

На правах рукописи



Илларионова Лилия Алексеевна

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ БЕЗБАЛЛАСТНОЙ
КОНСТРУКЦИИ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ПУТИ С УЧЕТОМ ЕЕ АРМИРОВАНИЯ

1.1.8. (ранее 01.02.04)- Механика деформируемого твердого тела

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
Доктор физико-математических наук, профессор
Локтев Алексей Алексеевич

Москва 2022

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
Глава 1. Динамическое поведение элементов конструкции объектов транспортной инфраструктуры.....	14
1.1 Классификация существующих научных и инженерных подходов для определения напряженно-деформированного состояния конструкции и их элементов	14
1.2 Основные типы железнодорожного пути	20
1.3 Традиционные расчетные модели железнодорожного пути	30
1.4 Возможность учета стационарных и нестационарных процессов при деформировании пути.....	33
1.5. Конструкции, применяемые в транспортном строительстве с анизотропными свойствами	44
Выводы по первой главе.....	49
Глава 2 Модели армирования конструкций, с учетом внутренних и внешних воздействий.....	50
2.1 Основные типы несущих конструкций.....	51
2.2 Подрельсовое основание пути в виде железобетонных шпал.....	52
2.3 Подрельсовое основание в виде железобетонных брусьев	57
2.4 Учет волновых процессов в безбалластных конструкциях подрельсового основания	62
2.5 Формулирование условий для создание расчетной математической модели плиты основания железнодорожного пути	67
Выводы по второй главе.....	75
Глава 3 Построение модели динамического поведения плоской конструкции основания железнодорожного пути	76
3.1 Расчетная модель для упругой изотропной плиты.....	77
3.2 Расчетная модель для вязкоупругой изотропной плиты	82
3.3 Линейно - упругая модель динамического воздействия элемента	87

3.4. Динамическое воздействие экипажа на анизотропную плиту основания железнодорожного пути	97
Глава 4 Разработка схемы армирования железобетонных конструкций основания железнодорожного пути	108
4.1. Динамическое поведение рельсовой плети как верхнего элемента железнодорожного пути	109
4.2 Определение напряжений в подрельсовом основании.....	112
4.3 Вычислительная схема построения волновой картины в плите основания	115
4.4 Определение точек взаимодействия прямых и отраженных волн в плитном основании.....	119
4.5 Схема армирования железобетонной плиты основания под областью приложения нагрузки.....	123
Выводы по четвертой главе	127
Глава 5 Применение разработанных моделей и алгоритмов для расчета основания безбалластного пути	128
5.1 Особенности традиционных схем армирования плит.....	128
5.2 Вычислительная схема расчета железобетонных брусьев	131
5.3 Технологическая схема бетонирования железобетонной плиты основания пути	134
5.4 Определение напряжения в основании пути из-за изменения температур	137
5.5 Определение динамических характеристик анизотропной плиты основания от воздействия транспортных средств	140
Выводы по пятой главе.....	149
Заключение	150
Список литературы	152

Введение

Актуальность темы исследования. При определении деформированного состояния строительных конструкций железнодорожного пути, в том числе верхнего строения пути и других плоских элементов несущих конструкций объектов транспортной инфраструктуры при динамических воздействиях, большое значение имеет подготовка математической модели, описывающей реологические свойства материала конструкции. Задача особенно сложная для определения динамического поведения элементов с анизотропными свойствами, в том числе трансверсально-изотропными и ортотропными, к которым можно отнести железобетонные конструкции. Из композитных материалов все чаще выполняются элементы конструкций для строительной отрасли или транспортной инфраструктуры. Актуальным вопросом при расчете железобетонных элементов является методика их армирования, чаще всего используют набор конструктивных требований с вычислением общих показателей для вновь образуемых композитных материалов, что не всегда достаточно. К примеру, для составной конструкции важно учитывать не только коэффициент армирования, отражающий соотношение площадей поперечного сечения отдельных элементов составной конструкции, но и реальное расположение армирующих элементов в заполняющем массиве. Основные подходы, связанные с расположением армирующих металлических и неметаллических элементов в железобетоне, базируются на увязке взаимного размещения рабочей и конструктивной арматуры. При этом основные характеристики вновь получаемого композитного материала являются приведенными, нормированными величинами, например, площадью поперечного сечения или суммарной площадью арматуры. Для достижения достаточной точности расчёта таких конструкций, как правило, используются математические модели, в основу которых положены плоские элементы, позволяющие учесть ортотропные свойства материала, но волновые процессы в элементах конструкции при нагружении чаще всего учитываются в квазистатической постановке. В наши дни чаще всего используется традиционная методика армирования, учитывающая

динамическое приложение нагрузки только в квазистатической постановке, с учетом особенностей изменения нагрузки от времени через совокупность уточняющих коэффициентов.

В случае расчета безбалластного пути необходимо также производить учет динамической высокочастотной и гигацикловой нагрузки. Методы формирования изображения распространения фронтов упругих волн в пластине позволят определить точки, в которых сходятся прямые и отраженные волны различного порядка, что может увеличивать и уменьшать общую интенсивность волновых процессов, приводя к увеличению или снижению напряжений и деформаций в характерных точках конструкции.

С помощью такой постановки задачи возможно выявить точки встречи различных фронтов волн, которые могут привести к росту или уменьшению напряжения в материале, что поможет подобрать верные места расположения армирующих элементов, что сократит перерасход материала и улучшит эксплуатационные свойства конструкции. Это особенно актуально для конструктивных элементов объектов транспортного строительства, поскольку именно они испытывают динамическую знакопеременную нагрузку с различной интенсивностью и временными распределениями характерных величин.

Степень разработанности темы исследования.

Теорией передачи нагрузки от подвижного состава и пути, а также моделированием динамического поведения пути занимались различные ученые: профессора В.Г. Альбрехт, С. В. Амелин, С.А. Айзинбуд, М.Ф. Вериги, С.В. Вертинский, А.Б. Васильев, С.И. Герасимов, А. М. Годыцкий-Цвирко, Л.О. Грачева, В.Н. Данилов, В.М. Ермаков, В.И. Ерофеев, М.П. Ершков, Э.П. Исаенко, Н.И. Карпущенко, К.С. Каспакбаев А.Я. Коган, С. М. Куценко, М. П. Смирнов, М. А. Фришман, М. А. Чернышев, Г. М. Шахунянц, И.В. Прокудин, В.О. Певзнер, Ю.С. Ромен, Эсвельд, В. Ф. Яковлев, А.А. Локтев, В.П. Сычев и многие другие, а также организации АО «РЖДСТРОЙ», ООО «Управляющая компания Бамстроймеханизация», ООО «Спецтрансстрой», АО «ЛенГипрострой», ООО

«Желдорпроект», ООО «СтройЖелДорПроект», ООО «НеваТрансПроект», ООО «МОССТРОЙ», ООО «Промстрой», ООО «Трансбарьер М», ООО «СШХ».

Над исследованиями экспериментальными и теоретическими исследованиями железобетонных элементов, в том числе находящихся под динамической нагрузкой, трудились профессора Л.А. Аветисян, В.И Гнедовский, В.И. Жарницкий, Р. Зелигер, В.И Довгалюк, М. Консидер, О.Г. Кумпьяк, С.Б. Крылов, А.В. Леонтьев А.Ф. Лолейт, Л.К. Лукша, А.Н. Мамин, Н.Г Матков, В.С. Плевков, Попов, А.И, Г.И. Попов, Н.Н. Плотников, Б.С.Расторгуев, А.Г. Тамразян, Н.Н. Трекин, И.С. Царев, В.С. Федоров Я. Хензел, Е.А. Чистяков и др.

Задачи, связанные с динамическим нагружением объектов, решал еще И. Ньютон, исходя из предположения, что изменение импульса равно времени воздействия ударного импульса. Задачи, связанные с динамическим соединением двух тел (стержней), впервые были решены Б. Д. Сен-Ваном путем одновременного распространения волн в сталкивающихся телах.

Г. Герц продолжил разрабатывать решение задачи статического контакта двух упругих тел с их динамическим взаимодействием. С.П. Тимошенко учел стационарные колебательные процессы после динамического нагружения тела, фактически агрегировав колебания балки и контактную теорию. Теория динамического нагружения балочных элементов типа Тимошенко развивалась Crook A.W., Yamamoto S.A., Россихиным Ю.А., Локтевым А.А., Ерофеевым В.И., для пластин данный подход нашел применение в работах – Mindlin R.D., Conway H.D, Reissner E., Lee H.C., Уфлянда Я.С., Филлипова А.П., Филлипова И.Г. Горшкова А.Г. Учет волновых процессов в задачах динамического нагружения был реализован Филлиповым А.П. для частных случаев. Позже Филлипов А.П., Скляр В.Л. решили еще несколько подобных задач, Choi I.H., Lim C.H., Егорычев О.О. рассмотрели многослойные плитные элементы, неупругие реологические свойства пластин рассматривали Локтев А.А., Россихин Ю.А., Шитикова М.В., анизотропные свойства и предварительные напряжения в пластинах

рассматривались в работах Филиппова И.Г., Егорычева О.А., Егорычева О.О., Локтева А.А., Товстика П.Е., Ерофеева В.И., Царева И.С.

Несмотря на существенные достижения в области проектирования, изготовления и эксплуатации железобетонных конструкций, а также современных конструкций железнодорожного пути, многие вопросы, связанные с учетом волновых процессов в элементах конструкции, различных реологических свойств используемых материалов, определения мест расположения армирующих элементов с учетом разнонаправленных внешних динамических воздействий, требуют дополнительного изучения как с точки зрения строительных конструкций, так и с точки зрения используемых методов механики деформируемого твердого тела.. Данным аспектам и посвящено настоящее исследование, результаты которого могут помочь усовершенствовать действующие нормативно-технические документы в области транспортного строительства.

Целью диссертационного исследования является развитие методов динамического расчёта плоских элементов, выполненных из композитных материалов, с учётом характерных внутренних реологических свойств, демпфирования узлов анизотропных конструкций с учетом особенностей приложения нагрузки от колесной пары подвижного состава.

Задачи исследования:

1. Выполнить анализ существующих моделей динамического поведения плоских элементов основания верхнего строения пути ВСП как строительной конструкции с учётом демпфирующих и анизотропных свойств материалов и волновых процессов в элементах конструкции при нагружениях.

2. Разработать модель, описывающую динамическое поведение анизотропного плоского элемента безбалластного железнодорожного пути с учетом особенностей приложения нагрузки от подвижного состава, ортотропных свойств плиты и свойств армирующего материала.

3. Разработать алгоритм выбора мест расположения арматурных элементов в зависимости от распространения волновых поверхностей в плоском элементе и их взаимодействия между собой.

4. Разработать схему армирования плоских элементов, используемых в области транспортной инфраструктуры для элементов, непосредственно контактирующих с подвижным составом.

5. Провести сравнение результатов, полученных с помощью предлагаемого метода учета армирования и традиционного метода расчета балластной и безбалластной конструкции железнодорожного пути.

Теоретическая значимость работы:

1. Проведен многофакторный анализ имеющихся моделей, учитывающих анизотропные свойства, динамические нагрузки и используемые технические технологические решения для железобетонных элементов.

2. Разработана методика расчёта плоских элементов строительных конструкций на динамические воздействия с учётом демпфирующих свойств материалов и волновых процессов в элементах конструкций при нагружении.

3. Разработана математическая модель плоской конструкции из материала, обладающего анизотропными свойствами, позволяющая учесть зарождение и распространение волновых поверхностей в плоских элементах, с учетом особенностей приложения нагрузки от подвижного состава, ортотропных свойств плиты и свойств армирующего материала.

Практическая ценность.

1. Определены места расположения армирующих элементов в зависимости от распространения волновых поверхностей в плоском элементе и их взаимодействия между собой, это позволяет увязать расположение арматуры и наиболее нагруженных точек плиты.

2. Актуализация предложенной методики позволит разработать схему армирования конструкции безбалластного пути с учетом динамической нагрузки. Предлагаемые решения наиболее актуальны для конструктивных элементов

объектов транспортной инфраструктуры, поскольку именно они испытывают динамическую знакопеременную нагрузку с различной интенсивностью и временными распределениями характерных величин.

Научная новизна заключается в

1. Выполнении анализа существующих моделей динамического поведения элементов основания ВСП с учётом демпфирующих свойств материалов имеющихся строительных конструкций, волновых процессов в них при разнонаправленных нагружениях.

2. Разработке математической модели динамического поведения плоских элементов с учетом особенностей приложения нагрузки от подвижного состава, волновых процессов, анизотропных свойств основания свойств армирующего материала и наполнителя.

3. Определении места расположения армирующих элементов в зависимости от распространения волновых поверхностей в плоском элементе и их взаимодействия между собой. Основные подходы, связанные с расположением армирующих металлических элементов в железобетоне, базируются на увязке взаимного размещения рабочей и конструктивной арматуры, воспринимающей деформации локального и общего конструктивного характера.

4. Предложении схемы армирования элементов строительных конструкций, испытывающих динамическое воздействие. Данная схема адаптирована для железобетонных плит ВСП для высокоскоростных магистралей, а также может быть использована и на существующих железных дорогах в тоннелях и на мостовых переходах (везде, где есть плиты основания для укладки рельсовых плетей).

5. Установлении зависимости динамических и кинематических параметров поведения конструкции, которые представлены в аналитических выражениях и графических зависимостях для традиционного и предлагаемого подходов в методах армирования. Это может иметь практическое применение для

проектирования и содержания скоростных и высокоскоростных железнодорожных линий как в России, так и за границей.

Личный вклад автора диссертации: Направленность диссертации, постановка целей и задач формулировались вместе с научным руководителем, что получило отражение в многочисленных совместных публикациях. Представленная математическая модель анизотропной плиты основания безбалластного железнодорожного пути при динамических воздействиях с учетом влияния волновых процессов, позволяющая вычислить аналитические зависимости и учесть анизотропные свойства пластин, была получена автором лично.

Методология и методы исследования: в качестве методологической основы исследования использованы основные принципы строительной механики, механики деформируемого твердого тела. Методы асимптотического представления искомых функций по времени и пространственной координате, отсчитываемой вдоль направления распределения упругих волн, метода сращивания решений контактной и волновой задач в твердых деформированных элементах, численные методы, основанные на линеаризации функций и величин. Проводились численное и имитационное моделирование с помощью верифицированного алгоритмического и программного обеспечения.

Тематика работы. Диссертационная работа соответствует паспорту специальности 1.1.8.- Механика деформируемого твердого тела п.1 «Законы деформирования, повреждения и разрушения материалов, в том числе природных, искусственных и вновь создаваемых», п.2 «Теория моделей деформируемых тел с простой и сложной структурой», п.4 «Механика композиционных и интеллектуальных материалов и конструкций», п. 7 «Постановка и решение краевых задач для тел различной конфигурации и структуры при механических, электромагнитных, радиационных, тепловых и прочих воздействиях, в том числе применительно к объектам новой техники».

Апробация работы. Материалы, содержащиеся в диссертации, докладывались и обсуждались автором на 11-ти научно-практических

конференциях российского и международного уровня: на 10-й, 14-й, 15-й, 16-й Всероссийской научно-практической конференции: «Внедрение современных конструкций и передовых технологий в путевое хозяйство» (2016 г., 2019 г., 2020 г., 2021г.) Воронеж; Москва; 20-й «Юбилейной международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным системам» (ВМСППС'2017) (2017 г.) Алушта; XXIV-ом Международном симпозиуме имени А.Г. Горшкова. «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» (2018 г.) Вятчи; Международной-интернет конференции «Современные проблемы ж.д. транспорта» (2019 г.) Москва; TransSiberia: International Scientific Siberian Transport Forum VIII 2019 Новосибирск; E3S Web of Conferences Topical Problems of Green Architecture, Civil and Environmental Engineering (TPACEE3 2019 г.) Ярославль; VI-VII Международной научно-практической конференции «Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии, пути и методы исследования», посвященной 100-летию со дня рождения профессора А.А. Шестакова, (2020 г., 2021г.) Елец .

Публикации. Основное содержание и результаты диссертации опубликованы в 16–ти печатных работах, в том числе в зарубежных изданиях, входящих в международную базу Scopus - 3 статьи; в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ - 3 статьи; в сборниках научных трудов и докладов конференций - 10 статей.

Степень достоверности результатов исследования. Достоверность результатов, полученных в ходе исследования, обеспечивается корректным использованием обоснованных положений, методов строительной механики, конкретной и полной постановкой задачи на основе гипотез, начальных и граничных условий, принятых в механике деформируемого твердого тела и теории строительных конструкций, использования геометрических и механических характеристик элементов, входящих в сертифицированные конструкции железнодорожного пути, а также в сравнении результатов

в аналитических выражениях и графических зависимостях динамических и кинематических параметров поведения конструкции при традиционном и разработанном подходе армирования.

Положения, выносимые на защиту:

1. Разработанные модели динамического поведения плоских элементов строительных конструкций на воздействие от подвижного состава с учётом реологических и анизотропных свойств материалов и волновых процессов в элементах конструкций при нагружении.

2. Алгоритм определения мест расположения армирующих элементов в плите основания железнодорожного пути в зависимости от распространения волновых поверхностей от динамического нагружения и их взаимодействия между собой. Увязываются между собой инженерные и научные подходы, связанные с расположением армирующих металлических элементов в железобетоне, на основе взаимного размещения рабочей и конструктивной арматуры, воспринимающей деформации локального и общего конструктивного характера.

3. Разработанная схема армирования плоских конструкций безбалластного железнодорожного пути с учетом выявленных связей между свойствами композитного материала, характером внешних воздействий и процессами деформирования как конструкции в целом, так и узла опирания рельса и подрельсового основания.

4. Установленные зависимости параметров динамического поведения конструкции безбалластного пути, которые представлены в аналитических выражениях и графических зависимостях с учетом предлагаемых схем армирования, позволяющие решить технологические проблемы деформирования верхнего строения железнодорожного пути при строительстве и эксплуатации высокоскоростных магистралей.

Структура и объём диссертации: Диссертация состоит из введения, обзора литературы, пяти разделов, заключения с результатами исследования,

практических предложений и списка использованной литературы из зарубежных и отечественных источников.

Глава 1. Динамическое поведение элементов конструкции объектов транспортной инфраструктуры.

Динамическое поведение конструкции железнодорожного пути и ее отдельных элементов во многом определяется действующей нагрузкой. Наиболее интересными как с точки зрения фундаментальных исследований по механике твердого тела, так и с точки зрения инженерных приложений в области железнодорожного пути наибольший интерес представляют нагружения, параметры которых меняются с течением времени, т.е. нагрузка является функцией времени. В этом случае для решения определяющих уравнений необходимо использовать дополнительные уравнения и условия для наложения ограничений на определяемые функции. Также стоит отметить, что динамические нагрузки далеко не для всех случаев полностью регламентируются нормативно-техническими документами, отраслевыми и государственными.

При динамическом приложении нагрузки величина ускорений зависит от деформируемости элементов железнодорожного пути, поскольку происходит превращение кинетической энергии экипажа в потенциальную энергию деформации верхнего строения пути.

1.1 Классификация существующих научных и инженерных подходов для определения напряженно-деформированного состояния конструкции и их элементов

Общемировая и отечественная инженерная школа знает множество алгоритмов и методов для определения деформативности и напряженно-деформируемого состояния железнодорожного пути. Чтобы провести классификацию алгоритмического и математического обеспечения, требуется выделить систему критериев. В настоящей работе предполагается, что в качестве таких критериев могут выступить тип конструкции ВСП (на балласте или безбалластном основании); основные факторы, влияющие на деформируемость конструкции вблизи области взаимодействия колеса и рельса; основные факторы,

определяющие деформативность ВСП на некотором удалении от области приложения нагрузки; скорость перемещения транспортного средства.

После прихода колесной пары в заданную точку рельсовой плети между колесом и рельсом появляется сила взаимодействия $P=P(t)$, которая затем перераспределяется по другим элементам железнодорожного пути, в целом процесс деформирования можно проиллюстрировать графиком на рис. 1.1, на котором этапы нагружения и разгрузки чередуются с учетом затухания динамических характеристик.

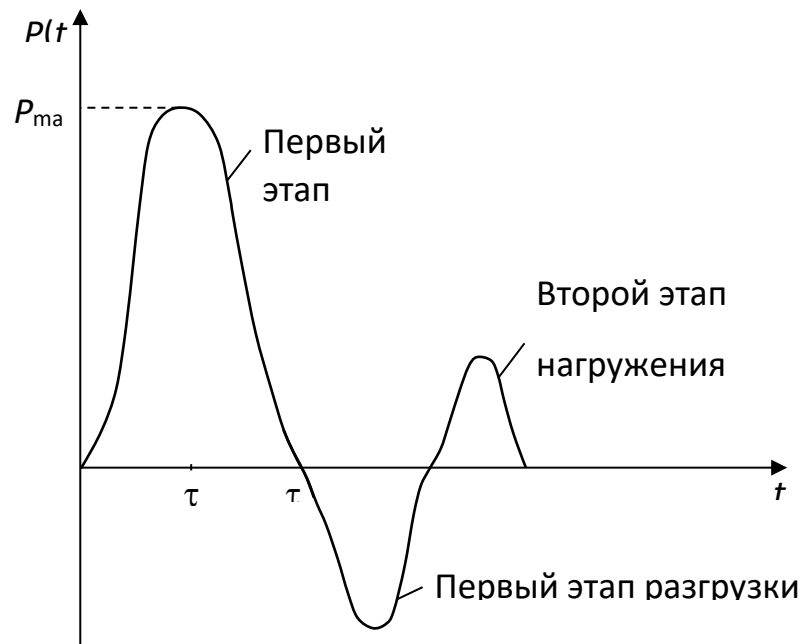


Рис. 1.1. Примерная зависимость изменения силы воздействия на путь от времени

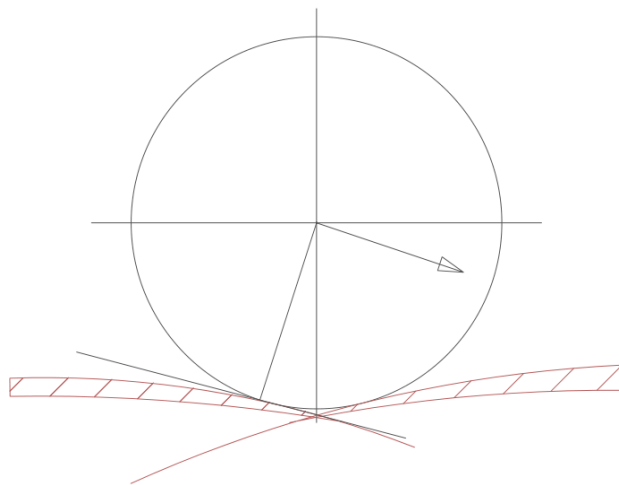


Рис. 1.2. Взаимодействие колеса и области вблизи поверхности катания рельса.

Подробное исследование динамического поведения верхнего строения пути заставляет исследователей и инженеров –проектировщиков учитывать волновые явления, реологические свойства материалов, особенности конструктивного исполнения и приложения нагрузки. Проанализировать основные подходы к расчету деформативности железнодорожного пути наиболее близко к тому, что представлено в диссертации (табл. 1.1). Приведенные различные методы и подходы отличаются друг от друга четырьмя критериями: конструктивное исполнение (подходы 1,2); факторы, определяющие деформирование ВСП (подходы I, II); модель взаимодействия колеса и рельса (подходы III, I V, V); скорость движения экипажа (подходы VI,VII,VIII) [1, 3 , 4].

Схема комбинаций приложения нагрузки и деформирования железнодорожного пути в различных условиях Табл. 1.1.

№	№	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
	Особенность и нагружения Конструкция пути	Деформирование конструкции верхнего строения пути Учет нестационарных волновых процессов	Учет стационарных процессов колебаний	Особенности приложения нагрузки от экипажа Модифицированные зависимости Герца	Наличие дефектов в области взаимодействия колеса и рельса	Упругопластические и реологические соотношения для контактной силы	Скорость движения экипажей		
							до 140 км/ч	от 140 до 250 км/ч	от 250 до 450 км/ч
1	Железнодорожный путь на балласте	Коган А.Я. [27, 30,31], Вериго М.Ф. [8, 9], Wang S[118, 119],Ерофеев [37,38].	Певзнер В.О. [55,56,57, 58], Суслов О.А. [111],Wang S[118, 119].	Абдурашитов А.Ю. [1,30], Певзнер В.О. [55,56,57, 58].Bagdov A G [91]	Сычев В.П. [44,52,82], Певзнер В.О. [55,56,57, 58], Wang S[118, 119].	Гапанович В.А. [12], Вериго М.Ф. [8, 9] Ерофеев В. И.[37,38].	Ашпиз Е.С. [3, 4] , Локтев А.А. [24,25,26,37,38,39.40,41,42,43,44,45,46, 47,48,49,50,51,52,96 ,101,102,103,104,105,106,107].	Ермаков В.М. [20], Bezin, Y[91].	Куами С. [36], Bezin, Y[91].
2	Безбалластный железнодорожный путь	Локтев А.А. [24,25,26,37,38,39.40,41,42, 43,44,45,46,47 ,48,49,50,51,52,96,101,102,103,104,105,106,107].Scheaua F[113], Герасимов С.И., Ерофеев В. И.[13]	Коган А.Я. [27, 30,31], Савин А.В. [70, 71,72,73,74,75,76,77,78,79 ,109,110,111, 112] Ерофеев В. И.[21]	Волошко Ю.Д. [10], Поляков В.Ю. [66] Bagdov A G, Erofeev V.I. [91]	Савин А.В. [70, 71,72,73,74,75,76,77,78,79,109,101,111,112] Поляков В.Ю. [66], Shrestha B. [115], Hao H. [115], Bi K[115].	Клинов С.И., Яковлева Т.Г., Wei J., Ban X.	Савин А.В. [70, 71,72,73,74,75,76,77 ,78,79, 109,110,111,112] Локтев А.А. [24,25,26,37,38,39.40,41,42,43,44,45,46, 47,48,49,50,51,52], Wang P.[118,119], Wei J. [120], Ban X. [120]	Савин А.В. [70, 71,72,73,74,75,76 ,77,78,79,109,110 ,111,112] Замуховский А.В. [4], Wang P.[118,119].	Куами С. [36], Scheaua F[113].

Одним из традиционных подходов к решению задач деформирования конструкций, испытывающих динамическое воздействие со стороны других твердых деформируемых тел, является энергетический подход, основанный на преобразовании кинетической энергии подвижного тела в потенциальную энергию деформирования неподвижной конструкции, такой подход хорошо зарекомендовал себя для упругих конструкций.

Динамический коэффициент K_D при этом может быть выражен по формуле

$$K_D = \left(1 + \sqrt{1 + \frac{T_0}{U_{cm}}} \right) \quad (1.1)$$

здесь T_0 – энергия колесной пары, U_{cm} – потенциальная энергия при статической деформации верхнего строения пути.

Соотношение (1.1) может быть адаптировано к изменяющимся условиям в состоянии верхнего строения пути, например, к разному качеству подбивки балластного материала под основание шпал. Поскольку в реальности кинетическая энергия частично переходит в энергию теплового переноса, неупругого деформирования верхнего строения пути, стационарных и нестационарных процессов, то точное решение задачи динамического поведения в такой постановке сложно достижимо.

Анализируя влияние соотношения массы подвижного состава, приведенной к одной колесной паре m , и приведенной массы части верхнего строения пути M , непосредственно контактирующей с данной колесной парой, можно отметить, что чем больше величина M , тем меньше динамический коэффициент, т.е. отношение кинетических энергии до (T_0) и после деформирования пути (T) может характеризоваться следующим соотношением:

$$\frac{T_0}{T} = \frac{m}{M + m} = \frac{1}{1 + M / m} \leq 1 \quad (1.2)$$

Наибольшие нормальные напряжения в рельсовой плети с учетом динамики в таком случае могут быть получены из статических нормальных напряжений по следующему выражению

$$\sigma_{D\max} = \sigma_{C\max} K_D = \sigma_{C\max} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{3EIQV^2 \rho Pl}{glW^2 \sigma_{C\max}^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{17}{35} \frac{\rho Pl}{Q}}} \right]. \quad (1.3)$$

В большинстве расчетных схем и моделей в экспериментальных исследованиях взаимодействия пути и подвижного состава железнодорожный путь представляют в виде балки, лежащей на основании типа Винклера.

Иногда принимают расчетные схемы и модели, в которых рельс (балка) опирается в отдельных точках на большое количество упругих опор.

Поскольку расчеты системы в виде балки, лежащей на отдельных упругих опорах, требуют дискретизации расчета (т. е. расчетов для каждой опоры), а поэтому они значительно сложнее, чем расчеты балок, лежащих на сплошном упругом основании, то в большинстве исследований взаимодействия пути и подвижного состава предпочтение отдается схеме «балка на сплошном упругом основании».

Упругое полупространство, подстилающее рельсы, в подавляющем большинстве случаев принимают работающим в соответствии с гипотезой Винклера—Фусса Э. Винклер и Х. Циммерман использовали эту гипотезу в расчетах рельса как балки, лежащей на многих опорах; в последующем она была распространена и на расчетную схему «балка, лежащая на сплошном упругом основании» [27, 30, 31].

Расчетная схема балки, лежащая на сплошном основании, упругом в вертикальном направлении и не деформируемом в горизонтальном направлении, может помочь более подробно рассмотреть основные связи между продольными перемещениями рельса и силами, действующими на него. Такая схема рассматривалась многими исследователями. Тогда силовая реакция определяется уравнением

$$q^0 = U^0 d^0 \quad (1.4)$$

$U^0 = \text{const}$ - модуль упругости основания; d^0 — его деформация.

Обычно вместо d ставят символ, соответствующий направлению деформации

(z, y, x), и соответственно этому обозначают реакцию основания $q_z^0; q_y^0; q_x^0$.

Осуществлялись попытки вводить в расчетные схемы не винклеровское основание, а другие более сложные модели, учитывающие зависимость деформаций основания в данной его точке от деформаций в других точках, реологические свойства грунтов и т. п. Однако практика исследований и расчетов показала, что введение такого рода моделей основания усложняет расчеты пути, не приводя в расчетах деформаций к более точным результатам. Необходимо выбирать значения модулей упругости винклеровского основания, чтобы получать искомый вид деформаций, наиболее близкий к полученным в экспериментах.

1.2 Основные типы железнодорожного пути

Путь с балластом и путь без балласта являются двумя типичными типами железнодорожных путей.

Путь с балластом - это тип традиционной конструкции верхнего строения железнодорожных путей. Путь с балластом обычно состоит из путевой решетки, состоящей из стального рельса и железнодорожных шпал, а также железнодорожных креплений и балластного основания. В 1865 году появилась конструкция современной путевой структуры, которая используется до сих пор. Как правило, укладка балласта под железнодорожные шпалы снижает нагрузку на грунт. Между грунтом и железнодорожной шпалой обычно уложен слой гравия, образующий полотно пути. Балластное полотно может улучшить гибкость и дренажные характеристики железнодорожного пути. Традиционный путь, основание которого состоит из балласта, также называется обычным путем или балластным путем. (подход 1). Основное предназначение балластного слоя — это перераспределение нагрузки от рельсошпальной решетки на нижерасположенные слои грунтового основания с одновременной фильтрацией воды. Важным является фракционный состав и тип отдельных элементов (гравелистые, игольчатые, пластинчатые), которые достаточно строго регламентируются нормативными документами. На рис. 1.3 показана схема классического пути на балластном основании, напряжения в элементах пути. Средние процентные составляющие несущих элементов пути в общей упругости пути показаны на рис. 1.4. В таб.1.2.

сформированы основные преимущества и недостатки пути на балласте.

Основные преимущества и недостатки пути на балласте.

Табл. 1.2.

Преимущества пути с балластом:	Недостатки пути с балластом:
требуется низких инвестиционных затрат при строительстве и обладает более коротким сроком строительства; обычно легко укладывать и имеет хорошую ремонтпригодность; имеет хорошие дренажные характеристики; отличается гибкостью в отношении укладки новых стрелочных переводов или замены;	поезд идет по балластированной трассе с грохотом и с ограниченной скоростью, так что пассажиры могут чувствовать себя некомфортно; необходимо принять эффективные меры по снижению шума; имеет короткий срок службы (около 15-20 лет) между ремонтами, балластная призма требует частого и дорогостоящего обслуживания; легко деформируется под действием подвижного состава, так как основание из щебеночного балласта содержит частицы от 20 до 60 мм с пустотами между ними, под нагрузкой происходит истирание и смещение частиц щебня; пути с балластом производят больше загрязнения из-за выделения пыли.

Подводя итоги: техническое обслуживание и возможное обновление пути с балластом представляют собой основные эксплуатационные расходы для железнодорожной сети. Основными факторами, влияющими на величину осадки, являются сжатие щебня, эксплуатационные и климатические условия (пассажирские, грузовые или смешанные перевозки, атмосферные осадки, морозы), а также скорость движения поездов (увеличение высокочастотных колебаний при скорости более 200 км/ч).

Таким образом, значительные преимущества могут быть получены за счет более прочной конструкции гусениц, имеющей более длительный срок службы и меньших требований к техническому обслуживанию [12, 13, 15].

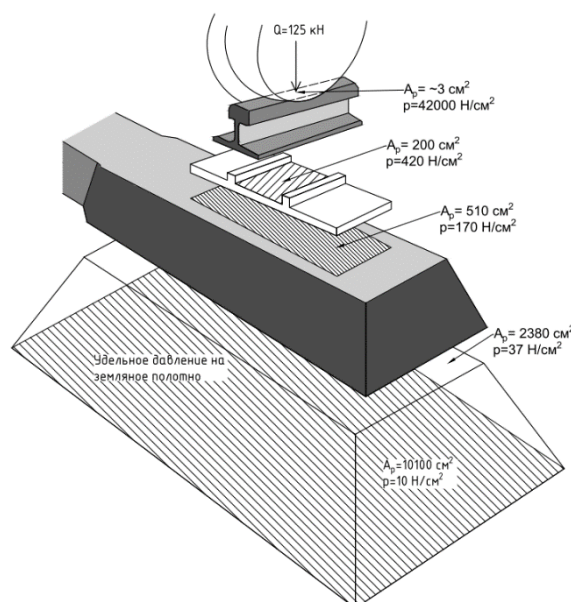


Рис. 1.3 Схема распределения суммарных напряжений в элементах пути

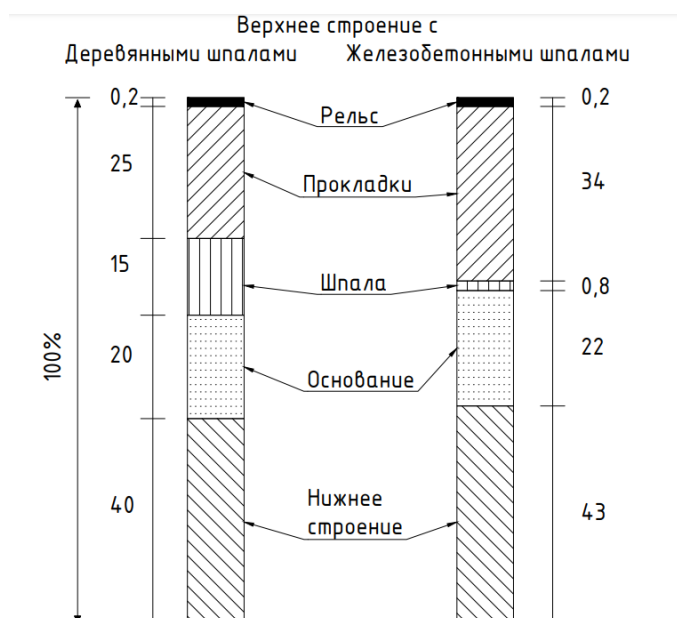


Рис. 1.4. Схема распределения упругих свойств общей жесткости железнодорожного пути.

Оптимизировать верхнее строение пути на балласте можно за счет увеличения площади соприкосновения железобетонных шпал с балластом. Такая конструкция имеет повышенную сопротивляемость поперечному сдвигу, что особенно важно для бесстыкового пути.

Основными свойствами объектов транспортной инфраструктуры является их протяженность; приложение знакопеременной нагрузки; значительные внутренние усилия, возникающие из-за температурных перепадов, из-за неравномерности осадок грунтового основания, также возможно появление высокочастотных и

гигацикловых динамических воздействий, которые могут привести к изменению свойств материалов и сказаться на долговечности и надежности, особенно если рассматривать жизненный цикл сооружения или отдельных его элементов в целом.

В связи с изложенным, становится очевидным, что одни и те же элементы транспортного сооружения зачастую должны работать на совершенно различные нагрузки и могут менять свое напряженно-деформированное состояние несколько раз в небольшие интервалы времени (например, растяжение меняется на сжатие в зависимости от положения колесных пар и тележек подвижного состава).

Путь без балласта, также называемый безбалластным путем, представляет собой железнодорожный путь, который состоит из сплошного бетонного основания или опирания рельс на железобетонные плиты. Шпала железнодорожного пути без балласта формируется методом бетонирования. Вместо балластной призмы на бетонный путь укладывается стальной рельс и железнодорожная шпала [5, 6].

Основные преимущества и недостатки пути на сплошное или плитное основание

Табл. 1.3.

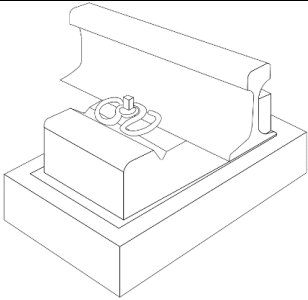
Преимущества	Недостатки
- объем единовременно вложенных средств при строительстве безбалластного пути компенсируется снижением затрат на содержание и увеличением срока эксплуатации.	- путь без балласта нельзя прокладывать на некоторых участках, таких как глубокая выемка глины, мягкая грунтовая дорога и зона землетрясения.
- плитная конструкция пути оказывает практически неограниченное сопротивление поперечным силам; -отсутствие вылетающих частиц балласта исключает нанесение повреждений подвижному составу и элементам пути; -невозможность появления растительности в пути на плитном основании исключает необходимость борьбы с ней;	- при изготовлении плит и рам возникает погрешность геометрических размеров, недопустимая для скоростей более 250 км/ч, не решен вопрос о стыках плит между собой, а также об их применении в качестве основания стрелочных переводов. Земляное полотно или балласт дают

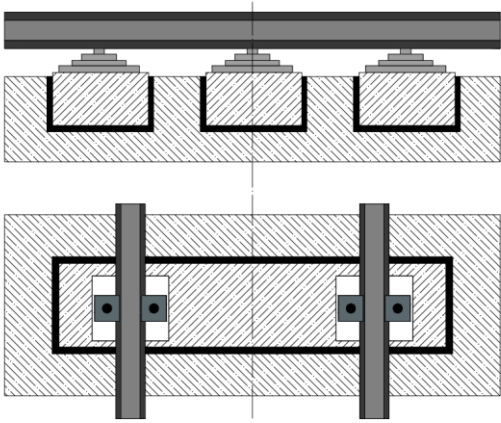
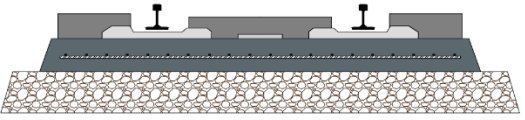
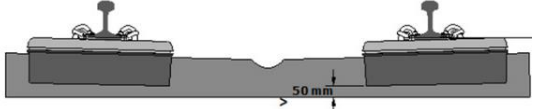
-устойчивое положение пути снижает динамические силы, действующие на ходовую часть подвижного состава; эксплуатация линии на плитном основании возможна более продолжительное время в силу меньших трудозатрат на текущее содержание.	неравномерную осадку, обслуживать данный путь сложно.
- гусеница без балласта может уменьшить количество пыли и улучшить окружающую среду.	
- гусеница без балласта отличается отличными ходовыми качествами и стабильностью. - гусеница без балласта имеет длительный срок службы и износостойкость (около 50-60 лет). - рельсы без балласта имеют высокую скорость движения и позволяют уменьшить высоты конструкции; более низкие требования к обслуживанию [76, 85, 88].	

