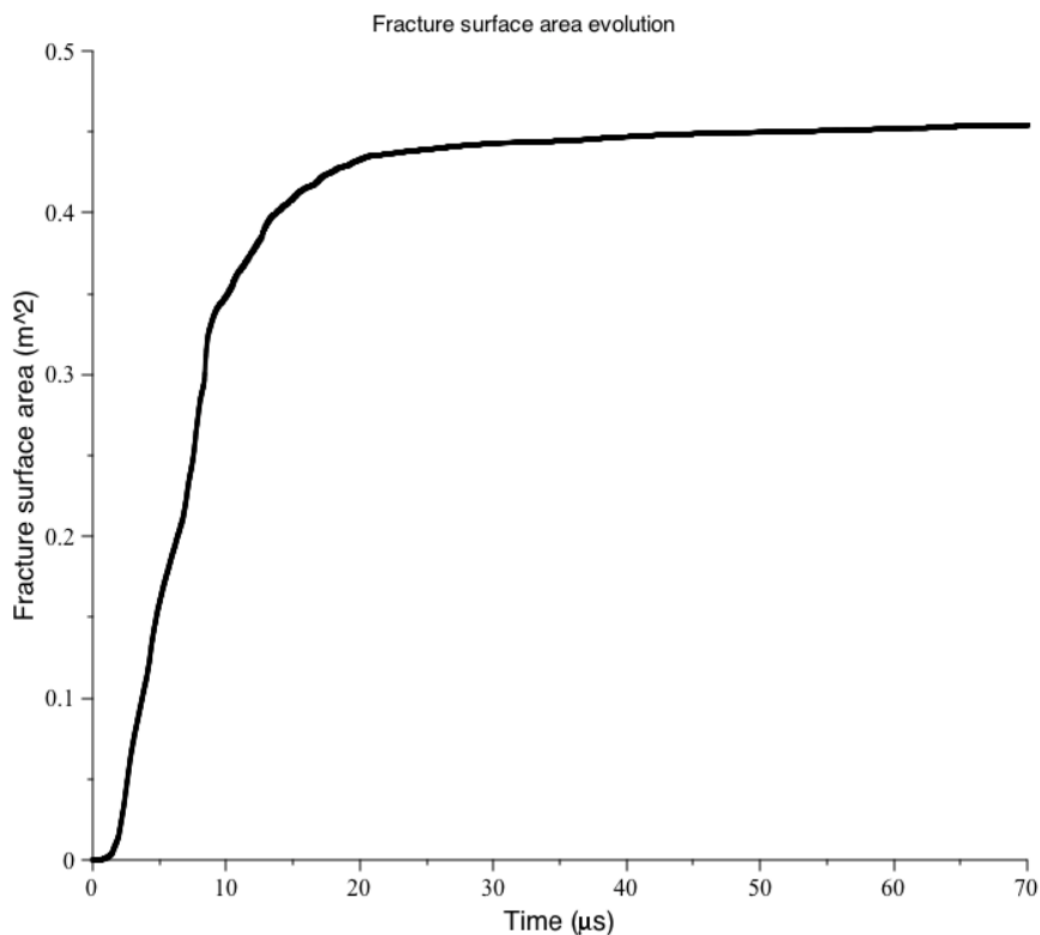


Рисунок 5.20

Эволюция площади поверхности разрушения во времени.

Приведены данные для мишени из Al_2O_3 и скорости ударника 350 м/с.

Расчеты были выполнены для величины инкубационного времени хрупкого разрушения, равного 1 мкс для обоих материалов. Зависимость образовавшейся после удара площади поверхности разрушения от скорости ударника показана на рисунке 5.21. Для исследованных скоростных режимов для материала Al_2O_3 площадь поверхности разрушения увеличивается с ростом скорости ударника. Однако для керамики ZrO_2 (Y_2O_3), начиная со скорости, равной примерно 650 м/с, результаты стабилизируются. Это может

указывать на то, что максимальный возможный уровень поглощения энергии материалом при разрушении достигается именно при такой скорости удара. Кроме того, полученные зависимости позволяют оценить динамический аналог энергии Гриффитса (Griffith 1920) в решаемой задаче. Используя тот факт, что в данном численном эксперименте легко оценить вложенную энергию, как кинетическую энергию снаряда до начала контакта с преградой ($E = \frac{mV^2}{2}$), можно посчитать энергию, аналогичную энергии Гриффитса – удельной поверхностной разрушения как $G_{dyn} = \frac{dE}{dS}$ при $S \rightarrow 0$, где S - площадь новой образующейся поверхности. В данном случае, как и в работе (Bratov et al. 2004), где динамический аналог константы Гриффитса был определен для ПММА из анализа экспериментов на динамическое распространения трещин, величина энергии разрушения примерно на порядок превосходит значение поверхностной энергии Гриффитса, характерное для данного материала в случае медленного квазистатического нагружения.

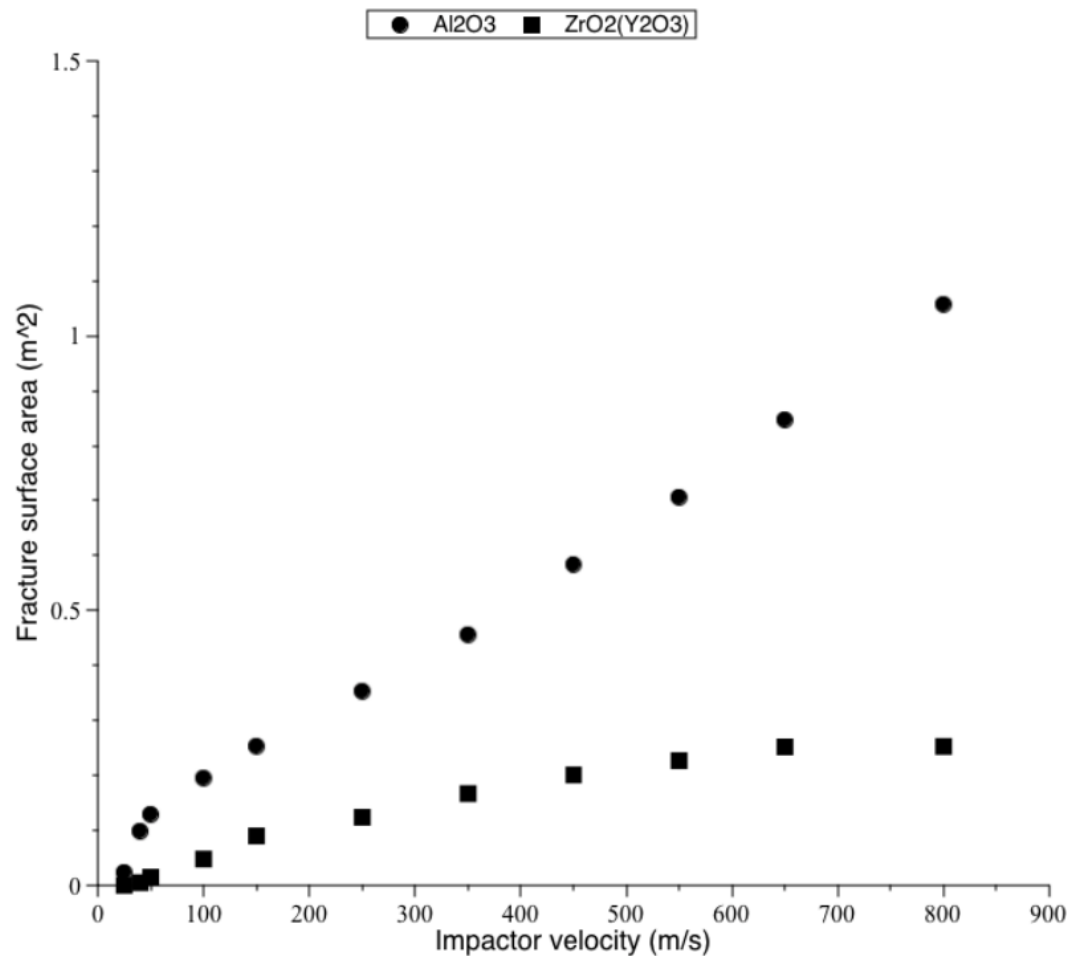


Рисунок 5.21

Зависимость площади новой образовавшейся поверхности от начальной скорости ударника.

Остаточная скорость ударника. Далее исследовалась скорость ударника после завершения контакта с керамической преградой. На рисунке 5.22 представлена зависимость остаточной скорости ударника от начальной скорости. Отрицательные остаточные скорости указывают на то, что ударник не пробил цель и был отражен в обратном направлении. Для обоих материалов остаточная скорость ударника линейно зависит от начальной скорости ударника при условии пробития цели. В целом керамика

ZrO₂ (Y₂O₃) продемонстрировала гораздо лучшие баллистические характеристики с гораздо более высокой предельной скоростью (около 380 м / с) по сравнению с 80 м / с для мишени из Al₂O₃. Расчеты были выполнены для величины инкубационного времени хрупкого разрушения, равного 1 мкс для обоих материалов