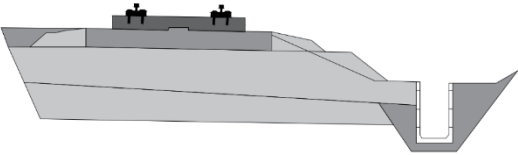
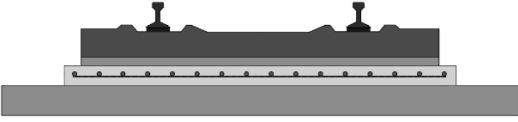
В мировой и отечественной инженерной практике существует несколько типов конструкций основания безбалластного пути, которые отличаются множеством конструктивных, геометрических и механических параметров, но вместе с тем, есть и характеристики, которые объединяют различных конструкции и подходы к их проектированию. Одним из таких факторов является армирование плиты подрельсового основания и, в некоторых конструктивных типах, основания такой плиты из тощего бетона, который может тоже содержать армирующие элементы [24, 26, 33, 36]. Основные типы безбалластных конструкций представлены в таблице 1.4.

Основные типы безбалластных конструкций пути

Табл. 1.4

Схема	Описание
	EBS (Embedded Block System) компания Tines Бетонный опорный блок упруго посаженный в бетонном лотке, который замоноличен в путевую плиту из армированного бетона.

	HAS (High Attenuation System) Компания Consolis Шпалы в резиновых чехлах с демпфирующими подшпальными прокладками, замоноличенные в бетон. Система HAS – антивибрационная рельсовая система, созданная для использования в городских условиях. Это особенно актуально для подземной инфраструктуры, требующей снижения максимальной вибрации и структурного шума вследствие плотности населения и специальной или чувствительной инфраструктуры и удобства
	FFC (Feste Fahrbahn Crailsheim) компания Leonhard Weiss. состоит из несущего слоя бетона толщиной 20–22 см с продольным и поперечным армированием. Дюбели для креплений устанавливают в заранее просверленные в затвердевшем бетоне отверстия и заливают специальным раствором.
	LVT (Low Vibration Track) Компании Sonneville, VigierRail, РЖДстрой Полушпалы (блоки) железобетонные ненапряженные с резиновыми чехлами и амортизирующими прокладками. Несущая конструкция основания пути из неармированного бетона. LVT создан на основе двухблочных шпал как для балластных, так и для безбалластных шпал. системы.
	Feste Fahrbahn (FFB) Bögl состоит из сборного железобетона и предварительно напряженных, бетонных плит. Эти плиты соединяются продольно (через стыки) друг с другом, образуя однородные пути, обеспечивающие полезное, долгосрочное поведение системы. Система FFB Bögl может быть построена на нескольких ключевых объектах инфраструктуры, связанных с железной дорогой, таких как наземные конструкции, туннели и мосты.

	NBT (New Ballastless Track) компании Alstom. Две скользящие бетонные плиты, которые заливаются на месте строительства. В верхнюю плиту при заливке замоноличены узлы рельсовых креплений. Путевая плита и плита основания расположены в шахматном порядке. Нижняя плита имеет выступ в середине колеи, а верхняя плита имеет паз.
	Rheda Компания RailOne GmbH Модифицированные, двухблочные шпалы с выступающей арматурой. Эти шпалы вмонтированы в монолитный армированный бетонный несущий слой так, что арматура шпал при укладке соединяется с арматурой несущего бетонного слоя.

Необходимо отметить отечественный опыт применения плит БМП. Они успешно применяются не только на мостах, но и в качестве конструкции сопряжения были уложены на земляное полотно на подходах к тоннелю в г. Красноуфимск. На сегодняшний день наработка тоннажа ВСП с плитами БМП перед тоннелем составляет около 2,7 млрд. т брутто, при этом целостность конструкции не нарушена, ее продолжают эксплуатировать с установленными скоростями движения поездов. [63, 64, 65, 66, 70].

Современная концепция безбалластного пути предполагает специальную подготовку земляного полотна в ряде случаев с заменой грунта на глубину 2-5 м, с тщательным уплотнением и применением армирующих слоев, а также специальных мероприятий по водоотведению. [28, 32].

Известны исследования шпал различных типов, используемых в Германии и Франции на балластном пути. Из-за различий геометрии и характеристик опорной поверхности они по-разному передавали давление на балласт, что показано в таблице 1.5.

Влияние железобетонных шпал на балласт

Табл. 1.5.

Шпала	Площадь опирания, мм ²	Скрепление	Жесткость скрепления, кН/мм	Длина зоны упругости, мм	Сила под подшовой рельса, кН	Напряжение сжатия в верхней части балластного слоя, Н/мм ²
B70	684 000	w14 k900	60	740	51	0,15
B01	780 000	w21 t1000	40	780	48	0.12
B75	880 800	Ioarv 300-1	22,5	864	43	0,10
B90	797 600	W14 K900	60	728	51	0,13
B320	780 000	Ioarv 300-1	22,5	869	43	0,11
BBS1	1 368 000	W14 K900	60	697	54	0,08

Вследствие разнонаправленной динамической нагрузки на объекты транспортной инфраструктуры возникают деформации в течение всего срока строительства и эксплуатации. Наблюдаются колебания верхнего строения объектов транспортной инфраструктуры (в том числе ж.д. пути), при которых, по причине повторяющейся динамической нагрузки, возникают волновые процессы и колебания [70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 79].

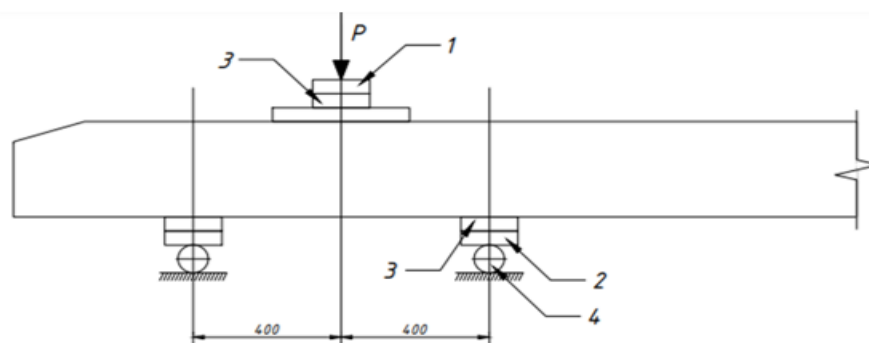


Рис 1.5. Работа продольного основания при нагружении в подрельсовом сечении.

Как показали результаты исследований отечественных ученых при увеличении нагрузки на ось до 30 тс, увеличивается интенсивность износа – промежуточных рельсовых креплений, растет напряжение в балластном слое и под ним (см. рис 1.1.) В этой ситуации изгибная жесткость рельсошпальной решетки играет существенную роль.

Вопросы неравномерности осадок пути и их влияния на напряженно-деформированное состояние элементов верхнего строения пути неоднократно

рассматривались в трудах отечественных ученых. При определении напряжений в рельсах принимают, что все шпалы равнозначны и имеют одинаковую осадку.

В реальности такого нет. Нагрузки от рельсов на шпалы передаются неравномерно по причине параметров пути. Повышение мощности верхнего строения пути из-за высокой изгибной жесткости рельсов Р65 усиливает степень неравномерности опирания рельсошпальной решетки на балласт [55, 58, 97].

Результаты многочисленных исследований по деформативности пути сведены в таблицу 1.1.

Сравнение расчетной упругой осадки пути при осевой нагрузке 235 и 300 кН показало, что на различных участках стендовой насыпи рост упругой осадки составил 23–31 %, причем увеличение жесткости подбалластного основания снижало ее прирост. На основе полученных экспериментальных данных была разработана аналитическая модель расчета накопления остаточных осадок пути, учитывающая помимо обычных расчетных характеристик величину жесткости подбалластного основания [55, 56, 57, 58].

Гиперболический характер зависимостей свидетельствует об увеличении интенсивности накопления остаточных осадок при уменьшении длины неровностей (при неизменной их глубине). Это увеличение особенно резко выражено для пути с железобетонными шпалами.

Зависимость осадки от динамической нагрузки от колес и жесткости пути иллюстрирует выражение (1.5) [101, 102, 103, 104, 105, 109, 113]:

$$e_N = \left[\left[K_1 + K_2 \cdot \left(\frac{k_{2mi}}{K_3} \right) \right] \cdot \frac{P_{дин}}{P_{эт}} \right]^W \cdot \log N, \quad (1.5)$$

где k_{2mi} - измеренная средняя жесткость пути на одинарной шпале после фазы стабилизации; K_{1-3} - постоянные факторы; $P_{дин}$ - динамическая нагрузка от колес; $P_{эт}$ - эталонная нагрузка от колес; N - количество циклов нагружения; W - коэффициент осадки пути.

Анализ результатов показывает, что при плитной конструкции верхнего строения (подход 2) в подрельсовой зоне напряжения от поездной нагрузки в 1,5

раза меньше, чем при пути с железобетонными шпалами. Увеличение площади опирания подрельсового основания приводит к существенному снижению вертикальных напряжений на единицу площади основной площадки в подрельсовой зоне.

Сравнение балластного и безбалластного (подход 2) пути проводилось рядом специалистов. Многообразие безбалластных конструкций пути можно классифицировать на несколько групп (рис. 1.6, табл. 1.6).



Рис. 1.6. Классификация конструкций верхнего строения пути

Сравнение общей высоты различных безбалластных конструкций (все размеры указаны в мм)

Табл. 1.6.

Наименование	СВЛ- несущий слой бетона	ABL- несущий слой асфальто- бетона	НВЛ- гидравличе- ски связанный слой	h- расстояние между нижним и верхним	H - высота верхнего строения пути от головки рельса до низа гидравлически связанного слоя
1	2	3	4	5	6
Rheda Classic	360		300	99	931
Rheda - Berlin	447		300	32	951
Rheda 2000	240	—	300	61-81	773-793
Züblin	240	—	300	63	775
Heitkamp	557	—	300	32	1061
LVT	216	—	300	117	805
ATD	—	300	300	249	1021
BTB	200	—	300	270	942

Walter	-	300	300	249	1021
Sato	-	300	300	148	920
FFYS	-	300	300	137	909
Getrac	-	300	300	236	1008
Shinkansen	190	-	300	53	715
Bögl	200	-	300	80	752
ÖBB-Porr	240	-	300	80	792
FCC	273	-	300	32	777
Hochtief	200	-	300	150	822
BES	257	—	300	32	761
BTE	200	—	320	69	761
Infundo	400	-	250	-	650

1.3 Традиционные расчетные модели железнодорожного пути

В целом, в данной диссертации развивается подход, согласно которому, расчетная схема деформирования должна выбираться в зависимости от отношения приведенной массы, действующей на одну колесную пару к приведенной массе связанной части конструкции верхнего строения пути. Фактически это говорит о том, что если рассматривается массивная безбалластная конструкция пути, то волновые поверхности могут распространяться по толщине плиты основания, а основной вклад в деформирование вносят продольные волны растяжения-сжатия, а если рассматривается безбалластный путь с плитой основания меньшей толщины, то основную роль в процессе деформирования пути начинают играть сдвиговые поперечные волны. Если рассматривать железнодорожный путь на балласте, то для описания его деформирования хорошо подходит квазистатическое представление поведения модельного плоского элемента, в этом случае имеет смысл рассматривать только стационарные (колебательные) процессы и не учитывать распространение волновых поверхностей.

Весьма общей моделью верхнего строения пути является модель в виде балки, лежащей на сплошном основании, упруго связанной с ним, при перемещениях подошвы рельса в вертикальном и продольном направлениях. Эта модель была предложена и исследована впервые А. Франке. В ней вертикальная

реакция основания определяется уравнением

$$q_z^0 = U_z^0 z_p^0 \quad (1.6)$$

где U_z^0 -расчетный модуль упругости

а горизонтальная продольная реакция

$$q_x^0 = U_x^0 x_p^0 \quad (1.7)$$

Рассмотрим в модели Франке равновесие элемента балки при действии вертикальных и горизонтальных реакций основания.

Приращения изгибающего момента dM_p^0 поперечной силы dQ_{np}^0 и горизонтальной силы dN_p равны:

$$\begin{aligned} dM_p^0 &= -Q_{np}^0 dx + r q_x^0 dx; \\ dQ_{np}^0 &= -q_z^0 dx; \\ dN_p^0 &= q_x^0 dx. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Исходя из известного положения, что $M_p^0 = -El_{py}^0 \frac{d^2 z_p^0}{dx^2}$ для изгибаемой в плоскости xOz балки, имеющей изгибную жесткость El_{py}^0 а также уравнения (1.8), напомним:

$$\left. \begin{aligned} El_{py}^0 \frac{d^3 z_p^0}{dx^3} &= Q_{np}^0 - r q_x^0; \\ El_{py}^0 \frac{d^4 z_p^0}{dx^4} &= -q_z^0 - r \frac{dq_x^0}{dx}. \end{aligned} \right\} \quad (1.9)$$

Далее полагая, что $dq_x^0 = \lambda^0 dx$, т. е. реакция dq_x^0 пропорциональна относительному удлинению подошвы рельса на рассматриваемом элементе ($\lambda^0 = \text{const}$ — коэффициент пропорциональности). Очевидно, что

$$d_x = \frac{M_p^0 dx}{El_{py}^0} = -\frac{d^2 z_p^0}{dx^2} dx. \quad (1.10)$$

$$\text{Откуда } \frac{dq_x^0}{d_x} = -\lambda^0 \frac{d^2 z_p^0}{dx^2}.$$

Полагая $q_z^0 = U_z^0 z_p^0$; $r\lambda^0 = \mu^0$, из формулы (1.9) получим

$$\frac{d^4 z_p^0}{dx^4} - \left(\frac{\mu^0}{El_{py}^0} \right) \frac{d^2 z_p^0}{dx^2} + \frac{U_z^0}{El_{py}^0} z_p^0 = 0 \quad (1.11)$$

Обозначим $k_z^0 = \sqrt{\frac{U_z^0}{4El_{py}^0}}; \alpha^0 = \sqrt{(k_z^0)^2 + \frac{\mu^0}{4El_{py}^0}}; \beta^0 = \sqrt{(k_z^0)^2 - \frac{\mu^0}{4El_{py}^0}},$

получим общий интеграл уравнения (1.12)

$$z_p^0 = \exp\{\alpha^0 x\} \{C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x\} + \exp\{-\alpha^0 x\} \{C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x\}. \quad (1.12)$$

Величину k_z^0 называют коэффициентом относительной жесткости рельса и подрельсового основания (измеряется в см^{-1} или в м^{-1}).

При определении вертикальной реакции, передаваемой шпалой рельсу Q_{sw}^0 следует учитывать, что реактивный отпор основания сосредоточивается на шпалах со всего междущпального пролета, т. е.

$$Q_{sw}^0 = \frac{Q k_z^0 l}{2} \eta_z^0$$

Где l -расстояние между осями шпал.

Представляет интерес ход кривых эпюр M_p^0 и z_p^0 по длине пути. Величина $\mu_z^0 = (\cos k_z^0 x - \sin k_z^0 x) \exp\{-k_z^0 x\}$ обращается в нуль при $x = \frac{\pi}{k_z^0} \left(\frac{1}{4} + n \right)$; практически $x > \frac{5\pi}{4k_z^0}$ эта кривая везде близка к нулю.

Минимума величина μ_z^0 достигает при $k_z^0 x = \frac{\pi}{2}$ при этом $M_{p_{\min}}^0 = -0,208 M_{p_{\max}}^0$.

Величина $\eta_z^0 = (\cos k_z^0 x - \sin k_z^0 x) \exp\{-k_z^0 x\}$ обращается в нуль при $x = \frac{3\pi}{4}$, а минимального значения η_z^0 достигается при $k_z^0 x = \frac{3\pi}{2}$ и равна 0.0432.

Эпюры M_p^0 , Q_{sw}^0 и z_p^0 от единичной силы на основании теоремы о взаимности перемещений и вследствие их полной симметрии для неразрезной балки бесконечной длины, лежащей на сплошном однородном упругом основании, будут одновременно и линиями влияния для этих силовых факторов.

Тогда для системы сил, передаваемых экипажем рельсам:

$$\left. \begin{aligned} M_{pz}^0 &= \frac{1}{4k_z^0} \sum_1^n Q_i \mu_{iz}^0; \\ Q_{sw,z}^0 &= \frac{k_z^0 l}{2} \sum_1^n Q_i \eta_{iz}^0; \\ z_p^0 &= \frac{k_z^0}{2U_z^0} \sum_1^n Q_i \eta_{iz}^0. \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

Силы $\sum_1^n \mu_z^0 Q_i$, $\sum_1^n \eta_i^0 Q_i$ называют эквивалентными грузами, поскольку их действие эквивалентно действию одиночного груза, равного $\sum_1^n \mu_z^0 Q_{iz}$ при определении M_{pz}^0 и равного $\sum_1^n \eta_{iz}^0 Q_i$ при определении z_p^0 и $Q_{sw,z}^0$.

1.4 Возможность учета стационарных и нестационарных процессов при деформировании пути

Учет стационарных и нестационарных процессов (подходы I и II) в верхнем строении пути во многом определяется соотношением $\frac{T_{kin}}{\Omega_{stat}} \tau$, в котором T_{kin} — значение кинетической энергии транспортного средства, Ω_{stat} — приведенное значение жесткости железнодорожного пути при действии статистических сил, τ — порядок времени для проходящих стационарных и нестационарных процессов (период собственных колебаний и время прохождения по элементу соответственно. При этом возможна более детальная классификация, при которой стационарные процессы разделяются на вынужденные гармонические колебания, собственные колебания и автомодельные колебания. Нестационарные процессы, традиционно классифицируются по числу учитываемых размерностей исходного координатного базиса. Выделяют объемные, граничные и начальные (фактически это свободные колебания конструкции пути) возмущения. Для описания нестационарных возмущений большое значение имеют используемые уравнения, которые могут быть гиперболического и эллиптического типа. Определяющие уравнения гиперболического типа позволяют построить модель зарождения и распространения упругих волн с конечными скоростями, если же используются эллиптические уравнения, то упругие волны имеют бесконечно большую скорость

распространения. При использовании гиперболических уравнений упругая волна представляется в виде фронта в которого среда находится в невозмущенном состоянии, скорость движения такой поверхности фронта (G) и направлена по нормали к фронту в сторону невозмущенной среды.

В настоящем диссертационном исследовании динамическое нагружение можно представить в виде агрегированного решения задачи контакта колеса и задачи описания динамического поведения верхнего строения пути вдали от области взаимодействия.

Подходы III, IV, V используются для учета нагрузки от транспортных средств на рельсовую плетть, нужно рассмотреть динамический контакт и установить соотношение между силой воздействия колеса на рельс с учетом всех механических, геометрических и реологических свойств пути.

Для описания аналитических зависимостей для контактной силы и параметров плети применяются различные модели, среди них можно отметить те, которые содержат несколько выражений для этапов нагружения и разгрузки (чаще всего выделяются этапы начала нагружения, выход на максимум и разгрузка) - упругопластические модели Кильчевского (1.14 а) и Александрова-Кадомцева (1.14 б); модель с разгрузкой, где начало взаимодействия до выхода на пик силы представлено классической формулой Герца, а после - выражением (1.14 в); модели с совмещением ветвей нагружения и разгрузки - модель Абрате (1.14 г), линеаризованная модель с изменяющимися механическими параметрами для разных этапов нагружения (1.14 д), модель Шимасу (1.14 е), эмпирическая модель (1.14 ж):

$$\alpha = \begin{cases} bP^{2/3}, & dP/dt > 0, P < P_b, \\ bP^{2/3} + Pd, & dP/dt > 0, P > P_b, \\ bP^{2/3} + P_{max}d, & dP/dt < 0, P_{max} > P_b, \end{cases} \quad (1.14a)$$

$$\alpha = \begin{cases} bP^{2/3}, & dP/dt > 0, P_{max} < P_1, \\ (1 + \beta)c_1 + (1 - \beta)Pd, & dP/dt > 0, P_{max} > P_1, \\ b_f P^{2/3} + \alpha_p(P_{max}), & dP/dt < 0, P_{max} > P_1, \end{cases} \quad (1.16)$$

$$P = P_m \left[\frac{(\alpha - \alpha_0)}{(\alpha_m - \alpha_0)} \right]^q, \text{ для этапа разгрузки} \quad (1.1в)$$

$$P = P_m \left[\frac{(\alpha - \alpha_0)}{(\alpha_m - \alpha_0)} \right]^{1.5} \quad (1.14г)$$

$$P = k_1 \alpha, \quad k_1 = P_m^{1/3} k^{2/3}, \quad (1.14д)$$

$$\alpha = \left(\frac{P}{k_H} \right)^{2/3} \left(1 - \frac{\ln 2 P^{1/3} k_H^{2/3} K_0}{h} \right), \quad k_H = \frac{4}{3} Q_H \sqrt{R}, \quad (1.14е)$$

$$P = k w_0^n, \quad (1.14ж)$$

в выражениях (1.14 а) – (1.14 ж) приняты следующие обозначения: параметр пластичности - $\lambda=5.7$, $\chi = \pi k_{pl} \lambda$, $b = ((9\pi^2(k_1 + k)^2)/16R)^{1/3}$, $k_1 = (1 - \sigma_1^2)/E_1$, $k = (1 - \sigma^2)/E$, $R_p^{-1} = R^{-1} - R_f^{-1}$, $P_1 = \chi^3(3R(k_1 + k)/4)^2$, $b_f = R_f^{-1/3}(3(k_1 + k)/4)^{2/3}$, $c_1 = 3\chi^{1/2}(k_1 + k)/8$, $R_f = (4/3(k_1 + k))P_{max}^{1/2}\chi^{-3/2}$, $\alpha_p(P_{max}) = (1 - \beta)P_{max}(2\chi R_p)^{-1}$, $K_y = 1.5k_H\sqrt{\alpha_{cr}}$, $d = 1/2\chi R$, k_{pl} – наименьшая из пластических констант, $\beta = 0.33$, следующий ряд величин определяется эмпирически: P_m – максимальное значение контактной силы перед началом этапа разгрузки, α_m – максимальное смятие материала в области взаимодействия, α_0 – текущее значение смятия, α_m – предельное значение смятия, α_{cr} – предельное значение смятия, k_H – контактная жесткость, зависящая от радиуса колеса R , эффективный контактный модуль Q_H .

Подходы VI, VII, VIII оправданы для экипажей, которые перемещаются с различными скоростями, т.е. когда начальная скорость взаимодействия колесной пары и рельсовой плети меняется в значительном диапазоне величин. При этом местное смятие материалов колеса и рельса может определяться различными законами из соотношений (1.14).

Модель взаимодействия колесной пары и рельсовой колеи подразумевает, что между внутренней гранью головки рельса и гребнем колеса, имеется зазор. В пределах этой величины происходит поперечное смещение, что связано с эквивалентной конусностью. [59,60].

Здесь Δr – разность радиуса вращения колес ($\Delta r = f(y)$). Величина эквивалентной конусности зависит от следующих параметров колесной пары и рельсовой колеи (рис. 1.7): ширина рельсовой колеи S , расстояние между радиусами вращения колесной пары e , величина зазора между внутренней гранью

рельсов и гребнем колеса Δy ; поперечные профили головок рельсов и поверхности катания колес; радиусы вращения колес r_1 и r_2 ; наклон поверхности катания рельса; вертикальные и горизонтальные неровности пути.

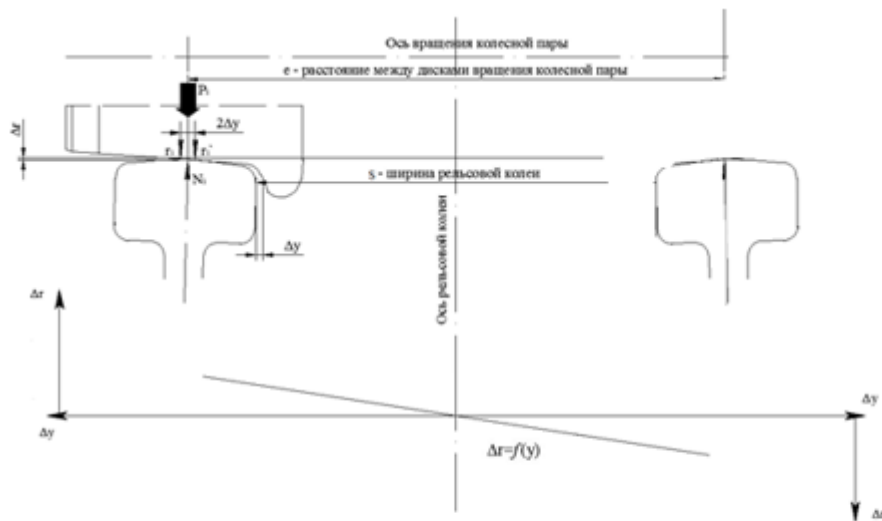


Рис. 1.7. Эквивалентная конусность колесной пары

Эквивалентная конусность колесной пары определяет радиус движения колесной пары и формирует направление ее движения (рис. 1.8)

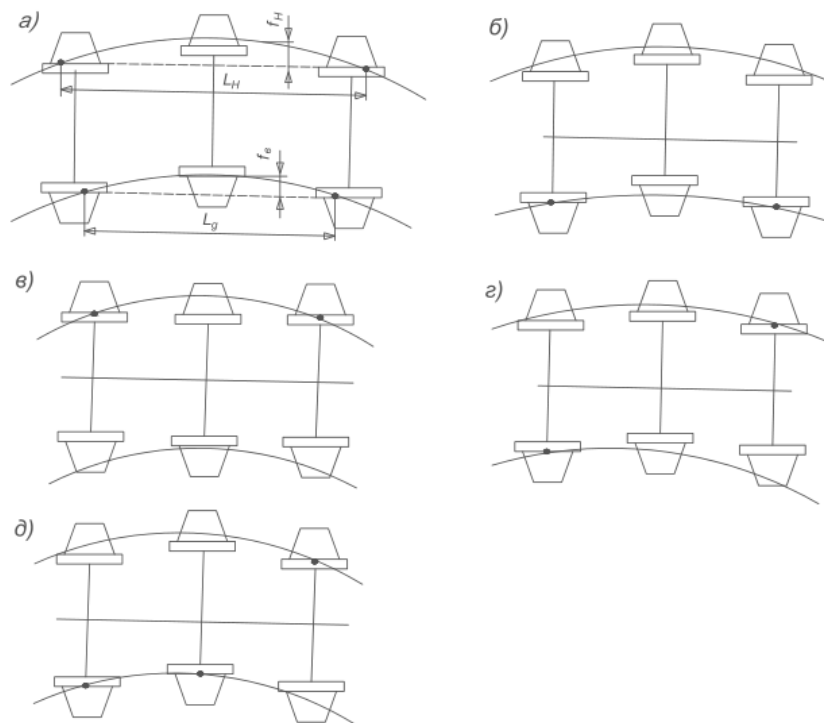


Рис. 1.8 – Траектория движения центра осей колесной пары

Физический смысл эквивалентной конусности состоит в том, чтобы ограничить количество и частоту поперечных сил, действующих на ось колеса при движении по прямым участкам пути.

Возникает колебательное движение и вращение колесной пары в горизонтальной плоскости, которое приводит к качению колес по разным радиусам. При движении колесной пары по рельсу возникает дополнительная сила, направленная на преодоление горизонтальных неровностей пути. Именно она является источником критических рамных сил в тележках и распирающих усилий в рельсовой колее, износа гребней колес и боковой грани рельсов.

Для любого заданного профиля рельса или колеса (теоретического или действительного) можно определить эквивалентную конусность $tg\gamma_e$, связанную с поперечным смещением колесной пары y относительно рельсового пути.

Исходя из этого проф. С. П. Тимошенко для горизонтального изгиба и кручения рельса составил следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} El_{pz}^0 \frac{d^4 y_p^0}{dx^4} + U_y^0 (y_p^0 - h_2 \varphi_p^0) &= 0; \\ -C_{kp}^0 + D^0 h_Q \frac{d^4 \varphi_p^0}{dx^4} - U_y^0 (y_p^0 - h_2 \varphi_p^0) h_2 + U_p^0 \varphi_p^0 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.15)$$

где E — модуль упругости рельсового металла первого рода; C_{kp}^0 — жесткость рельса на кручение:

$$C_{kp}^0 = \frac{F^4 G}{4\pi^2 l_{pn}^0}; \quad (1.16)$$

F — площадь поперечного металла второго рода; G — модуль упругости рельсового сечения; l_{pn}^0 — полярный момент инерции поперечного рельса; — приведенная жесткость головки и подошвы рельса на изгиб:

$$D^0 = \frac{I_{zz}^0 I_{zn}^0}{I_{zz}^0 + I_{zn}^0} E; \quad (1.17)$$

I_{zz}^0 и I_{zn}^0 — моменты инерции головки и подошвы рельса относительно вертикальной оси.

Система уравнений (1.15) составлена проф. С. П. Тимошенко исходя из основного положения стесненного кручения тонкостенных стержней, заключающегося в разделении крутящего момента на два: первый из них вызывает только кручение рельса, а второй — изгиб головки и подошвы рельса.

Методами последовательного дифференцирования и подстановки систему уравнений (1.15) можно разделить на два уравнения, в каждом из которых останется лишь по одной неизвестной величине. Первое уравнение относительно неизвестной y_p^0 может быть использовано для определения горизонтального изгиба и имеет вид:

$$El_{pz}^0 D^0 h^2_Q \frac{d^8 y_p^0}{dx^8} - C_{kp}^0 El_{pz}^0 \frac{d^6 y_p^0}{dx^6} + (El_{pz}^0 U_\varphi + El_{pz}^0 U_y^0 h_2^2 + D^0 h^2_Q U_y^0) \frac{d^4 y_p^0}{dx^4} - U_y^0 C_{kp}^0 \frac{d^2 y_p^0}{dx^2} + U_y^0 U_\varphi^0 y_p^0 = 0 \quad (1.18)$$

Второе уравнение, определяющее угол закручивания, имеет вид

$$El_{pz}^0 D^0 h^2_Q \frac{d^8 \varphi_p^0}{dx^8} - C_{kp}^0 El_{pz}^0 \frac{d^6 \varphi_p^0}{dx^6} + (El_{pz}^0 U_\varphi + El_{pz}^0 U_y^0 h_2^2 + D^0 h^2_Q U_y^0) \frac{d^4 \varphi_p^0}{dx^4} - U_y^0 C_{kp}^0 \frac{d^2 \varphi_p^0}{dx^2} + U_y^0 U_\varphi^0 \varphi_p^0 = 0 \quad (1.19)$$

где l_{pz}^0 - момент инерции рельса относительно оси z.

Также необходимо не забывать про силу сухого трения подошвы рельса по основанию. Это приближение к физической модели приводит к существенной нелинейности дифференциальных уравнений, т. е. лишает возможности расчетчиков применять при этом линии влияния. Восстановление этой возможности может быть получено лишь введением новых допущений. Граничные условия, вводимые при определении постоянных интегрирования, заключаются в том, что при

$$x = \pm\infty, \varphi_p^0 = 0, y_p^0 = 0; \text{ при } x = 0 \quad \frac{d\varphi_p^0}{dx} = 0 \quad \frac{dy_p^0}{dx} = 0$$

При $x=+0$ поперечная сила $El_{pz}^0 \frac{d^3 y_p^0}{dx^3} = \frac{1}{2} Y$ и крутящий момент

$$-C_{kp}^0 \frac{d\varphi_p^0}{dx} + D^0 h^2_Q \frac{d^3 \varphi_p^0}{dx^3} = \frac{1}{2} Y h_1 \quad (1.20)$$

Где $C_{kp}^0 \frac{d \varphi_p^0}{dx}$ - часть момента, затрачиваемого на чистое кручение;

$D^0 h_Q^2 \frac{d^3 \varphi_p^0}{dx^3}$ - часть момента, затрачиваемого на изгиб подошвы и головки рельса.

Если к рельсу приложен только крутящий момент M_{kp} , т. е. имеет место уравнение

$$M_{kp}^0 = -C_{kp}^0 \frac{d \varphi_p^0}{dx} + D^0 h_Q^2 \frac{d^3 \varphi_p^0}{dx^3} \quad (1.21)$$

то для случая бесконечно длинного рельса уравнения относительно угла сдвига имеет вид

$$\theta = \frac{d \varphi_p^0}{dx} = -\frac{M_{kp}^0}{C_{kp}^0} \{1 - \exp[-\gamma_z^0 x]\}, \quad (1.22)$$

$$\gamma_z^0 = \sqrt{\frac{C_{kp}^0}{D^0 h_Q^2}}$$

Рассматривая второе уравнение системы (1.25), исключаем из него член $-U_y^0 (y_p^0 - h_2 \varphi_p^0) h_2$, а из первого уравнения исключили во втором члене слагаемое $h_2 \varphi_p^0$. В результате этого образуется система уравнений:

$$\left. \begin{aligned} D^0 h_Q \frac{d^4 \varphi_p^0}{dx^4} - C_{kp}^0 \frac{d^2 \varphi_p^0}{dx^2} + U_{\varphi}^0 \varphi_p^0 &= 0; \\ El_{pz}^0 \frac{d^4 y_p^0}{dx^4} + U_y^0 y_p^0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.23)$$

Такого рода упрощенный расчет целесообразно применять только для ориентировочной оценки y_p^0 и φ . При современной технике и использование ЭВМ определение напряженно-деформированного состояния по методу и модели проф. С. П. Тимошенко не представляет особого труда.

Подход VI, аналогичный применяемому в данной работе был впервые предложен С.П. Тимошенко и доработан для рельсов Коганом А.Я и Вериго М.Ф. В этой задаче уравнения движения колеса и рельса имеют вид

$$m\ddot{y} = -P(t), \quad (1.24)$$

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho F \ddot{w} = P(t) \delta(x - \xi), \quad (1.25)$$

где m – приведенная к одной оси масса экипажа, y – перемещение колесной пары, $w(x, t)$ – нормальное перемещение рельса, E – модуль Юнга, I – момент инерции рельса, F – площадь сечения рельса, ρ – плотность рельсовой стали, $\delta(x - \xi)$ – дельта функция Дирака, x – координата, отсчитываемая вдоль оси рельсовой плети.

К уравнениям (1.24) и (1.25) для их последующего необходимо добавить начальные условия

$$\begin{aligned} y(0) &= 0, & \dot{y}(0) &= V_0, \\ w(x, 0) &= 0, & \dot{w}(x, 0) &= 0, \end{aligned} \quad (1.26)$$

здесь V_0 – начальные вертикальная компонента скорости колесной пары.

К этим соотношениям требуется добавить одно из выражений для контактной силы, определяющее динамический контакт колеса и рельса и связывающее α – местное смятие материалов колесной пары и рельса с возникающей силой взаимодействия.

Подставляя временные зависимости для функций контактной силы, вертикального перемещения колесной пары и рельса в уравнения (1.24) и (1.25) с учетом условий (1.26) получим определяющее соотношение для силы взаимодействия $P(t)$

$$V_0 t - \frac{1}{m} \int_0^t \int_0^{t_1} P(t_2) dt_2 dt_1 = k' P^{2/3} + \sum_n A_n \int_0^t P(\tau) \sin \omega_n(t - \tau) d\tau, \quad (1.27a)$$

здесь коэффициенты A_n зависят от вида собственных функций и частот собственных колебаний.

Функциональное уравнение (1.27a) можно записать и для решения относительно местного смятия α

$$\ddot{\alpha} + k \left(\frac{1}{m} + \sum_n \omega_n A_n \right) \alpha^{3/2} - k \int_0^t \alpha^{3/2}(\tau) \sum_n \omega_n^2 A_n \sin \omega_n(t - \tau) d\tau = 0. \quad (1.27b)$$

Коган А.Я. обобщил влияние поперечного сдвига на поведение трансверсально-изотропной пластинки при динамическом нагружении, используя модифицированную теорию Герца для контактной силы между колесом и рельсом, было получено функциональное нелинейное интегральное уравнение. Были найдены решения для деформирования ортотропной композитной и вязкоупругой пластинки, которые используются для моделирования верхнего строения железнодорожного пути, в этом случае упругие характеристики в (1.27 б) заменяются на соответствующие операторы интегрального типа.

Если учитывать влияние скоростей распространения упругих волн (это характерно для подхода VIII), то на фронте волновой поверхности выполняется динамическое условие совместности

$$\sigma = -\rho_0 G_0 V, \quad (1.28)$$

здесь σ - напряжение, $G_0 = \sqrt{E_0 / \rho_0}$ - скорость упругой волновой поверхности, V - скорость частиц рельса вдоль его оси, E_0 и ρ_0 - модуль упругости и плотность материала модельного плоского элемента соответственно.

В зоне контакта колеса и рельса соотношение (1.28) имеет следующий вид

$$P = -\rho_0 G_0 F V. \quad (1.29)$$

С учетом данного выражения и проинтегрированного дважды уравнения (1.27б) можно получить следующее определяющее соотношение для местных деформаций

$$\alpha = V_0 t - \frac{1}{m_0} \int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} P(t_2) dt_2 - \frac{1}{\rho_0 G_0 F_0} \int_0^t P(t) dt. \quad (1.30)$$

В первой задаче уравнение относительно местной деформации $\alpha(t)$ принимает вид

$$\ddot{\alpha} + a_1 \dot{\alpha} + \frac{k}{m} \alpha^{3/2} = 0, \quad (1.31)$$

здесь $a_1 = -k \left(2\pi \rho h G^{(2)} R^{1/2} \right)^{-1}$, $G^{(2)} = \sqrt{K \mu / \rho}$ - скорость поперечной сдвиговой волны.

В подходе VII при больших скоростях подвижного состава в модельном представлении задачи требуется учитывать растяжение срединной поверхности в плоском элементе типа Уфлянда-Миндлина, представляющем ВСП в этом случае уравнение функциональное уравнение можно записать так:

$$A \frac{dA}{d\alpha} + \frac{gb}{(e\alpha + g)^2} A = -\frac{k}{m} \alpha^{3/2}, \quad (1.32)$$

где
$$b = \frac{k}{2\pi \rho R^{1/2}}, \quad e = \frac{G^{(1)2}}{G^{(2)2}} \frac{(1-\sigma)}{\sigma}, \quad g = G^{(2)} h.$$

Если же учесть и растяжение срединной линии в рельсовой плети, моделируемой соотношениями для балки Тимошенко, то получим:

$$A \frac{dA}{d\alpha} + \frac{1}{2} b A \alpha^{1/2} \frac{3+e\alpha}{(1+e\alpha)^2} = -\frac{k}{m} \alpha^{3/2}, \quad (1.33)$$

где
$$b = \frac{k}{2 \rho F G^{(2)}}, \quad e = \frac{G^{(1)2}}{G^{(2)2}} \frac{(1-\sigma)}{\sigma} \frac{1}{h}, \quad G^{(1)} = \sqrt{E' / \rho}.$$

Вертикальные перемещения точек верхнего строения пути могут быть получены в виде рекуррентного выражения при использовании интегральной схемы Ньюмарка

$$(w_i)_{n+1} = (w_i)_n + \Delta t (\dot{w}_i) + \left(\frac{\Delta t^2}{4m} \right) (\ddot{w}_i)_n - \left(\frac{\Delta t^2}{4m} \right) (P)_{n+1}, \quad (1.34)$$

Подставляя соотношение выше в одно из выражений (1.14) можно получить выражения для силы взаимодействия колеса и рельса отдельно на этапе нагружения и разгрузки

$$(P)_{n+1} = k \left[q - (w)_{n+1} - \beta_1 (P)_{n+1} \right]^{1.5} \quad (1.34a)$$

$$(P)_{n+1} = k_1 \left[q - (w)_{n+1} - \alpha_0 - \beta (P)_{n+1} \right]^{2.5}, \quad (1.34b)$$

здесь $n+1$ – количество временных интервалов, на которые делится время взаимодействия колеса и рельса, это позволяет напрямую учесть скорость движения экипажа,

$$q = (w)_n + \Delta t (\dot{w}_i)_n + \left(\frac{\Delta t^2}{4} \right) (\ddot{w})_n, \quad \beta_1 = \frac{\Delta t^2}{4m_i}, \quad k_1 = \frac{P_m}{(\alpha_m - \alpha_0)^{2.5}}.$$

Для высоких скоростей движения экипажей можно модифицировать модель энергетического баланса (1.1) в этом случае кинетическая энергия колеса представляется следующим соотношением

$$\frac{1}{2}mV_0^2 = E_b + E_s + E_m + E_c, \quad (1.35)$$

здесь E_b , E_s , E_m , E_c энергетические компоненты, отвечающие за деформацию изгиба, сдвига, растяжения-сжатия и аккумулированную энергию деформирования контактной области.

Вертикальные перемещения точек верхнего строения пути можно представить в виде ряда Фурье

$$w(t) = \frac{\pi RL}{R\phi(l_2 - l_1)m_1} \sum_m \sum_n \frac{F_{mn}}{\omega_{mn}} \sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right) \cos(n\theta) \int_0^t P(\tau) \sin(\omega_{mn}(t - \tau)) d\tau \quad (1.36)$$

Агрегирование данного подхода с вычислительной схемой Ньюмарка и методом конечных элементов встречалось во многих отечественных и зарубежных работах.

Иногда верхнее строение пути моделируется с использованием гидравлического демпфера, за счет которого происходит диссипация энергии, и упругого элемента (элемент Кельвина – Фойхта или элемент Максвелла). В этом случае определяющее уравнение принимает вид

$$m \frac{d^2 w_0}{dt^2} + d \operatorname{sgn}\left(\frac{dw_0}{dt}\right) w_0 + k w_0^n = 0. \quad (1.37)$$

Если рассматривать верхнее строение пути в качестве многослойной пластинки и принимать во внимание, что область приложения нагрузки при контакте колеса и рельса не полностью повторяет форму колеса, то прикладываемая к рельсовой плети сила определяется из следующего уравнения в предположении, что функция прогибов ВСП известна (ее можно подобрать при анализе данных мониторинга)

$$w(x_0, y_0, P) - w\left(x_0 + \left(\frac{P}{k}\right)^{1/3} \sqrt{R}, y_0, P\right) + \left(\frac{P}{k}\right)^{2/3} = \left(\frac{3P}{4E_{II} \sqrt{R}}\right)^{2/3}, \quad (1.38)$$

где E_{TI} – приведенный модуль упругости для трансверсально изотропного плоского элемента, моделирующего ВСП.

1.5. Конструкции, применяемые в транспортном строительстве с анизотропными свойствами

Для возможности оптимизации поведения таких конструкции, будь то железобетонная плита подрельсового основания железнодорожного пути, пролетное строение мостового перехода, зимняя автомобильная переправа, проложенная по льду водного препятствия требуется использовать конструкции с анизотропными свойствами, которые наиболее часто реализуются посредством выбора армирования, который включает в себя тип армирующих элементов, материал из которого они изготавливаются, усилия предварительного натяжения (если оно требуется).

В настоящее время безбалластные конструкции пути разрабатываются во всем мире.

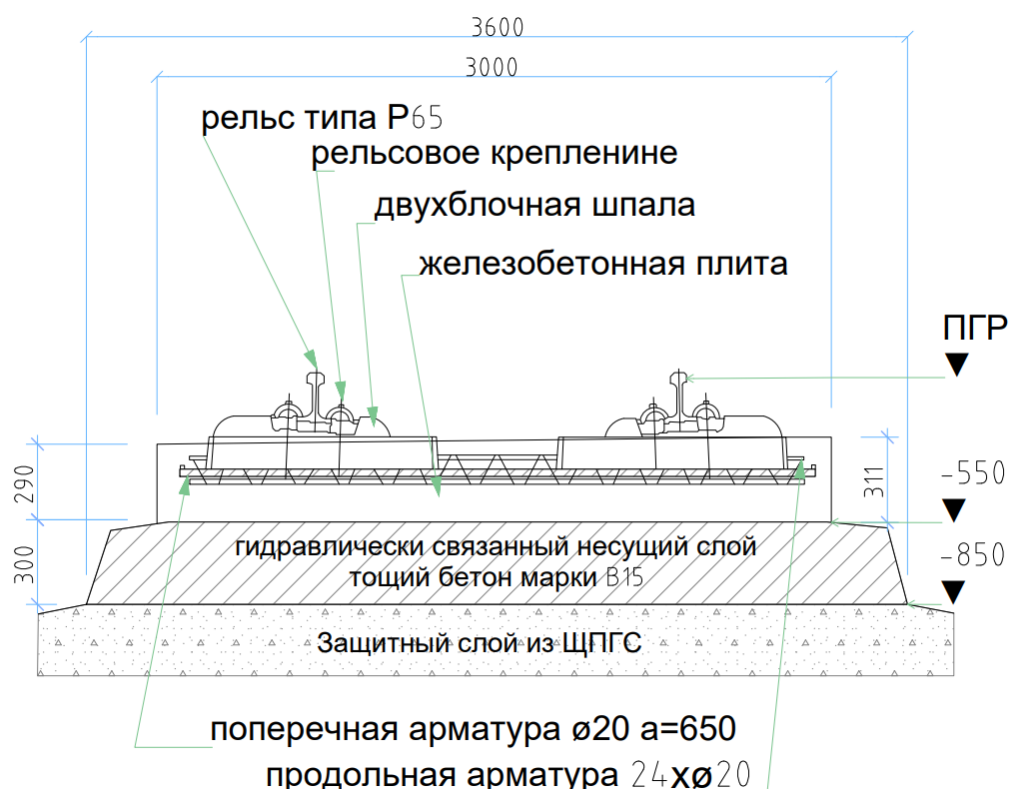


Рис.1.9. Путь безбалластной (плитной) конструкции.

Для уменьшения последствий динамического воздействия от подвижного состава используется конструкция, в которой рельсовая плеть и железобетонная

плита основания контактируют через композитный резинокордный наполнитель (рис. 1.10) [3, 4, 20,109,110, 118,119,120].



Рис. 1.10. Конструкции безбалластного пути с обрезиненным рельсом: *a* — элемент для трамвайных путей; *b* — элемент для железных дорог с преимущественно пассажирским движением



Рис. 1.11. Строительство магистральной железной дороги с применением конструкций безбалластного пути

Как два распространенных типа железнодорожных путей, путь с балластом и путь без балласта, имеют свои достоинства. Когда дело доходит до применения, пути с балластом используются на железных дорогах с нормальной скоростью и на скоростных железных дорогах. [38, 39, 41,47]. На высокоскоростных железных дорогах обычно используются пути без балласта. Есть некоторые исключения,

например, в Китае и Франции балластный путь применяется индивидуально на высокоскоростной железной дороге [19, 21, 22, 23].

Объекты транспортной инфраструктуры выделяются из всех объектов строительства своей протяжённостью и воздействием закономерных сил, поэтому механические свойства конструкции в направлении вдоль и поперек движения транспортных средств, а также в вертикальном направлении должны отличаться друг от друга для оптимальной работы конструкции. Для учета этого лучше всего подходит конструкции с анизотропными свойствами, изготовленные из соответствующих материалов.

К анизотропным конструкциям верхнего строения дороги можно отнести временные сезонные переправы - это дороги, которыми можно пользоваться только зимой – они обычно проходят по суше и замерзшим водоемам (озерам, рекам, болотам и морскому льду вдоль берегов и заливов). Более теплые зимы и раннее таяние снега приводят к закрытию зимних дорог, в результате чего населенные пункты оказываются вне транспортной доступности, что влияет на безопасность и эффективность этой инфраструктуры и сокращает среднегодовой срок ее эксплуатации. Зимняя дорога обычно состоит из сегментов, которые проходят по суше и по плавучему льду. Увеличение времени службы сезонных переправ даже на неделю за счет правильного армирования и сохранения требуемого температурного баланса создает возможность получения ощутимого экономического эффекта, а также повышает транспортную доступность отдельных районов. Разрабатываемые модели плоских анизотропных элементов позволяют достичь указанных целей.

Несущая способность ледяного покрова существенно зависит от его геометрических параметров, свойств льда, времени нагрузки и характера нагрузки. Для увеличения несущей способности льда существуют методы укрепления льда. Их можно разделить на два типа: микроскопическое и макроскопическое армирование (рис. 1.12). Микроскопическое усиление может применяться для всех типов ледовых инженерных сооружений, а макроскопическое усиление в основном используется для основания ледяных дорог.

Первый способ улучшить показатели прочности льда (или компонента мерзлого грунта или почвы как сложной системы) - это смешать лед с веществом, которое будет препятствовать образованию и распространению трещин. Этот вид армирования обычно применяется однородно и называется микроскопическим. Для микроскопического усиления льда и грунта был предложен ряд армирующих материалов, включая различные водорастворимые полимеры, дисперсные и волокнистые материалы. Второй метод армирования можно назвать макроскопическим, поскольку он предполагает использование сплошных материалов: сетей, стволов деревьев, стали или геосетки. В этом случае эти композиты состоят из двух или более непрерывных фаз - композитов сэндвичевого или ламинарного типа.

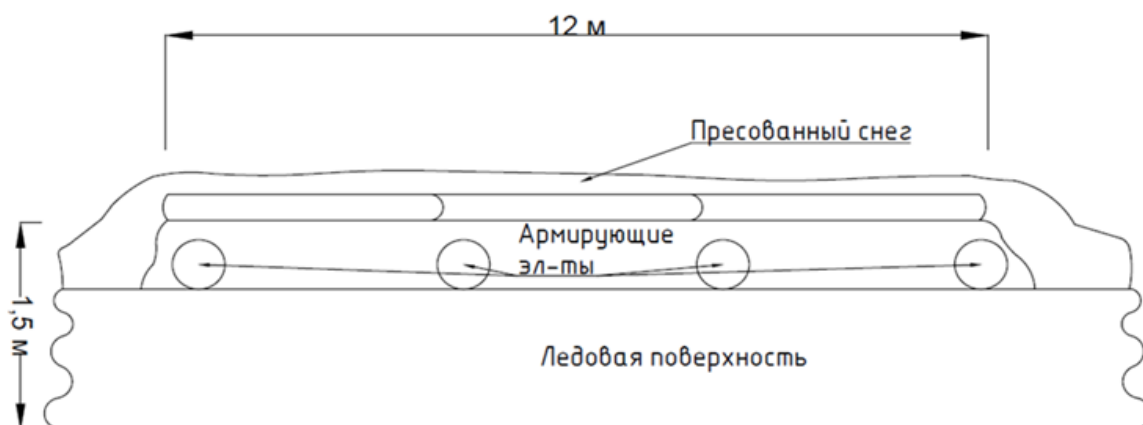


Рис.1.12. Схема поверхностного армирования льда для сезонной переправы.

Метод, определения несущей способности ледяной пластины, основан на теории изгиба упругих пластин и критерию $\sigma_{max} = \sigma_f$

Этот метод прогнозирования несущей способности плавающей плиты, подверженной кратковременным нагрузкам, состоит из следующих трех этапов:

1) Определение максимального напряжения σ_{max} в плавающей ледяной пластине из-за заданной нагрузки, предполагая, что ледяная пластина является упругой.

2) Определение нагрузки P_{er} при которой возникает первая трещина, при

$$\sigma_{max} = \sigma_f \quad (1.37)$$

3) Корреляция P_{cr} с критической нагрузкой P_t . Этот шаг необходим, потому что, согласно испытаниям, для пластин различной геометрии возникновение первой трещины не вызывает прорыва; поэтому для этих случаев $P_t > P_{cr}$.

Реакция однородной и изотропной упругой пластины, которая опирается на жидкость и подвергается статической вертикальной нагрузке q , описывается уравнением в частных производных

$$D\nabla^4 w + \gamma w = q \quad (1.38)$$

где $w(x, y)$ - прогиб пластины в точке (x, y) , D - жесткость пластины при изгибе, а γ - вес единицы объема жидкости.

Одним из возможных способов модельного представления ледового покрова с точки зрения воздействия на него нагрузки является применение теории пластин, которые в основном работают на изгиб [18, 25, 89, 99, 116].

Изгибающие моменты, определены используя соотношения

$$\left. \begin{aligned} M_x(x, y) &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \\ M_y(x, y) &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (1.39)$$

и используя приближительное значение $w(x, y)$, заданное в уравнении (1.38).

Выводы по первой главе

В данном разделе проведен достаточно подробный сравнительный анализ железнодорожного пути на балласте и безбалластные конструкции пути, рассмотрены преимущества и недостатки различных типов конструкций. Выделены различные виды, а также особенности двух типов конструкций, которые в последующих главах помогут разработать адекватную и полную математическую модель. Помимо железнодорожного пути изучены анизотропные конструкции верхнего строения дорог в общем виде, например, подход, основанный на выборе анизотропных свойств конструкции верхнего строения дороги, может быть применен при проектировании и эксплуатации зимних переправ на ледовом покрове.

В настоящей работе реализуется подход, основанный на составлении картины распространения упругих волн в ортотропной пластине, моделирующей железобетонную плиту, и определении местоположения волновых фронтов как прямых, так и отраженных волн в различные моменты времени. В первом разделе формулируются условия математически верной постановки задачи, решение которой позволит выявить точки схождения различных фронтов волн, которые могут как увеличивать результирующие напряжения в материале, так и уменьшать их.

Предложены критерии классификации подходов динамического деформирования плоских элементов при действии нагрузки от транспортных средств: модель контактного взаимодействия колеса-рельса, модель деформирования плоского элемента (с учетом стационарных или нестационарных процессов), реологические и анизотропные свойства материала плиты. Разработанная система классификации позволяет более точно представить и решить инженерные задачи деформирования ВСП.

Глава 2 Модели армирования конструкций, с учетом внутренних и внешних воздействий

Железобетонные строительные конструкции широко используются в нашей стране при возведении зданий с железобетонным кирпичным каркасом (1933 г.), при устройстве покрытий и полов промышленных зданий и др. Наряду с каменной и армированной кладкой применяются сложные конструкции, такие как каменно-железобетонные конструкции.

В России железобетонные конструкции в виде железобетонных перекрытий на металлических балках используются с 1886 года. С 1899 года железобетон получил широкое распространение в транспортном строительстве в России и за рубежом. В конце XIX века железобетонные балки вызвали определенный интерес на уличных дорогах. На дороге в Швеции (1971 г.) уложены переводы марки 1/9 на брусьях из бетона М600 прямоугольного сечения 200Х500 мм и массой 120 кг/м². В дальнейшем были применены железобетонные брусья на стрелочных переводах марки 1/15. С целью уменьшения жесткости в пределах переводов использованы прокладки из резины, укладываемые под шпалы. Начали применяться железобетонные брусья трапециевидного сечения с основаниями 280 и 340 мм и высотой 220 мм, армируемые 24 струнами, длиной от 2,5 до 4,6 м. Для прикрепления металлических частей на каждой подрельсовой площадке бруса предусмотрены четыре дюбеля размерами 50х50х180 мм.

В Советском Союзе в период пятилеток железобетон стал одним из важнейших материалов для несущих конструкций всех основных сооружений (например, мостов, гидроэлектростанций). В СССР еще в 1956 г. разработан первый проект комплекта струнобетонных брусьев для стрелочного перевода типа Р43 марки 1/11, а затем были изготовлены первые пять комплектов железобетонных брусьев для стрелочных переводов типа Р65 марки 1/11 с подуклонкой рельсовых нитей.

Железобетон - это особый вид материала, свойства которого зависят не только от качества составляющих его компонентов, но и от количества и характера сечения арматуры.

2.1 Основные типы несущих конструкций

Пространственная схема железобетонных конструкций в подавляющем большинстве состоит из плоских и протяженных элементов, к которым в первую очередь относятся плиты и балки. При этом отдельные элементы могут быть как в сборном, так и в монолитном исполнении, но при этом расчетные схемы отдельных элементов часто принимаются в континуальном виде.

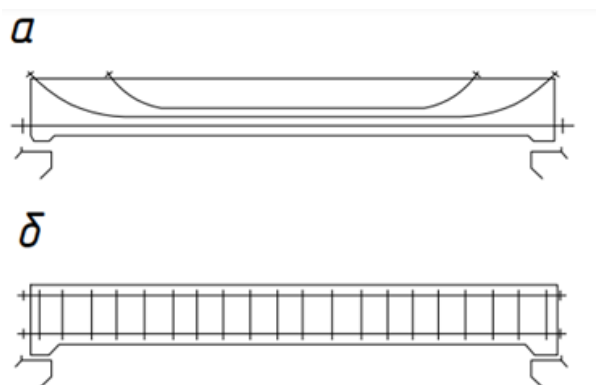


Рис.2.1. Схема армирования предварительно напряженных балок: а) криволинейная напрягаемая арматура, б) прямолинейная арматура

В некоторых случаях армирование плит разрезными стержнями вручную вяжутся в сетку с помощью вязанной проволоки. (плиты со сложной конфигурацией на схемах или с большим количеством отверстий и т. д.), когда нельзя использовать стандартную сварную сетку [62].

Железобетонные элементы для увеличения прогиба конструкции общей длины и уменьшения раскрытия трещин могут быть предварительно напряжены.

Усилие предварительного обжатия бетона принимают равным равнодействующим усилиям в напрягаемой и ненапрягаемой арматуре:

$$P = \sigma_{sp} A_{sp} + \sigma'_{sp} A'_{sp} - \sigma_{sp} A_{sp} - \sigma'_s A'_s \quad (2.1)$$

эксцентриситет этого усилия, относительно центра тяжести приведенного сечения, определяют:

$$e_{op} = (\sigma_{sp} A_{sp} y_{sp} - \sigma'_{sp} A'_{sp} y'_{sp} - \sigma_{sp} A_{sp} y_{sp} + \sigma'_s A'_s y'_s) / P \quad (2.2)$$

Существуют железобетонные балки с разными сечениями: прямоугольными, тавровыми, двутавровыми, трапециевидными, представленные на рис. 2.2.

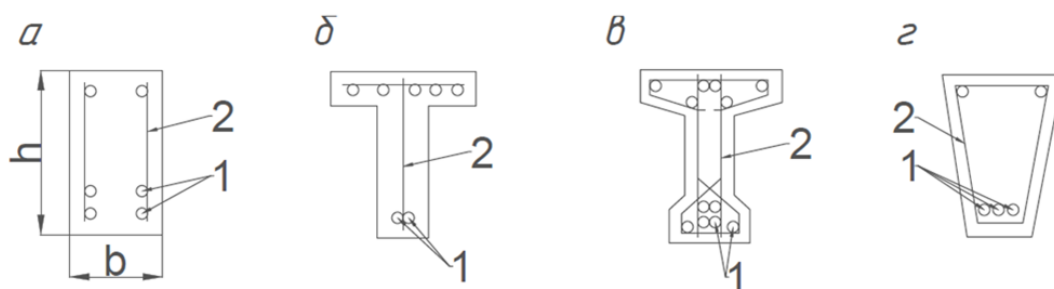


Рис.2.2. Поперечное сечение балок и схемы армирования.

2.2 Подрельсовое основание пути в виде железобетонных шпал

В зависимости от типа и конструкции шпалы изготавливают из ненапряженного или предварительно напряженного железобетона. Поэтому арматурную сталь и способ армирования выбирают в зависимости от типа шпал, наличия предварительного напряжения, условий воздействия эксплуатационной нагрузки. Для армирования железобетонных шпал применяется арматура, отвечающая требованиям соответствующих государственных стандартов или технических условий.

Для шпал, изготавливаемых из ненапряженного железобетона, может применяться горячекатаная арматурная, сталь круглого сечения с гладкой поверхностью или периодического профиля. При выборе вида и марки стали для рабочей арматуры учитываются температурные условия эксплуатации и характер нагрузки. Конструктивная арматура и хомуты выполняются также из горячекатаной стали или арматурной проволоки. Арматура соединяется в каркасы и сетки, как правило, электросваркой [60, 63].

Предварительное напряжение в бетоне создают для повышения трещиностойкости шпал. Это напряжение должно сохраняться в течение всего периода эксплуатации шпал, с учетом потери его от усадки и ползучести бетона, а также от релаксации напряжений в арматуре. Поэтому напрягаемая арматура должна иметь следующие свойства: большое временное сопротивление разрыву; высокий предел текучести и упругости; высокие пластические свойства,

определяемые величиной относительного удлинения после разрыва; необходимую вязкость, характеризуемую числом перегибов или загибов образца до излома; значительный предел выносливости, определяемый разностью напряжений при циклическом нагружении образца заданным числом циклов пульсирующей нагрузки до разрушения; способность сохранять пластические свойства при низких температурах.

По конструктивным особенностям способы армирования разделяют на армирование со сцеплением арматуры с бетоном и без сцепления с бетоном [27].

В целях уменьшения числа арматурных элементов, что положительно сказывается на технологии изготовления шпал, и использования высокой прочности холодноотянутой проволоки были разработаны шпалы, армированные проволочными пучками и прядями. Значительно большая надежность анкеровки в бетоне обеспечивается при канатной арматуре, отличающейся от семи проволочных прядей структурой и способом свивки. Канаты изготавливают свивкой из трехпроволочных прядей и поэтому они имеют ярко выраженный периодический профиль, благодаря чему длина зоны их анкеровки в бетоне в 3—4 раза меньше, чем в семипроволочных прядях [28,34].

Для шпал со стержневой арматурой применяют горячекатаную сталь периодического профиля диаметром от 12 до 22 мм. Такая арматура из стали различных классов не обладает высоким временным сопротивлением разрыву; оно обычно не превышает 1000 МПа (100 кгс/мм²), т. е. значительно ниже сопротивления холодноотянутой проволоки. Невысокая прочность стержневой арматуры обуславливает относительно большие потери предварительного напряжения от усадки и ползучести бетона и увеличивает расход металла на шпалу по сравнению со шпалами, армированными высокопрочной проволокой. Лишь при получении стержневой арматуры с временным сопротивлением разрыву порядка 1500—1700 МПа (150170 кгс/мм²) стержневые шпалы становятся конкурентоспособными по технологическим признакам струнобетонным шпалам.

По основным размерам и форме все четыре типа стандартных шпал унифицированы и различаются лишь размерами и формой подрельсовой

площадки, а также расстоянием между закладными шайбами (в зависимости от типа крепления) и формой средней части. Для повышения сопротивления сдвигу шпалы по балласту ее подошва в подрельсовых частях выполнена рифленой с ячейками размером 80х80 и глубиной 10 мм.

Наиболее распространенным типом стандартных шпал, изготавливаемых на специализированных заводах, являются шпалы типа С-56-2. В шпале С-56-2 для уменьшения реактивного давления балласта средняя часть приподнята на 10 мм. относительно подошвы подрельсовых частей. Глубина выемок в подрельсовых площадках составляет 15 мм, объем бетона шпалы 0,101 м³, масса шпалы — 252 кг, расход высокопрочной проволоки диаметром 3 мм — 6,53 кг, а диаметром 4 мм — 7,48 кг.

Железобетонные шпалы брускового типа

Все шпалы брускового типа, предварительно напряженные с прямолинейной проволочной арматурой без анкеров (струнобетонные). Шпалы предназначены для применения с рельсами Р50, Р65 и Р75 на прямых и кривых участках пути, радиусом не менее 350 м. Шпалы ШС-1 предусмотрено изготавливать в тех же металлических формах, что и шпалы С-56-2. Это сделано для того, чтобы использовать формы, имеющиеся на заводах железобетонных шпал, избежать капитальных затрат на замену металлических форм и ускорить выпуск шпал по новому стандарту.

Шпалы ШС-1у имеют ряд конструктивных усовершенствований по сравнению со шпалами ШС-1: увеличена с 15 до 30 мм толщина защитного слоя бетона на торцах шпал над верхним рядом проволок, чтобы уменьшить напряжение на поверхности бетона от расклинивающего действия арматуры и предупредить образование продольных трещин. При этом высота шпалы на торце увеличилась до 150 мм, что также полезно для повышения сопротивления сдвигу шпалы по балласту в боковом направлении; увеличена с 440 до 480 мм длина подрельсовых площадок и соответственно ширина бетонных упоров по краям углублений в подрельсовых площадках, что существенно уменьшает возможность сколов бетона на этих упорах; увеличена с 174 до 182 мм ширина средней части шпалы поверху

для обеспечения необходимой толщины защитного слоя бетона у крайних верхних проволок.

Рациональную величину упругости подрельсового основания, при которой достигается наилучшая работа элементов верхнего строения пути, земляного полотна, снижаются расходы на содержание пути, можно получить применением прокладок повышенной упругости.

В железобетонных шпалах по ГОСТ 33320-2015 должна применяться проволока периодического профиля диаметром 3 мм. Применение проволоки диаметром 4 и 5 мм исключено, так как при этих диаметрах расход арматуры увеличивается на 15—28% и ухудшается морозостойкость шпал.

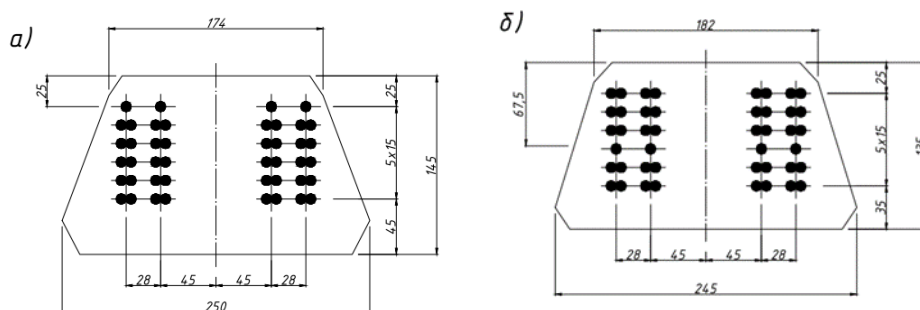


Рис.2.3. Расположение проволочной арматуры

Расположение проволочной арматуры в шпалах по нормативному документу показано на рис. (рис 2.3). Расстояние между внутренними вертикальными рядами проволок увеличено до 90 мм. Это полностью исключает возможность касания закладными шайбами арматуры. Предварительное напряжение арматуры составляет 1170 МПа (11 700 кгс/см²), сила натяжения одной проволоки — 8,27 кН (0,827 тс) $\pm 10\%$, общая сила натяжения всей арматуры не менее 364 кН (36,4 тс).

Железобетонные шпалы для укладки на мостах с балластной призмой

Первая конструкция железобетонной шпалы для укладки на мостах с балластной призмой разработана в 1965 г. (СМ-65). Опытные партии этих шпал были уложены на мостах и прошли эксплуатационные испытания. За десятилетний период работы этих шпал в них не было обнаружено каких-либо дефектов, связанных с условиями эксплуатации. В 1971 г. в конструкцию подрельсовой площадки шпалы СМ-65 были внесены некоторые изменения и разработаны два варианта шпалы с углублением в подрельсовой площадке на 15 и 25 мм.

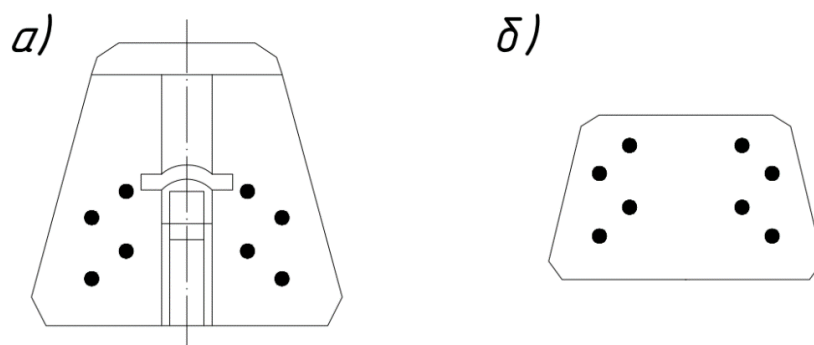


Рис. 2.5. Схема расположение канатной арматуры

Шпалы из железобетона относятся к первому типу конструкции, препятствующей растрескиванию, и при расчетной нагрузке трещины не допускаются. Таким образом, шпалы определяются соответственно:

$$\begin{aligned}\sigma_{\delta \max} &\leq m_{\delta^2} R_{pII} \\ M_{mp} &= \frac{I_n}{y_p} (\sigma_{\delta^2} + 0,75 R_{pII})\end{aligned}\quad (2.3)$$

Где $\sigma_{\delta \max}$ -; расчет максимальной нагрузки в напряженной бетонной зоне;
 $m_{\delta^2} = 0,75$ по нормативным документам, так как в этом случае всегда $\rho_{\delta} < 0,1$.

где y_p - расстояние от центра тяжести приведенного поперечного сечения шпалы до наиболее удаленного растянутого слоя бетона.

σ_{δ^2} - установившееся предварительное напряжение в рассматриваемом слое бетона,

2.3 Подрельсовое основание в виде железобетонных брусьев

Для стрелочных переводов типов Р65 и Р50 марки 1/11 в 1975 г. разработана улучшенная конструкция брусьев трапециевидного сечения из предварительно напряженного бетона В40 с арматурой из высокопрочной проволоки периодического профиля диаметром 5 мм.

Для осуществления плавного перехода от подуклонки рельсов 1/20 к рельсам стрелочного перевода, не имеющим подуклонки, на переходных звеньях перед переводом и за ним укладываются брусья с постепенным изменением уклона опорных площадок (табл. 2.1).

Стрелочные переводы имеют резкую неравножесткость рельсовых нитей в вертикальном и горизонтальном поперечном направлениях. Это связано с особенностями прикрепления рельсов к брусам в различных зонах перевода, неодинаковыми длинами.

Характеристики брусьев переходного звена

Табл. 2.1

Марка бруса переходного звена	Количество брусьев	Характеристика углублений под подкладкой		Марка бруса переходного звена	Количество брусьев	Характеристика углублений под подкладкой	
		Величина углубления со стороны оси	Подуклонка поверхности			Величина углубления со стороны оси	Подуклонка. поверхности
ПЛ	1	25,0	0	04	3	34,5	4/160
01	3	27,5	1/160	05	3	36,5	5/160
02	3	29,5	2/160	06	3	39,0	6/160
03	3	32,0	3/160	07	3	41,5	7/160

Следовательно, боковая неравно-жесткость рельсовых нитей в пределах перевода из-за ослабления затяжки гаек скрепления в процессе эксплуатации проявляется менее резко при более упругих резиновых прокладках. Для недопущения появления дополнительной неравно-жесткости рельсовых нитей на переводе необходимо обеспечивать постоянство затяжки гаек закладных и клеммных болтов.

Достаточно полное представление о характере зависимости между поперечной силой (силой распора) и боковыми отжатиями головки и подошвы рельсов дают графики (рис. 2.6). Они показывают, во-первых, что за пределами нагрузки 20 кН (2 тс), т. е. после ликвидации люфтов, зависимости поперечных деформаций от силы становятся близкими к линейным для переводов с обоими видами брусьев. Поэтому определение горизонтальной поперечной жесткости упорной нити переводов в диапазоне нагрузок 20—80 кН (2—8 тс) является правомерным. Во-вторых, конфигурации и площади петель гистерезиса для переводов на деревянных железобетонных брусьях достаточно близки друг к другу, что свидетельствует о примерно одинаковой способности переводов к

диссипации энергии от боковых воздействий экипажей. В-третьих, разность в поперечных деформациях головки и подошвы рельсов на переводе с железобетонными брусьями, особенно в зонах повышенной боковой жесткости, меньше, чем на переводе с деревянными брусьями. Из этого вытекает, что формирование поперечной жесткости по головке рельса на переводе с железобетонными брусьями в меньшей степени происходит за счет поворота и кручения рельсов, чем на переводе с деревянными брусьями. Это следствие повышенной боковой упругости резиновой прокладки толщиной 14 мм относительно кромки подошвы рельсов.

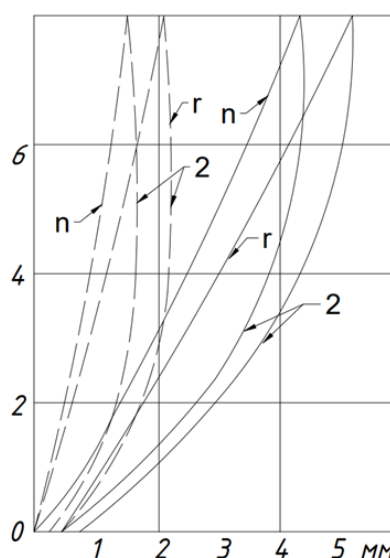


Рис. 2.6. Зависимости между поперечной силой распора n и боковыми смещениями r головки (r) и подошвы (n) рельсов в зоне стрелки.

Железобетонные брусья отличаются от железобетонных шпал геометрическими размерами, характером загрузки и работы под подвижной нагрузкой. Наибольшие вертикальные и горизонтальные поперечные силы возникают в зоне крестовинного узла, где колесо преодолевает неровности, связанные с особенностями конструкции крестовины на контррельс и с износом их элементов под подвижной нагрузкой. Также значительные силовые воздействия от экипажей испытывают элементы стрелки [53, 59].

Экспериментальные значения сил, передаваемых от рельсов железобетонным брусьям в различных зонах перевода Р50 марки 1/11 при статическом нагружении рельсовых нитей прямого пути вертикальной нагрузкой

120 кН (12 тс) в разных зонах перевода, составляли 18—107 кН (1,8—10,7 тс). Это показывает, что доли нагрузки, передаваемой на брусья от рельсов, колеблются в довольно большом диапазоне (от 15 до 90% нагрузки на рельс). Следовательно, в реальных условиях практически каждому брусу будет соответствовать своя схема нагружения [94, 98, 100, 111, 112].

Общая характеристика расчетных участков стрелочных переводов Табл. 2.2

№ расчетного участка	Длина бруса, l , м	Количество брусьев для перевода типа		Номера брусьев для перевода типа	
		P50	P65	P50	P65
I	2,75	12	9	01—12	01—09
	3,00	13	15	13—25	10—24
II	3,25	8	8	26—33	25—32
	3,50	8	8	34—41	33—40
	3,75	5	6	42-Г-46	41—46
	4,00	6	6	47—52	47—52
III	4,25	5	5	53—57	53—57
	4,50	5	6	58—62	58—63
IV	4,75	5	5	63—67	64—68
	5,00	5	5	68—72	69—73
	5,25	5	5	73—77	74-78
	5,50	3	3	78—80	79—81

На стрелочном брусе в зависимости от его типоразмера закрепляются две, три или четыре рельсовые нити, но нагрузка одновременно передается только на две из них. Совершенно очевидно, что незагруженные нити оказывают определенное воздействие на силовое нагружение бруса. Реакцию незагруженных рельсовых нитей R , Н (кгс), при расчете стрелочных переводов впервые предложил принимать во внимание проф. М. П. Смирнов

$$R = -K_k y_0 c b l \quad (2.4)$$

где K_k — коэффициент, учитывающий конструктивные связи незагруженной нити с основанием; y_0 — прогиб бруса в сечении под незагруженной нитью от воздействия сил на нагруженные нити, м; c — коэффициент постели основания, Па/м; b — ширина бруса понизу, м; l — длина бруса, м.

В случае равномерного опирания брусьев на достаточно уплотненный балласт их прогибы незначительны и не превышают в сечениях приложения сил 2—3 мм. В этих условиях влияние незагруженных нитей на характер загрузки брусьев оказывается несущественным. При приложении нагрузки до 120 кН (12 тс) к рельсам прямого пути перевода типа Р50 марки 1/11 с железобетонными брусьями в семи его сечениях (на брусьях № 32, 43, 48, 56, 64, 70 и 78) суммарные реакции в болтах скрепления под незагруженной нитью не превышали 10 кН (1 тс). Поэтому, этими реакциями при расчете железобетонных брусьев, опирающихся на равномерно уплотненное балластное основание, можно пренебречь. При неравномерном опирании брусьев влияние незагруженных нитей в расчетах должно учитываться.

Так же, как и для обычного пути, для стрелочного перевода правомерно применение гипотезы Винклера-Фусса о прямой пропорциональной зависимости между просадкой упругого основания и передаваемыми на него силами. Брус можно рассматривать как балку конечной длины на сплошном упругом основании, загруженную в общем случае сосредоточенными силами Q_1 и Q_2 и реакциями незагруженных нитей R_1 и R_2 [8, 9].

Анализ напряженного состояния железобетонных брусьев в условиях воздействия экипажей с осевой нагрузкой до 250 кН (25 тс) показывает, что при укладке перевода на хорошо спланированное и уплотненное основание даже на стрелочном переводе типа Р50 максимальные вероятные напряжения в брусьях не превосходят допустимой величины 12,0 МПа (120 кгс/см²).

При неравномерном опирании брусьев на балласт напряжения в них существенно возрастают. Так, на стрелочном переводе типа Р65 марки 1/11 при движении экипажей со скоростью 100 км/ч по прямому пути максимальные напряжения в брусьях, расположенных в средней зоне перевода, достигали 10,9 МПа (109 кгс/см²), а для бокового пути при скорости 45 км/ч 16,9 МПа (169 кгс/см²).