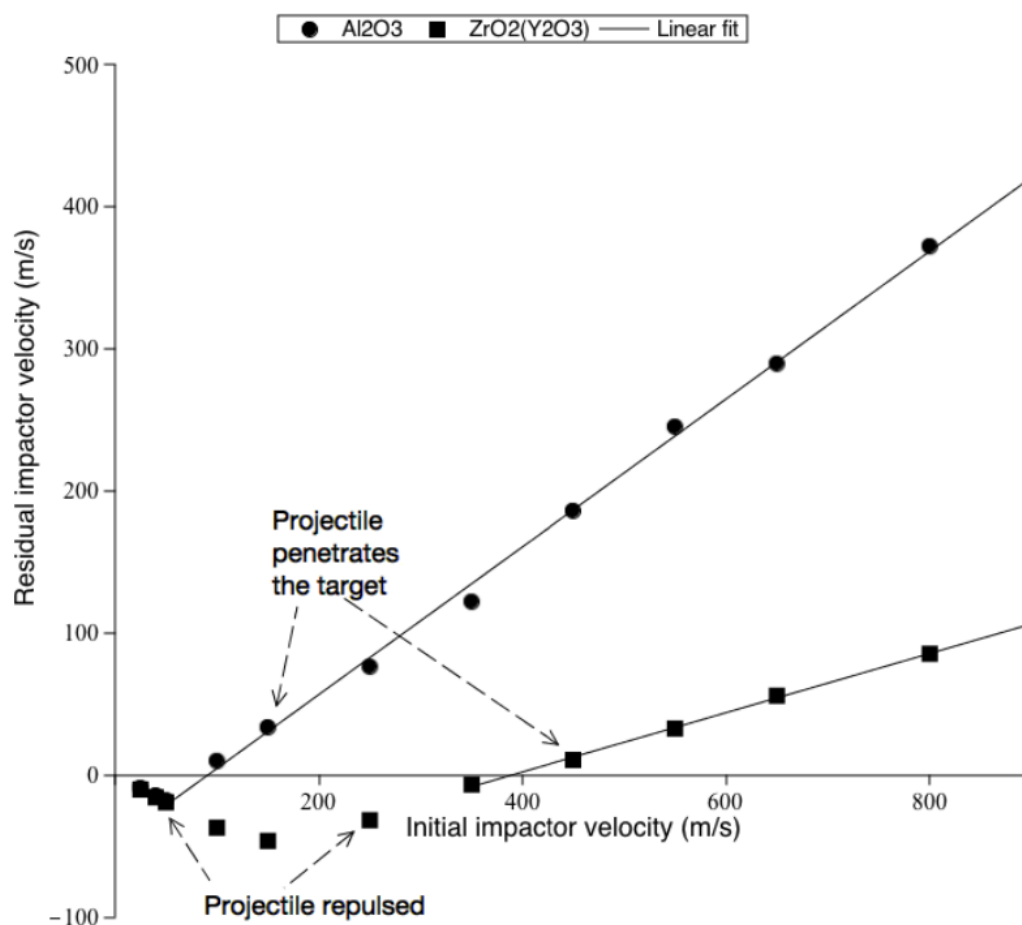


Рисунок 5.22

Зависимость остаточной скорости от начальной скорости ударника.

Динамическая фрагментация. Количество фрагментов. На рисунке 5.23 представлена зависимость общего количества образовавшихся фрагментов разрушенного материала от скорости

ударника. Более высокие скорости ударника приводят к более обширному дроблению цели и большему общему количеству осколков. Этот результат естественным образом коррелирует с зависимостью для площади новой образовавшейся поверхности от скорости ударника (рисунок 5.21). Для керамики $ZrO_2(Y_2O_3)$ количество фрагментов остается практически неизменным для скорости ударника 800 м / с по сравнению со значением, полученным для скорости 700 м / с.

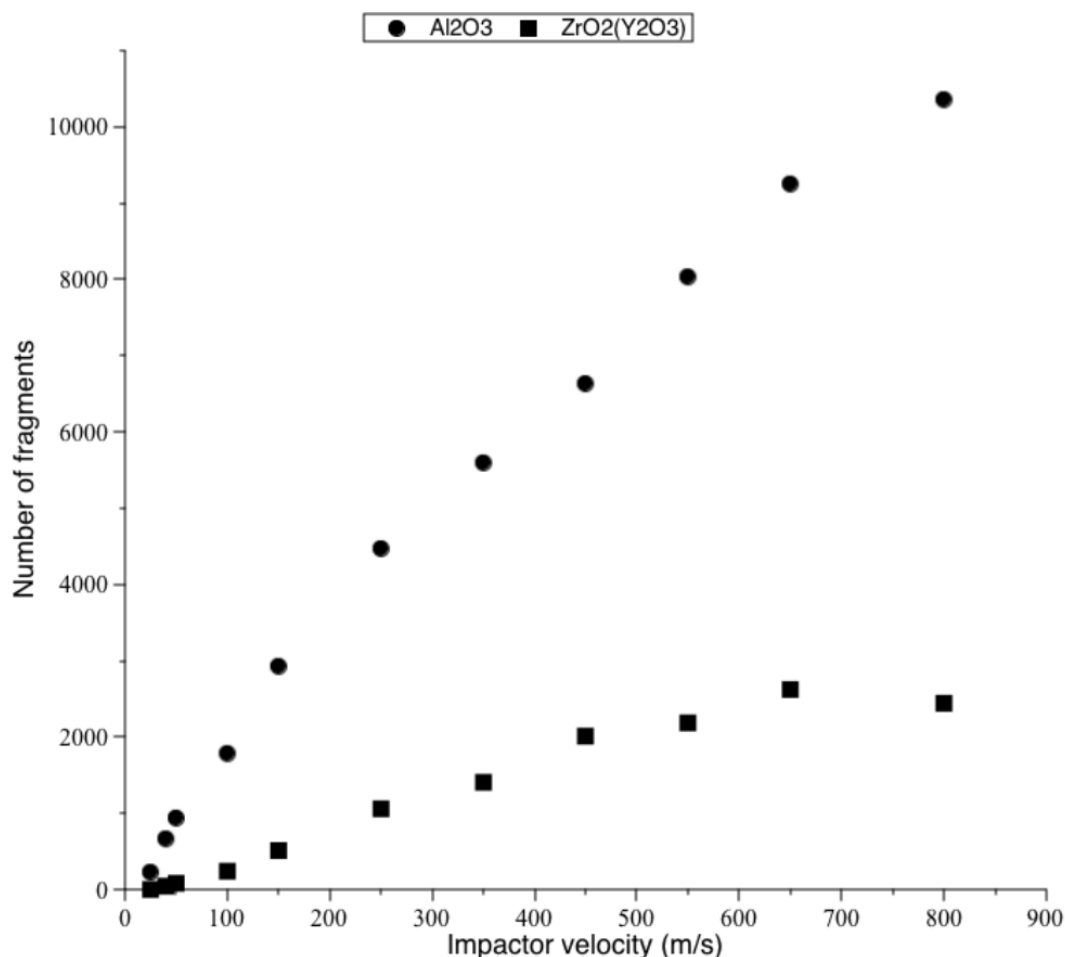


Рисунок 5.23

Зависимость количества образовавшихся фрагментов от начальной скорости ударника.

Динамическая фрагментация. Распределение фрагментов по размерам. Далее изучается распределение фрагментов по размерам. Кумулятивная массовая доля распределения фрагментов по размерам представлена с использованием логарифмического масштаба. Размер фрагмента измеряется количеством конечных элементов, из которых он состоит. Экспериментальные исследования процесса динамической фрагментации обычно выявляют степенное распределение фрагментов (Grady 2018). Приближение степенного закона (прямая линия в логарифмическом масштабе) достаточно хорошо работает для распределения небольших фрагментов, тогда как для более крупных фрагментов могут встречаться расхождения. На рисунке 5.24 представлено распределение фрагментов по размерам, полученное в работе (Bergstrom et al. 1961), где прослеживается указанная выше тенденция.

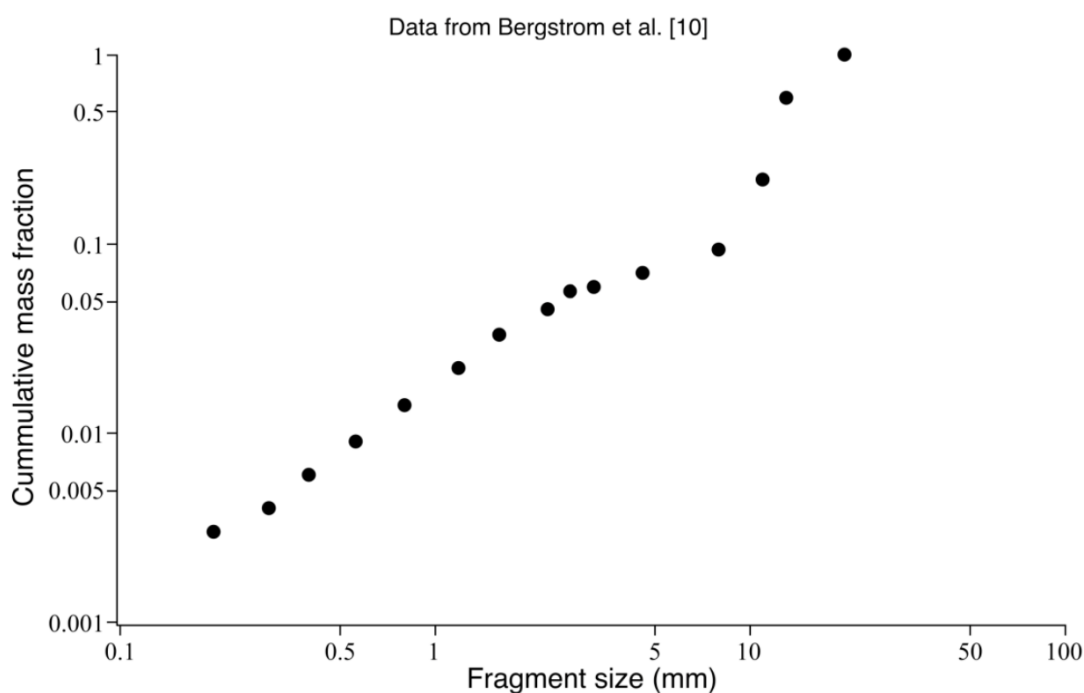


Рисунок 5.24

Экспериментально наблюдаемая фрагментация в стекле.

Рисунок перепечатан из работы (Bergstrom et al. 1961).

Полученные численные результаты качественно похожи на представленные экспериментальные данные – линейная зависимость для кумулятивной массовой доли наблюдается для более мелких осколков. Для средних и более крупных фрагментов зависимость начинает отличаться от линейной. Как следует из полученных результатов, фрагменты с определенными размерами вносят меньший вклад по сравнению с другими размерами фрагментов. На рисунке 5.25 представлены типичные распределения осколков по размерам для обоих материалов и скорости ударника 350 м/с.