Однако, даже при довольно значительных напряжениях, зарегистрированных в железобетонных брусьях, трещин в бетоне брусьев при эксплуатации не обнаружено. Это свидетельствует о достаточном запасе прочности принятой

конструкции брусьев в современных условиях их эксплуатации [14].

2.4 Учет волновых процессов в безбалластных конструкциях подрельсового основания

Для расчета показателя надежности верхнего строения пути в период эксплуатации, помимо оценки состояния конструктивных элементов пути, связанных с геометрией, также необходимо оценить расчетное, напряженное состояние неразрезного сварного пути на наличие нарушений. Это одна из причин потери устойчивости ресниц и всей траектории, в целом эффект даже больше. Он имеет нелинейные характеристики конструкции железнодорожного пути.

Конструкция непрерывного сварного пути не должна допускать растрескивания зазора между рельсом и решеткой шпал под поездом и быть способной противостоять температурным выбросам. При эксплуатации непрерывного сварочного пути под воздействием температурных и динамических нагрузок часто наблюдается разрушение и неустойчивость рельсов и шпал [104, 105, 106, 107, 110].

Учитывая возможность диагностики перегибов, из-за наличия сигнальной рельсовой цепи, наибольшую опасность представляет отказ, вызванный потерей устойчивости, потому что, это произойдет немедленно и приведет путь к состоянию, которое не подходит для проезда поездов.

По всей площади плита плотно контактирует с почвой внизу. В начальный момент v прогиб линейно зависит от верхней части подвижного состава v . Внешний вид верхней части вызван прогибом рельса и дефектами колесной пары и рельса.

Отклонение пути от положения в плане, а также наличие локальных дефектов приводит к понижению общей устойчивости пути.

По значениям основных параметров по результатам измерений поиск неровностей в плане осуществляется по следующим критериям выбора пределов: длина фактического нарушения меньше основного. По результатам поиска путь разбивается на расчетные участки, границы которых представляют собой границы неровностей. Между границами неровностей трасса также делится на расчетные

участки длиной не более 20 метров в зависимости от границ прилегающих неровностей и плана трассы.

С рельса динамическая нагрузка передается от подвижного состава через опоры гибких промежуточных зажимов на железобетонную опорную плиту. Вместе с тем, в условиях увеличения скорости движения подвижного состава и увеличения общего количества вагонов в составе важно учитывать динамические явления в опорной плите.

Особенно под действием динамических нагрузок на конструкции верхнего строения пути появляются стационарные и нестационарные процессы, влияющие на деформацию всей конструкции пути [2, 7].

Зарождение и распространение волн в несущих для инженерных задач конструкциях, описываются с помощью линейных уравнений упругой, вязкоупругой или упругопластической среды.

Динамическое поведения точек таких элементов под воздействием циклической нагрузки, получаемых из стандартных уравнений равновесия элементарного параллелепипеда с размерами dx , dy , dz , и плотностью ρ [9, 10] .

$$\begin{cases} (x+G)\frac{\partial \Delta}{\partial x} + G\nabla^2 u = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ (x+G)\frac{\partial \Delta}{\partial y} + G\nabla^2 v = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ (x+G)\frac{\partial \Delta}{\partial z} + G\nabla^2 w = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}; \end{cases} \quad (2.5)$$

где: $\Delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ - оператор объёмной деформации; $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ -

оператор Лапласа; $x = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$; E и G – модуль Юнга и сдвига; ν – коэффициент поперечной деформации; u , v , w – линейные перемещения точек элементов вдоль основных координатных осей Ox , Oy , Oz .

здесь: $\Delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ оператор объёмной деформации; $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ -

оператор Лапласа; $x = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$; E и G – модуль Юнга и сдвига; ν – коэффициент

поперечной деформации; u, v, w – линейные перемещения точек элементов вдоль основных координатных осей Ox, Oy, Oz .

Задачу объёмного деформирования можно представить в виде нескольких задач линейного деформирования [16, 17, 36].

Предположим, что перемещения меняются только вдоль одной координатной оси, а вдоль других они равны нулю, т.е. $u = u(x, t)$; $v = w = 0$.

Для данной ситуации получим:

$$\Delta = \frac{\partial u}{\partial x}; \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \frac{\partial \Delta}{\partial y} = 0; \frac{\partial \Delta}{\partial z} = 0; \nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}; \nabla^2 v = 0; \nabla^2 w = 0; \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0; \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (2.6.)$$

Подставляя приведенные соотношения в систему определяющих динамических уравнений (2.5), можно увидеть, что второе и третье соотношение будут выполняться тождественно, а уравнение под номером один можно записать в следующем виде [11,12,13]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{x + 2G}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (2.7)$$

Анализируя данное выражение введем новое обозначение C_1 , представляющее скорость распространения упругой волны для идеальной среды

$$C_1 = \sqrt{\frac{x + 2G}{\rho}} = \sqrt{\frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} \quad (2.8)$$

Решение дифференциального уравнения (2.7) обычно ищется в виде:

$$u(x, t) = A \sin \left[\frac{2\pi}{l_1} (x - C_1 t) \right], \quad (2.9)$$

здесь A – амплитуда колебательного движения; l_1 – длина волны, распространяющейся вдоль заданного направления.

Описанные величины позволяют определить период колебаний:

$$T_1 = \frac{l_1}{c_1} \quad (2.10)$$

Из уравнения (2.8) видно, что на скорость расширения – c_1 , влияют механические свойства упругой среды [19,22,88,90].

Перемещения точек среды возможны только по направлению оси z , т.е. $w = w(x, t)$; $v = u = 0$.

Волновые процессы характеризуются не только значительными усилиями, но и существенными величинами ускорений, которые вызывают дополнительные силы инерции. [43,52,66,71,72,76].

Для случая распространения поперечной волны (волны сдвига) характерно выполнение следующих соотношений:

$$\Delta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0; \frac{\partial \Delta}{\partial x} = \frac{\partial \Delta}{\partial y} = \frac{\partial \Delta}{\partial z} = 0; \nabla^2 w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \nabla^2 v = 0; \nabla^2 u = 0; \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0; \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (2.11)$$

При этом уравнение (3.) принимает следующий вид:

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - G \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0. \quad (2.12)$$

Здесь можно ввести новое обозначение, определяющее скорость поперечной волны:

$$C_2 = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}} \quad (2.13)$$

Учитывая, что скорости распространения упругих волновых фронтов, определяются механическими свойствами материала конструкции, можно показать, что отношение скоростей продольной и поперечной волны выражается следующими соотношениями:

$$\frac{C_1}{C_2} = \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho}}. \quad (2.14)$$

Из определяющего уравнения (2.11) можно определить вертикальные перемещения в виде:

$$w(x, t) = B * \sin \left[\frac{2\pi}{l_2} (x - C_2 t) \right] \quad (2.15)$$

где параметр B обозначает наибольшую величину вертикального перемещения заданной точки при $l_2 = T_2$, C_2 - длина поперечной волны, T_2 - период для поперечных колебаний [2, 7].

Особенности зарождения и распространения волновых поверхностей в пограничном слое, позволяют утверждать, что нормальная скорость таких волн C_3

в первую очередь зависит от параметров передачи продольных волн и связана с их скоростью следующим соотношением:

$$C_3 = nC_2 \quad (2.16)$$

Коэффициент n определяется из функционального соотношения:

$$n^6 - 8n^4 \left(3 - \frac{1-2\nu}{1-\nu} \right) n^2 - 16 \left[1 - \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \right] = 0. \quad (2.17)$$

Соотношение (2.17) решается численно с учетом конкретных значений коэффициента деформации.

В общем случае, уравнение (2.17) имеет шесть решений, связанных между собой попарно, из возможных парных значений выбираем наименьшее [14].

Используя выражение (2.14) для динамического нормального перемещения плиты с учетом соотношений для контактной силы, получим графические зависимости внутреннего поперечного усилия от времени.

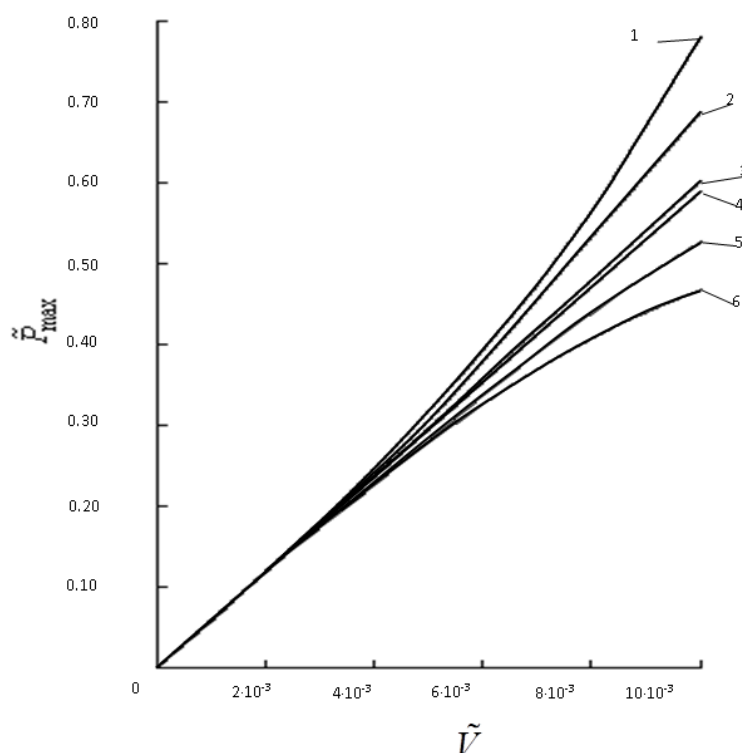


Рис. 2.7. Зависимость безразмерной максимальной силы воздействия колеса экипажа на рельсовую плетъ от скорости приложения динамической силы $\tilde{V}$ для различных значений приведенной безразмерной характеристики жесткости железнодорожного пути $\tilde{E}$

2.5 Формулирование условий для создание расчетной математической модели плиты основания железнодорожного пути

Анализ работ отечественных и зарубежных авторов показал, что достоверность результатов численного моделирования для описания показателей натурных экспериментов для естественного неармированного основания и подстилающего слоя с армированными элементами достаточно высока и в целом соответствует требованиям проектирования и строительства традиционных железных дорог.

Погрешность результатов находится в диапазоне 10% для обычного основания и 10% для усиленного основания. Окончательные расчетные значения для численного моделирования хорошо согласуются с экспериментальными данными. Нужно отметить и имеющиеся расхождения в результатах численно-аналитического моделирования и компьютерно-имитационного и натурных экспериментов при скоростях экипажа выше 200-250 км/ч. Данный факт подтверждает актуальность проводимых исследований.

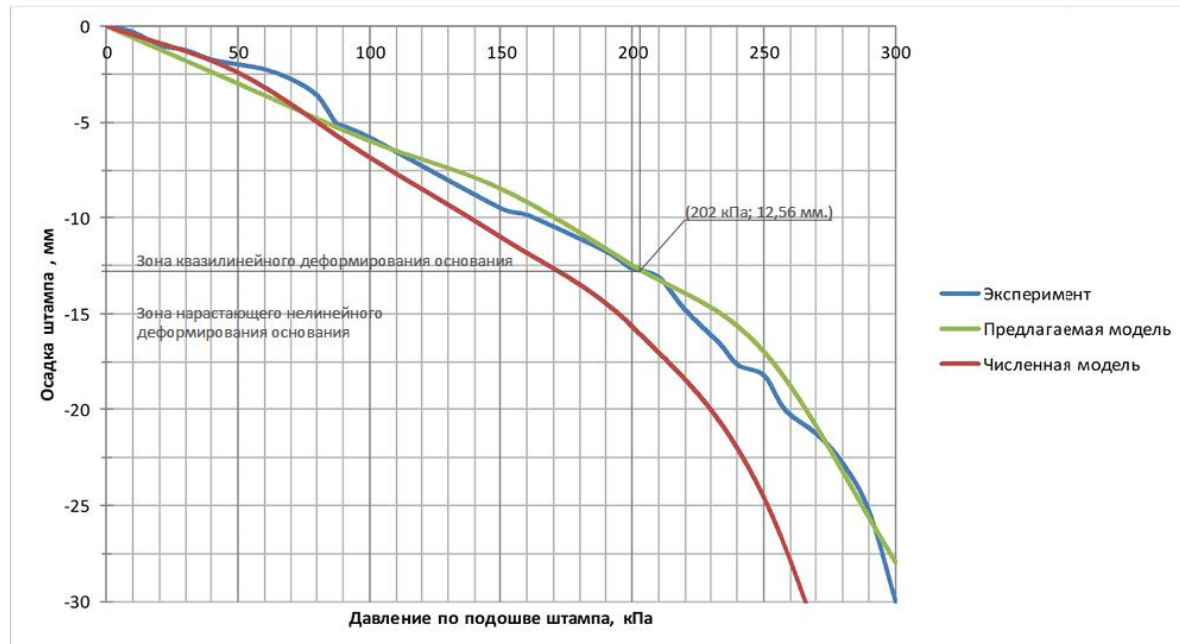


Рис.2.8. Работа основания

С помощью анализа результатов численного моделирования, определены силы максимально допустимого сопротивления для основания с армированным подстилающим слоем и без него [83].

Значение силы предельного сопротивления плитного основания с учетом узла опирания рельса на него с переменным шагом армирования ($F_{ш\text{ арм}}$) по традиционной методике представляется в следующем виде:

$$F_{ш\text{ арм}} = F_{ш\text{ арм.в.}} + F_{ш\text{ арм.мех}} ; \quad (2.18)$$

$$F_{ш} = \gamma_{\sigma} b_1 N_{\gamma} + N_q q + c_{k1} N_c ; \quad (2.19)$$

$$F_{ш} = b_{ш} l_{ш} (\gamma_{\sigma} b_1 N_{\gamma} \xi_{\gamma} + N_q q \xi_q + c_{k1} N_c \xi_c) \quad (2.20)$$

Расчетная схема расположения предполагаемых армирующих элементов приведена на рис.2.9

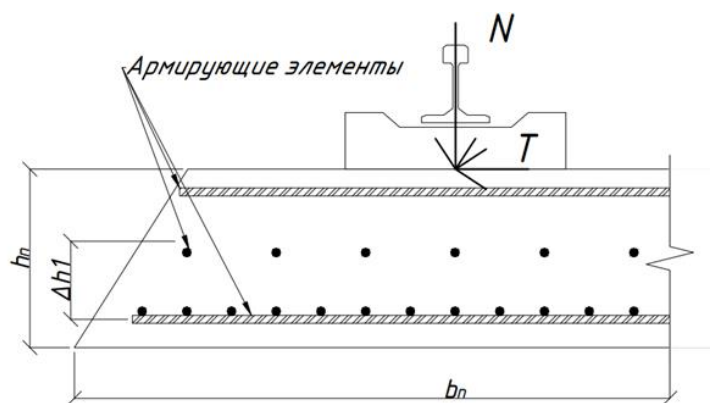


Рис. 2.9 Расчетная схема плиты с армирующими элементами.

По значениям показателей численного моделирования построен график для определения значений поправочных коэффициентов k_{γ} , k_q и k_c рис. 2.10 в зависимости от свойств плиты, определяемых материалом самой плиты и основания (Φ_k/Φ_f).

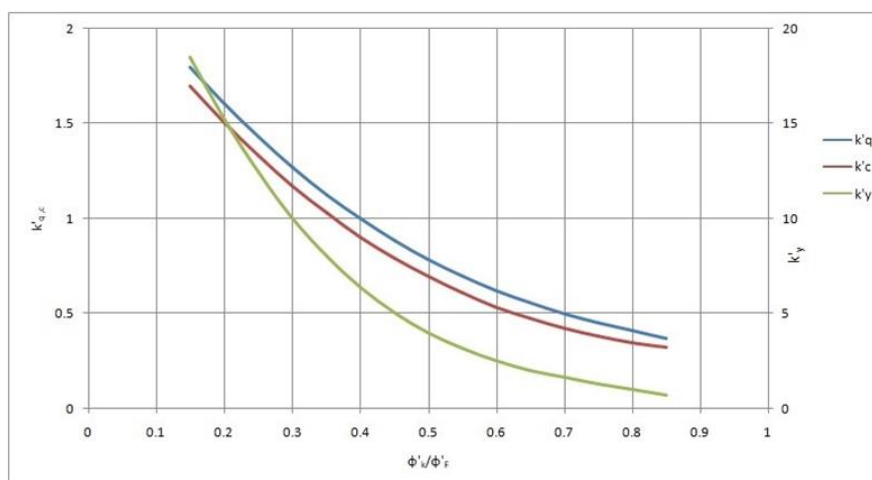


Рис.2.10. Зависимость поправочных коэффициентов от соотношения характеристик материалов.

В качестве параметров материала бетона для основания безбалластного пути может выступать угол естественного откоса бетона при твердении или факторы начала дилатации. Так как при сдвиге бетонного слоя по фиксированной плоскости, при наличии сцепления между частицами будет происходить сдвиг всей структуры, которая сначала приведёт к доуплотнению бетона, называемой дилатация, а при дальнейшем сдвиге-разуплотнению бетона (контракция), что приводит к неизбежному образованию трещин. В предельном состоянии сдвиг бетона по фиксированной плоскости происходит без увеличения сдвигающей нагрузки.

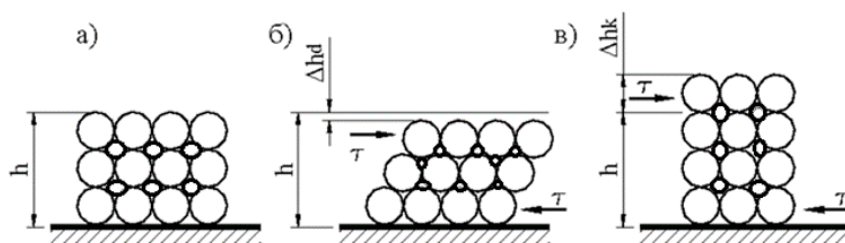


Рис.2.11 Схематическая схема дилатации конструкции основания; а) исходное состояние; б) дилатация –доуплотнение в) контракция – разуплотнение; h-исходная высота образца; Δh_d - уменьшенная высота образца за счет дилатации; h_k - увеличение высоты образца за счет контракции; τ - действие сдвигового напряжения

Зависимости учитывающие постоянную дилатацию бетона:

В качестве параметров для основания безбалластного пути может выступать угол естественного откоса бетона при твердении или факторы начала дилатации. В предельном состоянии сдвиг бетона по фиксированной плоскости происходит без увеличения величины сдвигающей нагрузки.

$$\Lambda = \sin \psi = -\frac{d\varepsilon_v^p}{d\gamma^p}, \varphi \geq 30^\circ; \psi = \varphi - 30^\circ, \varphi < 30^\circ; \psi = 0^\circ \quad (2.21)$$

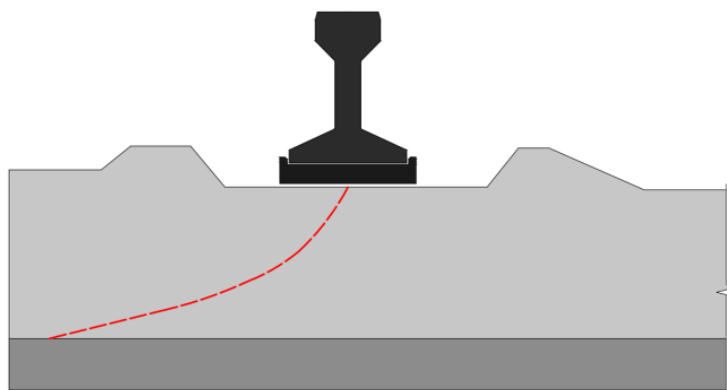


Рис.2.12. Поперечное сечения фрагмента ВСП

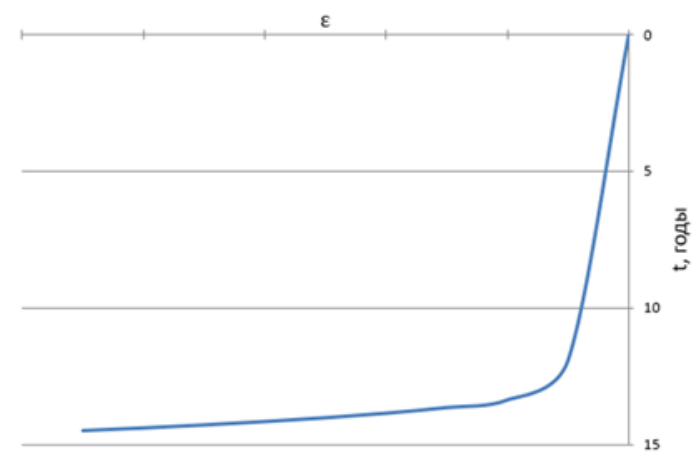


Рис. 2.13. График зависимости напряжения в бетоне от времени (год)

Таким образом, плотность неуплотненного бетона зависит от уровня действующих в нем сжимающих напряжений.

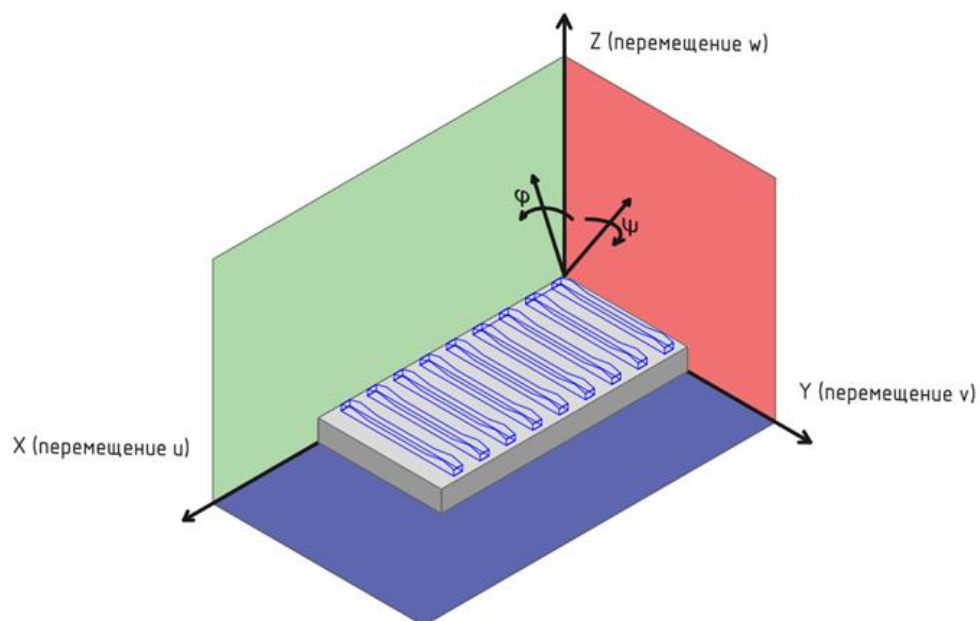


Рис.2.14. Расположение координатных осей с учетом анизотропных свойств конструкции

В ситуации не вертикальной передачи нагрузки на армированное основание необходимо учитывать угол приложения нагрузки в трех взаимно перпендикулярных плоскостях, поскольку это увеличивает образование микротрещин и, впоследствии, приводит к нарастанию дилатации. Тогда поправочные коэффициенты определяются по формулам:

$$k'_{y,c,q} = 1 + (k_{y,c,q} - 1) * (h_n / h_{n,\delta}) \quad (2.22)$$

Где $h_{n,\delta}$ - теоретическая высота плиты основания при угле нагрузки $\delta \neq 0$ и h_n - теоретическая высота подушки при угле нагрузки $\delta = 0$. В таком случае формула для определения силы предельного сопротивления примет следующий вид:

$$F_{ш.арм.с} = b_{ш} l_{ш} (\gamma_b b_1 N_\gamma k_\gamma + N_q q k_q + c_{k1} N_c k_c) \quad (2.23)$$

Толщина плоского элемента бетонного основания определяется исходя из соотношения:

$$0,5m \leq h_n = \sum_{i=1}^{i=n} (n_i - 1)100 + 200 \leq h_{n,max} = (b / 2) \operatorname{tg}(45^\circ + \varphi_{1k} / 2). \text{Значение } h_{n,\delta}$$

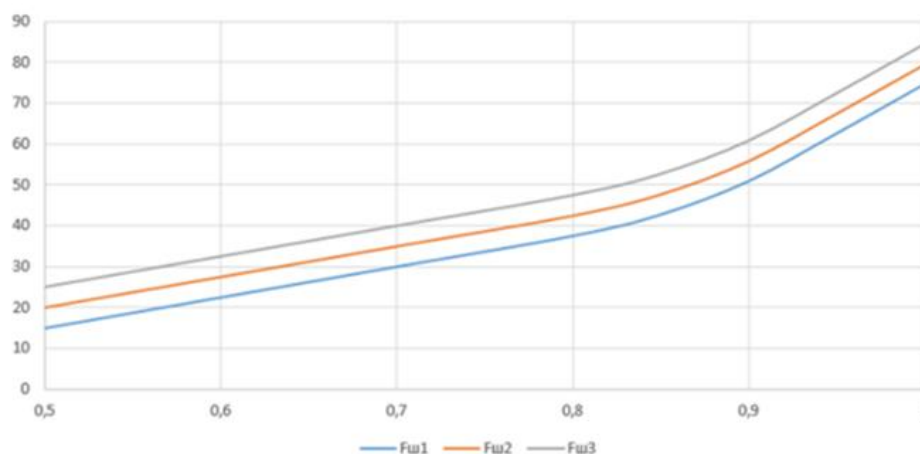
определяется по формуле:

$$h_{n,\delta} = \frac{\sin \nu_{\alpha\beta} * \cos(\vartheta_{a,\beta} - \varphi'_F)}{\cos \varphi'_F} b; \vartheta_{a,\delta} = \operatorname{arccctg} \sqrt{(1 + \operatorname{tg} \varphi_F^2) \frac{\operatorname{tg} \varphi'_F - \operatorname{tg} \delta}{\operatorname{tg} \varphi'_F + \operatorname{tg} \delta}} - \operatorname{tg} \varphi'_F \quad (2.24)$$

Где $\vartheta_{a,\delta}$ - угол поверхности образования микротрещин

По итогам было обнаружено, что механические свойства армирующих материалов, такие как линейная твердость, относительное удлинение и сопротивление растяжению и сопротивление выдергиванию, будут иметь значительное влияние на работу армированных слоев и конструкции в целом. В предложенном алгоритме присутствовали отдельные параметры $F_{ш.арм.с}$, отражающие изменение конечной прочности сопротивления за счет механических свойств горизонтальных и вертикальных армирующих материалов (линейная жесткость и ее расположение в массе материала плоского элемента). Этот параметр также отражает переменный шаг, предлагаемый для армирования металлическими и полимерными материалами.

а



б

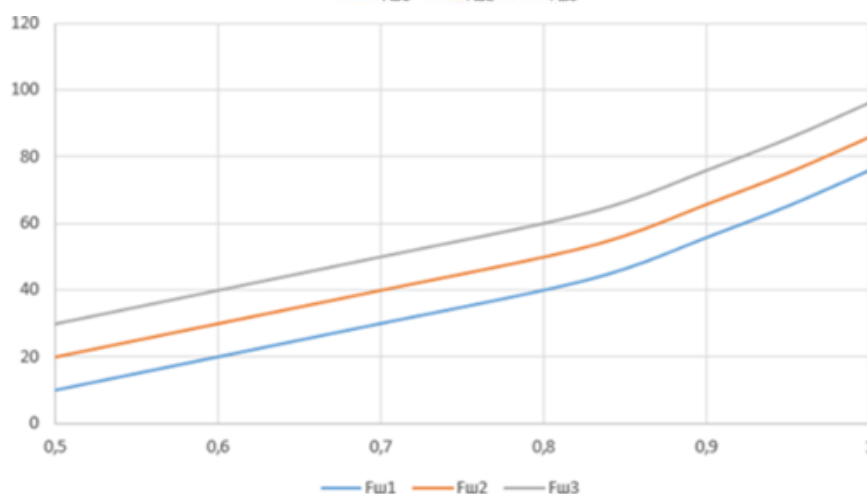


Рис 2.15. а, б. Увеличение параметров предельного сопротивления за счет горизонтального и вертикального армирования с различным шагом

Действующая редакция СП 22.13330.2016 рекомендует определять осадку армированного основания по методу послойного суммирования, по схеме двухслойного основания, рассматривая армированную подушку на слабом грунте или на подстилающем слое рис. 2.16. Для облегчения определения параметров предельного сопротивления за счет механических свойств горизонтальных и вертикальных армирующих элементов и с учетом переменного шага армирования построены графики значений с требуемыми параметрами 100, 500, 1000 Кн / м и точки расположения арматуры (графики на рис. 2.15 а, б.)

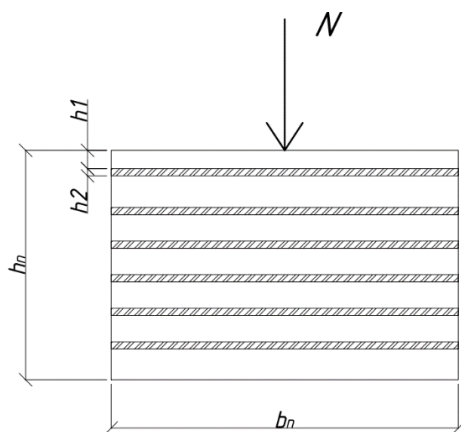


Рис. 2.16. Общий вид схемы, состоящей из чередующихся слоев

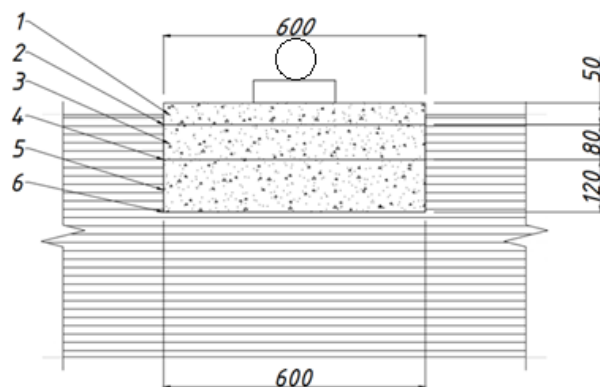


Рис 2.17. Схема приложения штамповой нагрузки.

В этом случае армированное бетонное основание рассматривается как среда из чередующихся изотропных слоев толщами h_1, h_2 , обладающими различными свойствами. Таким образом, приведенный модуль деформации определяется по следующей формуле:

$$E_{\text{прив.}} = n_1 E_1 + n_2 E_2 + \frac{n_1 n_2 E_1 E_2 (\mu_1 - \mu_2)^2}{n_1 E_1 (1 - \mu_2^2) + n_2 E_2 (1 - \mu_1^2)} \quad (2.25)$$

Где E_1, E_2 - модули деформации (упругости) чередующихся изотропных слоев; μ_1, μ_2 - коэффициенты Пуассона чередующихся изотропных слоев.

$$n_1 = h_1 / h, \quad n_2 = h_2 / h, \quad h = h_1 + h_2. \quad (2.26)$$

Приведенный коэффициент Пуассона равен:

$$\mu = \frac{n_1 E_1 \mu_1 (1 - \mu_2^2) + n_2 E_2 \mu_2^2 (1 - \mu_1^2)}{n_1 E_1 (1 - \mu_2^2) + n_2 E_2 (1 - \mu_1^2)} \quad (2.27)$$

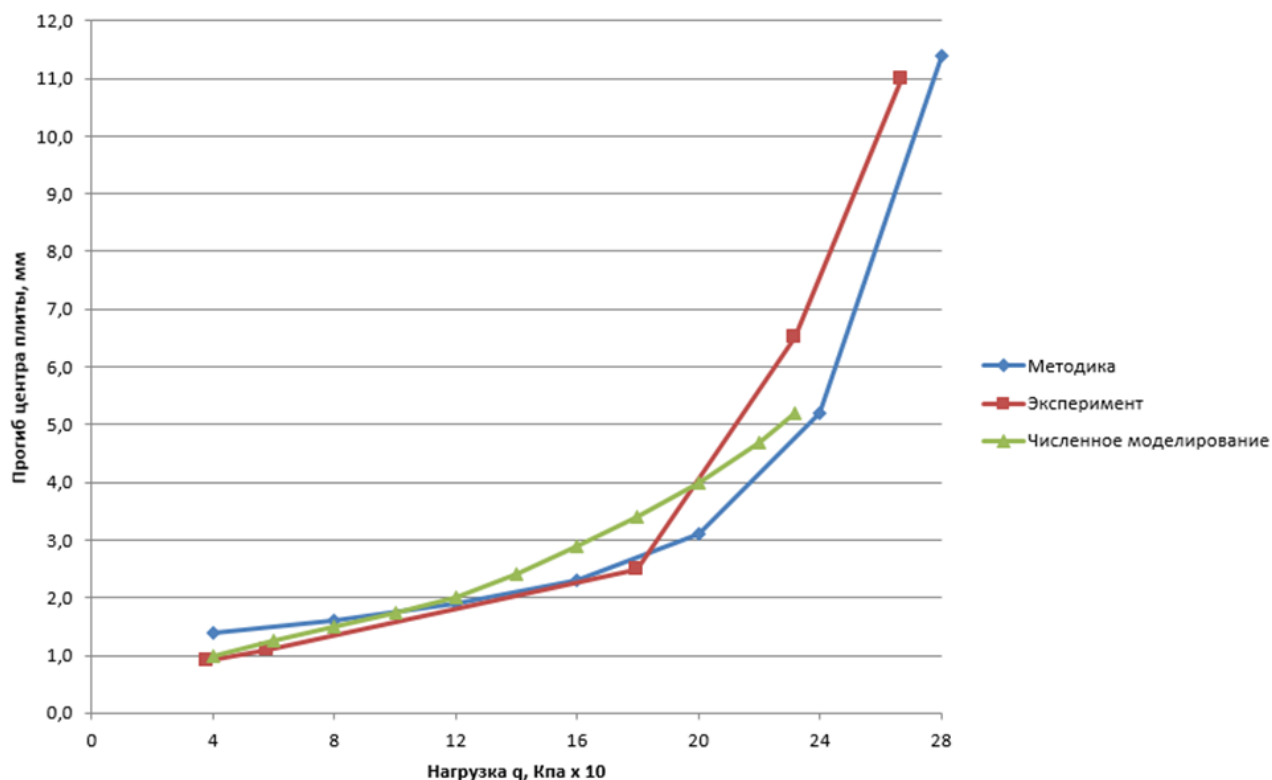


Рис.2.18. Зависимость нормального перемещения плиты от различной нагрузки

Для расчета осадки используется метод послойного суммирования, который показывает достаточно хорошую сходимость в пределах 10% результатов натурных испытаний армированного основного слоя. По мере увеличения давления расхождение между данными «численно-вычисленных значений, добавленных послойным суммированием» увеличивается.

Выводы по второй главе

Проведенные в настоящем разделе исследования и полученные зависимости характеристик, определяющих динамическое поведение конструкций железнодорожного пути, позволяют сформулировать следующие выводы:

Традиционная квазистатическая постановка задачи не учитывает распространение волн, в таком представлении задачи деформирования основания рельсошпальной решетки железнодорожного пути часто сводится к определению приведенного модуля деформации, при этом рассматриваются только линейные стадии деформирования армированных элементов несущей конструкции. Осадка железнодорожного полотна при такой постановке задачи определяется с точностью 10-15%, что является не всегда достаточным в реальных инженерных задачах. Увеличение точности связано с необходимостью рассмотрения упругопластических зданий деформирования основания и использованием численных методов.

Традиционные модели неплохо подходят для определения деформации пути при скоростях движения экипажей до 140 км/ч, при больших скоростях заметную роль начинают играть волновые процессы в элементах конструкции железнодорожного пути, если же рассматривать эксплуатационные скорости до 450 км/ч, под которые проектируются отечественные высокоскоростные магистрали, то учет распространения упругих волн в ряде случаев может иметь определяющее значение.

В качестве основных результатов исследования можно отметить не только аналитические и графические зависимости, но и предложенную конструкцию железобетонной плиты основания железнодорожного пути, использование которой совместно с описанными вычислительными алгоритмами и процедурами может существенно упростить труд инженеров-проектировщиков и конструкторов, разрабатывающих проекты и выполняющих научно-техническое сопровождение строительства высокоскоростных магистралей и железных дорог для скоростного пассажирского движения.

Глава 3 Построение модели динамического поведения плоской конструкции основания железнодорожного пути

В настоящем разделе диссертации в построении математической модели предлагается реализовать подход пошагового усложнения используемых определяющих уравнений, что позволит проверять получаемые результаты на каждом этапе такого итерационного процесса и понять, чем концептуально в составе рассчитываемой конструкции отличается между собой бетон, железобетон, предварительно-напряженный железобетон и как влияет расположение армирующих элементов на геометрические, кинематические и динамические параметры деформирования конструкции при знакопеременном воздействии динамической нагрузки, от проходящего состава. Разрабатываемая модель при адаптации может позволить учесть и подвижность перевозимого груза, если, например, поезд содержит вагоны-цистерны или хопперы для перевозки сыпучих грузов.

Вначале данной главы рассматривается изотропная пластина, которая достаточно хорошо может моделировать бетонную плиту основания без армирования, затем рассматривается вязкоупругая пластина, реологические свойства которой, моделируются с помощью функции релаксации с экспоненциальным ядром, такая модель оправдана при использовании каутона или многослойной бетонной конструкции с включениями резиновых или композитных прокладок между различными слоями бетона [1].

Затем переходим к анизотропной конструкции плоского элемента, определяющие уравнения для которого решаются в двух приложениях: вблизи области приложения нагрузки от колесной пары и на удалении от этой области, при этом в обоих случаях учитываются волновые процессы и итоговое решение получается при совмещении решений контактной и волновой задачи при деформировании плиты основания.

За фронтами упругих волн искомая функция перемещений $Z(x, t)$ представляется в виде следующего степенного разложения по координате и по времени:

$$Z(s, t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} [Z_{,(k)}]_{t=s/G} \left(t - \frac{s}{G}\right)^k H\left(t - \frac{s}{G}\right) \quad (3.1)$$

Где $Z_{,(k)} = \partial^k Z / \partial t^k$ знаки «+» и «-» относятся к значениям производной $Z(k)$, подсчитанным перед волновой поверхностью Σ и за ней соответственно, G – нормальная скорость волны Σ , $H(t-s/G)$ – единичная функция Хевисайда, s – длина дуги, отсчитываемая вдоль луча, t – время. Для уменьшения числа неизвестных используются геометрические и кинематические условия совместности, предложенные Томасом.

$$G \left[\frac{\partial Z_{,(k)}}{\partial s} \right] = -[Z_{,(k+1)}] + \frac{\delta [Z_{,(k)}]}{\delta t} \quad (3.2)$$

где s – пространственная координата вдоль направления распространения волны, а остальные две пространственные координаты являются одновременно и поверхностными координатами на волновой поверхности (координатные линии являются взаимно ортогональными), $\delta / \delta t$ – δ производная по времени на поверхности волнового фронта. Условия совместности используются для перехода от производных по пространственной координате к производным по времени старшего порядка, т.к. в волновые уравнения изначально входят и те, и другие виды производных. При решении волновой задачи нужно задаться конкретной точкой железобетонного элемента основания пути, где необходимо вычислить динамические характеристики.

3.1 Расчетная модель для упругой изотропной плиты

Динамическое поведение упругой изотропной пластинки в полярной системе координат r, φ, z описывается уравнениями Уфлянда-Миндлина, учитывающими инерцию вращения и деформацию поперечного сдвига:

$$\frac{1}{r} (M_r - M_\varphi) + \frac{\partial M_r}{\partial r} + Q_r = \frac{\rho h^3}{12} \ddot{\beta}_r, \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial Q_r}{\partial r} + \frac{Q_r}{r} = \rho h \dot{W}, \quad (3.4)$$

$$\dot{M}_r = D \left(\frac{\partial \dot{\beta}_r}{\partial r} + \sigma \frac{\dot{\beta}_r}{r} \right), \quad \dot{M}_\varphi = D \left(\frac{\dot{\beta}_r}{r} + \sigma \frac{\partial \dot{\beta}_r}{\partial r} \right), \quad (3.5)$$

$$\dot{Q}_r = K\mu h \left(\frac{\partial W}{\partial r} - \dot{\beta}_r \right), \quad (3.6)$$

где M_r и M_φ - изгибающие моменты в направлениях r и φ соответственно, Q_r – поперечная сила; $\dot{\beta}_r$ - угловая скорость вращения нормали в направлении r , $D = E'h^3/12$ – цилиндрическая жесткость, $K = \pi^2/12$.

Для определения коэффициентов лучевого ряда, отрезок которого составляется для каждой искомой функции (перемещения, местные деформации, скорость перемещений), необходимо продифференцировать определяющие волновые уравнения (3.3-3.6) для пластинки k раз по времени, взять их разность на различных сторонах волновой поверхности Σ и применить условие совместности для перехода от скачка производной от функции Z по координате к скачку производной от искомой функции по времени более высокого порядка.

В результате из уравнений движения (3.3, 3.4) получаем систему рекуррентных дифференциальных уравнений, решая которую можно найти скачки искомых величин с точностью до произвольных констант:

$$\left(1 - \frac{\rho G^2}{E'} \right) \omega_{(k+1)} = 2 \frac{\delta \omega_{(k)}}{\delta t} + Gr^{-1} \omega_{(k)} + bGX_{(k)} + F_{1(k-1)}, \quad (3.7)$$

$$\left(1 - \frac{\rho G^2}{K\mu} \right) X_{(k+1)} = 2 \frac{\delta X_{(k)}}{\delta t} + Gr^{-1} X_{(k)} - G\omega_{(k)} + F_{2(k-1)}, \quad (3.8)$$

где, $\omega_{(k)} = [B_{r,(k+1)}]$, $X_{(k)} = [W_{(k)}]$, $b = KmhD^{-1}$, $r = r_0 + Gt$,

$$F_{1(k-1)} = -\frac{\delta^2 \omega_{(k-1)}}{\delta t^2} - Gr^{-1} \frac{\delta \omega_{(k-1)}}{\delta t} + G^2 r^{-2} \omega_{(k-1)} - bG \frac{\delta X_{(k-1)}}{\delta t} + bG^2 \omega_{(k-1)},$$

$$F_{2(k-1)} = -\frac{\delta^2 X_{(k-1)}}{\delta t^2} - Gr^{-1} \frac{\delta X_{(k-1)}}{\delta t} + G \frac{\delta \omega_{(k-1)}}{\delta t} + G^2 r^{-1} \omega_{(k-1)}. \quad (3.9)$$

При выводе уравнений (3.5) и (3.6) учитывался осесимметричный характер задачи и, следовательно, независимость волновых характеристик от угла φ . Ограничимся в дальнейшем пятью членами лучевого ряда для искомых функций,

что позволит определить их с необходимой точностью. Полагая в (3.7) и (3.8) $k = -1, 0, 1, 2, 3$, получим скачки соответствующего порядка на первой и второй волнах.

Полагая $k = -1$, из (3.7) и (3.8) находим на первой волне (квазипродольной)

$$\rho G^{(1)2} = E', \quad \omega_{(0)}^{(1)} \neq 0, \quad X_{(0)}^{(1)} = 0, \quad (3.10)$$

и на второй волне (квазисдвиговой)

$$\rho G^{(2)2} = K\mu, \quad X_{(0)}^{(2)} \neq 0, \quad \omega_{(0)}^{(2)} = 0. \quad (3.11)$$

Интегрируя (3.7) при $k = 0$, получим

$$\omega_{(0)}^{(1)} = c_0^{(1)} r_1^{-1/2}, \quad (3.12)$$

а из (3.8) получаем алгебраическое выражение для

$$X_{(1)}^{(1)} = -\frac{c_0^{(1)}}{f} G^{(1)} r_1^{-1/2}, \quad (3.13)$$

где $f = 1 - E' K^{-1} \mu^1 = 1 - G^{(1)2} / G^{(2)2}$, $c_0^{(1)}$ - произвольная постоянная, $r_\alpha = G^{(\alpha)} t + r_0$ ($\alpha = 1, 2$).

Для определения скачков $\omega_{(1)}^{(1)}$ и $X_{(2)}^{(1)}$ подставим известные величины $X_{(1)}^{(1)}$ и $\omega_{(0)}^{(1)}$ в (3.5) и (3.8) при $k = 1$. В результате получим

$$\omega_{(1)}^{(1)} = c_1^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{3}{8} c_0^{(1)} G^{(1)} r_1^{-3/2} - \frac{1}{2} c_0^{(1)} \frac{b}{e} G^{(1)} r_1^{1/2}, \quad (3.14)$$

$$X_{(2)}^{(1)} = G^{(1)} f^{-1} \left[-c_1^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{1}{8} c_0^{(1)} G^{(1)} r_1^{-3/2} + \frac{1}{2} \frac{b}{e} c_0^{(1)} G^{(1)} r_1^{1/2} \right], \quad (3.15)$$

где $c_1^{(1)}$ - произвольная постоянная, $e = 1 - K\mu / E' = 1 - G^{(2)2} / G^{(1)2}$.

Аналогичным образом на второй волне находим

$$X_{(0)}^{(2)} = c_0^{(2)} r_2^{-1/2}, \quad \omega_{(1)}^{(2)} = c_0^{(2)} \frac{b}{e} G^{(2)} r_2^{-1/2}, \quad (3.16)$$

$$X_{(1)}^{(2)} = c_1^{(2)} r_2^{-1/2} - \frac{1}{8} c_0^{(2)} G^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} c_0^{(2)} \frac{b}{e} G^{(2)} r_2^{1/2}, \quad (3.17)$$

$$\omega_{(2)}^{(2)} = \frac{b}{e} G^{(2)} \left[c_1^{(2)} r_2^{-1/2} + \frac{3}{8} G^{(2)} c_0^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{b}{2e} G^{(2)} c_0^{(2)} r_2^{1/2} \right], \quad (3.18)$$

где $c_0^{(2)}$ и $c_1^{(2)}$ - произвольные постоянные.

Следуя описанной выше схеме, определяем скачки следующих порядков на первой волне:

при $k = 2$

$$\begin{aligned} \omega_{(2)}^{(1)} = & c_2^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{3}{8} G^{(1)} c_1^{(1)} r_1^{-3/2} - \frac{1}{2} \frac{b}{e} G^{(1)} c_1^{(1)} r_1^{1/2} - \\ & - \frac{15}{128} G^{(1)2} c_0^{(1)} r_1^{-5/2} + \frac{1}{8} G^{(1)2} \frac{b^2}{e^2} c_0^{(1)} r_1^{3/2}, \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} X_{(3)}^{(1)} = & \frac{G^{(1)}}{f} \left[-c_2^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{1}{8} c_1^{(1)} G^{(1)} r_1^{-3/2} + \frac{1}{2} \frac{b}{e} G^{(1)} c_1^{(1)} r_1^{1/2} - \right. \\ & \left. - \frac{9}{128} c_0^{(1)} G^{(1)2} r_1^{-5/2} - \frac{b}{e} c_0^{(1)} G^{(1)2} \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{f} \right) r_1^{-1/2} - \frac{1}{8} G^{(1)2} \frac{b^2}{e^2} c_0^{(1)} r_1^{3/2} \right], \end{aligned} \quad (3.20)$$

при $k=3$

$$\begin{aligned} \omega_{(3)}^{(1)} = & c_3^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{3}{8} G^{(1)} c_2^{(1)} r_1^{-3/2} - \frac{1}{2} \frac{b}{e} G^{(1)} c_2^{(1)} r_1^{1/2} - \frac{15}{128} c_1^{(1)} G^{(1)2} r_1^{-5/2} + \\ & + \frac{1}{8} \frac{b^2}{e^2} G^{(1)2} c_1^{(1)} r_1^{3/2} + \frac{105}{512} c_0^{(1)} G^{(1)3} r_1^{-7/2} - \frac{15}{256} G^{(1)} c_0^{(1)} \frac{b}{e} G^{(1)2} r_1^{-3/2} + \\ & + \frac{1}{2} \frac{b^2}{e^2} G^{(1)3} c_0^{(1)} \left(\frac{1}{f} + \frac{5}{32} \right) r_1^{1/2} - \frac{1}{48} \frac{b^3}{e^3} G^{(1)3} c_0^{(1)} r_1^{5/2}, \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$X_{(4)}^{(1)} = \frac{G^{(1)}}{f} \left[-c_3^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{1}{8} G^{(1)} c_2^{(1)} r_1^{-3/2} + \frac{1}{2} \frac{b}{e} G^{(1)} c_2^{(1)} r_1^{1/2} - \frac{9}{128} c_1^{(1)} G^{(1)2} r_1^{-5/2} + \right.$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{b}{e} G^{(1)2} \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{f} \right) c_1^{(1)} r_1^{-1/2} - \frac{b^2}{8e^2} G^{(1)2} c_1^{(1)} r_1^{3/2} - \\
& -\frac{15}{512} c_0^{(1)} G^{(1)3} r_1^{-7/2} - \frac{1}{8} \frac{b}{e} G^{(1)3} c_0^{(1)} \left(\frac{1}{f} - \frac{15}{32} \right) r_1^{-3/2} + \\
& + \frac{b^2}{e^2} G^{(1)3} \left(\frac{15}{64} - \frac{1}{f} \right) c_0^{(1)} r_1^{1/2} + \frac{1}{48} \frac{b^3}{e^3} G^{(1)3} c_0^{(1)} r_1^{5/2} \Big], \quad (3.22)
\end{aligned}$$

на второй волне при $k = 2$

$$\begin{aligned}
X_{(2)}^{(2)} &= c_2^{(2)} r_2^{-1/2} - \frac{1}{8} G^{(2)} c_1^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{b}{2e} G^{(2)} c_1^{(2)} r_2^{1/2} + \\
& + \frac{9}{128} G^{(2)2} c_0^{(2)} r_2^{-5/2} + \frac{b^2}{8e^2} G^{(2)2} c_0^{(2)} r_2^{3/2}, \quad (3.23)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{(3)}^{(2)} &= \frac{b}{e} G^{(2)} \left[c_2^{(2)} r_2^{-1/2} + \frac{3}{8} G^{(2)} c_1^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{b}{2e} G^{(2)} c_1^{(2)} r_2^{1/2} + \right. \\
& \left. + \frac{b}{e} G^{(2)2} c_0^{(2)} \left(\frac{1}{e} + \frac{3}{4} \right) r_2^{-1/2} - \frac{15}{128} G^{(2)2} c_0^{(2)} r_2^{-5/2} + \frac{b^2}{8e^2} G^{(2)2} c_0^{(2)} r_2^{3/2} \right], \quad (3.24)
\end{aligned}$$

при $k = 3$

$$\begin{aligned}
X_{(3)}^{(2)} &= c_3^{(2)} r_2^{-1/2} - \frac{1}{8} G^{(2)} c_2^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{b}{2e} G^{(2)} c_2^{(2)} r_2^{1/2} + \frac{9}{128} G^{(2)2} c_1^{(2)} r_2^{-5/2} + \\
& + \frac{b^2}{8e^2} G^{(2)2} c_1^{(2)} r_2^{3/2} - \frac{75}{1024} G^{(2)3} c_0^{(2)} r_2^{-7/2} - \frac{9}{256} \frac{b}{e} G^{(2)3} c_0^{(2)} r_2^{-3/2} + \\
& + \frac{1}{2} \frac{b^2}{e^2} G^{(2)3} c_0^{(2)} \left(\frac{1}{e} + \frac{9}{32} \right) r_2^{1/2} + \frac{1}{48} \frac{b^3}{e^3} G^{(2)3} c_0^{(2)} r_2^{5/2}, \quad (3.25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{(4)}^{(2)} &= \frac{b}{e} G^{(2)} \left[c_3^{(2)} r_2^{-1/2} + \frac{3}{8} c_1^{(2)} G^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} \frac{b}{e} G^{(2)} c_2^{(2)} r_2^{1/2} + \right. \\
& + \frac{b}{e} G^{(2)2} \left(\frac{1}{e} + \frac{3}{4} \right) c_1^{(2)} r_2^{-1/2} - \frac{15}{128} G^{(2)2} c_1^{(2)} r_2^{-5/2} + \frac{1}{8} \frac{b^2}{e^2} G^{(2)2} c_1^{(2)} r_2^{3/2} + \\
& \left. + \frac{105}{1024} G^{(2)3} c_0^{(2)} r_2^{-7/2} + \frac{3}{8} \frac{b}{e} G^{(2)3} \left(\frac{1}{e} + \frac{29}{32} \right) c_0^{(2)} r_2^{-3/2} + \right.
\end{aligned}$$

$$+\frac{b}{e}G^{(2)3}\left(\frac{1}{e}+\frac{29}{64}\right)c_0^{(2)}r_2^{1/2}+\frac{1}{48}\frac{b^3}{e^3}G^{(2)3}c_0^{(2)}r_2^{5/2}\Big]. \quad (3.26)$$

Найденные скачки позволяют записать выражения для искомых функций W и Q_r в виде отрезков лучевых рядов с точностью до коэффициентов [9,10], которые определяются из граничных условий:

$$W \cong \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{k=0}^4 \frac{1}{k!} X_{(k)}^{(\alpha)} (y_\alpha)^k H(y_\alpha), \quad (3.27)$$

$$Q_r \cong K \mu h \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{k=0}^4 \frac{1}{k!} \left(-X_{(k)}^{(\alpha)} G^{(\alpha)-1} + \frac{\delta X_{(k-1)}^{(\alpha)}}{\delta t} G^{(\alpha)-1} - \omega_{(k-1)}^{(\alpha)} \right) (y_\alpha)^k H(y_\alpha), \quad (3.28)$$

где $y_\alpha = t - (r - r_0)G^{(\alpha)-1}$, величины $X_{(k)}^{(\alpha)}$, $\omega_{(k)}^{(\alpha)}$ и их δ - производные подсчитываются при $y_\alpha=0$.

3.2 Расчетная модель для вязкоупругой изотропной плиты

В данном параграфе рассматривается вязкоупругая пластинка, вязкоупругие свойства материала которой, учитываются при сдвиговых деформациях путём представления модуля сдвига (и, следовательно, модуля Юнга) в виде оператора [16, 68]:

$$\tilde{\mu} = \mu_\infty \left[1 - \int_0^t g(t-t') \frac{d}{dt} dt' \right]. \quad (3.29)$$

Зависимость напряжения от деформации включает экспоненциальную функцию релаксации [68]. При этом считается, что коэффициент Пуассона не зависит от вязкоупругих свойств материала [16].

С учетом вязкоупругих свойств материала при сдвиговых деформациях выражения (2.6, 2.7) в полярной системе координат примут вид:

$$\dot{M}_r = -D_\infty \left[\left(\frac{\partial \dot{\beta}_r}{\partial r} + \sigma \frac{\dot{\beta}_r}{r} \right) - \int_0^t g(t-t') \left(\frac{\partial \ddot{\beta}_r}{\partial r} + \sigma \frac{\ddot{\beta}_r}{r} \right) dt' \right] \quad (3.30)$$

$$\dot{M}_\varphi = -D_\infty \left[\left(\frac{\dot{\beta}_r}{r} + \sigma \frac{\partial \dot{\beta}_r}{\partial r} \right) - \int_0^t g(t-t') \left(\frac{\ddot{\beta}_r}{r} + \sigma \frac{\partial \ddot{\beta}_r}{\partial r} \right) dt' \right] \quad (3.31)$$

$$\dot{Q}_r = K\mu_\infty h \left[\left(\frac{\partial W}{\partial r} - \dot{\beta}_r \right) - \int_0^t g(t-t') \left(\frac{\partial \dot{W}}{\partial r} - \ddot{\beta}_r \right) dt' \right] \quad (3.32)$$

где $D_\infty = E_\infty (1 - \sigma^2)^{-1} h^3 / 12$, $\mu_\infty = \frac{E_\infty}{2(1 + \sigma)}$, $g(t - t') = 1 - e^{-\frac{t-t'}{\tau}}$,

$g(t)$ – функция релаксации для модели Максвелла, t' – переменная интегрирования, E_∞ и μ_∞ – нерелаксированные значения модуля Юнга и модуля сдвига соответственно.

Коэффициенты лучевого ряда для искомой функции определяются также как в предыдущем параграфе.

В результате из уравнений движения (3.3), (3.4) получаем систему рекуррентных дифференциальных уравнений, решая которую можно определить скачки искомых величин с точностью до произвольных констант [24, 26, 37]:

$$\left(1 - \frac{\rho h^3 G^2}{12D} \right) \omega_{(k+1)} = 2 \frac{d\omega_{(k)}}{dt} + Gr^{-1} \omega_{(k)} + \omega_{(k)} \Gamma(0) + bGX_{(k)} + F_{1(k-1)}, \quad (3.33)$$

$$\left(1 - \frac{\rho G^2}{K\mu} \right) X_{(k+1)} = 2 \frac{dX_{(k)}}{dt} + Gr^{-1} X_{(k)} + X_{(k)} \Gamma(0) - G\omega_{(k)} + F_{2(k-1)}. \quad (3.34)$$

Здесь:

$$\begin{aligned} F_{1(k-1)} = & - \frac{d^2 \omega_{(k-1)}}{dt^2} - Gr^{-1} \frac{d\omega_{(k-1)}}{dt} + G^2 r^{-2} \omega_{(k-1)} - bG \frac{dX_{(k-1)}}{dt} + bG^2 \omega_{(k-1)} + \\ & + \left(-2 \frac{d\omega_{(k-1)}}{dt} - Gr^{-1} \omega_{(k-1)} + Gr^{-1} \frac{d\omega_{(k-2)}}{dt} - G^2 r^{-2} \omega_{(k-2)} + \frac{d^2 \omega_{(k-2)}}{dt^2} - bGX_{(k-1)} + \right. \\ & + bG \frac{dX_{(k-2)}}{dt} - bG^2 \omega_{(k-2)} \Big) \Gamma(0) + Gr^{-1} \sum_{i=0}^{i=k-3} \left(-\omega_{(i+1)} + \frac{d\omega_{(i)}}{dt} \right) \Gamma(0)_{(k-i-2)} - \\ & - Gr^{-1} \sum_{i=0}^{i=k-3} \left(Gr^{-1} \omega_{(i)} \right) \Gamma(0)_{(k-i-2)} - \sum_{i=0}^{i=k-3} \left(-\omega_{(i+1)} + \frac{d\omega_{(i)}}{dt} \right) \Gamma(0)_{(k-i-1)} + \\ & + \frac{d}{dt} \sum_{i=0}^{i=k-3} \left(-\omega_{(i+1)} + \frac{d\omega_{(i)}}{dt} \right) \Gamma(0)_{(k-i-2)} + \\ & + bG \sum_{i=0}^{i=k-3} \left(-X_{(i+1)} + \frac{dX_{(i)}}{dt} - G\omega_{(i)} \right) \Gamma(0)_{(k-i-2)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot - G^2 r^{-1} \omega_{(k-2)}) \Gamma(0) - \sum_{i=0}^{i=k-2} \left(-X_{(i+1)} + \frac{dX_{(i)}}{dt} - G\omega_{(i)} \right) \Gamma(0)_{(k-i-1)} + \\
& + \frac{d}{dt} \sum_{i=0}^{i=k-3} \left(-X_{(i+1)} + \frac{dX_{(i)}}{dt} - G\omega_{(i)} \right) \Gamma(0)_{(k-i-2)} + \\
& + Gr^{-1} \sum_{i=0}^{i=k-3} \left(-X_{(i+1)} + \frac{dX_{(i)}}{dt} - G\omega_{(i)} \right) \Gamma(0)_{(k-i-2)} .
\end{aligned} \tag{3.35}$$

где $\Gamma(t) = \dot{g}(t)$ – ядро релаксации, $\Gamma(0)$ – ядро релаксации в начальный момент времени $t = 0$.

Полагая в (3.33) и (3.34) $k = -1, 0, 1, 2, 3$, получим скачки соответствующего порядка на первой волне:

$$X_{(0)}^{(1)} = 0, \tag{3.36}$$

$$\omega_{(0)}^{(1)} = c_0^{(1)} r_1^{-1/2} \exp(-1/2 \Gamma(0)t), \tag{3.37}$$

$$X_{(1)}^{(1)} = -\frac{c_0^{(1)}}{f} G^{(1)} r_1^{-1/2} \exp(-1/2 \Gamma(0)t) . \tag{3.38}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{(1)}^{(1)} = & \left[c_1^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{3}{8} c_0^{(1)} G^{(1)} r_1^{-3/2} - \frac{1}{2} c_0^{(1)} \frac{b}{e} G^{(1)} r_1^{1/2} - \frac{3 \Gamma(0)^2 c_0^{(1)}}{8 G^{(1)}} r_1^{1/2} \right] \times \\
& \times \exp(-1/2 \Gamma(0)t) ,
\end{aligned} \tag{3.39}$$

$$\begin{aligned}
X_{(2)}^{(1)} = & \frac{G^{(1)}}{f} \left[-c_1^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{1}{8} c_0^{(1)} G^{(1)} r_1^{-3/2} + \frac{1}{2} \frac{b}{e} c_0^{(1)} G^{(1)} r_1^{1/2} + \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} \Gamma(0) c_0^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{3}{8} \Gamma(0)^2 c_0^{(1)} r_1^{1/2} \right] \exp(-1/2 \Gamma(0)t) .
\end{aligned} \tag{3.40}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{(2)}^{(1)} = & \left[c_2^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{3}{8} c_1^{(1)} G^{(1)} r_1^{-3/2} - \frac{1}{2} \frac{b}{e} G^{(1)} c_1^{(1)} r_1^{1/2} - \frac{3 \Gamma(0)^2 c_1^{(1)}}{8 G^{(1)}} r_1^{1/2} - \right. \\
& - \frac{15}{128} G^{(1)2} c_0^{(1)} r_1^{-5/2} - \frac{3}{16} c_0^{(1)} \Gamma(0) G^{(1)} r_1^{-3/2} - \frac{5}{16} \frac{\Gamma(0)^3 c_0^{(1)}}{G^{(1)}} r_1^{1/2} - \\
& - \frac{1}{4} \frac{\Gamma(0) \dot{\Gamma}(0) c_0^{(1)}}{G^{(1)}} r_1^{1/2} - \frac{1}{2} \frac{\dot{\Gamma}(0) c_1^{(1)}}{G^{(1)}} r_1^{1/2} + \frac{3}{16} \Gamma(0)^2 \frac{b}{e} c_0^{(1)} r_1^{3/2} + \\
& + \frac{1}{8} \frac{b^2}{e^2} G^{(1)2} c_0^{(1)} r_1^{3/2} - \frac{1}{8} \dot{\Gamma}(0) \frac{b}{e} c_0^{(1)} r_1^{3/2} +
\end{aligned} \tag{3.41}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{3}{32} \left(\frac{3}{4} \Gamma(0)^4 + \Gamma(0)^2 \dot{\Gamma}(0) \right) \frac{c_0^{(1)}}{G^{(1)2}} r_1^{3/2} - \\
& - \frac{7}{16} \dot{\Gamma}(0) c_0^{(1)} \ln r_1 r_1^{-1/2} + \frac{1}{4} \Gamma(0) c_0^{(1)} G^{(1)} \frac{b}{e} r_1^{1/2} \Big] \exp(-1/2 \Gamma(0) t), \\
& X_{(3)}^{(1)} = \frac{G^{(1)}}{f} \left[-c_2^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{1}{8} c_1^{(1)} G^{(1)} r_1^{-3/2} + \frac{1}{2} c_1^{(1)} \frac{b}{e} G^{(1)} r_1^{1/2} + \right. \\
& + \frac{1}{2} c_1^{(1)} \Gamma(0) r_1^{-1/2} + \frac{3}{8} \frac{\Gamma(0)^2}{G^{(1)}} c_1^{(1)} r_1^{1/2} - \frac{9}{128} c_0^{(1)} G^{(1)2} r_1^{-5/2} - \frac{1}{8} \Gamma(0) c_0^{(1)} G^{(1)} r_1^{-3/2} - \\
& - \frac{1}{16} \Gamma(0)^2 c_0^{(1)} r_1^{-1/2} - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{f} \right) \frac{b}{e} G^{(1)2} c_0^{(1)} r_1^{-1/2} + \dot{\Gamma}(0) \frac{b}{e} c_0^{(1)} r_1^{-1/2} + \\
& \left. + \frac{3}{32} \left(\frac{3}{4} \Gamma(0)^2 + \dot{\Gamma}(0) \right) \frac{\Gamma(0)^2 c_0^{(1)}}{G^{(1)2}} r_1^{3/2} - \right. \\
& \left. \left[-\frac{1}{8} \left(\left(\frac{3}{2} \Gamma(0)^2 + \dot{\Gamma}(0) \right) + \frac{b}{e} G^{(1)2} \right) \frac{b}{e} c_0^{(1)} r_1^{3/2} \right] \exp\left(-\frac{1}{2} \Gamma(0) t\right), \right.
\end{aligned} \tag{3.42}$$

где $\dot{\Gamma}(0) = \frac{d\Gamma(t)}{dt} \Big|_{t=0}$.

Для второй волны, следуя предложенной методике получим:

$$\omega_{(0)}^{(2)} = 0, \tag{3.43}$$

$$X_{(0)}^{(2)} = c_0^{(2)} r_2^{-1/2} \exp(-1/2 \Gamma(0) t), \quad \omega_{(1)}^{(2)} = c_0^{(2)} \frac{b}{e} G^{(2)} r_2^{-1/2} \exp(-1/2 \Gamma(0) t), \tag{3.44}$$

$$\begin{aligned}
X_{(1)}^{(2)} = & \left[c_1^{(2)} r_2^{-1/2} - \frac{1}{8} c_0^{(2)} G^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} c_0^{(2)} \frac{b}{e} G^{(2)} r_2^{1/2} - \frac{3}{8} \frac{\Gamma(0)^2 c_0^{(2)}}{G^{(2)}} r_2^{1/2} \right] \times \\
& \times \exp(-1/2 \Gamma(0) t), \tag{3.45}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{(2)}^{(2)} = & \frac{b}{e} G^{(2)} \left[c_1^{(2)} r_2^{-1/2} + \frac{3}{8} G^{(2)} c_0^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} \frac{b}{e} G^{(2)} c_0^{(2)} r_2^{1/2} - \right. \\
& \left. - \frac{1}{2} \Gamma(0) c_0^{(2)} r_2^{-1/2} - \frac{3}{8} \frac{\Gamma(0)^2}{G^{(2)}} c_0^{(2)} r_2^{1/2} \right] \exp(-1/2 \Gamma(0) t), \tag{3.46}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
X_{(2)}^{(2)} = & \left\{ c_2^{(2)} r_2^{-1/2} - \frac{1}{8} c_1^{(2)} G^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} \frac{b}{e} G^{(2)} c_1^{(2)} r_2^{1/2} - \frac{3}{8} \frac{\Gamma(0)^2}{G^{(2)}} c_1^{(2)} r_2^{1/2} + \right. \\
& + \frac{9}{128} G^{(2)2} c_0^{(2)} r_2^{-5/2} + \frac{1}{8} \frac{b^2}{e^2} G^{(2)2} c_0^{(2)} r_2^{3/2} + \frac{1}{16} G^{(2)} c_0^{(2)} \Gamma(0) r_2^{-3/2} - \\
& - \frac{1}{2G^{(2)}} \left[\frac{1}{2} \Gamma(0) c_0^{(2)} \left(\frac{b}{e} G^{(2)2} + \frac{5}{4} \Gamma(0)^2 + \dot{\Gamma}(0) \right) + c_1^{(2)} \dot{\Gamma}(0) \right] r_2^{1/2} - \\
& - \frac{3}{16} c_0^{(2)} \dot{\Gamma}(0) \ln r_2 r_2^{-1/2} + \frac{1}{8} \frac{c_0^{(2)}}{G^{(2)}} \left[G^{(2)} \frac{b}{e} \left(G^{(2)2} \frac{b}{e} - \frac{3}{4} \Gamma(0)^2 \right) + \right. \\
& + \left. \left(\frac{9}{16} \frac{\Gamma(0)^4}{G^{(2)}} + \frac{3}{4} \frac{\dot{\Gamma}(0) \Gamma(0)^2}{G^{(2)}} - \dot{\Gamma}(0) G^{(2)} \frac{b}{e} \right) \right] r_2^{3/2} \left. \right\} \exp \left(-\frac{1}{2} \Gamma(0) t \right), \\
\omega_{(3)}^{(2)} = & \frac{b}{e} G^{(2)} \left\{ c_2^{(2)} r_2^{-1/2} + \frac{3}{8} G^{(2)} c_1^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} \frac{b}{e} G^{(2)} c_1^{(2)} r_2^{1/2} - \frac{1}{2} \Gamma(0) c_1^{(2)} r_2^{-1/2} - \right. \\
& - \frac{3}{8} \frac{\Gamma(0)^2}{G^{(2)}} c_1^{(2)} r_2^{1/2} + \frac{b}{e} G^{(2)2} \left(\frac{1}{e} + \frac{3}{4} \right) r_2^{-1/2} - \frac{15}{128} G^{(2)2} c_0^{(2)} r_2^{-5/2} - \frac{27}{64} G^{(2)} \Gamma(0) c_0^{(2)} r_2^{-3/2} + \\
& + \left[c_0^{(2)} \left(\Gamma(0)^2 \left(\frac{1}{e^2} - \frac{5}{16} \right) + \frac{\dot{\Gamma}(0)}{e} \right) \right] r_2^{-1/2} - \\
& - \frac{3}{16} c_0^{(2)} \dot{\Gamma}(0) \ln r_2 r_2^{-1/2} - \frac{1}{2G^{(2)}} \left[c_0^{(2)} \Gamma(0) \left(\frac{1}{4} \Gamma(0)^2 + \frac{bG^{(2)2}}{e} + \frac{1}{2} \dot{\Gamma}(0) \right) + \right. \\
& + \left. \dot{\Gamma}(0) c_1^{(2)} \right] r_2^{1/2} + \frac{c_0^{(2)}}{8} \left[\frac{b}{e} \left(G^{(2)2} \frac{b}{e} - \frac{3}{4} \Gamma(0)^2 \right) + \frac{9}{16} \frac{\Gamma(0)^4}{G^{(2)2}} + \frac{3}{4} \frac{\dot{\Gamma}(0) \Gamma(0)}{G^{(2)2}} - \right. \\
& - \left. \dot{\Gamma}(0) \frac{b}{e} \right] r_2^{3/2} \left. \right\} \exp \left(-\frac{1}{2} \Gamma(0) t \right). \tag{3.48}
\end{aligned}$$

Вычисленные разрывы на фронтах упругих волн позволяют записать выражения для искоемых функций: скорости перемещения контактной области $W(t)$ в виде выражения (3.27), в котором величины $X_{(k)}^{(\alpha)}$ определяются соотношениями (3.36), (3.38), (3.40), (3.42), (3.44), (3.46), (3.48), и поперечной силы $Q(t)$ в виде отрезка лучевого ряда

$$Q_r \cong K \mu h \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{k=0}^4 \frac{1}{k!} \left[\left(-X_{(k)}^{(\alpha)} G^{(\alpha)-1} + \frac{dX_{(k-1)}^{(\alpha)}}{dt} G^{(\alpha)-1} - \omega_{(k-1)}^{(\alpha)} \right) + \left(-X_{(k-1)}^{(\alpha)} G^{(\alpha)-1} + \frac{dX_{(k-2)}^{(\alpha)}}{dt} G^{(\alpha)-1} - \right. \right. \\ \left. \left. - \omega_{(k-2)}^{(\alpha)} \right) \Gamma(0) + \sum_{i=0}^{i=k-2} \left(-X_{(i)}^{(\alpha)} G^{(\alpha)-1} + \frac{dX_{(i-1)}^{(\alpha)}}{dt} G^{(\alpha)-1} - \omega_{(i-1)}^{(\alpha)} \right) \Gamma(0)_{(k-i-1)} \right] y_a^k H(y_a), \quad (3.49)$$

в котором $X_{(k)}^{(\alpha)}$ и $\omega_{(k)}^{(\alpha)}$ имеют вид (3.36) – (3.48).

Таким образом, определяются искомые функции с точностью до произвольных постоянных $c_i^{(\alpha)}$, ($\alpha=1,2$; $i=0,1,2,3$), которые находятся из граничных условий.

Далее, предлагаемая модель распространения волновых процессов в плоских, твердых телах должна пройти апробацию на примере распространения упругих волн в плите основания железнодорожного пути: для области и вблизи зоны воздействия и для области на достаточном удалении от нее.

3.3 Линейно - упругая модель динамического воздействия элемента

Для моделирования контакта колеса экипажа и рельсовой плети верхнего строения пути предлагается использовать буфер, который может обладать линейно-упругими, нелинейно-упругими свойствами или свойствами с иной механической реологией. В данном параграфе за основу берется линейно-упругая зависимость между силой взаимодействия и местными деформациями смятия в области контакта из совокупности соотношений (1.7).

В качестве упругого буфера используется упругая цилиндрическая пружина; в этом случае контактная сила, действующая на поверхности контактной области пластины, пропорциональна деформации пружины. Тогда система определяющих уравнений примет вид:

$$\begin{aligned}
m \left(\ddot{\alpha} + \ddot{w} \right) &= -E_1 (\alpha - w), \\
\rho h \pi r_0^2 \ddot{w} &= 2\pi r_0 Q_r + E_1 (\alpha - w), \\
\left. \frac{\partial W}{\partial r} \right|_{r=r_0} &= 0.
\end{aligned} \tag{3.50}$$

Для решения системы (3.50) и нахождения искомой величины $P(t)$, следуя методике лучевого метода, описанной в научных трудах [Локтев А.А.] необходимо каждую неизвестную величину представить в виде отрезка формируемого лучевого ряда и подставить в эту систему. В итоге получим систему трёх алгебраических уравнений для определения трёх неизвестных констант: $c_i^{(1)}$, $c_i^{(2)}$ ($i=0,1,2$) и α_i ($i = 0,1,2,3,4,5$) на каждом шаге.

3.3.1 Динамическое взаимодействие колесной пары экипажа и упругой изотропной плиты

Из начальных условий находим: $\alpha_1 = V_0$, $X_0^{(2)} = c_0^{(2)} = 0$.