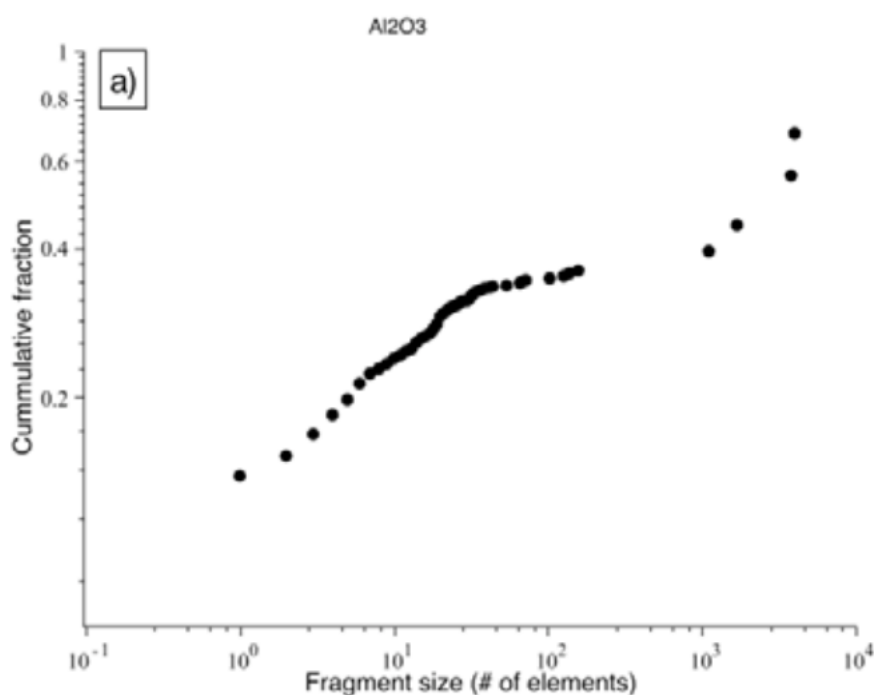


Рисунок 5.25а

Численно полученная фрагментация в керамике Al_2O_3 .

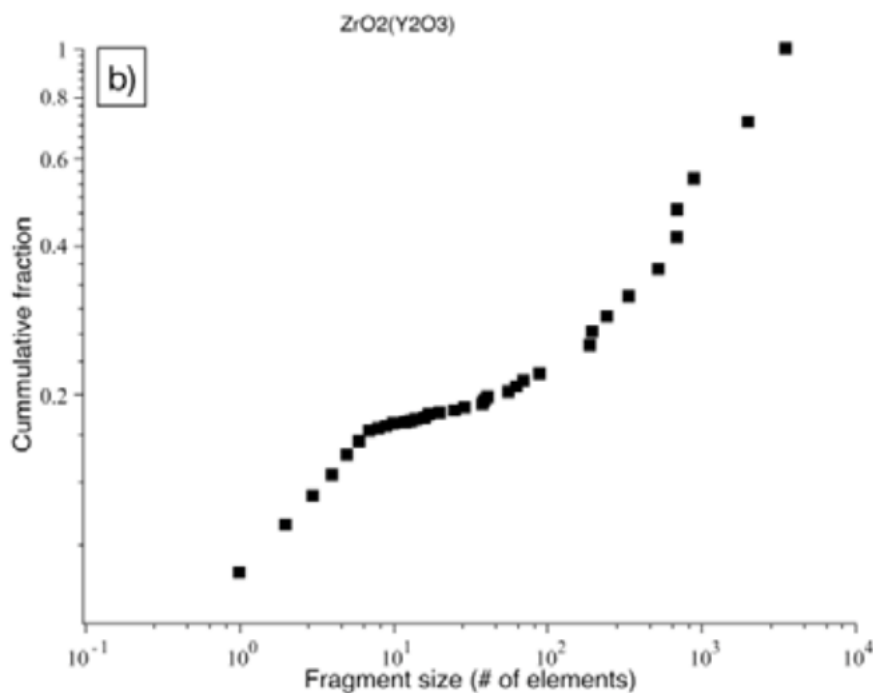


Рисунок 5.25b

Численно полученная фрагментация в керамике $ZrO_2(Y_2O_3)$.

5.5.3 Выводы

В данном разделе сравниваются прочностные и энергитические характеристики двух керамических материалов - Al_2O_3 и $ZrO_2(Y_2O_3)$ в условиях ударного нагружения. Модель инкубационного времени используется в качестве критерия динамического разрушения. Более высокий предел прочности при растяжении для керамики $ZrO_2(Y_2O_3)$ определил лучшие характеристики этого материалов с точки зрения сопротивления проникновению высокоскоростного ударника. Также численно исследована фрагментация обоих материалов: оценивалась зависимость общего количества фрагментов от скорости ударника. Распределение размеров осколков было оценено для различных скоростей ударника. Во всех случаях распределение для мелких фрагментов подчиняется

степенному закону (прямая линия в логарифмических координатах), а для более крупных фрагментов наблюдаются расхождения. Такое поведение характерно для динамического дробления хрупких материалов.

5.6 Выводы

В главе 5 критерий инкубационного времени хрупкого разрушения применялся совместно с численной схемой на основе метода конечных элементов для предсказания разрушения изначально бездефектных сред. Было показано, что применение подхода инкубационного времени хрупкого разрушения совместно с численным методом на основе метода конечных элементов позволяет с достаточной точностью предсказывать ударное кратерообразование, прогнозировать динамическую эрозию, получать точные оценки для процесса динамического пробивания квазихрупких преград.

Логично предположить, что развиваемый подход может успешно применяться для гораздо более широкого круга материалов и для достаточно произвольных экспериментальных условий. В данной главе обсуждалось динамическое разрушение базальта (как материала, по свойствам максимально приближенного к материалу Луны), асфальтобетонного покрытия и полиметилметаакрилата (ПММА). Следует ожидать что разрабатываемый подход может успешно применяться для большинства материалов, демонстрирующих квазихрупкий характер разрушения в условиях моделируемого процесса.

Кроме того, очевидно, что данный подход может успешно применяться для решения широчайшего круга задач, связанного с механикой высокоскоростного контактного взаимодействия. Условиями для успешного моделирования являются доминирование квазихрупкого характера разрушения материала (без превалирующей пластичности, плавления и т.д.) и соответствие масштабного уровня процесса уровню, на котором были определены параметры материала, используемые при моделировании.

Заключение

В работе исследованы задачи, связанные с энергоёмкостью процесса разрушения сред с дефектами в квазистатических условиях и в условиях динамического нагружения. Полученные результаты позволяют говорить о разработке нового класса теоретических подходов, позволяющих исследовать энергозатраты на разрушение и проводить оптимизацию энергозатрат на разрушение в практических задачах. Исследованы задачи, связанные с взаимодействием волн сейсмической природы с искусственными преградами, созданными с целью защиты сооружений и конструкций от высокоэнергетичных поверхностных волн. Разработаны и используются для решения практических задач методы численного моделирования динамики разрушения квазихрупких изначально бездефектных тел и тел с изначально присутствующими макроскопическими трещинами.

Сформулируем **результаты, выносимые на защиту**:

1. Впервые решена задача об энергетическом балансе для задачи о статическом нагружении плоскости с наклонной трещиной комбинированной нагрузкой сжатия-сдвига. Показано, что комбинация сжимающей нагрузки с нагрузкой сдвига позволяет значительно уменьшить энергозатраты на разрушение в вершине имеющейся трещины по сравнению с чисто сжимающей нагрузкой. Полученный теоретически в рамках данной работы эффект

значительного уменьшения энергозатрат совпадает с эффектом, ранее обнаруженным экспериментально.

2. Впервые исследованы оптимальные энергосберегающие характеристики динамических воздействий на твердое квазихрупкое тело с имеющимися дефектами для распространения (разрушения) имеющихся дефектов. Показано, что возможно определять оптимальные энергосберегающие характеристики разрушающих воздействий на основе параметров разрушаемого материала и геометрических свойств дефектов, преобладающих в разрушаемом теле.

3. Развита методика для предсказания оптимальных характеристик защитных сейсмических барьеров с интегрированными метаструктурами. На основе аналитических моделей произведена верификация разработанных численных решений. Получены зависимости влияния материалов и геометрии защитных барьеров и интегрированных метаструктур на способность защитных сооружений ослаблять действие распространяющихся волн сейсмической природы.

4. Развита методика для численного моделирования инициирования, распространения и остановки динамических трещин в твердых телах. В сравнении с экспериментальными результатами показано, что с использованием данного подхода возможно корректное предсказание динамики трещин в широком диапазоне практических задач динамики разрушения.

5. Развѣт подход для численного моделирования разрушения в изначально бездефектных твердых телах при высокоскоростном контактном взаимодействии. В сравнении с различными экспериментальными результатами показано, что с использованием данного подхода возможно корректное моделирование эволюции разрушения в квазихрупких изначально бездефектных телах под действием высокоскоростных ударов со стороны других объектов.

Список Литературы

1. ABAQUS (2008) SIMULIA Abaqus/CAE User`s Manual v 6.7
Dassault Systèmes, France.
2. ABAQUS (2010) ABAQUS/explicit User`s Manual, version 6.10.
3. Achenbach JD (1974) Dynamic effects in brittle fracture. In: Nemat-Nasser S et al (eds) Mechanics today, 1. Pergamon, Elmsford, NY, pp 1–57
4. Adam M., Pflanz G., Schmid G. (2000) Soil Dynamics and Earthquake Engineering 19(8): 559.
5. Aki K. (1972) Earthquake mechanism // Tectonophysics, V. 13. P. 423–446.
6. Aki K. and Richards P.G. (2009) Quantitative Seismology, 2nd edition, University Science Books.
7. Akkar S., Kale O., Yenier E. and Bommer J.J. (2011) The high-frequency limit of usable response spectral ordinates from filtered analogue and digital strong-motion accelerograms. Earthquake Engineering & Structural Dynamics. V. 40(12). P. 1387–1401.
8. Aliha M.R.M., Ayatollahi M.R., Kharazi B. (2009) Numerical and Experimental Investigations of Mixed Mode Fracture in Granite

- Using Four-Point-Bend Specimen. In: Boukharouba T., Elboujdaini M., Pluvinage G. (eds) Damage and Fracture Mechanics. Springer, Dordrecht
9. Allen DJ, Rule WK, Jones SE. (1997) Optimizing material strength constants numerically extracted from Taylor impact data. *Exp Mech*; 37(3):333–8. <https://doi.org/10.1007/bf02317427>.
 10. Ambraseys N.N., Douglas J., Smit P., Sarma S.K. (2005) Equations for the estimation of strong ground motions from shallow crustal earthquakes using data from Europe and the Middle East: horizontal peak ground acceleration and spectral acceleration // *Bulletin of Earthquake Engineering*. V. 3(1). P. 1–35.
 11. Anderson W.F., Fair P. (2008) *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 134(3): 316.
 12. Angelsky O.V., Zenkova C.Y., Hanson S.G. and Zheng J. (2020) Extraordinary manifestation of evanescent wave in biomedical application. *Frontiers in Physics*. V. 8. P. 1–9.
 13. ANSYS (2006) ANSYS User's Guide. Release 11.0. ANSYS Inc., Pennsylvania, USA.
 14. ANSYS (2020) ANSYS User's Guide, Release 2020 R1. ANSYS Inc., 2020. Pennsylvania, USA.