Из решения системы алгебраических уравнений, составленной из коэффициентов при t^0 , получим:

$$\alpha_2 = 0, \quad X_{(1)}^{(1)} = 0, \quad c_0^{(1)} = 0, \quad X_{(1)}^{(2)} = 0, \quad c_1^{(2)} = 0. \tag{3.51}$$

На втором шаге из коэффициентов при t^1 определяем:

$$\alpha_3 = -\frac{E_1 V_0}{6} \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{\rho h \pi r_0^2} \right), \tag{3.52}$$

$$X_{(2)}^{(1)} \Big|_{r=r_0} = \frac{E_1 V_0 G^{(1)}}{\rho h \pi r_0^2 (G^{(1)} - G^{(2)})}, \quad c_1^{(1)} = -\frac{E_1 V_0 f}{\rho h \pi r_0^{3/2} (G^{(1)} - G^{(2)})}, \tag{3.53}$$

$$X_{(2)}^{(2)} \Big|_{r=r_0} = -\frac{E_1 V_0 G^{(2)}}{\rho h \pi r_0^2 (G^{(1)} - G^{(2)})}, \quad c_2^{(2)} = -\frac{G^{(2)} E_1 V_0}{\rho h \pi r_0^{3/2} (G^{(1)} - G^{(2)})}, \tag{3.54}$$

Третий шаг, t^2 :

$$\alpha_4 = \frac{1}{12} \frac{E_1 V_0 (G^{(1)} + G^{(2)})}{\rho \pi h r_0^3}, \tag{3.55}$$

$$X_{(3)}^{(1)} \Big|_{r=r_0} = -\frac{E_1 V_0 G^{(1)}}{2 \rho h \pi r_0^3} \left[\frac{4G^{(1)} + 3G^{(2)}}{G^{(1)} - G^{(2)}} \right], \quad (3.56)$$

$$c_{(2)}^{(1)} = \frac{G^{(1)} c_1^{(1)}}{2} \left(\frac{1}{4r_0} + \frac{12}{h^2} \frac{G^{(2)2}}{G^{(1)2} - G^{(2)2}} r_0 \right) - \frac{1}{2} \frac{E_1 V_0}{\rho h \pi r_0^{5/2}} \frac{G^{(1)} + G^{(2)}}{G^{(2)2}} (4G^{(1)} + 3G^{(2)}), \quad (3.57)$$

$$X_{(3)}^{(2)} \Big|_{r=r_0} = \frac{G^{(2)} E_1 V_0}{2 \rho h \pi r_0^3} \left[\frac{3G^{(1)} + 4G^{(2)}}{G^{(1)} - G^{(2)}} \right], \quad (3.58)$$

$$c_3^{(2)} = \frac{G^{(2)} c_2^{(2)}}{2} \left(\frac{1}{4r_0} + \frac{12}{h^2} \frac{G^{(2)2}}{G^{(1)2} - G^{(2)2}} r_0 \right) + \frac{1}{2} \frac{G^{(2)} E_1 V_0}{\rho h \pi r_0^{5/2}} \left(\frac{3G^{(1)} + 4G^{(2)}}{G^{(1)} - G^{(2)}} \right), \quad (3.59)$$

Четвёртый шаг, t^3 :

$$\omega_{(2)}^{(1)} = -\frac{3}{2} \frac{E_1 V_0 (G^{(1)} + G^{(2)})^2}{r_0^3 \rho h \pi G^{(2)2}}, \quad (3.60)$$

$$\frac{\partial X_{(3)}^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = -\frac{3}{16} \frac{G^{(1)2} c_1^{(1)}}{f r_0^{5/2}} + \frac{1}{2} \frac{G^{(1)} c_2^{(1)}}{f r_0^{3/2}} + \frac{1}{4f} \frac{b}{e} G^{(1)2} c_1^{(1)} \frac{1}{r_0^{3/2}}, \quad (3.61)$$

$$\frac{\partial X_{(3)}^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = -\frac{1}{2} c_3^{(2)} \frac{1}{r_0^{3/2}} + \frac{3}{16} \frac{G^{(2)} c_2^{(2)}}{r_0^{5/2}} + \frac{1}{4} \frac{b}{e} \frac{G^{(2)} c_2^{(2)}}{r_0^{1/2}}, \quad (3.62)$$

$$X_{(4)}^{(1)} \Big|_{r=r_0} = \frac{G^{(1)}}{(G^{(1)} - G^{(2)})} \left\{ \frac{3E_1 V_0 (G^{(1)2} + G^{(2)2})}{\rho h \pi r_0^4} - \frac{E^2 V_0}{\rho h \pi r_0^2} \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{\rho h \pi r_0^2} \right) - \right. \\ \left. -G^{(2)} \left(\frac{\partial X_{(3)}^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=r_0} + \frac{\partial X_{(3)}^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=r_0} \right) \right\}, \quad (3.63)$$

$$X_{(4)}^{(2)} \Big|_{r=r_0} = \frac{G^{(2)}}{(G^{(2)} - G^{(1)})} \left\{ \frac{3E_1 V_0 (G^{(1)2} + G^{(2)2})}{\rho h \pi r_0^4} - \frac{E_1^2 V_0}{\rho h \pi r_0^2} \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{\rho h \pi r_0^2} \right) - \right. \\ \left. - G^{(1)} \left(\frac{\partial X_{(3)}^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=r_0} + \frac{\partial X_{(3)}^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=r_0} \right) \right\}, \quad (3.64)$$

$$\alpha_5 = \frac{E_1^2 V_0}{120} \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{\rho h \pi r_0^2} \right) \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{\rho h \pi r_0^2} \right) - \frac{1}{40} \frac{E_1^2 V_0 (G^{(1)} + G^{(2)})^2}{\rho h \pi r_0^4}. \quad (3.65)$$

Зная величины $X_{(k)}^{(\alpha)}$ и α_k , можно записать контактную силу $P(t)$ в виде ряда, в котором коэффициенты при t известны. Подставляя в формулу для контактной силы в отрезки рядов (3.27) и (3.28) с учетом начальных условий, получаем:

$$P(t) = E_1 \left\{ V_0 t + \left[\alpha_3 - \frac{1}{6} (X_{(2)}^{(1)} + X_{(2)}^{(2)}) \right] t^3 + \left[\alpha_4 - \frac{1}{24} (X_{(3)}^{(1)} + X_{(3)}^{(2)}) \right] t^4 + \right. \\ \left. + \left[\alpha_5 - \frac{1}{120} (X_{(4)}^{(1)} + X_{(4)}^{(2)}) \right] t^5 \right\}. \quad (3.66)$$

Заменяя в формуле (3.66) величины $X_{(k)}^{(\alpha)}$ и α_k выражениями (3.52) – (3.65), приходим к следующему выражению для определения контактной силы:

$$P(t) = E_1 \left\{ V_0 t - E_1 V_0 \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{\rho h \pi r_0^2} \right) \frac{t^3}{6} + \frac{E_1 V_0 (G^{(1)} + G^{(2)})}{\rho h \pi r_0^3} \frac{t^4}{6} - \right. \\ \left. - E_1 V_0 \left[\frac{(G^{(1)} + G^{(2)})^2}{\rho h \pi r_0^4} - \frac{E_1}{6} \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{\rho h \pi r_0^2} \right)^2 \right] \frac{t^5}{20} \right\}. \quad (3.67)$$

Полученные результаты в виде аналитических зависимостей могут быть исследованы путем подстановки различных значений начального воздействия и параметров конструкции, для удобства этой процедуры перепишем выражение (3.67) в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \tilde{P}(\tilde{t}) = \tilde{V} \left\{ \tilde{t} - \frac{\tilde{E}}{\pi \tilde{h}} (\tilde{m} + 2) \frac{\tilde{t}^3}{6} + \frac{\tilde{E}}{\pi \tilde{h}} \left(1 + \frac{G^{(2)}}{G^{(1)}} \right) \frac{\tilde{t}^4}{6} - \right. \\ \left. - \frac{\tilde{E}}{\pi \tilde{h}} \left[\left(1 + \frac{G^{(2)}}{G^{(1)}} \right)^2 - \frac{\tilde{E}}{6\pi \tilde{h}} (\tilde{m} + 2)^2 \right] \frac{\tilde{t}^5}{20} \right\}, \end{aligned} \quad (3.68)$$

$$\text{где } \tilde{t} = \frac{G^{(1)}}{r_0} t, \quad \tilde{P} = \frac{P}{E_1 r_0}, \quad \tilde{h} = \frac{h}{r_0}, \quad \tilde{m} = \frac{\rho h \pi r_0^2}{m}, \quad \tilde{E} = \frac{E_1 / r_0}{E'}, \quad \tilde{V} = \frac{V_0}{G^{(1)}},$$

$$\frac{G^{(2)}}{G^{(1)}} = \sqrt{\frac{K\mu}{E'}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{1-\sigma}{6}}$$

Исследуем зависимость безразмерной контактной силы от безразмерного параметра $\tilde{h}$, отношения масс контактного пятна и ударника $\tilde{m}$, относительной жесткости буфера $\tilde{E}$, безразмерной характеристики скорости удара $\tilde{V}$, т.е. параметров, входящих в выражение (3.65).

На рис. 3.1 представлены графические зависимости максимальной силы воздействия на путь со стороны подвижного состава как функции безразмерной характеристики линейной жесткости системы $\tilde{E}$ для разных $\tilde{V}$, значения которых указаны цифрами у кривых; остальные параметры, входящие в (3.65), имеют следующие значения: $\tilde{m}=25$, $G^{(2)}/G^{(1)}=0.54$ ($\sigma=0.3$), $\tilde{h}=1$. Из рис. 3.1 видно, что значения максимумов силы воздействий убывают с увеличением относительной жесткости буфера $\tilde{E}$, моделирующего контакт колеса и верхнего строения пути.

На рис. 3.2 сопоставлены кривые зависимости максимальной контактной силы от $\tilde{V}$: кривая 1 построена по экспериментальным данным, когда в качестве контактной силы используется модифицированная контактная сила Герца (подход III), кривая 2 соответствует случаю линейно упругой контактной силы (подход IV) для параметров $\tilde{m}=25$, $\sigma=0.3$, $\tilde{h}=1$, $\tilde{E}=1.1 \cdot 10^{-6}$.

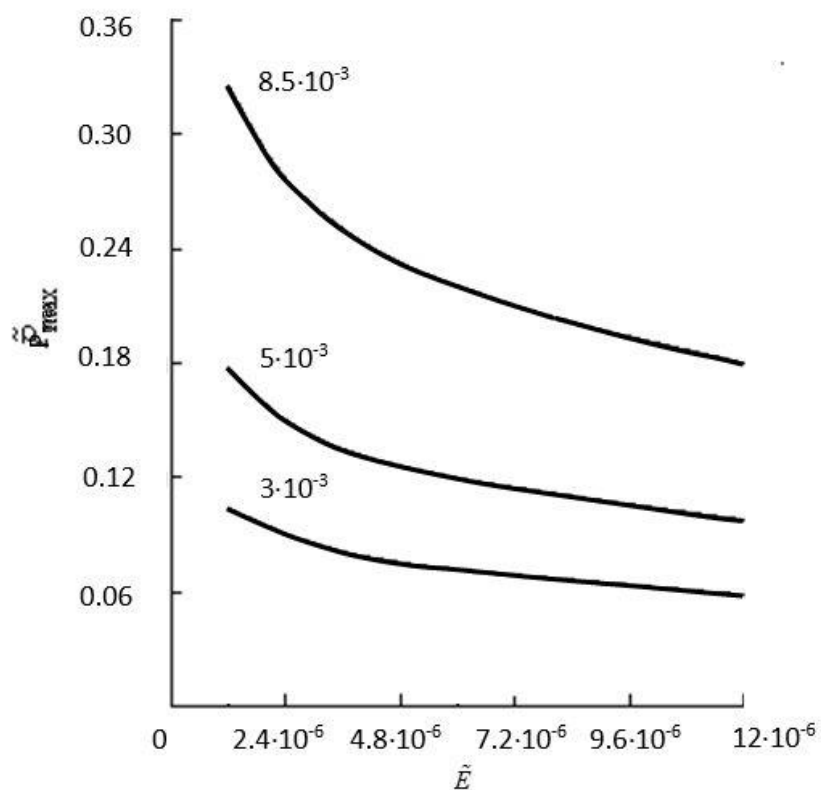


Рис. 3.1. Зависимость максимальной контактной силы от относительной жесткости буфера $\tilde{E}$ при ударном воздействии с различными $\tilde{V}$.

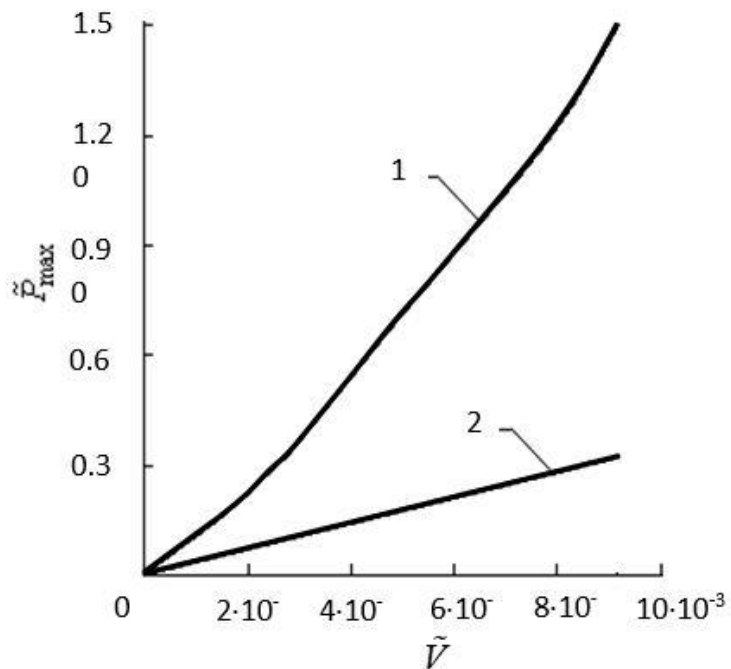


Рис. 3.2 Зависимость максимальной контактной силы от безразмерной характеристики скорости удара: кривая 1 - подход III (модифицированная контактная сила Герца), кривая 2 - подход IV (линейно упругая контактная сила).

3.3.2 Динамическое взаимодействие колесной пары экипажа и вязкоупругой изотропной плиты

В данной части раздела в качестве модельной зависимости силы, возникающей между колесом и рельсом и передающейся далее на верхнее строение пути, может приниматься вязкоупругое соотношение из (1.7), функция релаксации, которого имеет экспоненциальное ядро, а может использоваться и линейно упругая модель, это зависит от характерных времен развития волнового процесса в зоне местной деформации смятия. Поведение верхнего строения пути при динамическом воздействии на него в такой постановке описывается с помощью соотношений (3.3), (3.5) – это уравнения движения и уравнений (3.30) – (3.32), описывающих зависимость внутренних усилий от линейных и угловых перемещений точек плоского элемента. Динамические и кинематические характеристики деформирования при этом определяются соотношениями (3.27) и (3.49), функциональные коэффициенты этих отрезков степенных рядов определяются из формул (3.35) – (3.48), а входящих в данные соотношения постоянные интегрирования определяются из системы (3.50).

В настоящем параграфе исследуется влияние на силу воздействия со стороны экипажа на путь вязкоупругих свойств материала плиты основания и параметров буфера.

Для решения системы определяющих уравнений и нахождения искомой зависимости от времени используем описанную в работах [Локтев А.А.] методику лучевого метода. Вместо поперечной силы Q_r в уравнения (3.50) подставляем выражение (3.49), полученное для вязкоупругой пластинки.

$$\text{Величины} \quad \alpha_1, c_0^{(2)}, \alpha_2, X_{(1)}^{(1)}, c_0^{(1)}, X_{(1)}^{(2)}, c_1^{(2)}, \alpha_3, X_{(2)}^{(1)}, c_1^{(1)}, X_{(2)}^{(2)}, c_2^{(2)}, \quad \alpha_4$$

описываются соотношениями (3.10)-(3.15) и (3.17).

После определения $X_{(3)}^{(1)}$ и $X_{(3)}^{(2)}$ при помощи соотношений, включающих экспоненциальную функцию релаксации, из выражений (3.27), (3.49) получим

$$c_{(2)}^{(1)} = \frac{G^{(1)}c_1^{(1)}}{2} \left(\frac{1}{4r_0} + \frac{12}{h^2} \frac{G^{(2)2}}{G^{(1)2} - G^{(2)2}} r_0 \right) - \frac{1}{2} \frac{E_1 V_0}{\rho h \pi r_0^{5/2}} \frac{G^{(1)} + G^{(2)}}{G^{(2)2}} (4G^{(1)} + 3G^{(2)}) +$$

$$+ \frac{1}{2} c_1^{(1)} \left[\Gamma(0) + \left(\frac{3}{4} \Gamma(0)^2 + \dot{\Gamma}(0) \right) \frac{r_0}{G^{(1)}} \right], \quad (3.70)$$

$$c_3^{(2)} = \frac{G^{(2)}c_2^{(2)}}{2} \left(\frac{1}{4r_0} + \frac{12}{h^2} \frac{G^{(2)2}}{G^{(1)2} - G^{(2)2}} r_0 \right) + \frac{1}{2} \frac{G^{(2)}E_1 V_0}{\rho h \pi r_0^{5/2}} \left(\frac{3G^{(1)} + 4G^{(2)}}{G^{(1)} - G^{(2)}} \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{c_2^{(2)}r_0}{G^{(2)}} \left[\frac{3}{4} \Gamma(0)^2 + \dot{\Gamma}(0) \right]. \quad (3.71)$$

Постоянные интегрирования, входящие в функциональные коэффициенты при t^3 , определяются после представления $\frac{\partial X_{(3)}^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=r_0}$, $\frac{\partial X_{(3)}^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=r_0}$, $\omega_{(2)}^{(1)}$ через ранее вычисленные постоянные:

$$\frac{\partial X_{(3)}^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = -\frac{3}{16} \frac{G^{(1)2}c_1^{(1)}}{f r_0^{5/2}} + \frac{1}{2} \frac{G^{(1)}c_2^{(1)}}{f r_0^{3/2}} + \frac{1}{4} \frac{b}{f e} G^{(1)2}c_1^{(1)} \frac{1}{r_0^{3/2}} -$$

$$- \frac{1}{2} \frac{c_1^{(1)}G^{(1)}}{f r_0^{3/2}} \frac{\Gamma(0)}{r_0^{1/2}} + \frac{1}{4} \frac{c_1^{(1)}\dot{\Gamma}(0)}{f r_0^{1/2}}, \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial X_{(3)}^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = -\frac{1}{2} c_3^{(2)} \frac{1}{r_0^{3/2}} + \frac{15}{16} \frac{G^{(2)}c_2^{(2)}}{r_0^{5/2}} + \frac{1}{4} \frac{b}{e} \frac{G^{(2)}c_2^{(2)}}{r_0^{1/2}} -$$

$$- \frac{3}{16} \frac{\Gamma(0)^2 c_2^{(2)}}{G^{(2)} r_0^{1/2}} + \frac{1}{4} \frac{\dot{\Gamma}(0) c_2^{(2)}}{G^{(2)} r_0^{3/2}}, \quad (3.73)$$

$$\omega_{(2)}^{(1)} = -\frac{3}{2} \frac{E_1 V_0 (G^{(1)} + G^{(2)})^2}{\rho h \pi r_0^3 G^{(2)2}} + \frac{1}{2} \frac{E_1 V_0 \Gamma(0) (G^{(1)} + G^{(2)})}{\rho h \pi r_0^2 G^{(2)2}}. \quad (3.74)$$

В результате решения системы алгебраических уравнений, составленной из коэффициентов при t^3 , получим

$$X_{(4)}^{(1)} \Big|_{r=r_0} = \frac{G^{(1)}}{(G^{(1)} - G^{(2)})} \left\{ \frac{3E_1V_0(G^{(1)} + G^{(2)})^2}{\rho h \pi r_0^4} - \frac{E^2V_0}{\rho h \pi r_0^2} \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{\rho h \pi r_0^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{E_1V_0\Gamma(0)(G^{(1)} + G^{(2)})}{\rho h \pi r_0^3} - G^{(2)} \left(\frac{\partial X_{(3)}^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=r_0} + \frac{\partial X_{(3)}^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=r_0} \right) \right\}, \quad (3.75)$$

$$X_{(4)}^{(2)} \Big|_{r=r_0} = \frac{G^{(2)}}{(G^{(2)} - G^{(1)})} \left\{ \frac{3E_1V_0(G^{(1)} + G^{(2)})^2}{\rho h \pi r_0^4} - \frac{E^2V_0}{\rho h \pi r_0^2} \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{\rho h \pi r_0^2} \right) + \right. \\ \left. + \frac{E_1V_0\Gamma(0)(G^{(1)} + G^{(2)})}{\rho h \pi r_0^3} - G^{(1)} \left(\frac{\partial X_{(3)}^{(1)}}{\partial r} \Big|_{r=r_0} + \frac{\partial X_{(3)}^{(2)}}{\partial r} \Big|_{r=r_0} \right) \right\}, \quad (3.76)$$

$$\alpha_5 = \frac{E_1^2V_0}{120} \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{\rho h \pi r_0^2} \right) \left(\frac{1}{m} + \frac{1}{\rho h \pi r_0^2} \right) - \frac{1}{40} \frac{E_1^2V_0(G^{(1)} + G^{(2)})^2}{\rho h \pi r_0^4} - \\ - \frac{E_1V_0\Gamma(0)(G^{(1)} + G^{(2)})}{60\rho h \pi r_0^3}. \quad (3.77)$$

После решения систем уравнений, составленных из коэффициентов при различных степенях t в системе определяющих уравнений (3.50), мы выразили все неизвестные величины $X_{(k)}^{(\alpha)}$ и α_k алгебраически. Следовательно, можно записать контактную силу $P(t)$ в виде ряда, в котором коэффициенты при t известны. Заменяя в формуле для контактной силы колеса и рельса величины $X_{(k)}^{(\alpha)}$ и α_k полученными выражениями, находим

$$P(t) = E_1 \left\{ V_0 t - E_1 V_0 \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{\rho h \pi r_0^2} \right) \frac{t^3}{6} + \frac{E_1 V_0 (G^{(1)} + G^{(2)})}{\rho h \pi r_0^3} \frac{t^4}{6} - \right. \\ \left. - E_1 V_0 \left[\frac{(G^{(1)} + G^{(2)})^2}{\rho h \pi r_0^4} - \frac{E_1}{6} \left(\frac{1}{m} + \frac{2}{\rho h \pi r_0^2} \right)^2 + \frac{\Gamma(0)(G^{(1)} + G^{(2)})}{3\rho h \pi r_0^3} \right] \frac{t^5}{20} \right\}. \quad (3.78)$$

Сила воздействия колеса на путь (3.35) исследуется при различных параметрах верхнего строения пути в частности, от коэффициента вязкости пластинки. Для удобства представления итоговых результатов силу запишем в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \tilde{P}(\tilde{t}) = \tilde{V} \left\{ \tilde{t} - \frac{\tilde{E}}{\pi \tilde{h}} (\tilde{m} + 2) \frac{\tilde{t}^3}{6} + \frac{\tilde{E}}{\pi \tilde{h}} \left(1 + \frac{G^{(2)}}{G^{(1)}} \right) \frac{\tilde{t}^4}{6} - \right. \\ \left. - \frac{\tilde{E}}{\pi \tilde{h}} \left[\left(1 + \frac{G^{(2)}}{G^{(1)}} \right)^2 + \frac{\tilde{g}}{3} \left(1 + \frac{G^{(2)}}{G^{(1)}} \right) - \frac{\tilde{E}}{6\pi \tilde{h}} (\tilde{m} + 2)^2 \right] \frac{\tilde{t}^5}{20} \right\}, \end{aligned} \quad (3.79)$$

где $\tilde{g} = \Gamma(0) \frac{r_0}{G^{(1)}}$ - безразмерная характеристика, определяющая вязкость пластинки при $t = 0$.

Используемая функция релаксации соответствует вязкоупругой модели Максвелла. Время релаксации τ зависит от коэффициента вязкости модели следующим образом :

$$\tau = \frac{\eta}{E}, \quad (3.80)$$

Принимая во внимание, что $\dot{g}(t) = \Gamma(t)$, получим

$$\Gamma(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (3.81)$$

Анализируя формулу (3.78), можно заметить, что параметр $\tilde{g}$ входит только в коэффициент при $\tilde{t}^5$, из чего можно сделать вывод, что вязкоупругие свойства пластинки оказывают заметное влияние на контактную силу при достаточно больших $\tilde{g}$.

На рис. 3.3 построены графики зависимости максимальных значений безразмерной контактной силы от безразмерного параметра вязкости пластинки для разных значений относительной жесткости буфера, моделирующего контакт колеса и рельса $\tilde{E}$ (кривая 1 построена при $\tilde{E} = 1.2 \cdot 10^{-6}$, кривая 2 - $\tilde{E} = 2.3 \cdot 10^{-6}$, кривая 3 - $\tilde{E} = 4.6 \cdot 10^{-6}$, другие параметры конструкции принимают следующие

значения: $\tilde{m}=25$, $\sigma=0.3$, $\tilde{h}=1$, $\tilde{E}=1.1 \cdot 10^{-6}$, $\tilde{V}=8.5 \cdot 10^{-3}$. Из рис. 3.3 можно увидеть, что максимальная контактная сила уменьшается с увеличением безразмерного параметра вязкости пластинки, т.е. с уменьшением времени релаксации.

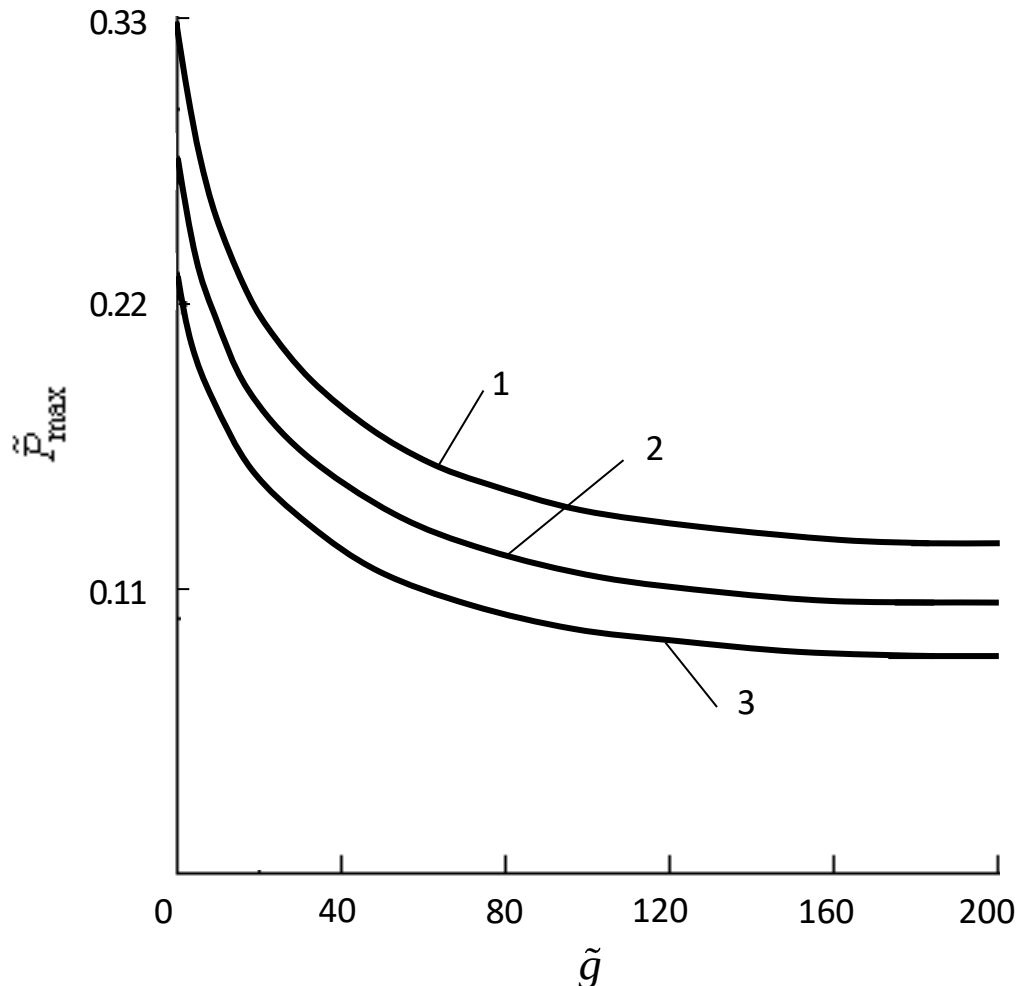


Рис. 3.3 Зависимость максимальной контактной силы от безразмерного параметра вязкости пластинки при различных значениях относительной жесткости буфера $\tilde{E}$.

3.4. Динамическое воздействие экипажа на анизотропную плиту основания железнодорожного пути

Смоделированы процессы деформации элементов верхнего строения пути для безбалластной конструкции, которые происходят также за счет распространения упругих волн, движущихся с конечными скоростями и возникающих при динамическом контакте колесной пары и конструкции пути, используя модифицированный лучевой метод. Для определения величин, ответственных за динамическое деформирование элементов конструкции верхнего

пути, необходимо составить систему уравнений. Такая система должна характеризовать поведение колесной пары, конструкции верхнего пути и зоны контакта после начала взаимодействия с подвижным составом.

Построение волновой картины существования упругих волн в плоском элементе основания пути можно представить в виде следующих этапов:

1) В первое время после приложения динамической нагрузки в определенной точке и в ее окрестностях появляются продольные и поперечные волновые поверхности, расширяющиеся с нормальными скоростями (рис.3.4), начальное количество упругих волн определяется типом метрической анизотропии структурных уравнений.

Имитационное моделирование для разных характеристик показывает, что максимальные напряжения и усилия на данном этапе деформирования возникают непосредственно в области контакта рельса и пути на противоположной грани плиты основания и в точках встречи прямых и отраженных волн, распространяющихся по толщине плитной конструкции.

2) Совершая определенное количество отражений k , упругие волны, искривляя свои фронты, удаляются от области приложения внешней нагрузки и из преимущественно сферических на расстоянии $\sqrt{k} \approx \sqrt{k+1}$ превращаются в цилиндрические (рис.3.4), т.е. зарождение волн-полосок в плоском элементе происходит при условии

$$\sqrt{k} \approx \sqrt{k+1} \leq \frac{R}{h}, \quad (3.82)$$

где h — толщина плоского элемента, моделирующего плиту основания железнодорожного пути.

Расчеты показывают, что в этой точке значения напряжений на фронтах упругих волн увеличиваются при приближении к области приложения динамической нагрузки.

3) Волновые поверхности отражаются от нижней поверхности плоского элемента и встречаются с медленными волновыми поверхностями, в результате

чего значения напряжений на фронтах совпадают, вызывая локальное увеличение отдельных значений.

На рис. 3.4 показана схема динамического взаимодействия колесной пары и ВСП.

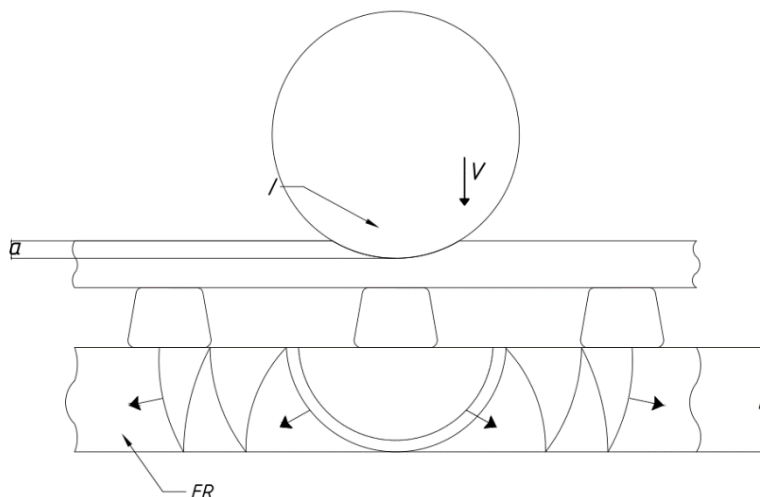


Рис.3.4. Схема динамического взаимодействия колесной пары и верхнего строения безбалластного железнодорожного пути

После начала взаимодействия колеса и рельса, в последнем образуется контактная область радиусом r_0 , и от ее границы начинают распространяться квазипродольная и квазипоперечная волны, фронты которых являются поверхностями сильного разрыва, которые затем через подрельсовое основание переходят в плоский армирующий элемент. В плоском элементе поверхности сильного разрыва представляют собой цилиндрические поверхности-полоски, расширяющиеся с нормальными скоростями G^α ($\alpha = 1$ – продольная волна, $\alpha = 2$ – поперечная) по схеме рис. 3.4. и рис. 3.5.

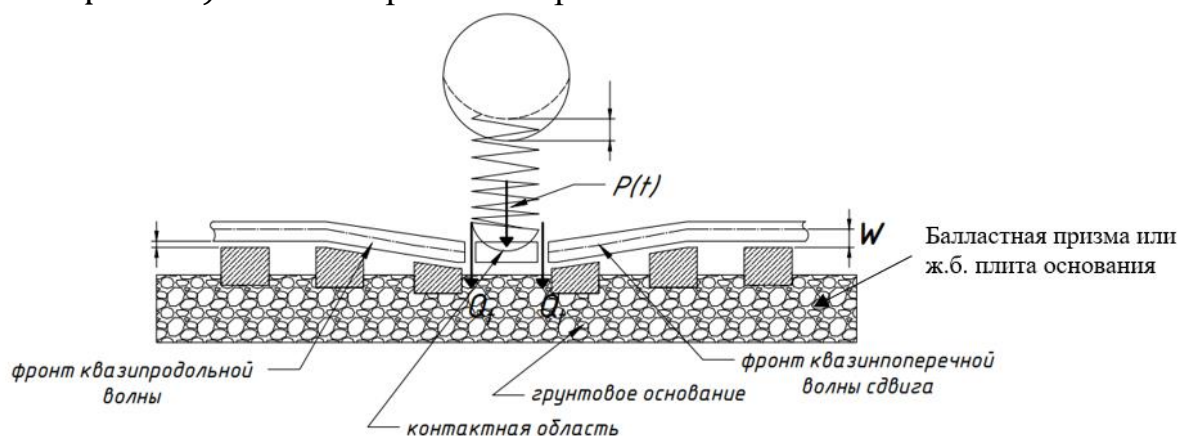


Рис.3.5 Модель динамического воздействия колеса на верхнее строение пути

посредством буфера, моделирующие свойства контакта, и последующего распространения волновых поверхностей.

В параграфе предлагается математическая модель, описывающая динамическое поведение железобетонной плиты безбалластного железнодорожного пути и учитывающая особенности приложения нагрузки от подвижного состава и ортотропные свойства армированного материала конструкции плиты [45, 46, 70].

Движущие с конечной скоростью упругие волны приводят к повреждениям элементов ВСП в различных точках. Учитывая условие симметричной работы рельса при локальном смятии, опишем процесс взаимодействия колесной пары и плиты [44, 47, 48]

В качестве элемента, передающего нагрузку от подвижного состава, выступает колесо пары, имеющее размер опирания на рельсовую плетель $r = r_0$.

Результаты решения предлагается представить в виде аналитических выражений и графических зависимостей.

Для прямого участка пути можно предположить, что решение задачи осесимметрично (путь без стрелочного перевода и без искусственных , при этом волновые характеристики не зависят от угла θ , и тогда определяющие уравнения можно записать в виде [67, 73, 77]:

$$D_r \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) - D_\theta \frac{\phi}{r^2} + h K G_{rz} \left(\frac{\partial w}{\partial r} - \phi \right) = -\rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}, \quad (3.84 \text{ а})$$

$$K G_{rz} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} - \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + K G_{rz} \frac{1}{r} \left(\frac{\partial w}{\partial r} - \phi \right) = \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (3.84 \text{ б})$$

$$C_r \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) - C_\theta \frac{u}{r^2} = \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (3.84 \text{ в})$$

$$C_k \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right) = \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad (3.84 \text{ г})$$

$$D_k \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\psi}{r^2} \right) - K h G_{\theta z} \psi = -\rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}. \quad (3.84 \text{ д})$$

Для решения задачи определения деформаций в непосредственной близости от зоны контакта колеса и рельса предлагается следующее решение:

Динамическое поведение любой конструкции описывается множеством величин, изменяющихся со временем, в данном исследовании, первичными

определяемыми функциями, являются функции перемещений медианной поверхности, среди всех вычисляемых перемещений принято выделять нормальное (прогиб) $w(t)$, поскольку оно достаточно однозначно регламентируется нормативными документами. Для осесимметричной задачи, имеющей место для прямолинейного участка однопутной железной дороги (что и рассматривается в данном параграфе) остальные горизонтальные перемещения выходят из связной задачи и определяются самостоятельно, что следует из системы уравнений (2). Таким образом, континуальная (связная) система решается с точностью до произвольных постоянных, которые, в свою очередь определяются с учетом начальных и граничных условий, фактически только уравнения движения (3.84.а), (3.84.б) решаются совместно [114, 115].

Из уравнений движения (3.84.а), (3.84.б) с точностью до констант интегрированием получим систему рекуррентных дифференциальных уравнений, которые решаются отдельно для каждого значения показателя степени (для каждого порядка).

$$\left(1 - \frac{\rho G^2}{B_r}\right) \omega_{\phi(k+1)} = 2 \frac{\delta \omega_{\phi(k)}}{\delta t} + Gr^{-1} \omega_{\phi(k)} + b_r G X_{w(k)} + F_{\phi(k-1)}, \quad (3.85)$$

$$\left(1 - \frac{\rho G^2}{K G_{rz}}\right) X_{w(k+1)} = 2 \frac{\delta X_{w(k)}}{\delta t} + Gr^{-1} X_{w(k)} - G \omega_{\phi(k)} + F_{w(k-1)} \Leftrightarrow,$$

$$\text{где } X_{w(k)} = [w_{(k+1)}], \quad \omega_{\phi(k)} = [\varphi_{(k+1)}], \quad b_r = h K G_{rz} D_r^{-1}, \quad r = r_0 + Gt,$$

$$F_{\phi(k-1)} = -\frac{\delta^2 \omega_{\phi(k-1)}}{\delta t^2} - Gr^{-1} \frac{\delta \omega_{\phi(k-1)}}{\delta t} + G^2 r^{-2} \frac{E_\theta}{E_r} \omega_{\phi(k-1)} - b_r G \frac{\delta X_{w(k-1)}}{\delta t} + b_r G^2 \omega_{\phi(k-1)} \Leftrightarrow, \quad (3.86)$$

$$F_{w(k-1)} = -\frac{\delta^2 X_{w(k-1)}}{\delta t^2} - Gr^{-1} \frac{\delta X_{w(k-1)}}{\delta t} + G \frac{\delta \omega_{\phi(k-1)}}{\delta t} + G^2 r^{-1} \omega_{\phi(k-1)} \Leftrightarrow.$$

Составим решение в виде отрезка ряда с пятью степенями [8, 17].

Подставим в выражения (3.85), (3.86) $k = -1, 0, 1, 2, 3$, коэффициенты для фронта продольной волны:

$$\rho G^{(1)2} = B_r, \quad X_{w(0)}^{(1)} = 0, \quad (3.87)$$

$$\omega_{\phi(0)}^{(1)} = c_0^{(1)} r_1^{-1/2}, \quad X_{w(1)}^{(1)} = -\frac{G^{(1)}}{f_r} c_0^{(1)} r_1^{-1/2}, \quad (3.88)$$

$$\omega_{\phi(1)}^{(1)} = c_1^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{1}{2} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{1}{4} \right) G^{(1)} c_0^{(1)} r_1^{-3/2} - \frac{1}{2} G^{(1)} \frac{b_r}{e_r} c_0^{(1)} r_1^{1/2} \quad (3.89)$$

$$X_{w(2)}^{(1)} = -\frac{G^{(1)}}{f_r} \left[c_1^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{1}{2} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{5}{4} \right) G^{(1)} c_0^{(1)} r_1^{-3/2} - \frac{1}{2} G^{(1)} \frac{b_r}{e_r} c_0^{(1)} r_1^{1/2} \right], \quad (3.90)$$

$$\omega_{\phi(2)}^{(1)} = c_2^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{1}{2} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{1}{4} \right) G^{(1)} c_1^{(1)} r_1^{-3/2} - \frac{1}{2} G^{(1)} \frac{b_r}{e_r} c_1^{(1)} r_1^{1/2} + \frac{1}{8} G^{(1)2} \frac{b_r^2}{e_r^2} c_0^{(1)} r_1^{3/2} - \frac{1}{8} \left(\frac{9}{4} - \frac{E_\theta}{E_r} \right) \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{1}{4} \right) G^{(1)2} c_0^{(1)} r_1^{-5/2}, \quad (3.91)$$

$$X_{w(3)}^{(1)} = -\frac{G^{(1)}}{f_r} \left[c_2^{(1)} r_1^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{5}{4} \right) G^{(1)} c_1^{(1)} r_1^{-\frac{3}{2}} - \frac{1}{2} G^{(1)} \frac{b_r}{e_r} c_1^{(1)} r_1^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{E_\theta}{E_r} - 1 \right) G^{(1)2} \frac{1}{f_r} c_0^{(1)} r_1^{-\frac{5}{2}} + \frac{1}{8} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{1}{4} \right)^2 G^{(1)2} c_0^{(1)} r_1^{-\frac{5}{2}} - - \left(\frac{1}{f_r} - \frac{3}{4} \right) G^{(1)2} \frac{b_r}{e_r} c_0^{(1)} r_1^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{8} G^{(1)2} \frac{b_r^2}{e_r^2} c_0^{(1)} r_1^{\frac{3}{2}} \right], \quad (3.92)$$

$$\omega_{\phi(3)}^{(1)} = c_3^{(1)} r_1^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{1}{4} \right) G^{(1)} c_2^{(1)} r_1^{-\frac{3}{2}} - \frac{1}{2} G^{(1)} \frac{b_r}{e_r} c_2^{(1)} r_1^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{8} G^{(1)2} \frac{b_r^2}{e_r^2} c_1^{(1)} r_1^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{8} \left(\frac{9}{4} - \frac{E_\theta}{E_r} \right) \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{1}{4} \right) G^{(1)2} c_1^{(1)} r_1^{-5/2} - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E_\theta}{E_r} \right) G^{(1)3} \frac{b_r}{f_r^2} c_0^{(1)} r_1^{-3/2} - \frac{1}{48} G^{(1)3} \frac{b_r^3}{e_r^3} c_0^{(1)} r_1^{5/2} + \left\{ \frac{1}{16} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{1}{4} \right) \left[\left(\frac{1}{4} - \frac{E_\theta}{E_r} \right) - \left(\frac{9}{4} - \frac{E_\theta}{E_r} \right) f_r \right] - \frac{3}{8} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{5}{4} \right) \right\} G^{(1)3} \frac{b_r}{f} c_0^{(1)} r_1^{-3/2} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{f_r} \right) + \frac{1}{8} \left(\frac{9}{4} - \frac{E_\theta}{E_r} \right) \frac{f_r}{e_r} + \frac{1}{4} \right] G^{(1)3} \frac{b_r^2}{f_r e_r} c_0^{(1)} r_1^{1/2} - \frac{1}{48} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{25}{4} \right) \left(\frac{9}{4} - \frac{E_\theta}{E_r} \right) \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{1}{4} \right) G^{(1)3} c_0^{(1)} r_1^{-7/2}, \quad (3.93)$$

$$X_{w(4)}^{(1)} = -\frac{G^{(1)}}{f_r} \left[c_3^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{1}{2} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{5}{4} \right) G^{(1)} c_2^{(1)} r_1^{-3/2} - \frac{1}{2} G^{(1)} \frac{b_r}{e_r} c_2^{(1)} r_1^{1/2} + \left(1 - \frac{E_\theta}{E_r} \right) G^{(1)2} \frac{1}{f_r} c_1^{(1)} r_1^{-5/2} + \frac{1}{8} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{1}{4} \right)^2 G^{(1)2} c_1^{(1)} r_1^{-5/2} - \left(f_r^{-1} - \frac{3}{4} \right) G^{(4)2} \frac{b_r}{e_r} c_1^{(1)} r_1^{-1/2} + \frac{1}{8} G^{(4)2} \frac{b_r^2}{e_r^2} c_1^{(1)} r_1^{3/2} + \frac{1}{120} \left(\frac{11}{4} + \frac{E_\theta}{E_r} \right) \left(\frac{9}{4} - \frac{E_\theta}{E_r} \right) \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{1}{4} \right) G^{(4)3} c_0^{(1)} r_1^{-7/2} - \left[\left(\frac{E_\theta}{E_r} - 1 \right) \frac{4}{f_r} - \frac{1}{2} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{1}{4} \right)^2 - \frac{9}{8} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{5}{4} \right) \right] \frac{G^{(1)3}}{f_r} c_0^{(1)} r_1^{-7/2} - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{E_\theta}{E_r} - 1 \right) \frac{1}{f_r} + \frac{1}{8} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{1}{4} \right) \left[\left(\frac{1}{4} - \frac{E_\theta}{E_r} \right) \frac{1}{f_r} - \left(\frac{9}{4} - \frac{E_\theta}{E_r} \right) \right] - \frac{3}{4} \left(\frac{E_\theta}{E_r} - \frac{5}{4} \right) \frac{1}{f_r} + \frac{1}{4} \frac{1}{e_r} \right] \times b_r G^{(1)3} c_0^{(1)} r_1^{-3/2} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{f_r} \right) + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \left(\frac{11}{4} + \frac{E_\theta}{E_r} \right) \frac{f_r}{e_r} \right] \frac{b_r^2}{f_r e_r} G^{(1)3} c_0^{(1)} r_1^{1/2} - \frac{1}{48} \frac{b_r^3}{e_r^3} G^{(1)3} c_0^{(1)} r_1^{5/2} \right], \quad (3.94)$$

$$\text{где } f_r = 1 - \frac{B_r}{K G_{rz}} = 1 - \frac{G^{(1)2}}{G^{(2)2}} < 0, \frac{1}{e_r} = 1 - \frac{1}{f_r}, e_r = 1 - \frac{K G_{rz}}{B_r} = 1 - \frac{G^{(2)2}}{G^{(1)2}} > 0.$$

На фронте сдвиговой волны получим

$$\rho G^{(2)2} = K G_{rz}, \omega_{\phi(0)}^{(2)} = 0, \quad (3.95)$$

$$X_{w(0)}^{(2)} = c_0^{(2)} r_2^{-1/2}, \quad \omega_{\phi(1)}^{(2)} = G^{(2)} \frac{b_r}{e_r} c_0^{(2)} r_2^{-1/2}, \quad (3.96)$$

$$X_{w(1)}^{(2)} = c_1^{(2)} r_2^{-1/2} - \frac{1}{8} G^{(2)} c_0^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} G^{(2)} \frac{b_r}{e_r} c_0^{(2)} r_2^{1/2}, \quad (3.97)$$

$$\omega_{\phi(2)}^{(2)} = G^{(2)} \frac{b_r}{e_r} \left[c_1^{(2)} r_2^{-1/2} + \frac{3}{8} G^{(2)} c_0^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} G^{(2)} \frac{b_r}{e_r} c_0^{(2)} r_2^{1/2} \right], \quad (3.98)$$

$$X_{w(2)}^{(2)} = c_2^{(2)} r_2^{-1/2} - \frac{1}{8} G^{(2)} c_1^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} \frac{b_r}{e_r} G^{(2)} c_1^{(2)} r_2^{1/2} + \frac{1}{8} \frac{b_r^2}{e_r^2} G^{(2)2} c_0^{(2)} r_2^{3/2} + \frac{9}{128} G^{(2)2} c_0^{(2)} r_2^{-5/2}, \quad (3.99)$$

$$\omega_{\phi(3)}^{(2)} = G^{(2)} \frac{b_r}{e_r} \left\{ c_2^{(2)} r_2^{-1/2} + \frac{3}{8} G^{(2)} c_1^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} G^{(3)} \frac{b_r}{e_r} c_1^{(2)} r_2^{1/2} + \frac{1}{8} \frac{b_r^2}{e_r^2} G^{(2)2} c_0^{(2)} r_2^{3/2} - \left[\frac{1}{e_r} \left(1 - \frac{E_\theta}{E_r} \right) + \frac{15}{128} \right] G^{(2)2} c_0^{(2)} r_2^{-5/2} + \left(\frac{1}{e_r} + \frac{3}{4} \right) \frac{b_r}{e_r} G^{(2)2} c_0^{(2)} r_2^{-1/2} \right\}, \quad (3.100)$$

$$X_{w(3)}^{(2)} = c_3^{(2)} r_2^{-1/2} - \frac{1}{8} G^{(2)} c_2^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} \frac{b_r}{e_r} G^{(2)} c_2^{(2)} r_2^{1/2} + \frac{1}{8} \frac{b_r^2}{e_r^2} G^{(2)2} c_1^{(2)} r_2^{3/2} + \frac{9}{128} G^{(2)2} c_1^{(2)} r_2^{-5/2} + \frac{1}{2} \frac{b_r}{e_r} \left[\frac{1}{e_r} \left(1 - \frac{E_\theta}{E_r} \right) - \frac{9}{128} \right] G^{(2)3} c_0^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} \frac{b_r^2}{e_r^2} \left(\frac{1}{e_r} + \frac{9}{32} \right) G^{(2)3} c_0^{(2)} r_2^{1/2} + \frac{1}{48} \frac{b_r^3}{e_r^3} G^{(2)3} c_0^{(2)} r_2^{5/2} - \frac{75}{1024} G^{(2)3} c_0^{(2)} r_2^{-7/2}, \quad (3.101)$$

$$\omega_{\phi(4)}^{(2)} = G^{(2)} \frac{b_r}{e_r} \left\{ c_3^{(2)} r_2^{-1/2} + \frac{3}{8} G^{(3)} c_2^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} G^{(2)} \frac{b_r}{e_r} c_2^{(2)} r_2^{1/2} + \frac{1}{8} \frac{b_r^2}{e_r^2} G^{(2)2} c_1^{(2)} r_2^{3/2} - \left[\frac{1}{e_r} \left(1 - \frac{E_\theta}{E_r} \right) + \frac{15}{128} \right] G^{(2)2} c_1^{(2)} r_2^{-5/2} + \left(\frac{1}{e_r} + \frac{3}{4} \right) \frac{b_r}{e_r} G^{(2)2} c_1^{(2)} r_2^{-1/2} + \left(1 - \frac{E_\theta}{E_r} \right) \left(\frac{3}{8} - \frac{4}{e_r} \right) \frac{1}{e_r} G^{(2)3} c_0^{(2)} r_2^{-7/2} - \frac{105}{1024} G^{(2)3} c_0^{(2)} r_2^{-7/2} + \frac{3}{8} \left(\frac{1}{e_r} + \frac{29}{32} \right) \frac{b_r}{e_r} G^{(2)3} c_0^{(2)} r_2^{-3/2} + \left(\frac{1}{e_r} + \frac{29}{64} \right) \frac{b_r^2}{e_r^2} G^{(2)3} c_0^{(2)} r_2^{1/2} + \frac{b_r^3}{48 e_r^3} G^{(2)3} c_0^{(2)} r_2^{5/2} \right\}, \quad (3.102)$$

$$X_{w(4)}^{(2)} = c_4^{(2)} r_2^{-1/2} - \frac{1}{8} G^{(2)} c_3^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} \frac{b_r}{e_r} G^{(2)} c_3^{(2)} r_2^{1/2} + \frac{1}{8} \frac{b_r^2}{e_r^2} G^{(2)2} c_2^{(2)} r_2^{3/2} + \frac{9}{128} G^{(2)2} c_2^{(2)} r_2^{-5/2} + \frac{1}{2} \frac{b_r}{e_r} \left[\frac{1}{e_r} \left(1 - \frac{E_\theta}{E_r} \right) - \frac{9}{128} \right] G^{(2)3} c_1^{(2)} r_2^{-3/2} + \frac{1}{2} \frac{b_r^2}{e_r^2} \left(\frac{1}{e_r} + \frac{9}{32} \right) G^{(2)3} c_1^{(2)} r_2^{1/2} + \frac{1}{48} \frac{b_r^3}{e_r^3} G^{(2)3} c_1^{(2)} r_2^{5/2} - \frac{75}{1024} G^{(2)3} c_1^{(2)} r_2^{-7/2} - \frac{1}{4} \left[\left(1 - \frac{E_\theta}{E_r} \right) \left(\frac{4}{e_r} - \frac{3}{4} \right) \frac{1}{e_r} - \frac{117}{1024} \right] \frac{b_r}{e_r} G^{(2)4} c_0^{(2)} r_2^{-5/2} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{e_r} + \frac{25}{24} \right) \frac{b_r^3}{e_r^3} G^{(2)4} c_0^{(2)} r_2^{3/2} + \frac{1}{384} \frac{b_r^4}{e_r^4} G^{(2)4} c_0^{(2)} r_2^{7/2} + \frac{3675}{16384} G^{(2)4} c_0^{(2)} r_2^{-9/2}. \quad (3.103)$$

Вычисленные разрывы на фронте волн позволяют записать выражения для функций W и Q_r в виде отрезков степенных рядов (3.104), (3.105), в которых нужна замена модуля μ на G_{rz} и скачков $\omega_{(i)}^{(\alpha)}$, $X_{(i)}^{(\alpha)}$ на $\omega_{\phi(i)}^{(\alpha)}$, $X_{w(i)}^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, 2$) ($i = 0, 1, \dots, 4$) соответственно [80].

Искомые функции найдены с точностью до произвольных постоянных $c_i^{(\alpha)}$ ($\alpha = 1, 2$) ($i = 0, 1, \dots, 4$), для определения которых применяются граничные условия [19, 20].

$$W \cong \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{k=0}^4 \frac{1}{k!} X_{(k)}^{(\alpha)} (y_a)^k H(y_a); \quad (3.104)$$

$$Q_r \cong K\mu h \sum_{\alpha=1}^2 \sum_{k=0}^4 \frac{1}{k!} \left(-X_{(k)}^{(\alpha)} G^{(\alpha)-1} + \frac{\delta X_{(k-1)}^{(\alpha)}}{\delta t} G^{(\alpha)-1} - \omega_{(k-1)}^{(\alpha)} \right) (y_a)^k H(y_a), \quad (3.105)$$

где $y_a = t - (r - r_0)G^{(\alpha)-1}$, величины $X_{(k)}^{(\alpha)}$, $\omega_{(k)}^{(\alpha)}$ и их δ -производные подсчитываются при $y_a = 0$.

В представленной постановке задачи учтено, что основная нагрузка на пластину передается за счет воздействия одиночного удара.

Система управляющих уравнений примет форму, описывающую движение колеса пары после того, как оно коснется стержня через буфер:

$$P = E_1(\alpha - w). \quad (3.106)$$

Уравнение движение контактной области плитной конструкции имеет следующий вид:

$$ph\pi r_0^2 \dot{W} = 2\pi r_0 Q_r + P(t). \quad (3.107)$$

С учетом начальных условий динамического поведения колесной пары и фрагмента железобетонной плиты, подставим величину полного нормального перемещения в уравнения (3.106) и (3.107), и получим:

$$\dot{W} + bW = aV_0 \quad (3.108)$$

При условии $\dot{a}\Big|_{t=0} = V_0$.

Для решения системы уравнений нужно представить функции $w(t)$, $W(t)$, $\ddot{w}(t)$, $Q(t)$, входящие в нее, в виде степенных рядов по времени t . С этой целью необходимо записать лучевые ряды (3.104), (3.105) для изотропной упругой плиты (в общем случае данная модель соответствует стандартному армированию (табл. 1.4.) [23] на границе области контакта, т.е. при $r = r_0$:

$$W = X_{(0)}^{(2)} + \left(X_{(1)}^{(1)} + X_{(1)}^{(2)} \right) t + \frac{1}{2} \left(X_{(2)}^{(1)} + X_{(2)}^{(2)} \right) t^2 + \frac{1}{6} \left(X_{(3)}^{(1)} + X_{(3)}^{(2)} \right) t^3 + \frac{1}{24} \left(X_{(4)}^{(1)} + X_{(4)}^{(2)} \right) t^4. \quad (3.109)$$

$$Q_r = K\mu h \left[\left(-\frac{X_{(0)}^{(2)}}{G^{(2)}} \right) + \left(-\frac{X_{(1)}^{(1)}}{G^{(1)}} - \omega_{(0)}^{(1)} - \frac{X_{(1)}^{(2)}}{G^{(2)}} + \frac{\delta X_{(0)}^{(2)}}{\delta t} \frac{1}{G^{(2)}} \right) t + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{6} \left(-\frac{X_{(3)}^{(1)}}{G^{(1)}} + \frac{\delta X_{(2)}^{(1)}}{\delta t} \frac{1}{G^{(1)}} - \omega_{(2)}^{(1)} - \frac{X_{(3)}^{(2)}}{G^{(2)}} + \frac{\delta X_{(2)}^{(2)}}{\delta t} \frac{1}{G^{(2)}} - \omega_{(2)}^{(2)} \right) t^3 + \\
& + \frac{1}{24} \left(-\frac{X_{(4)}^{(1)}}{G^{(1)}} + \frac{\delta X_{(3)}^{(1)}}{\delta t} \frac{1}{G^{(1)}} - \omega_{(3)}^{(1)} - \frac{X_{(4)}^{(2)}}{G^{(2)}} + \frac{\delta X_{(3)}^{(2)}}{\delta t} \frac{1}{G^{(2)}} - \omega_{(3)}^{(2)} \right) t^4 \Big],
\end{aligned} \tag{3.110}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial W}{\partial r} &= \frac{\partial X_{(0)}^{(2)}}{\partial r} - \frac{X_{(1)}^{(1)}}{G^{(1)}} - \frac{X_{(1)}^{(2)}}{G^{(2)}} + \left(\frac{\partial X_{(1)}^{(1)}}{\partial r} + \frac{\partial X_{(1)}^{(2)}}{\partial r} - \frac{X_{(2)}^{(1)}}{G^{(1)}} - \frac{X_{(2)}^{(2)}}{G^{(2)}} \right) t + \\
& + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial X_{(2)}^{(1)}}{\partial r} + \frac{\partial X_{(2)}^{(2)}}{\partial r} - \frac{X_{(3)}^{(1)}}{G^{(1)}} - \frac{X_{(3)}^{(2)}}{G^{(2)}} \right) t^2 + \frac{1}{6} \left(\frac{\partial X_{(3)}^{(1)}}{\partial r} + \frac{\partial X_{(3)}^{(2)}}{\partial r} - \frac{X_{(4)}^{(1)}}{G^{(1)}} - \frac{X_{(4)}^{(2)}}{G^{(2)}} \right) t^3 = 0.
\end{aligned} \tag{3.111}$$

К данным соотношениям нужно добавить отрезок степенного ряда для функции местной деформации α :

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + \alpha_4 t^4 + \alpha_5 t^5, \tag{3.112}$$

где $\alpha_i (i=0,1,2,3,4,5)$ — пока неизвестные константы.

В начальный момент времени моделирующая динамический контакт пружина не деформирована, т.е. $\alpha_0 = 0$ (считается, что железнодорожный путь находится в проектном положении).

Подставляя выражения (3.104)–(3.112) в уравнение (3.3) и приравнявая коэффициенты в полученных выражениях при одинаковых степенях t , получим на каждом шаге три алгебраических уравнения для определения трех неизвестных констант: $c_i^{(1)}, c_i^{(2)}, (i=0,1,2,3,4,5)$ и $\alpha_i (i=0,1,2,3,4,5)$.

В случае изотропной вязкоупругой пластинки вместо лучевого разложения (3.105) для перерезывающей силы необходимо использовать отрезок степенного ряда вида (3.112).

Для определения деформированного состояния плиты на удалении от области приложения нагрузки используются не лучевые разложения по времени и пространственной координате, а разложения искомых величин по полиномам Лежандра, содержащим сферические функции, определяющие связь между искомыми функциями перемещений и нагрузки и их производными по координате различных порядков.

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r^2} \frac{c_2}{c_1} \varphi + \frac{c_2 \sigma_r + c_3}{c_1 r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} - \frac{c_2 + c_3}{c_1 r^2} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{12c_4}{c_1} \left(\frac{\partial w}{\partial r} - \varphi \right) = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2},$$

$$\begin{aligned}
& \frac{c_4}{c_1} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} - \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{c_4}{c_1} \left(\frac{\partial w}{r \partial r} - \frac{\varphi}{r} \right) + \frac{c_4}{c_1} \left(\frac{\partial^2 w}{r^2 \partial \theta^2} - \frac{\partial \psi}{r \partial \theta} \right) = \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} + q_1, \\
& \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{c_3}{c_1 r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} - \frac{c_2}{c_1} \frac{u}{r^2} + \frac{c_2 \sigma_r + c_3}{c_1 r} \frac{\partial^2 v}{\partial r \partial \theta} - \frac{c_2 + c_3}{c_1 r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} = \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2}, \\
& \frac{c_2}{c_1 r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{c_3}{c_1} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} \right) + \frac{\sigma_\theta + c_3}{c_1 r} \frac{\partial^2 u}{\partial r \partial \theta} + \frac{c_2 + c_3}{c_1 r} \frac{\partial u}{\partial \theta} = \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2}, \\
& \frac{c_3}{c_1} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\psi}{r^2} \right) + \frac{c_2}{c_1 r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{\sigma_\theta + c_3}{c_1 r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial \theta} + \frac{c_2 + c_3}{c_1 r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + \frac{12c_3}{c_1} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \psi \right) = -\frac{\partial \psi}{\partial \tau^2}, \quad (3.113)
\end{aligned}$$

Где $\tau = \frac{t\sqrt{c_1}}{h}$, $w = \frac{w}{h}$, $u = \frac{u}{h}$, $v = \frac{v}{h}$, $r = \frac{r}{h}$, $c_1 = \frac{E_r}{(1-\sigma_r\sigma_\theta)p}$, $c_2 = \frac{E_\theta}{(1-\sigma_r\sigma_\theta)p}$, $c_3 = \frac{G_{r\theta}}{p}$,

В уравнениях (3.113) через c_1 , c_2 , c_3 , c_4 , c_5 обозначены квадраты скоростей упругих волн, индексы 1, 2 соответствуют продольным волнам растяжения-сжатия, распространяющимся в направлениях r и φ соответственно, индекс 3 соответствует волне сдвига продольных сечений в плоскости $r\varphi$, индексы 4, 5 соответствуют поперечным волнам сдвига в плоскостях, перпендикулярных плоскостям rz , Oz соответственно.

Поскольку скорости волновых факторов связаны с упругими характеристиками материала в данном направлении, то их значения однозначно определяют свойства материала армированного элемента. Для решения системы уравнений (3.113) нужно записать их в пространстве Лапласа, входящие в данную систему уравнений изображения неизвестных перемещений в виде разложений в ряды по полиномам Лежандра

$$c_4 = \frac{KG_{rz}}{p}, c_5 = \frac{KG_{\theta z}}{p}, q_1 = \frac{qh}{pc_1} \text{ q-нагрузка, R1-приведенный радиус контакта.}$$

$$\bar{x} = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} x_{2n+m} P_{2n+1} \left(\cos \frac{\pi r}{2R} \right) \cos(m\theta), \quad (3.114)$$

где R - радиус мишени; r_1 - координата точки, в которой происходит динамический контакт; x - принимает значения φ , u , w , u , v ; черта над переменной показывает, что данная величина используется в пространстве изображений Лапласа.

Выводы третьей главе

Агрегируя решения задач деформирования плиты вблизи области приложения нагрузки и на удалении от нее, получен итоговый результат деформирования ВСП как плоского анизотропного элемента, который в виде графических и аналитических зависимостей может быть использован при проектировании ВСМ.

Расчетно подтверждено, что максимальные значения силы, передаваемой на путь со стороны экипажа уменьшаются с увеличением жесткости узла крепления рельсовой плети и подрельсового основания. Характер поведения максимальных величин силы, передаваемой от колесной пары связан с моделями и контактной силы между колесом и рельсом и зависит от используемых методов. Выбор конкретного метода из рассмотренных в разделе может быть выполнен с помощью результатов мониторинга конкретного участка железнодорожного пути.

Разработана математическая модель для плит, испытывающих кратковременные динамические воздействия, позволяющая одновременно учитывать волновые процессы, различие реологических свойств материала и анизотропных свойств конструкции, в том числе и с предварительно напряженной арматурой. Предложенная модель адаптирована для проектирования плитного основания безбалластного железнодорожного пути и позволяет увеличить точность определения геометрических и динамических свойств деформирования на 10-15% по сравнению с имеющимися алгоритмами и подходит для расчета безбалластных конструкций.

Глава 4 Разработка схемы армирования железобетонных конструкций основания железнодорожного пути

В настоящей главе предложена схема армирования железобетонной плиты основания безбалластного пути на базе агрегирования результатов решения контактной задачи приложения динамической нагрузки от подвижного состава и задачи деформирования плиты основания вне области непосредственного приложения нагрузки.

Рассмотрим рельс длиной l , лежащий на сплошном упругом основании с модулем упругости U_z^0 в вертикальной плоскости. В горизонтальном направлении основание будем считать неподатливым. Пусть по рельсу перемещается с постоянной скоростью v вертикальная сила Q . Не нарушая хода рассуждений, можно рассмотреть также движение по рельсу группы вертикальных сил Q_i . Предположим, что на концы рельсов не передаются продольные силы от соседних рельсов. [25, 91, 73]. Общая картина деформирования рельса под действием внешних сил представлена на рис. 4.1

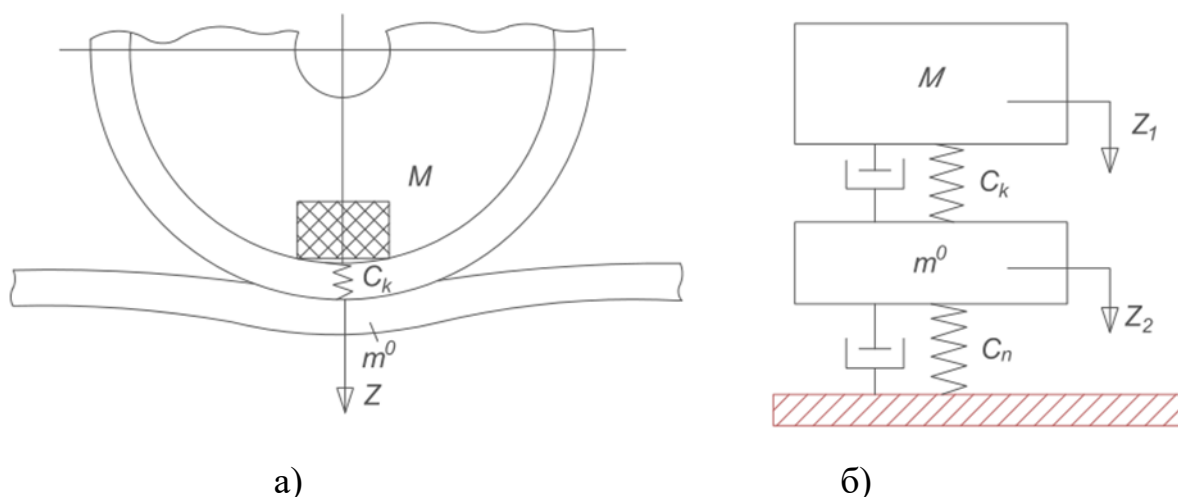


Рис.4.1 Модель контакта колеса и рельса

На рис. 4.1 а представлена модель контакта колеса и рельса, согласно которой суммарное вертикальное перемещение колесной пары складывается из прогиба рельсовой плиты и местного смятия материала колеса и рельса в области их контакта. При этом сама зависимость динамических (контактная сила, нормальное

напряжение) характеристик от геометрических параметров деформирования (местное смятие, вертикальное перемещение) принимается одним из выражения (1.7)

Если учитывать не только массу, действующую на колесную пару, но и приведенную массу кузова с учетом его подрессоривания, то модель примет вид на рис. 4.1 (б). Взаимодействие верхнего строения пути и колесной пары, а также колесной пары с кузовом происходит посредством вязкоупругих элементов, которые могут состоять из различных комбинаций упругих и вязких элементов.

4.1. Динамическое поведение рельсовой плети как верхнего элемента железнодорожного пути

Из-за поперечного изгиба произойдет поворот сечения рельса, что вызовет смещение точек его подошвы на величину X . Кроме того, уменьшится проекция длины рельса на ось ox . Смещение точки нейтральной оси рельса за счет сокращения его проекции при изгибе обозначим через η . Общее перемещение точки подошвы рельса по основанию

$$\lambda = \theta + \xi - \eta + x \quad (4.1)$$

Где $\theta = \theta(t)$ - расстояние от начала координат до левого конца рельса, ξ - удлинение рельса

Определим каждую из составляющих правой части равенства (4.1). Рассмотрим сначала упругое смещение сечения рельса ξ . Деформация элемента рельса dx определяется выражением

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{N}{EF^0} + at_0 \quad (4.2)$$

где N — продольная растягивающая сила в рельсе; E — модуль упругости рельсовой стали; F^0 — площадь поперечного сечения рельса; a — коэффициент линейного расширения стали; t_0 — повышение температуры рельса после его укладки в путь.

Из формулы (4.2)

$$\xi = \frac{1}{EF^0} \int_0^x N dx + at_0 x \quad (4.3)$$

Как следует из рис. 4.1 б, перемещение точки на подошве рельса, вызванное поворотом сечения,

$$x = -h_2 \frac{\partial y^0}{\partial x} = -h_2 x^0 \quad (4.4)$$

где h_2 — расстояние от нейтральной оси рельса до его подошвы; $y^0 = y^0(x, t)$ — прогиб рельса в рассматриваемой точке, являющийся функцией координаты x и времени

t ; $x^0 = x^0(x, t)$ - угол поворота сечения рельса.

Смещение сечения рельса, связанное с сокращением длины проекции нейтральной оси на ось x , может быть определено так [91]:

$$\eta \approx \frac{1}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial y^0}{\partial x} \right) dx = \frac{1}{2} \int_0^x x^0 dx \quad (4.5)$$

Таким образом, равенство (4.1) примет вид

$$\lambda = \theta + \frac{1}{EF} \int_0^x N dx - \frac{1}{2} \int_0^x x^0 dx - h_2 x^0 + at_0 x \quad (4.6)$$

Продольное смещение центра тяжести сечения рельса

$$w = \theta + \xi - \eta = \theta - \frac{1}{EF^0} \int_0^x N dx - \frac{1}{2} \int_0^x x^0 dx - h_2 x^0 + at_0 x \quad (4.7)$$

Если погонная масса рельса равна m , то распределенная (погонная) сила инерции рельса

$$I = -m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (4.8)$$

Помимо сил инерции $I dx$, на элемент рельса dx действуют силы трения по подошве рельса при его перемещениях по основанию (угоняющие силы), силы трения по поверхности катания (особенно при тяге локомотива или торможении подвижного состава), а также силы сопротивления противоугонной системы.

Абсолютная величина распределенной (погонной) силы трения в любой точке подошвы рельса

$$|\rho| = f \Phi(q^0) \quad (4.9)$$

где f — коэффициент трения подошвы рельса по основанию; $q^0 = q^0(x, t)$ — реакция основания в точке x .

Функция $\Phi(q^0)$, входящая в выражение (4.9), определяется так:

$$\Phi(q^0) = \begin{cases} q^0 \geq 0 \\ 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

Функция (4.10) отражает предположение об отсутствии сил трения на участках с отрицательной реакцией основания.

При винклеровском упругом основании вертикальные, распределенные нагрузки, передаваемые от рельса, могут быть определены по формуле

$$q^0(x, t) = q_1^0 + U_z^0 y^0(x, t) \quad (4.11)$$

где q_1^0 — постоянная составляющая, обусловленная собственным весом рельса и его прижатием прикрепителями к шпале; U_z^0 — модуль упругости пути в вертикальной плоскости.

С учетом (4.11) распределенная угоняющая сила по подошве рельса

$$\rho = -f\Phi(q^0)\sin gn\left(\frac{\partial w}{\partial t} - h_2 \frac{\partial x^0}{\partial t}\right) \quad (4.12)$$

Силы трения по поверхности катания рельсов будем рассматривать как постоянную распределенную нагрузку τ , передаваемую на рельс от подвижного состава.

Распределенное (погонное) сопротивление рельса сдвигу, оказываемое противоугонной системой,

$$R = -c(w - h_5 x^0) \quad (4.13)$$

где c — жесткость в контакте противоугона и шпалы, отнесенная к расстоянию между противоугонами; h_5 — расстояние от нейтральной оси рельса до точки приложения силы, действующей со стороны противоугона на шпалу.

Окончательное дифференциальное уравнение в частных производных относительно продольного смещения $w(x, t)$ центра тяжести сечения рельса:

$$-m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + EF^0 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} - cw - f\Phi(q^0)\sin gn\left(\frac{\partial w}{\partial t} - h_2 \frac{\partial x^0}{\partial t}\right) + ch_5 x^0 - \frac{F^0}{I_y^0} x^0 M^0 + \tau = 0 \quad (4.14)$$

В выражении (4.14) переменные $x^0 = x^0(x, t)$, $q^0 = q^0(x, t)$ и $M^0 = M^0(x, t)$ являются известными функциями аргументов x и t .

Начальные смещения $w(x, 0)$ могут быть вызваны как температурными деформациями, так и местными продольными деформациями рельса. Граничные

условия можно определить исходя из того, что на концах рельса ($x = 0$ и $x=l$) отсутствуют продольные силы при любом t .

4.2 Определение напряжений в подрельсовом основании

Значения нагрузок, передаваемых рельсами шпалам, рассчитываются по ряду формул, а средние значения напряжений под подкладками рельсовых креплений — по формуле $\langle \sigma_{ш}^0 \rangle = Q_{сш}^0 / \omega_n^0$ где ω_n^0 — площадь подкладки.

Для предупреждения усиленного врезания подкладок в деревянные шпалы и разрушения под ними древесины рекомендуется ограничивать $(\sigma_{ш}^0)_{\max}$. Численные значения рекомендуемых ограничений $(\sigma_{ш}^0)_{\max}$ в правилах расчетов пути на прочность поставлены в зависимости от грузонапряженности линий. На участках сверхвысокой грузонапряженности, где уложены рельсы типа Р75, рекомендуется ограничивать воздействие подвижного состава на путь таким образом, чтобы $(\sigma_{ш}^0)_{\max}$ (с вероятностью их превышения не более 0,6%) под локомотивами не было больше 1,2 МПа, а под вагонами — 1,1 МПа.

На участках высокой грузонапряженности (с рельсами типа Р65) эти напряжения могут быть повышены: под локомотивами до 1,6 МПа и вагонами до 1,5 МПа, а на участках малой грузонапряженности с рельсами типа Р50 соответственно до 2,0 и 1,8 МПа.

Средние значения нормальных напряжений в балласте под шпалой равны $\langle \sigma_{\sigma}^0 \rangle = Q_{сш,z}^0 / 0,5ab$, где a — длина шпалы; b — ширина.

Поскольку шпала испытывает увеличенный прогиб в некоторых сечениях $Z_{\max}$, наибольшие напряжения в балласте

$$(\sigma_{ш}^0)_{\max} = \langle \sigma_{\sigma}^0 \rangle \frac{z_{\max}^0}{\langle z^0 \rangle} \quad (4.15)$$

$z_{\max}^0$ - средний прогиб шпалы по всей ее длине

Чтобы не допускать интенсивность накопления остаточных деформаций балластного слоя под шпалой, превышающую возможности их устранения при текущем содержании пути, в действующих сейчас правилах расчетов пути на прочность максимальные динамические величины $(\sigma_{\sigma}^0)_{\max}$ (с вероятностью их

превышения не более 0,6%) рекомендуется ограничивать величиной $[\sigma_{\delta \text{Рек}}^0]$. В них $[\sigma_{\delta \text{Рек}}^0]$ принято равным: при щебеночном балласте нормального гранулометрического состава для локомотивов — 0,5 МПа, для вагонов — 0,325 МПа; при мелком щебне и сортированном гравии: для локомотивов — 0,4 МПа, вагонов — 0,26 МПа; при карьерном гравии соответственно 0,3 и 0,225 МПа и песке 0,275—0,2 МПа.

Для предупреждения остаточных деформаций грунтов под основной площадкой земляного полотна предусматриваются расчет и ограничение наибольших нормальных динамических напряжений на основной площадке земляного полотна под всеми колесами поезда, т. е. задача № 15 (см. раздел 1.2). Нормальные напряжения на основной площадке земляного полотна определяются методами теории упругости по известным величинам $(\sigma_{\text{ш}}^0)_{\text{max}}$ [201, 25].

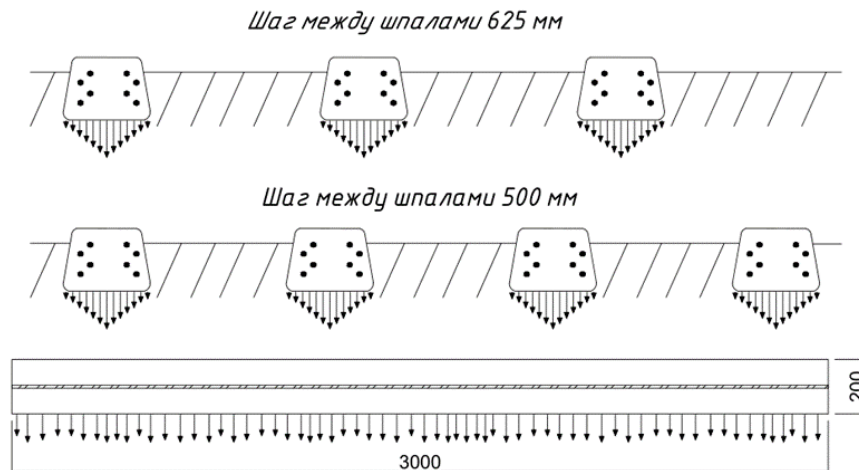


Рис. 4.2. Напряжения от подошвы шпалы по вертикали

Нормальные напряжения на глубине h от подошвы шпалы по вертикали, проходящей через пересечение оси рельса и продольной оси шпалы (рис. 4.2), определяют по формуле, полученной методами теории упругости

$$\sigma_{h1}^0 = \sigma_{\delta 1}^0 \left[0,508m \left(\frac{b}{2h} - \frac{b^3}{24h^2} \right) + 1,02 \frac{(2-m)bh}{4h^2 + b^2} \right] \quad (4.16)$$

где b — ширина шпалы по подошве; m — определенный в опытах коэффициент концентрации напряжений по подошве шпалы;

$$m = \frac{8,9}{\sigma_{\delta 1}^0 + 4,35} \quad (4.17)$$

$\sigma_{\delta 1}^0$ - нормальные напряжения по подошве шпалы (в сечении, где коэффициент изгиба шпалы максимальный).

Напряжение под шпалой (см. рис. 4.2)

$$\sigma_h^0 = \sigma_{h1}^0 + \sigma_{h2}^0 + \sigma_{h3}^0$$

Здесь σ_{h1}^0 и σ_{h3}^0 определяются соответственно для шпал, соседних с расчетной (т. е. для первой и третьей). Как уже указывалось, рассчитываются для поезда в целом. С этой целью определяются средние напряжения в балласте под шпалой от поезда по формуле

$$\langle \sigma_h \rangle = \frac{\langle \sigma_{\delta 1} \rangle n_1 + \langle \sigma_{\delta 2} \rangle n_2 + \dots + \langle \sigma_{\delta i} \rangle n_i}{n_1 + n_2 + \dots n_i} \quad (4.18)$$

Здесь $n_1, n_2, \dots, n_i$ — количество однотипных, в смысле воздействия на путь, колес в поезде, а $\langle \sigma_{\delta 1} \rangle, \langle \sigma_{\delta 2} \rangle, \dots, \langle \sigma_{\delta i} \rangle, s_{\delta 2}, s_{\delta 1}$ — соответствующие им средние величины и средние квадратические отклонения напряжений по подошве шпалы, возникающие под этими однотипными колесами.

Величины $\langle \sigma_h \rangle$ и Sh определяют как для основной расчетной шпалы (на рис. 4.2), так и для смежных с нею шпал. По этим величинам рассчитывают средние значения и средние квадратические отклонения напряжений. Наибольшие напряжения σ_h^0

$$[\sigma_h^0] = \langle \sigma_h^0 \rangle + 2,5s_h^0 \quad (4.19)$$

На основании лабораторных и эксплуатационных исследований при описанном выше методе расчета σ_h^0 принято значение допустимых нормальных напряжений на основной площадке $[\sigma_h^0] = 80$ кПа. Во всех случаях, когда $\sigma_h^0 > [\sigma_h^0]$, необходимо предусмотреть скорейшее проведение плановых работ по усилению конструкции верхнего строения. На малодеятельных линиях с грузонапряженностью, не превышающей 5 млн. т-км/км брутто, могут быть допущены напряжения на основной площадке до 100 кПа.