15. Atkinson C, Eshelby JD (1968) The flow of energy into the tip of a moving crack. *Int J Fract* 4:3–8
16. Atroschenko SA, Krivosheev SI, Petrov YV (2002) Crack propagation upon dynamic failure of polymethylmethacrylate. *Tech Phys* 47:194–199
17. Bahadori M., Amnieh H.B., Khajezadeh A. (2016) A new geometrical-statistical algorithm for predicting two-dimensional distribution of rock fragments caused by blasting. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*. V. 86. P. 55–64.
18. Barenblatt GI (1962) The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Adv Appl Mech* 7:55–129
19. Belytschko T, Krysl P, Krongauz Y. (1997) A three-dimensional explicit element-free Galerkin method. *Int J Numer Methods Fluids*. 24(12):1253–70.
20. Ben-Menahem A., Singh S.J. (2000) *Seismic Waves and Sources*, 2nd edition, Dover Publications, NY.
21. Berezkin A.N., Krivosheev S.I., Petrov Yu.V., Utkin A.A. (2000) Effect of delayed crack nucleation under threshold pulse loading. *Doklady Physics*. V45. N11. P.617-619]
22. Bergstrom HC, Sollenberger CL, Mitchel W. (1961) Energy aspects of single particle crushing. *Trans AIME*. 220: 367-372.

23. Bradley WB, Kobayashi AS (1970) An investigation of propagating crack by dynamic photoelasticity. *Exp Mech* 10:106– 113
24. Bragov AM, Lomunov AK. (1995) Methodological aspects of studying dynamic material properties using the Kolsky method. *Int. J. Imp. Eng.* 16(2):321–30. [https:// doi.org/10.1016/0734-743X\(95\)93939-G](https://doi.org/10.1016/0734-743X(95)93939-G).
25. Bratov V, Gruzdkov A, Krivosheev S, Petrov Y (2004) Energy balance in the crack growth initiation under pulsed-load conditions. *Doklady Phys* 49:338–341
26. Bratov V. (2011) Incubation time fracture criterion for FEM simulations // *Acta Mechanica Sinica*, V. 27 N.4. P. 541-549. DOI:10.1007/s10409-011-0484-2
27. Bratov V. (2021) NUMERICAL SIMULATIONS OF DYNAMIC FRACTURE. CRACK PROPAGATION AND FRACTURE OF INITIALLY INTACT MEDIA. *Materials Physics and Mechanics*, 47 :455-474
28. Bratov V. A, Morozov N. F., Petrov Yu. V. (2008) Simulating the SMART1 orbiter impact on the Moon's surface. *Doklady Physics*, 53 (3) :152-155
29. Bratov V., Morozov N., Petrov Y. (2009) *Dynamic Strength of Continuum*. St.-Petersburg University Press.

30. Bratov V., Petrov Y. (2007a) Application of incubation time approach to simulate dynamic crack propagation. *International Journal of Fracture*. 146: 53-60.
31. Bratov V., Petrov Y. (2007b) Optimizing energy input for fracture by analysis of the energy required to initiate dynamic mode I crack growth. *International Journal of Solids and Structures*. 44 :2371-2380.
32. Bratov V., Petrov Y. (2007c) Application of the incubation time criterion to the description of dynamic crack propagation. *Doklady Physics*, 52 (10) :565-567
33. Bratov V.A. et al. (2020) Homogeneous horizontal and vertical seismic barriers: mathematical foundations and dimensional analysis // *Materials Physics and Mechanics*. 2020. V. 44(1). P. 61-65. DOI: 10.18720/MPM.4412020_7.
34. Bratov VA, Kazarinov NA, Petrov YV. (2015) Numerical implementation of the incubation time fracture criterion. *Journal of Physics: Conference Series*. 653(1): 012049.
35. Bratov VA, Morozov NF, Petrov YV (2008) Simulating the SMART1 orbiter impact on the Moon's surface. *Doklady Physics*. 2008;53(3): 152-155

36. Bresciani L.M., Manes A., Giglio M. (2018) An analytical model for ballistic impacts against ceramic tiles, *Ceram. Int.* 44: 21249–21261, <https://doi.org/10.1016/j.ceramint.2018.08.172>.
37. Broberg K. (1999) *Cracks and Fracture*. Academic Press.
38. Broberg KB (1960) The propagation of a brittle crack. *Archiv fur Fysik* 18:159–192
39. Broberg KB (1989) The near-tip field at high crack velocities. *Int J Fract* 39:1–13
40. Building Seismic Safety Council (2004) *Recommended Provisions for Seismic Regulations for New Buildings and Other Structures, Part 1. Provisions (FEMA 450-2)*, 2004 Edition, Building Seismic Safety Council, National Institute of Building Sciences, Washington, D.C.
41. Bürger D., Rocha De Faria A., De Almeida S.F.M., De Melo F.C.L., Donadon M.V. (2012) Ballistic impact simulation of an armour-piercing projectile on hybrid ceramic/ fiber reinforced composite armours, *Int. J. Impact Eng.* 43 63–77, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2011.12.001>.
42. Cadoni E, Albertini C, Solomos G. (2006) Analysis of the concrete behaviour in tension at high strain-rate by a modified Hopkinson bar

- in support of impact resistant structural design. J Phys IV France; 134:647–52.
43. Camacho GT, Ortiz M (1996) Computational modelling of impact damage in brittle materials. Int J Solid Struct 33:2899–2938
44. Campbell J.D. (1953) The Dynamic Yielding of Mild Steel, Acta. Metall. Mater., vol. 1, no. 6, pp. 706–710.
45. Cervený V. (2001) Seismic Ray Theory. Cambridge: Cambridge University Press.
46. Chi R., Serjouei A., Sridhar I., Tan G.E.B., (2013) Ballistic impact on bi-layer alumina/ aluminium armor: a semi-analytical approach, Int. J. Impact Eng. 52: 37–46, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2012.10.001>.
47. Chrismer S.M. (1985) AREA, Bulletin 704 AAR Research and Test Department Report N.WP- 110: 118.
48. Chung Kim Yuen S, Nurick GN, Langdon GS, Iyer Y. (2017) Deformation of thin plates subjected to impulsive load: Part III – an update 25 years on. Int J Impact Eng. 107:108–17. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2016.06.010>.
49. Cusatis G, Pelessone D, Mencarelli A. (2011) Lattice discrete particle model (LDPM) for failure behavior of concrete. I. Theory.

- Cement Concrete Compos. 33, 881–890.
(10.1016/j.cemconcomp.2011.02.011)
50. Dally JW (1979) Dynamic photoelastic studies of fracture. *Exp Mech* 19:349–361
51. Dally JW, Barker DB (1988) Dynamic measurements of initiation toughness at high loading rate. *Exp Mech* 28:298–303
52. Dally JW, Shukla A (1980) Energy loss in Homalite-100 during crack propagation and arrest. *Eng Fract Mech* 13:807–817
53. Demmie PN, Silling SA. (2007) An approach to modeling extreme loading of structures using peridynamics. *J Mech Mater Struct.* 2:1921–45. <https://doi.org/10.2140/jomms.2007.2.1921>.
54. Denoual C, Hild F. (2000) A damage model for the dynamic fragmentation of brittle solids. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 183, 247–258. (10.1016/S0045-7825(99)00221-2)
55. Djeran-Maigre I. et al. (2008) Solitary SH waves in two-layered traction-free plates // *Comptes Rendus. Mécanique*. 336(1–2): 102–107. DOI: 10.1016/j.crme.2007.11.001.
56. Dorogoy A., Godinger S., Rittel D. (2018) Application of the incubation time criterion for dynamic brittle fracture. *Int J Impact Eng.* 112: 66–73. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2017.09.019>.

- 57.Dragon A, Mroz Z. (1979) A continuum model for plastic-brittle behaviour of rock and concrete. *Int. J. Eng. Sci.* 17, 121–137. (10.1016/0020-7225(79)90058-2)
- 58.Dudchenko A.V. et al. (2021) Vertical wave barriers for vibration reduction. *Arch. Appl. Mech.* 91: 257–276. DOI: 10.1007/s00419-020-01768-2.
- 59.Ekstrom G., Tromp J. and Larson E.W.F. (1997) Measurements and global models of surface wave propagation. *J. Geophys. Res.* 102: 8137–8157.
- 60.Eringen A.C. and Suhubi E.S (1975) *Elastodynamics, Vol. 2. Linear Theory*, Academic Press, New York.
- 61.ESA (2006a) European Space Agency. Impact landing ends SMART-1 mission to the Moon. Available from: https://www.esa.int/Newsroom/Press_Releases/Impact_landing_ends_SMART-1_mission_to_the_Moon Accessed 11 May 2021.
- 62.ESA (2006a) European Space Agency. Intense final hours for SMART-1. Available from: https://www.esa.int/Science_Exploration/Space_Science/SMART-1/Intense_final_hours_for_SMART-1 Accessed 11 May 2021.
- 63.Esweld C. (2001), *Modern Railway Track*. MRT Productions, Zaltbommel.

64. Evstifeev A, Kazarinov N, Petrov Y, Witek L, Bednarz A. (2018) Experimental and theoretical analysis of solid particle erosion of a steel compressor blade based on incubation time concept. *Engineering Failure Analysis*. 87: 15-21.
65. F. Erdogan and G.C. Sih (1963) On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear, *J. Basic Eng Trans ASME* 85:519–525
66. Fawaz Z., Zheng W., Behdinan K. (2004) Numerical simulation of normal and oblique ballistic impact on ceramic composite armours, *Compos. Struct.* 63: 387–395, [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(03\)00187-9](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(03)00187-9).
67. Feli S., Asgari M.R. (2011) Finite element simulation of ceramic/composite armor under ballistic impact, *Compos. B Eng.* 42: 771–780, <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2011.01.024>.
68. Fineberg J, Bouchbinder E. (2015) Recent developments in dynamic fracture: some perspectives. *Int. J Fract.* 2015;196:33–57. <https://doi.org/10.1007/s10704-015-0038-x>.
69. Fineberg J, Gross SP, Marder M, Swinney HL. (1992) Instability in the propagation of fast cracks. *Phys Rev B.* 45(10):5146–54. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.45.5146>.
70. Florence A.L. (1969) Interaction of Projectiles and Composite Armor Part II, pp. 1–69.

71. Forquin P, Erzar B. (2010) Dynamic fragmentation process in concrete under impact and spalling tests. *Int. J. Fracture* 163, 193–215. (10.1007/s10704-009-9419-3)
72. Forquin P, Hild F. (2010) A probabilistic damage model of the dynamic fragmentation process in brittle materials. *Adv. Appl. Mech.* 44, 1–72. (10.1016/S0065-2156(10)44001-6)
73. Freund L.B. (1998) *Dynamic Fracture Mechanics*, Cambridge, Cambridge University Press, 563 p.
74. Freund LB (1972a) Crack propagation in an elastic solid subjected to general loading. I: Constant rate of extension. *J Mech Phys Solid* 20:129–140
75. Freund LB (1972b) Crack propagation in an elastic solid subjected to general loading. II: Nonuniform rate of extension. *J Mech Phys Solid* 20:141–152
76. Freund LB (1972c) Energy flux into the tip of an extending crack in an elastic solid. *J Elast* 2:341–349
77. Freund LB. (1990) *Dynamic fracture mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press;
<https://doi.org/10.1017/CBO9780511546761>.
78. Gavrilov S.N. and Herman G.C. (2012) Wave propagation in a semi-infinite heteromodal elastic bar subjected to a harmonic loading // *Journal of Sound and Vibration*, 331(20): 4464–4480.

79. Goldstein R.V. et al. (2016) The modified Cam-Clay (MCC) model: cyclic kinematic deviatoric loading. *Arch. Appl. Mech.* 86: 2021–2031. DOI: 10.1007/s00419-016-1169-x.
80. Grady DE. (2008) Fragment size distributions from the dynamic fragmentation of brittle solids. *Int J Impact Eng* 2008;35:1557–1562. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2008.07.042>.
81. Griffith, A. (1920) The phenomena of rupture and flow in solids, *Phil Trans Roy Soc Ser A V.* 221. P. 163-198.
82. Gualtieri L., Camargo J.S., Pascale S., Pons F.M.E. and Ekstrom G. (2018) The persistent signature of tropical cyclones in ambient seismic noise. *Earth Planet Sci. Lett.* 484: 287–294.
83. Gullers P., Andersson L., Lunden R. (2008) *Wear* 10: 1472.
84. Gunn D., Williams G., Kessler H., & Thorpe S. (2015) Rayleigh wave propagation assessment for transport corridors. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers – Transport.* 168(6): 487–498.
85. Healey A, Cotton J, Maclachlan S, Smith P, Yeoman J. (2017) Understanding the ballistic event: methodology and initial observations. *Journal of Materials Science.* 52(6): 3074-3085.
86. Hébert D, et al. (2017). Hypervelocity impacts into porous graphite: experiments and simulations. *Phil. Trans. R. Soc. A* 375, 20160171 (10.1098/rsta.2016.0171)

- 87.Helmberger D.V., and Malone S.D. (1975) Modeling local earthquakes as shear dislocations in a layered half-space. *Journal of Geophysical Research.* 80: 4881–4888.
- 88.Hetherington J.G. (1996) Energy and momentum changes during ballistic perforation, *Int. J. Impact Eng.* 18: 319–337, [https://doi.org/10.1016/0734-743X\(96\)89052-X](https://doi.org/10.1016/0734-743X(96)89052-X).
- 89.Hetherington J.G., Rajagopalan B.P. (1991) An investigation into the energy absorbed during ballistic perforation of composite armours, *Int. J. Impact Eng.* 11: 33–40, [https://doi.org/10.1016/0734-743X\(91\)90029-F](https://doi.org/10.1016/0734-743X(91)90029-F).
- 90.Holmquist T.J., Templeton D.W., Bishnoi K.D. (2001) Constitutive modeling of aluminum nitride for large strain, high-strain rate, and high-pressure applications, *Int. J. Impact Eng.* 25(3): 211-231 , [https://doi.org/10.1016/S0734-743X\(00\)00046-4](https://doi.org/10.1016/S0734-743X(00)00046-4).
- 91.Holmquist TJ, Johnson GR, Cook WH. (1993) A computational constitutive model for concrete subjected to large strains, high strain rates, and high pressures. In *Proc. 14th Int. Symp. on Ballistics*, vol. 2, pp. 591–600. Arlington, VA: American Defence Preparedness Association.

- 92.Holmquist TJ, Johnson GR, Gerlach CA. (2017) An improved computational constitutive model for glass. *Phil. Trans. R. Soc. A* 375, 20160182 (10.1098/rsta.2016.0182)
- 93.Homma H, Kanto Y, Tanka K (1992) Rapid load fracture test- ing. In: Chona R, Corwin WR (eds) *Cleavage fracture under short stress pulse loading at low temperatures*, ASTM STP 1130. American society for testing and materials, Philadelphia, pp 37–49
- 94.Hopkinson J. (1901) *Original Papers*. Cambridge: Cambridge University Press.
- 95.Horii H, Nemat-Nasser S. (1986) Brittle failure in compression: splitting, faulting and brittle-ductile transition. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A* 319, 337–374. (10.1098/rsta.1986.0101)
- 96.Ibrahim Y.E., Nabil M. (2020) Finite element analysis of pile foundations under surface blast loads // In: Wahab M. (eds) *Proceedings of the 13th International Conference on Damage Assessment of Structures. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Singapore.
- 97.Ilyashenko A. and Kuznetsov S. (2018) SH waves in anisotropic (monoclinic) media. *Z. Angew. Math. Phys.* 69(17): 1–8. DOI: 10.1007/s00033-018-0916-y.

98. Iqbal M.A., Senthil K., Bhargava P., Gupta N.K. (2015) The characterization and ballistic evaluation of mild steel, *Int. J. Impact Eng.* 78: 98–113, [https://doi.org/ 10.1016/j.ijimpeng.2014.12.006](https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2014.12.006).
99. Iqbal MA, Senthil K, Bhargava P, Gupta NK. (2015) The characterization and ballistic evaluation of mild steel. *Int J Impact Eng.* 78:98–113. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2014.12.006>.
100. Irwin, J. (1957) Analysis of stress and strains near the end of a crack traversing a plate. *J. Appl. Mech.* 24, pp. 361-364
101. J.G. Hetherington (1992) The optimization of two component composite armours, *Int. J. Impact Eng.* 12(3): 409-414 [https://doi.org/10.1016/0734-743X\(92\)90145-J](https://doi.org/10.1016/0734-743X(92)90145-J).
102. Jacobsson L. (2005) In: SP Technical Notes (Swedish National Testing and Research Institute, Borås, p. 12.
103. Jiusti J, Kammer EH, Neckel L, Lóh NJ, Trindade W, Silva AO, Montedo ORK, De Noni Jr. A. (2017) Ballistic performance of Al₂O₃ mosaic armors with gap-filling materials. *Ceramics International.* 43(2): 2697-2704.
104. Johnson G, Cook W. (1985) Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures. *Eng. Fract. Mech.* 21(1):31–48. [https://doi.org/10.1016/0013-7944\(85\)90052-9](https://doi.org/10.1016/0013-7944(85)90052-9).

105. Johnson G.R., Cook W.H. (1983) A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures, in: 7th Int. Symp. Ballist., 1983, <https://doi.org/10.1038/nrm3209>.
106. Johnson G.R., Cook W.H. (1985) Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures, Eng. Fract. Mech. 21: 31–48, [https://doi.org/10.1016/0013-7944\(85\)90052-9](https://doi.org/10.1016/0013-7944(85)90052-9).
107. Johnson G.R., Holmquist T.J., (1994) An improved computational constitutive model for brittle materials, in: AIP Conf. Proc., <https://doi.org/10.1063/1.46199>.
108. Johnson GR, Cook WH. (1983) A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. Proceedings of the 7th international symposium on ballistics. p. 541–7.
109. Johnson GR. (1986) Artificial viscosity effects for SPH impact computations. Int J Impact Eng. 18(5):477–88. [https://doi.org/10.1016/0734-743X\(95\)00051-B](https://doi.org/10.1016/0734-743X(95)00051-B).
110. Kalthoff JF (1986) Fracture behavior under high rates of loading. Eng Fract Mech 23:289–298
111. Kalthoff, J.F., Shockey, D.A. (1977) Instability of cracks under impulse loads. J. Appl. Phys. 48, pp. 986-993

112. Kanamori H. and Anderson D.L. (1975) Theoretical basis of some empirical relations in seismology. Bulletin of the Seismological Society of America. 65: 1073–1095.
113. Kanel GI. (2010) Spall fracture: methodological aspects, mechanisms and governing factors. Int. J. Fract. 163:173–91.
<https://doi.org/10.1007/s10704-009-9438-0>.
114. Kaplunov J.D. and Nolde E.V. (2002) Long-wave vibrations of a nearly incompressible isotropic plate with fixed faces. Quart. J. Mech. Appl. Math. 55: 345 – 356.
115. Kausel E. (2005) Fundamental Solutions in Elastodynamics. Cambridge: Cambridge Univ. Press.
DOI:10.1017/CBO9780511546112
116. Kausel E. (2012) Lamb’s problem at its simplest // Proc. Roy. Soc. Ser. A. London. 469. N. RSPA-20120462. P. 1–44.
117. Kausel E. and Manolis G. (1999) Wave Motion in Earthquake Engineering. Southampton, UK: WIT Press.
118. Kazarinov N., Bratov V., Petrov Y. (2014) Modelling dynamic propagation of a crack at quasistatic loading // Doklady Physics. 59(2): 99-102 DOI:10.1134/S1028335814020116
119. Kazarinov N.A., Bratov V.A., Morozov N.F., Petrov Y.V., Balandin V.V., Iqbal M.A., Gupta N.K. (2020) Experimental and

- numerical analysis of PMMA impact fracture. *International Journal of Impact Engineering*, 143 :103597
120. Kazarinov NA, Bratov VA, Petrov YV. (2014) Simulation of dynamic crack propagation under quasi-static loading. *Doklady Phys.* 59(2):99–102. <https://doi.org/10.1134/S1028335814020116>
 121. Khan M.K., Iqbal M.A., Bratov V., Gupta N.K., Morozov N.F. (2018) M Numerical study of fracture mechanism in ceramic armor under impact load, in: *Proc. XLVI Int. Summer Sch. Conf. APM 2018*, pp. 134–144.
 122. Khan M.K., Iqbal M.A., Bratov V., Gupta N.K., Morozov N.F. (2019) A numerical study of ballistic behaviour of ceramic metallic bi-layer armor under impact load, *Mater. Phys. Mech.* 42: 699–710, https://doi.org/10.18720/MPM.4262019_2.
 123. Khan S.M.A. and Khraisheh M.K. (2000) Analysis of mixed mode crack initiation angles under various loading conditions, *Eng Fract Mech* 67:397–419
 124. Khan, A. S.; Huang, S. (1995). *Continuum Theory of Plasticity*. Wiley.
 125. Knight C.G., Swain M.V., Chaudhri M.M. (1977) Impact of small steel spheres on glass surfaces, *J. Mater. Sci.* 12: 1573–1586.
 126. Kobayashi AS, Wade BG, Bradley WB, Chiu ST (1974) Crack branching in Homalite-100 plates. *Eng Fract Mech* 6:81–92

127. Kosteski LE, Iturrioz I, Cisilino A, D'ambra RB, Pettarin V, Fasce L, Frontini P. (2016) A lattice discrete element method to model the falling-weight impact test of PMMA specimens. *Int J Impact Eng.* 87:120–31. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2015.06.011>.
128. Kostrov BV , Nikitin LV (1970) Some general problems of mechanics of brittle fracture. *Archiwum Mechaniki Stosowanej* 22:749–775
129. Kostrov BV (1966) Unsteady propagation of longitudinal shear cracks. *Appl Math Mech* 30:1241–1248
130. Kravtsov A.V. et al. (2011) Finite element models in Lamb's problem. *Mech. Solids.* 46: 952–959. DOI: 10.3103/S002565441106015X.
131. Krieg RD. (1978) A simple constitutive description for soils and crushable foams. Report no. SC-DR-72-0833. Albuquerque, NM: Sandia National Laboratories.
132. Krishnan K., Sockalingam S., Bansal S., Rajan S.D. (2010) Numerical simulation of ceramic composite armor subjected to ballistic impact, *Compos. B Eng.* 41: 583–593, <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2010.10.001>.

133. Krivtsov, A.M. (2003) Molecular dynamics simulation of impact fracture in polycrystalline materials. *Meccanica*, 38, 1:61-70
134. Krivtsov, A.M. (2004) Molecular dynamics simulation of plastic effects upon spalling. *Phys Solid State*, 46,6:1055-1060
135. Kuznetsov S. (2011) Seismic waves and seismic barriers. *Acoust. Phys.* 57(3): 420–426.
136. Kuznetsov S.V. (2004) Love waves in stratified monoclinic media. *Quart. Appl. Math.* 62: 749–766.
137. Kuznetsov S.V. (2005) Fundamental and singular solutions of Lamé equations for media with arbitrary elastic anisotropy. *Quart. Appl. Math.* 63: 455–467. DOI: 10.1090/S0033-569X-05-00969-X.
138. Kuznetsov S.V. (2019a) Abnormal dispersion of flexural Lamb waves in functionally graded plates // *Z. Angew. Math. Phys.* 70(89): 1–8.
139. Kuznetsov S.V. (2019b) Cauchy formalism for Lamb waves in functionally graded plates. *Journal of Vibration and Control*. 25(6): 1227-1232.
140. Kuznetsov S.V. and Maigre H. (2019) Granular metamaterials for seismic protection. Hyperelastic and hypoelastic models // *J. Phys.: Conf. Ser.* 1425. N. 012184. P. 1–6. DOI: 10.1088/1742-6596/1425/1/012184.

141. Kuznetsov S.V. and Terentjeva E.O. (2015) Planar internal Lamb problem: Waves in the epicentral zone of a vertical power source // *Acoust. Phys.* 61: 356–367.
142. Lawn B.R., Wilshaw T.R. (1975) Indentation Fracture: Principles and Application, *Journal of Material Science*, 10: 1049-1081
143. Lee J, Liu W, Hong J-W. (2016) Impact fracture analysis enhanced by contact of peridynamic and finite element formulations. *Int J Impact Eng.* 87:108–119. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2015.06.012>.
144. Lee M., Kim E.Y., Yoo Y.H. (2008) Simulation of high speed impact into ceramic composite systems using cohesive-law fracture model, *Int. J. Impact Eng.* 35: 1636–1641, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2008.07.031>.
145. Lee M., Yoo Y.H. (2001) Analysis of ceramic/metal armour systems, *Int.J.ImpactEng.* 25: 819–829, [https://doi.org/10.1016/S0734-743X\(01\)00025-2](https://doi.org/10.1016/S0734-743X(01)00025-2).
146. Lee W.H.K., Hiroo Kanamori H., Jennings P.C. and Kisslinger C. (Eds.) (2003) *International Handbook of Earthquake and Engineering Seismology. Part B.* N.Y.: Academic Press.

147. Li X., Li Z., Wang E., Liang Y., Niu Y. and Li Q. (2017). Spectra, energy, and fractal characteristics of blast waves. *Journal of Geophysics and Engineering*. 15(1): 81–92.
148. Liu MB, Liu GR. (2010) Smoothed particle hydrodynamics (SPH): an overview and recent developments. *Arch Comput Methods Eng*. 17(1):25–76. <https://doi.org/10.1007/s11831-010-9040-7>.
149. Lombaert G., Degrande G., Kogut J., Francois S. (2006) *Journal of Sound and Vibration* 297(3-5): 512.
150. Lopez-Puente J., Arias A., Zaera R., Navarro C. (2006) The effect of the thickness of the adhesive layer on the ballistic limit of ceramic/metal armours. An experimental and numerical study, *Int. J. Impact Eng*. 32: 321–336, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2005.07.014>.
151. Ma CC, Freund LB (1986) The extent of the stress intensity factor field during crack growth under dynamic loading conditions. *ASME J Appl Mech* 53:303–310
152. Madhu V., Ramanjaneyulu K., Balakrishna T., Bhat, Gupta N.K. (2006) An experimental study of penetration resistance of ceramic armour subjected to projectile impact, *Int. J. Impact Eng*. 32: 337–350, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2005.03.004>.

153. Majka M., Hartnett M. (2008) Computers and Structures 86: 556.
154. Mallah M., Philippe L. and Khater A. (1999) Numerical computations of elastic wave propagation in anisotropic thin films deposited on substrates // Comp. Mater. Sci. 15: 411–421.
155. Masaki T. (1986) Mechanical Properties of Toughened ZrO₂-Y₂O₃ Ceramics. Journal of American Mechanical Society. 69(8): 638-640.
156. Maslov V.P. and Antsiferova M.M. (1988) Shock waves in a granular medium // Phys. Earth. Planet. Inter. 50(1): 8–15.
157. Maslov V.P. and Mosolov P.P. (1985) General theory of the solutions of the equations of motion of an elastic medium of different moduli. Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 49: 322–336.
158. Matvienko Y. G. (2012) Maximum Average Tangential Stress Criterion for Prediction of the Crack Path, Int J Fract 176(1):113-118
159. Mayseless M., Goldsmith W., Virostek S.P., Finnegan S.A. (1987) Impact on ceramic targets, J. Appl. Mech. 54:449-457
<https://doi.org/10.1115/1.3173022>

160. Mazars J, Grange S. (2017) Simplified strategies based on damage mechanics for concrete under dynamic loading. Phil. Trans. R. Soc. A 375, 20160170 (10.1098/rsta.2016.0170)
161. McQuillen, J.L., and Hicks, R.G. (1987). “Construction of rubber- modified asphalt pavements.” American Society of Civil Engineers, Journal of Construction Engineering and Management, Vol: 113, Issue Number: 4, pp. 537-553.
162. Mohammadi M., Karabalis D.L. (1995) Earthquake Engineering & Structural Dynamics 24(9):1177.
163. Molenaar J.M.M., Liu X., Molenaar A.A.A. (2001) RESISTANCE TO CRACK-GROWTH AND FRACTURE OF ASPHALT MIXTURE, Delft University of Technology, 10p
164. Molinari A. and Daraio Ch. (2009) Stationary shocks in periodic highly nonlinear granular chains // Phys. Rev. 80(056602):1–15.
165. Morozov N, Petrov Y (2000) Dynamics of fracture. Springer-Verlag, Berlin
166. Mozhaev V.G. (1991) Approximate analytical expressions for the velocity of Rayleigh waves in isotropic media and on the basal plane in high symmetry crystals. Soviet Physics Acoustics. 37: 186–189.

167. Mull M. A., Stuart K., Yehia A. (2002) Fracture resistance characterization of chemically modified crumb rubber asphalt pavement, *Journal of Materials Science*, 37(3): 557-566
168. Nagy N., Mohamed M., Boot J.C. (2010) Nonlinear numerical modelling for the effects of surface explosions on buried reinforced concrete structures, *Geomech. Eng.* 2:P. 1–18.
169. Naik N.K., Kumar S., Ratnaveer D., Joshi M., Akella K. (2013) An energy-based model for ballistic impact analysis of ceramic-composite armors, *Int. J. Damage Mech.* 22: 145–187, <https://doi.org/10.1177/1056789511435346>.
170. Naimark O.B., Uvarov S.V. (2004) Nonlinear crack dynamics and scaling aspects of fracture (experimental and theoretical study). *Int. Journal of Fracture*. 128: 285-292.
171. Nedderman R.M. (2005) *Statics and Kinematics of Granular Materials*. Cambridge: Cambridge Univ. Press.
172. Neuber, H. (1937) *Kerbspannunglehre: Grundlagen für Genaue Spannungsrechnung*, Springer-Verlag, Berlin
173. Novozhilov, V.V. (1969) About the necessary and sufficient brittle strength criterion, *Prikl Mat Mekh* 33(2):212–222

174. Ortiz M, Pandolfi A. (1999) A class of cohesive elements for the simulation of three-dimensional crack propagation. *Int J Numer Meth Eng.*, 44: 1267–1282
175. Oscarsson J., Dahlberg T. (1998) *Vehicle System Dynamics* 29: 73.
176. Owen DM, Zhuang S, Rosakis AJ, Ravichandran G (1998) Experimental determination of dynamic crack initiation and propagation fracture toughness in aluminum sheets. *Int J Fract* 90:153–174
177. Papadopoulos G.A. (1988) Crack initiation under biaxial loading, *Eng Fract Mech* 5(29):585–598
178. Parkhomenko IP, Utkin AV, et al. (1990) Spall strength of plexiglass. In: Fortov editor. *Investigations of material properties under extremal conditions*. Moscow: IVTAN; p. 126–130.
179. Pawar M.J., Patnaik A., Biswas S.K., Pandel U., Bhat I.K., Chatterjee S., Mukhopadhyay A. K., Banerjee R., Babu B.P. (2016) Comparison of ballistic performances of Al₂O₃ and AlN ceramics, *Int. J. Impact Eng.* 98: 42–51, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2016.08.002>.
180. Pecker A. (2015) Seismic analyses and design of foundation soil structure interaction. In: Ansal A. (eds) *Perspectives on*

European Earthquake Engineering and Seismology. Geotechnical, Geological and Earthquake Engineering, vol 39. Springer.

181. Perez N. (2017) Mixed-Mode Fracture Mechanics. In: Fracture Mechanics. Springer, Cham
182. Petrov Y, Sitnikova E (2005) Temperature dependence of spall strength and the effect of anomalous melting temperatures in shock-wave loading. Tech Phys 50:1034–1037
183. Petrov Y. (2012) Incubation Time Based Fracture Mechanics, In Proc. of the 19th European Conference on Fracture. Fracture Mechanics for Durability, Reliability and Safety. Kazan, Russia, Aug 26-31, 2012 // ISBN 978-5-905576-18-8
184. Petrov Y., Morozov N. (1994) ASME Journal of Applied Mechanics, 1994, No. 61, p. 710–712.
185. Petrov Y.V. and Morozov N.F. (1994) ASME J. Appl. Mech, 61, 710-712
186. Petrov Y.V., Morozov N.F., Smirnov V.I. (2003) Structural Macromechanics Approach in Dynamics of Fracture. Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct. 26: 363-372.
187. Petrov Yu.V. (1996) Quantum Analogy in the Mechanics of Fracture of Solids. Physics of the Solid State. V38. N11. P.1846-1850]

188. Petrov Yu.V., Gruzdkov A.A., Bratov V.A. (2012) Structural-temporal theory of fracture as a multiscale process. *Physical Mesomechanics*. 2012; V.15 (3-4). P.232-237. DOI:10.1134/S1029959912020117]
189. Petrov YV (1991) On “Quantum” Nature of Dynamic Fracture of Brittle Solids. *Doklady Akademii Nauk USSR* 321: 66–68
190. Petrov YV (2004) Incubation time criterion and the pulsed strength of continua: fracture, cavitation, and electrical breakdown. *Doklady Phys* 49:246–249
191. Petrov YV, Morozov NF (1994) On the modeling of fracture of brittle solids. *J Appl Mech* 61:710–712
192. Petrov YV, Utkin AA. (1989) Dependence of the dynamic strength on loading rate. *Sov Mater Sci*. 25(2):153–156 <https://doi.org/10.1007/BF00780499>.
193. Pham C. and Malischewsky P.G. (2007) An approach for obtaining approximate formulas for the Rayleigh wave velocity // *Wave Motion*. 2007. V. 44. P. 549–562.
194. Polanco Loria M, Hopperstad OS, Børvik T, Berstad T. (2008) Numerical predictions of ballistic limits for concrete slabs

- using a modified version of the HJC concrete model. *Int. J. Impact Eng.* 35: 290–303. (10.1016/j.ijimpeng.2007.03.001)
195. Pontiroli C, Rouquand A, Mazars J. (2010) Predicting concrete behaviour from quasi-static loading to hypervelocity impact: an overview of the PRM model. *Eur. J. Environ. Civil Eng.* 14: 703–727. (10.1080/19648189.2010.9693259)
 196. Rahbek D.B., Simons J.W., Johnsen B.B., Kobayashi T., Shockey D.A. (2017) Effect of composite covering on ballistic fracture damage development in ceramic plates, *Int. J. Impact Eng.* 99: 58–68, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2016.09.010>.
 197. Ranji A.R. (2015) Mixed-mode fracture criteria investigation in a rock, *Strength Fract Complex* .9:265–274
 198. Ravi-Chandar K, Knauss WG (1984a) An experimental investigation into dynamic fracture: I. Crack initiation and arrest. *Int J Fract* 25:247–262
 199. Ravi-Chandar K, Knauss WG (1984b) An experimental investigation into dynamic fracture: II. Microstructural aspects. *Int J Fract* 26:65–80
 200. Ravi-Chandar K, Knauss WG (1984c) An experimental investigation into dynamic fracture: III. On steady state crack propagation and crack branching. *Int J Fract* 26:141–154

201. Ravi-Chandar K, Knauss WG (1984d) An experimental investigation into dynamic fracture: IV. On the interaction of stress waves with propagating cracks. *Int J Fract* 26:189–200
202. Ravi-Chandar K, Knauss WG (1987) On the characterization of the transient stress field near the tip of a crack. *J Appl Mech* 54:72–78
203. Ravi-Chandar K. (1998) Dynamic fracture of nominally brittle materials. *Int. J. Frac.* 90:83–102.
<https://doi.org/10.1023/A:1007432017290>.
204. Ravichandran G, Subash G. (1995) A micromechanical model for high strain rate behavior of ceramics. *Int. J. Solids Struct.* 32, 2627–2646. (10.1016/0020-7683(94)00286-6)
205. Recht R.F. (1967) *Ballistic Perforation Dynamics of Armor-Piercing Projectiles*. China Lake, California.
206. Remmers JJC, Borst R de, Needleman A (2004) A cohesive segments approach for dynamic crack growth. In: Ahzi S, Cherkaoui M, Khaleel MA, Zbib HM, Zikry MA, Lamatina B (eds) *Multiscale modeling and characterization of elastic-inelastic behavior of engineering materials*. Kluwer, Dordrecht, pp 299–306
207. Rizal S, Homma H (2000) Dimple fracture under short pulse loading. *Int J Impact Eng* 90:83–102

208. Rosakes AJ and Zehnder AT (1985) On dynamic fracture of structural metals. *Int J Fract* 27:169–186
209. Rosenberg Z, Surujon Z, Yeshurun Y, Ashuach Y, Dekel E. (2005) Ricochet of 0.3'' A projectile from inclined polymeric plates. *Int J Impact Eng.* 31:221–33.
<https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2003.12.008>.
210. Sadanandan S., Hetherington J.G. (1997) Characterisation of ceramic/steel and ceramic/ aluminium armours subjected to oblique impact, *Int. J. Impact Eng.* 19: 811–819,
[https://doi.org/10.1016/S0734-743X\(97\)00019-5](https://doi.org/10.1016/S0734-743X(97)00019-5).
211. Saito T. (2010) Love-wave excitation due to the interaction between a propagating ocean wave and the sea-bottom topography. *Geophys. J. Int.* 182. P. 1515–1523.
212. Sánchez-Sesma F. and Iturrarán-Viveros U. (2006) The classic Garvin's problem revisited // *Bull. Seism. Soc. Am.* 96(4A): 1344–1351.
213. Sarva S., Nemat-Nasser S., McGee J., Isaacs J. (2007) The effect of thin membrane restraint on the ballistic performance of armor grade ceramic tiles, *Int. J. Impact Eng.* 34: 277–302,
<https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2005.07.006>.

214. Savio S.G., Ramanjaneyulu K., Madhu V., Bhat T.B. (2011)
An experimental study on ballistic performance of boron carbide tiles, Int. J. Impact Eng. 38: 535–541,
<https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2011.01.006>.
215. Schardin H, Struth W (1938)
Hochfrequenzkinematographische untersuchung der bruchvorgänge in glas. Glastechnische Berichte 16:219
216. Selig E.T., Waters J.M. (1994) Track Geotechnology and Substructure Management. Thomas Telford.
217. Serjouei A., Chi R., Zhang Z., Sridhar I. (2015) Experimental validation of BLV model on bi-layer ceramic-metal armor, Int. J. Impact Eng. 77: 30–41, <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2014.11.001>.
218. Shahani A.R., Tabatabaei S. A. (2009) Effect of T-stress on the fracture of a four point bend specimen, Mater Design 30(7):2630-2635
219. Sharon E., Fineberg J. (1999) Advanced Engineering Materials. 1(2): 119-122.
220. Shockey D.A., Marchand A.H., Skaggs S.R., Cort G.E., Burkett M.W., Parker R. (1990), Failure phenomenology of

- confined ceramic targets and impacting rods, *Int. J. Impact Eng.*, 9(3): 263-275 [https://doi.org/10.1016/0734-743X\(90\)90002-D](https://doi.org/10.1016/0734-743X(90)90002-D).
221. Shockey, D.A., Kalthoff, J.F., and Erlich, D.C. (1983) Evaluation of Dynamic Crack Instability Criteria, *Int. J. Fract.* 22(3): 217–229
 222. Shokey DA et al (1986) Short pulse fracture mechanics. *J Eng Fract Mech* 23:311–319
 223. Shokrieh M.M., Javadpour G.H. (2008) Penetration analysis of a projectile in ceramic composite armor, *Compos. Struct.* 82: 269–276, <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2007.01.023>.
 224. Smirnov I, Kazarinov N, Petrov Y. (2019) Experimental observation and numerical modelling of unstable behaviour of a fast crack velocity. *Theor Appl Fract Mech.* 101:53–58. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2019.02.006>.
 225. Smith GC (1975) An experimental investigation of the fracture of a brittle material, Ph.D. Thesis, California Institute of Technology
 226. Smith P.D., Hetherington, J.G. (1994) Blast and Ballistic Loading of Structures. Butterworth-Heinemann, Oxford, England.
 227. Smith, M. (2009). ABAQUS/Standard User's Manual, Version 6.9. Dassault Systèmes Simulia Corp.

228. Song J., Wang H., Belytschko T. (2008) A comparative study on finite element methods for dynamic fracture. *Comput Mech.* 42: 239–250
229. Steinberg, D.J., Cochran, S.G., and Guinan, M.W. (1980) A Constitutive Model for Metals Applicable at High-Strain Rate, *J. Appl. Phys.* 51(3): 1498–1504
230. Stenzler JS, Goulbourne NC. (2011) The effect of polyacrylate microstructure on the impact response of PMMA/PC multi-laminates. *Int J Impact Eng.* 38:567–76. <https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2011.02.003>.
231. Suiker A.S.J. (2002), *The Mechanical Behaviour of Ballasted Railway Tracks*. Delft University Press.
232. Sutula D., Kerfriden P., van Dam T. and Bordas S.P.A. (2018) Minimum energy multiple crack propagation. Part I: Theory and state of the art review, *Eng Fract Mech* 191: 205-224
233. Swenson DV, Taylor LM. (1983) A finite element model for the analysis of tailored pulse simulation of boreholes. *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.* 7, 469–484. (10.1002/nag.1610070408)
234. T.L. Anderson (2017) *Fracture Mechanics Fundamentals and Applications*. CRC Press, Washington DC

235. Takewaki I. (2004) Response spectrum method for nonlinear surface ground analysis. *An International Journal of Advances in Structural Engineering*. 7(6): 503–514.
236. Takewaki I. (2005) Frequency-domain analysis of earthquake input energy to structure–pile systems. *Engineering Structures*. 27(4): 549–563.
237. Tan H. , Han X., Zhang W., Luo S.H. (2010) An investigation on failure mechanisms of ceramic/metal armour subjected to the impact of tungsten projectile, *Int. J. Impact Eng.* 37: 1162–1169, [https:// doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2010.07.004](https://doi.org/10.1016/j.ijimpeng.2010.07.004).
238. Tate A. (1985) *Extensions to the Hydrodynamic Theory of Penetration*, 1985. Kent.
239. Tokheim R, Curran D, Seaman L. (1973) Computational representation of constitutive relations for porous material. Technical report DNA-3412F. Menlo Park, CA: Stanford Research Institute.
240. Uyanik O. (2019) Estimation of the porosity of clay soils using seismic P- and S-wave velocities // *Journal of Applied Geophysics*. 2019. V. 170. No. 103832. P. 1–8.
241. Vaisberg L.A., Zarogatsky L.P. (2000) New equipment for crushing and grinding of materials, *Gorny Zhurnal*, 3:49-52

242. Vaisberg, L.A., Demidov, I.V., Ivanov, K.S. (2015) Mechanics of granular media under vibration action: The methods of description and mathematical modeling, *Obogashchenie Rud*, 4:21-31
243. Vaisberg, L.A., Kameneva, E.E. (2014) X-ray computed tomography in the study of physico-mechanical properties of rocks, *Gorny Zhurnal*, 2:14-23
244. Vaisberg, Zarogatsky L.P., Safronov A.N. (2001) Vibration disintegration as the basis for energy-efficient technologies in mineral processing, *Obogashchenie Rud*, 1:5-9
245. Varela-Rizo H, Weisenberger M, Bortz DR, Martin-Gullon I. (2010) Fracture toughness and creep performance of PMMA composites containing micro and nanosized carbon filaments. *Composites Sci Technol*. 70:1189–95. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2010.03.005>.
246. Wallner H (1938) Linienstrukturen an bruchflächen. *Z. Physik* 114:368–370
247. Wallner H (1938) Linienstrukturen an bruchflächen. *Zeitschrift für Physik*. 114: 368-370.
248. Wang B., Lu G., Lim M.K. (1995) Experimental and numerical analysis of the response of aluminium oxide tiles to

- impact loading, *J. Mater. Process. Technol.* 51: 321–345,
[https://doi.org/10.1016/0924-0136\(94\)01604-Y](https://doi.org/10.1016/0924-0136(94)01604-Y).
249. Wang C., Zhu Z.M. and Liu H.J. (2016) On the I–II mixed mode fracture of granite using four-point bend specimen, *Fatig Fract Eng Mater Struct* 39(10):1193-1203
 250. Wells AA, Post D (1958) The dynamic stress distribution surrounding a running crack—A photoelastic analysis. *Proc Soc Exp Stress Anal* 16:69–93
 251. Willis JR (1975) Equations of motion for propagating crack. *Mech Phys Frac, The Metals Soc, London* 1:57–67
 252. Winnbust AJA, Keiser K, Burggraaf AJ. (1983) Mechanical Properties and Fracture Behaviour of ZrO₂-Y₂O₃ Ceramics. *Journal of Materials Science*. 18(7): 1958-1966.
 253. Witarto W. et al. (2019) Three-dimensional periodic materials as seismic base isolator for nuclear infrastructure. *AIP Advances*. 9.(045014): 1–8.
 254. Wootton P. T., Kaplunov J. and Colquitt D. J. (2019) An asymptotic hyperbolic–elliptic model for flexural-seismic metasurfaces. *Proc. R. Soc. A*. 475. 20190079.
<http://doi.org/10.1098/rspa.2019.0079>

255. Xu X-P, Needleman A. (1994) Numerical simulation of fast crackgrowth in brittle solids. *J Mech Phys Solids*. 42: 1397–1434
256. Xu X, Needleman A (1995) Numerical simulations of dynamic crack growth along an interface. *Int J Fract* 74:289–324
257. Yang Y.B., Hung H.H. and Chang D.W. (2003) Train-induced wave propagation in layered soils using finite/infinite element simulation // *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. V. 23(4). P.263–278.
258. Yoffe EH (1951) The moving Griffith crack. *Phil Mag* 42:739–750 in an elastic solid. *J Elast* 2:341–349
259. Zaera R., Sanchez-Galvez V. (1998) Analytical modelling of normal and oblique ballistic impact on ceramic/metal lightweight armours, *Int. J. Impact Eng.* 21: 133–148, [https://doi.org/10.1016/S0734-743X\(97\)00035-3](https://doi.org/10.1016/S0734-743X(97)00035-3).
260. Zakharov D.D., Castaings M., Singh D. (2011) Numerical and asymptotic approach for evaluating complex wavenumbers of guided modes in viscoelastic plates. *J. Acoust. Soc. Am.* 130: 764–771.
261. Zhao YP. (1998) Suggestion of a new dimensionless number for dynamic plastic response of beams and plates. *Arch Appl Mech.* 68:524–538. <https://doi.org/10.1007/s004190050184>.

262. Батраков В.Г. (1998) Модифицированные бетоны. – М.: Технопроект. 768 с.
263. Березкин А.Н., Кривошеев С.И., Петров Ю.В., Уткин А.А. (2000) Эффект запаздывания старта трещины при пороговых импульсных нагрузках, Докл. Акад. наук. Т.375, No.3, с.328-330
264. Братов В.А. ЧИСЛЕННЫЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ РАЗРУШЕНИЯ // Вычислительная механика сплошных сред. – 2009. – Т. 2, № 3. – С. 5-16
265. Братов В.А., А.А.Груздков, Ю.В.Петров, С.И.Кривошеев (2004) Об энергетическом балансе при инициировании роста трещины в условиях импульсного нагружения. Докл. Акад. Наук, 2004, 395:4, 381-385.
266. Братов, В.А, Петров, Ю.В. (2007) Применение критерия инкубационного времени для описания распространения динамических трещин. Докл. Акад. Наук, 216:5, 624-626
267. Бураго Н.Г. (2008) Моделирование разрушения упругопластических тел. Вычисл. мех. сплош. сред.Т. 1, № 4. С. 5–20.

268. Груздков А.А., Морозов Н.Ф., Петров Ю.В. (2006) Принцип равной мощности при многоуровневом динамическом разрушении твердых тел. Механика твердого тела N 6. –с. 198-203.
269. Золотарев В.А. (2002) О взаимосвязи реологических свойств битумов и асфальтобетонов. Наука и техника в дор. отрасли.-№ 4.
270. Киркжип П.Н. (1994), Обоснование нового метода ускоренной оценки склонности асфальтобетона к старению: Сб. гр.; Союздорнии. - М.,
271. Колесников Ю.В., Морозов Е.М. (1989), Контактная механика разрушения, Наука, Москва
272. Ляпин А.Ю. (2006) Битумно-полимерные материалы для дорожного и гражданского строительства: дис. канд. техн. наук / А.Ю. Ляпин. Казань 176с.
273. Макаров Д.Б., Мурафа А.В., Сибгатуллина Л.Ш., Хозин В.Г. (2006) ДОРОЖНЫЕ ПОКРЫТИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НОВЫХ АНИОНАКТИВНЫХ БИТУМНЫХ ЭМУЛЬСИЙ, Известия КГАСУ, Строительные материалы и технологии, 1(5), 30-32
274. Морозов, Н.Ф., Петров, Ю.В., (1990) Изв. АН СССР МТТ 6, с. 108-111

275. Морозов, Н.Ф., Петров, Ю.В., Уткин А.А. (1988)
Известия АН СССР, МТТ, 1988, 5, 180-182
276. Н.Ф.Морозов, Ю.В.Петров, Б.А.Иванов, М.Я.Маров,
В.И.Смирнов (2007) Докл. Акад. Наук, 2007, 412:1, 56-58
277. Новожилов, В.В. (1969a) ПММ, Т.33, с. 212-222
278. Новожилов, В.В. (1969b) ПММ, Т.33, с. 797-812
279. Петров Ю.В. (1991) Докл. АН СССР, Т.321, No.1, с.66-68
280. Петров Ю.В. (1996) Квантовая аналогия в механике
разрушения твердых тел, Физика тверд. тела. Т.38, No.11.
с.3385-3393
281. Петров Ю.В., Груздков А.А., Братов В.А. (2012)
Структурно-временная теория разрушения как процесса,
протекающего на разных масштабных уровнях, Физическая
мезомеханика, 15, N2 (2012) с.15-21
282. Петров Ю.В., Смирнов В.И. (2007) О температурной
зависимости пороговой скорости эрозионного разрушения,
Доклады Академии Наук, 416(6), 1-3
283. Петров, Ю.В., Ситникова, Е.В. (2005) Температурная
зависимость откольной прочности и эффект аномальных
температур плавления при ударно-волновом нагружении.
ЖТФ, 2005, 75:8, 71-74

284. Печеный, Б.Г. (1990) Битумы и битумные композиции.
Б.Г. Печеный – М.: Химия, 256с.
285. Садырин А.И. (1985) Алгоритм нерегулярной
перестройки плоских треугольных сеток в МКЭ. Прикл. пробл.
прочн.и пласт. Алгоритмизация и автоматизация решения
задач упругости пластичности : Межвуз. сб. научн. тр. Горьк .
ун-т. – Горький. С.8–13.
286. Фомин В.М., Гулидов А.И., Сапожников Г.А. и др. (1999)
Высокоскоростное взаимодействие тел – Новосибирск:
Издательство СО РАН. 600 с.
287. Фонарев А.В. (1988) Применение произвольных
треугольных разностных сеток к решению задач импульсного
деформирования упругопластических тел. Модели
деформирования и разрушения композиционных материалов.
УНЦ АН СССР. – Свердловск, С. 84–89.