На основании расчетов основных напряжений в рельсах и на основной площадке земляного полотна после сопоставления их с допускаемыми величинами устанавливаются допускаемые скорости движения поездов по прочности пути.

Для описанной методики расчетов пути на прочность в настоящее время разработаны программы расчетов на ЭВМ [202].

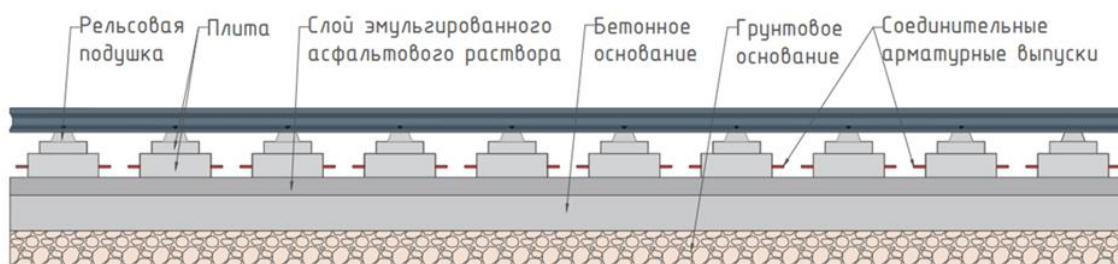


Рис. 4.3. Схема расположения армирующих элементов в одном из типов безбалластной конструкции пути

4.3 Вычислительная схема построения волновой картины в плите основания

Образование и распространение волн в плоском элементе, возможно также реализовать в математической модели. Для разработки математической модели был разработан алгоритм распространения волн в плоском упругом объекте, после динамического воздействия, который в последующем может быть реализован на ЭВМ

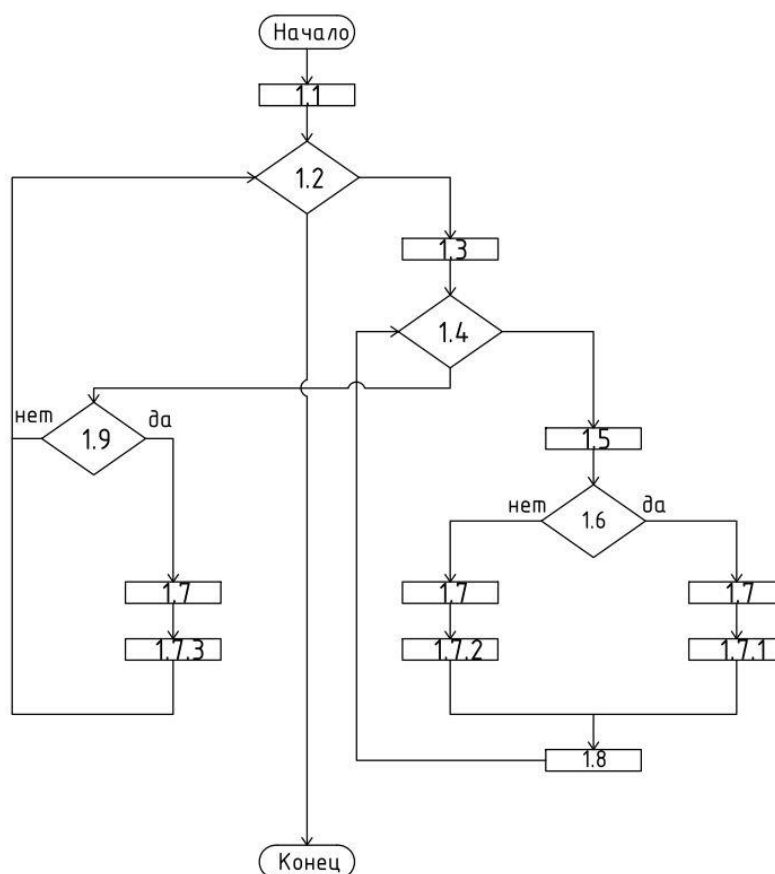


Рис. 4.4 Блок-схема алгоритма расчёта модели распространения волн в плоском элементе

1.1 Инициализация переменных: $t_{\text{кон}}$, h , $t_{2\text{нач}}$, $\text{amout}=0$;

1.2 Цикл Пока верно условие: $t < t_{\text{кон}}$

1.3 Инкрементирование переменных: t на dt

1.4 Цикл от 0 до количества волн: $\text{for } 0 \text{ to } \text{amout}$

1.5 Вычисление координаты, текущей i -ой волны: $x_i = x_i + v_i * dt$

1.6. Проверка на условие H , $\text{if } x_i > h$

1.7 Инкрементирование количества волн: $\text{amout}+1$

1.7.1 Определение значений для новой волны $x_{i+1} = h + (h - x_i * I)$;

$v_{i+1} = v_i * I$; и текущей волны $x_i = 2 * h - x_i$; $v_i = -v_i$

Прорисовывание координат новой волны на графике

1.7.2 Определение значений для новой волны $x_{i+1} = x_i * I$;

$v = v_i * I$; и текущей волны $x_i = -x_i$, $v_i = -v_i$;

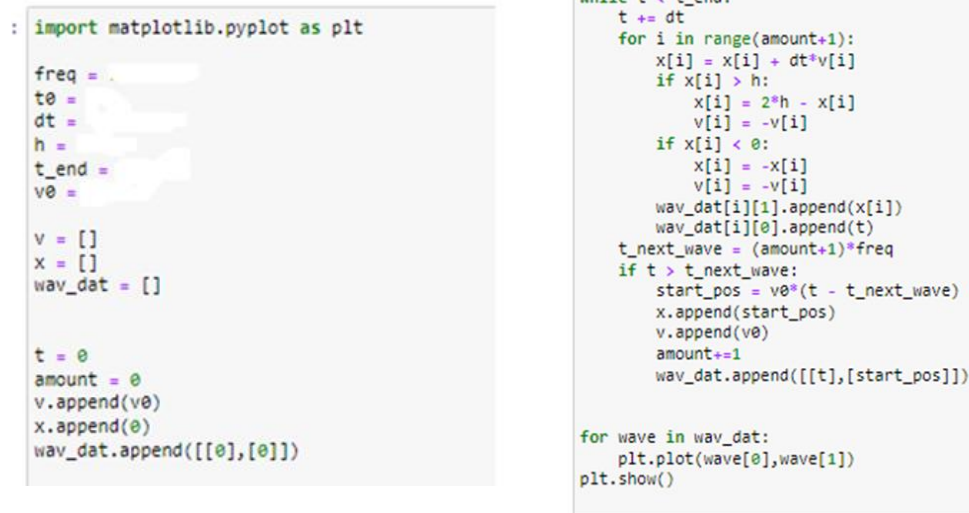
прорисовывание и координат новой волны на графике

1.8 Прорисовывание координат волн на графике

1.9 Проверка условия начала распространения второй волны: $\text{if } t > t_{2\text{нач}}$

1.7.3 Определение значений

для новой волны $x_{\text{amount}} = v_{2m} * (t - t_{2\text{нач}})$, $v_{\text{amount}} = v_{2m}$



```

import matplotlib.pyplot as plt

freq = .
t0 =
dt =
h =
t_end =
v0 =

v = []
x = []
wav_dat = []

t = 0
amount = 0
v.append(v0)
x.append(0)
wav_dat.append([[0],[0]])

while t < t_end:
    t += dt
    for i in range(amount+1):
        x[i] = x[i] + dt*v[i]
        if x[i] > h:
            x[i] = 2*h - x[i]
            v[i] = -v[i]
        if x[i] < 0:
            x[i] = -x[i]
            v[i] = -v[i]
        wav_dat[i][1].append(x[i])
        wav_dat[i][0].append(t)
    t_next_wave = (amount+1)*freq
    if t > t_next_wave:
        start_pos = v0*(t - t_next_wave)
        x.append(start_pos)
        v.append(v0)
        amount+=1
        wav_dat.append([[t],[start_pos]])

for wave in wav_dat:
    plt.plot(wave[0],wave[1])
plt.show()

```

Рис. 4.5. Программный код для python.

Благодаря возможности и специфике численного моделирования, в данном алгоритме моделирования существует особенность, позволяющая выявить влияние того или иного входного параметра на конечный результат моделирования, без изменения внутренних функций самого алгоритма.

На рис. 4.6 изображена зависимость изменения координаты перемещения волна от времени со следующими начальными данными: $E_r = 75$ ГПа, $E_\theta = 40$ ГПа, $\sigma_r = 0.25$, $\sigma_\theta = 0.25$, $\rho = 2700$ кг/м³, $h = 0.5$ м, $t = 25$ с, $l = 0.55$.

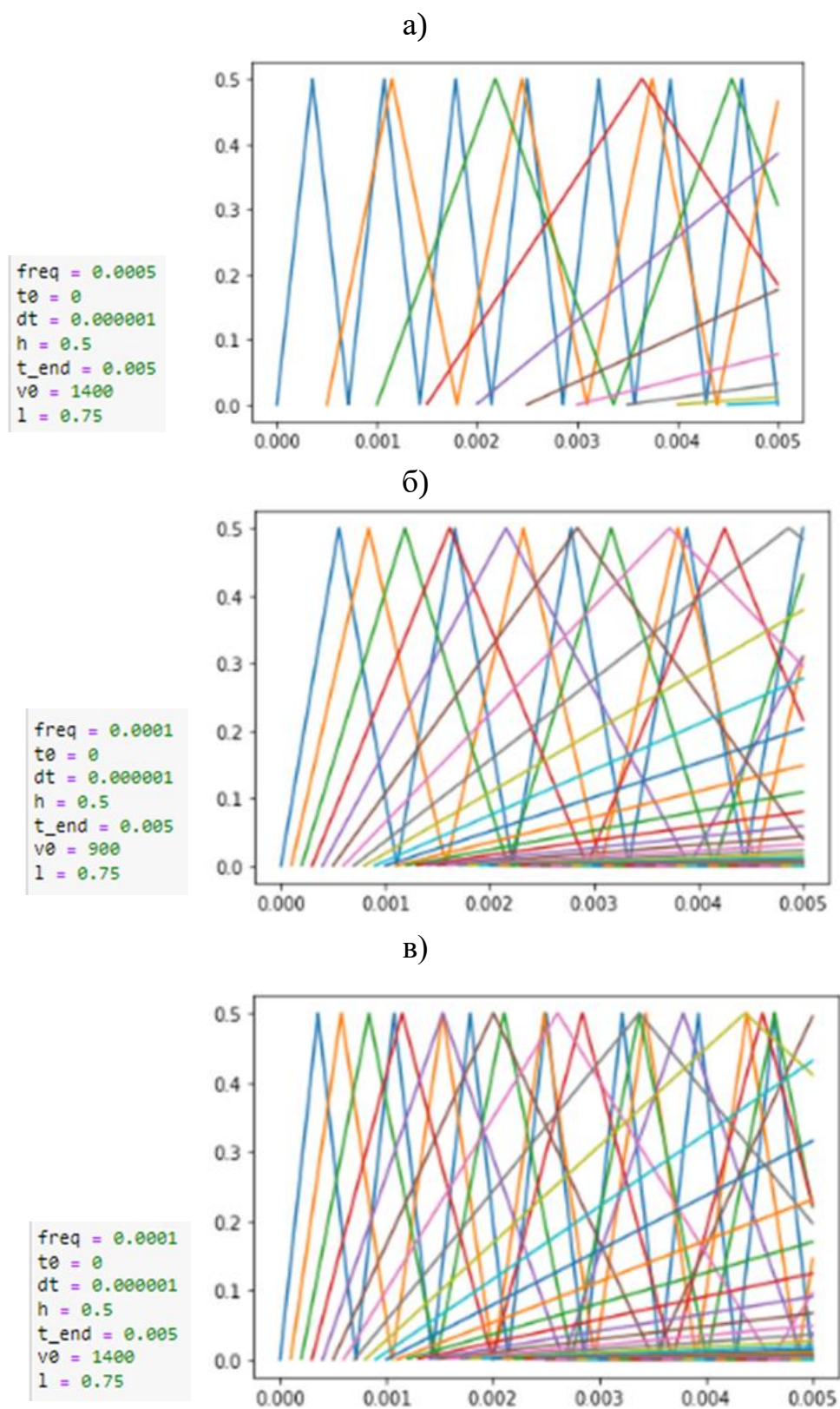


Рис. 4.6 Зависимость изменения координаты перемещения волны от времени на интервале в 0.25 с

При дальнейшем анализе данных выявлено, что наибольшее число «усиливающихся» встреч волновых фронтов, находятся ровно посередине плиты. Также зафиксированы существенные суммарные значения интенсивности взаимодействия волн на расстояниях 0,25 м, 0,125м, 0.375м.

На рис. 4.7 изображена зависимость изменения координаты перемещения волны от времени со следующими начальными данными: $E_r = 75$ ГПа, $E_\theta = 40$ ГПа, $\sigma_r = 0.25$, $\sigma_\theta = 0.25$, $\rho = 2700$ кг/м³, $h = 0.5$ м, $t = 25$ с, $l = 0.30$ (случай значительного уменьшения параметров волны при ее отражении от поверхности раздела сред).

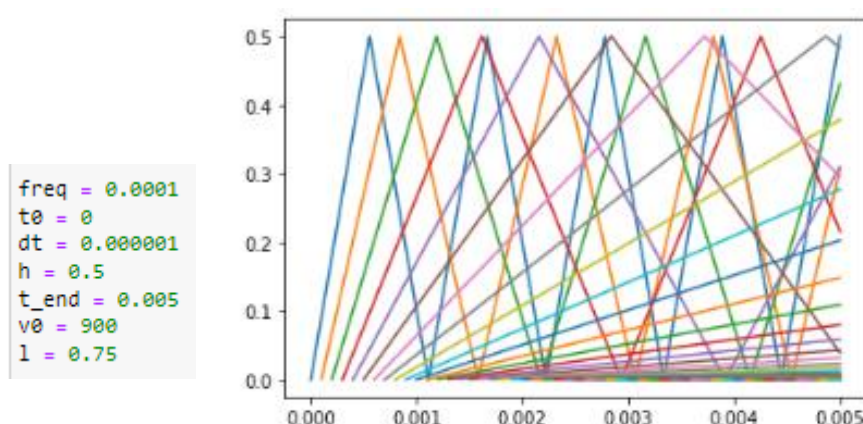


Рис. 4.7 Зависимость изменения координаты перемещения волны от времени, гашение волны 30%

На рис. 4.8 представлена функция координаты перемещения фронта волны от времени для следующих параметров воздействия: $E_r = 75$ ГПа, $E_\theta = 40$ ГПа, $\sigma_r = 0.25$, $\sigma_\theta = 0.25$, $\rho = 2700$ кг/м³, $h = 0.5$ м, $t = 50$ с, $l = 0.55$.

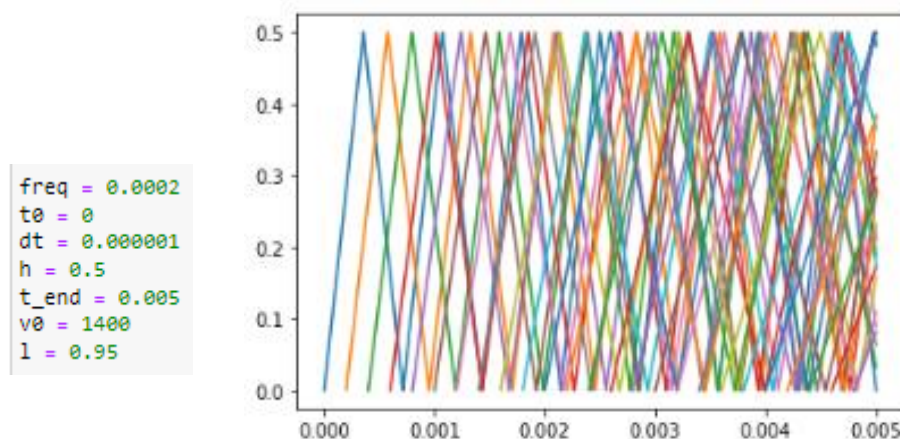


Рис. 4.8 Зависимость изменения координаты перемещения волны от времени на интервале в 50 с

4.4 Определение точек взаимодействия прямых и отраженных волн в плитном основании

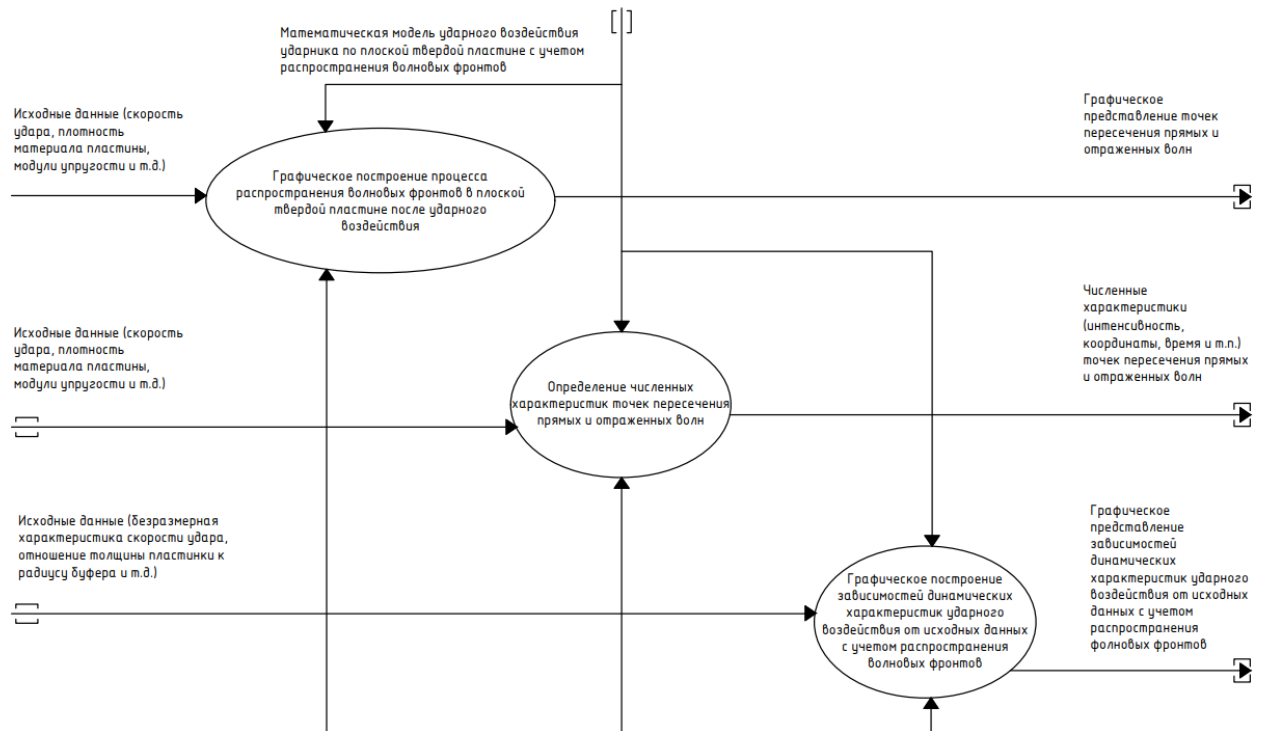


Рис. 4.9. Имитационное моделирование с помощью алгоритмического обеспечения.

На рис. 4.9 изображены результаты имитационного моделирования с помощью предложенного алгоритмического обеспечения, а именно показана зависимость изменения координаты перемещения волной поверхности от времени со следующими начальными данными: $E_r = 90$ ГПа, $E_q = 70$ ГПа, $\nu_r = 0.3$, ($\nu_\theta = 0.25$, $\rho = 3000$ кг/м³, $h = 0.5$ м, $t = 0.25$ с, $l = 5$).

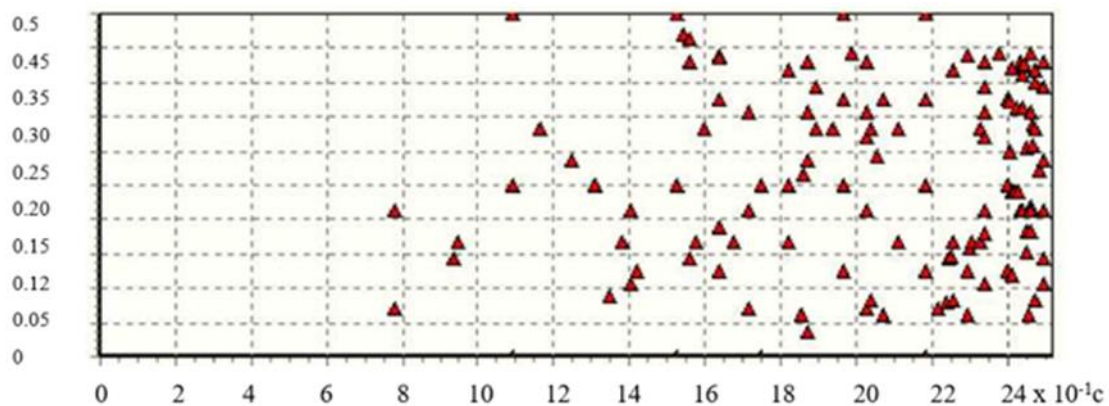


Рис. 4.10. Точки пересечения прямых и отражённых волн, в которых происходило усиление волновых характеристик за счёт их сонаправленности.

Из девяти проведённых экспериментов с различными показателями, в 77% случаев наибольшую нагрузку испытывала средняя часть объекта под областью взаимодействия тел. Развитием предложенной математической модели и численного метода послужила разработка алгоритмного обеспечения и мат. моделей, позволяющего изучить влияние различных реологических свойств области взаимодействия двух твёрдых тел на конечные волновые характеристики. Результаты проведенного численного эксперимента по определению величин силы взаимодействия соответствуют результатам аналитических расчетов.

Численные исследования процессов взаимодействия волн в плитном элементе

В начале запуска алгоритма определения точек пересечения волн и изображения волновых процессов в плоском элементе необходимо наличие начальных данных, таких как E_r , E_θ , σ_r , σ_θ - модули упругости (ГПа) и коэффициенты Пуассона для направлений r , θ соответственно, ρ - плотность материала (кг/м^3), h - высота пластинки (м), t – временной интервал, на котором будет произведено исследование (с), l – величина уменьшения скорости волны при отражении ($0 < l < 1$), фактически определяет естественное затухание в среде и потери при отражении от границы раздела сред.

На рис. 4.9 достаточно чётко видно, что прямые и отражённые волны взаимодействуют в разных точках пластинки от 0 до h . Даже при таком небольшом временном интервале определить точки пересечения вручную представляется достаточно сложным. Поэтому точки пересечения вынесены на отдельную диаграмму (рис. 4.11 и рис. 4.12).

На рис. 4.11 изображены точки, в которых пересеклись прямые и отражённые волны. Зелёным цветом обозначены точки, где волны взаимно гасили характеристики друг друга, красным – где, наоборот, происходило усиление волновых характеристик. Рис.4.12 показывает только те точки пересечения прямых и отражённых волн, где произошло усиление.

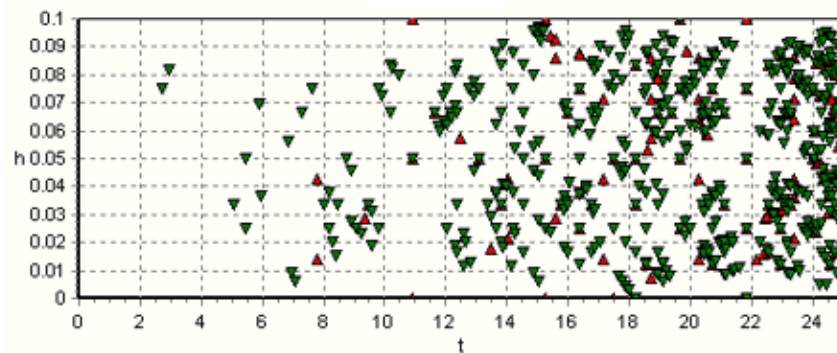


Рис. 4.11 Точки пересечения прямых и отражённых волн (однонаправленные - красные и разнонаправленные - зелёные)

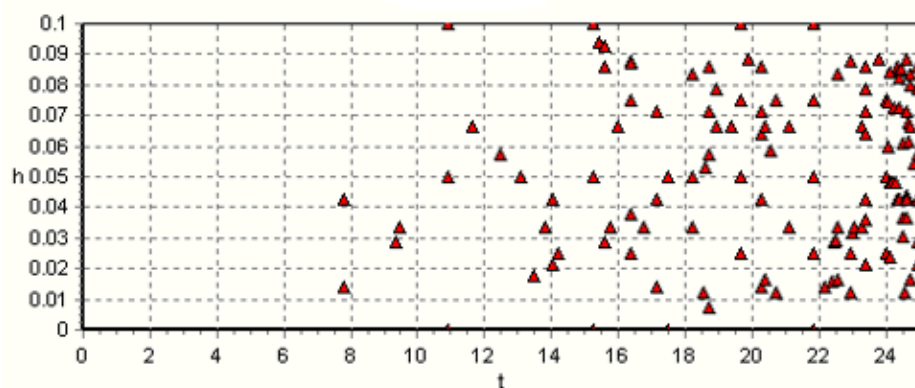


Рис. 4.12 Точки пересечения прямых и отражённых волн, в которых происходило усиление волновых характеристик за счёт их сонаправленности

Дальнейший анализ данных показывает, что наибольшее число «усилиющихся» взаимодействий находится ровно посередине плоского элемента. Самая большая суммарная интенсивность зафиксирована после истечения 0.254 секунды с начала численного эксперимента. На рис. 4.13 показан увеличенный фрагмент графика зависимости изменения координаты перемещения волны от времени. Красным кружком выделена точка, в которой наблюдалась наибольшая совокупная интенсивность значений напряжений на фронтах волн.

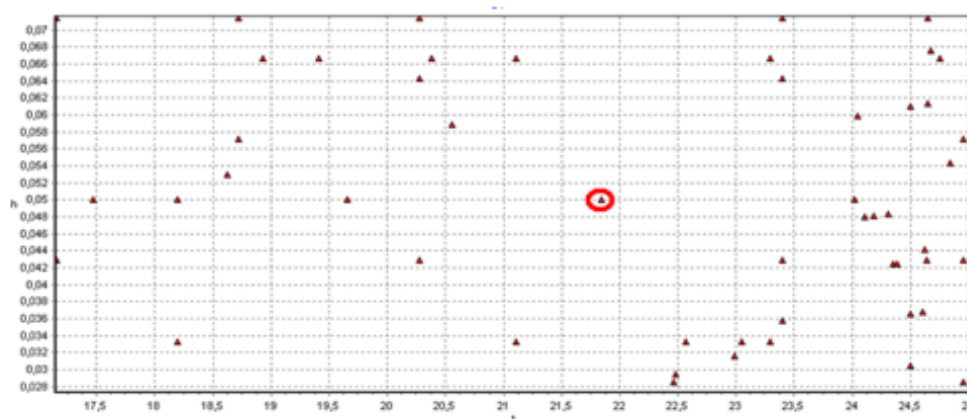


Рис. 4.13 Увеличенный фрагмент графика пересечения волн,

распространяющихся в одном направлении на интервале 0.26 с

На рис.4.14 изображены точки пересечения волн. Рис. 4.15 показывает точки пересечения волн, распространяющихся в одном направлении.

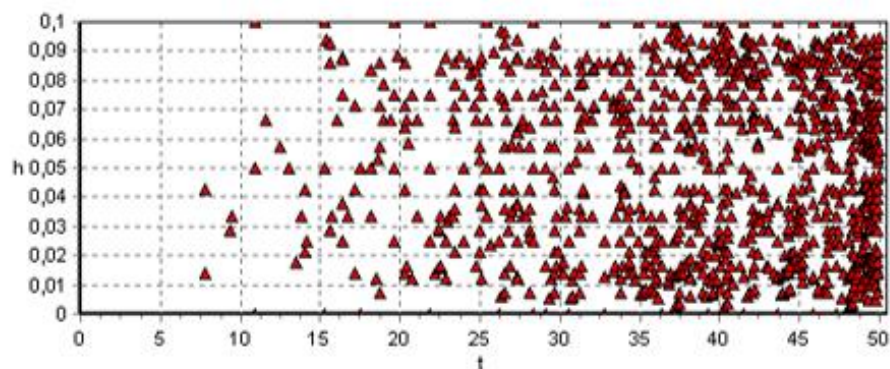


Рис. 4.14 Точки пересечения прямых и отражённых волн (однонаправленные - красные и разнонаправленные - зелёные)

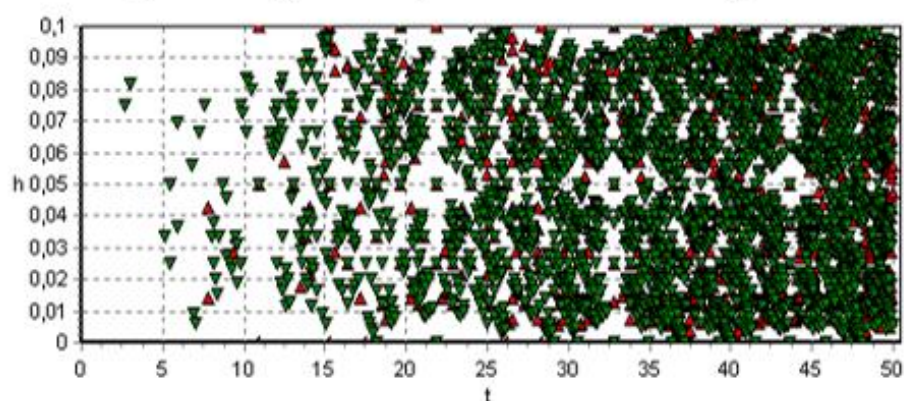


Рис. 4.15 Точки пересечения прямых и отражённых волн, в которых происходило усиление волновых характеристик за счёт их сонаправленности

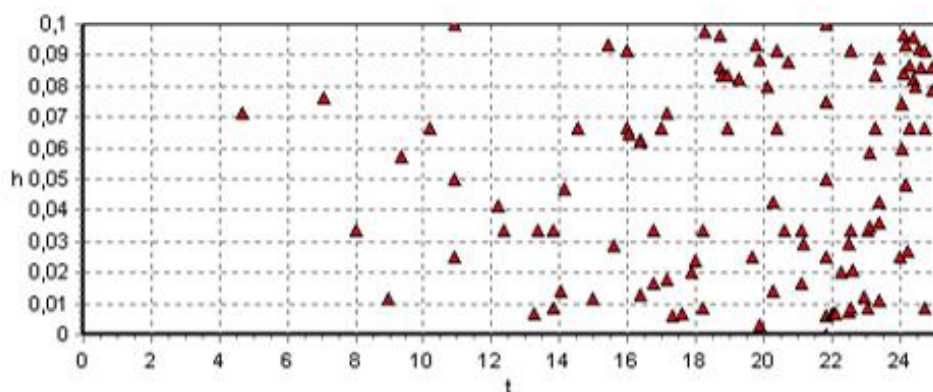


Рис. 4.16 Точки пересечения прямых и отражённых волн, в которых происходило усиление волновых характеристик за счёт их сонаправленности

4.5 Схема армирования железобетонной плиты основания под областью приложения нагрузки

Для оптимального распределения величин перемещений и усилий предлагается объединить локальные каркасы с круговой и радиальной арматурой, расположенные на расстояниях в одну треть толщины плиты от верхней и нижней ее грани, и объемные каркасы основного армирования, воспринимающие нагрузку от нескольких колесных пар в пределах рассматриваемого сегмента или отдельной плиты (это соответствует случаю использования сборных железобетонных плит основания пути). Основное армирование расположено в верхней и нижней четвертях толщины плитного элемента в областях наиболее подверженным растяжению при действии знакопеременной нагрузки. Локальные и общие каркасы объединяются в один посредством сварки с вертикальными стержнями, а оптимальная работа и совместность деформаций достигается посредством разработки специального технологического процесса бетонирования, позволяющего уплотнить бетонную смесь в зоне каркаса с круговыми арматурными стержнями.

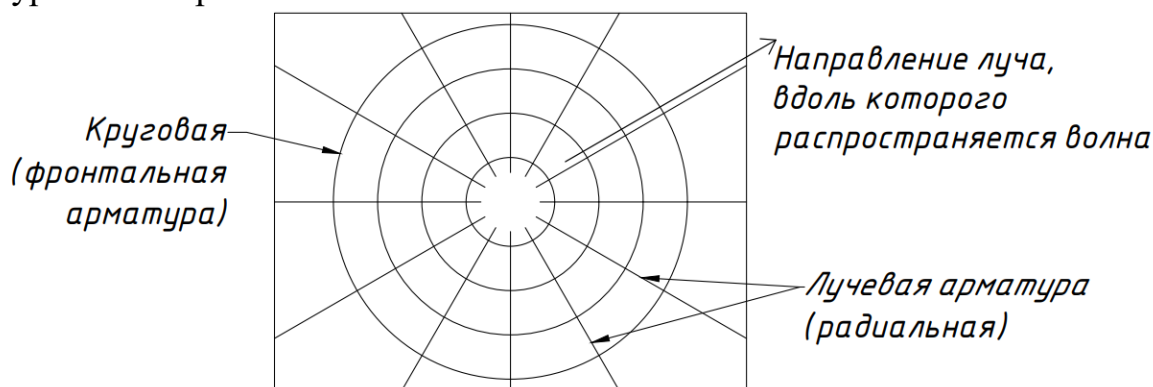


Рис. 4.17. Схема расположения армирующих элементов

Эта схема закладывается в общую схему армирования железобетона. Плиты передающих конструкций располагаются по толщине плиты в местах схода прямой и отраженной волн и образуются участки с наибольшим давлением рис. 4.18. и рис 4.19.

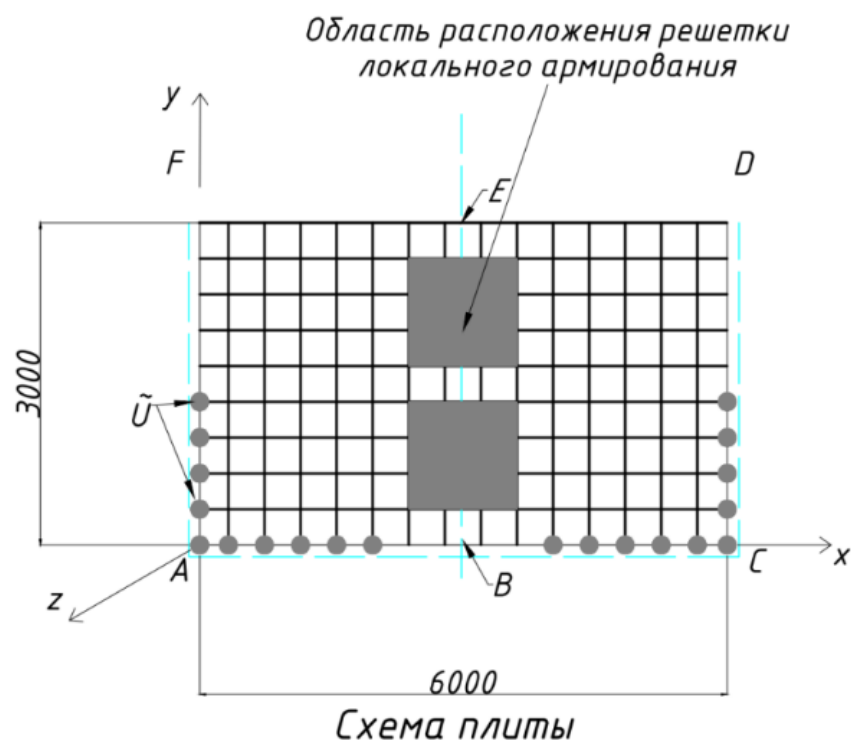


Рис. 4.18. Область расположения локальной решетки армирования

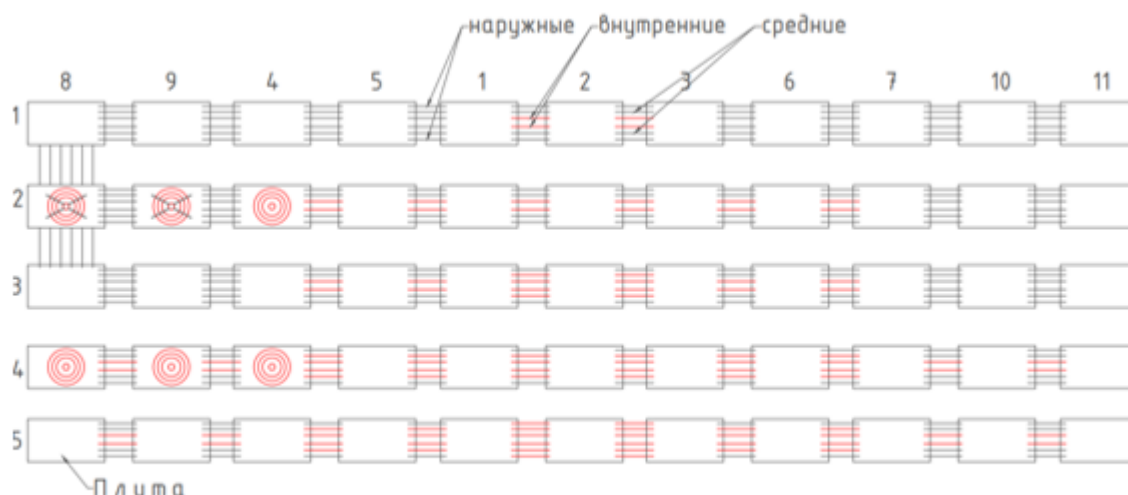


Рис 4.19. Общая схема конструкции пути с армированием

Математическая модель распространения волн в упругой среде построена с учетом рассмотрения волновых процессов после динамического движения на ортотропной пластине колесной пары на ВСП по плоскости ж/б. подрельсового основания. рис 4.20. Места расположения арматуры локальных каркасов совпадают с точками встречи прямых и отраженных волн, которые дают максимумы суммарных и эквивалентных напряжений и позволяют создать конструкцию в которой армирование вычисляется не через определение растянутых зон (которые очень быстро меняются при знакопеременной нагрузке) и не через вычисление

коэффициента армирования, а посредством построения волновой картины в конкретные моменты времени и подборе механических свойств анизотропии в трех основных направлениях: вдоль рельсовых плетей, поперек рельсов и вертикально вниз, вдоль толщины. Рассчитываются соотношения модулей упругости в трех указанных направлениях и модули сдвига в трех плоскостях (вертикальные плоскости вдоль и поперек рельсов и горизонтальная плоскость). Данные механические характеристики позволяют добиться при проектировании реальных железнодорожных путей не превышения прогибов и иных перемещений плиты основания допустимых значений, указанных в нормативно-технической документации.

Дальнейший анализ данных показывает, что наибольшее число «усилиющихся» взаимодействий находится вблизи границ третей по толщине плитного элемента, поскольку использованные в данном численном эксперименте значения наиболее близки параметрам реальной железобетонной конструкции, то установка локальных круговых арматурных каркасов под узлами опирания рельсовой плети, требуется на расстояниях в одну треть от толщины плиты.

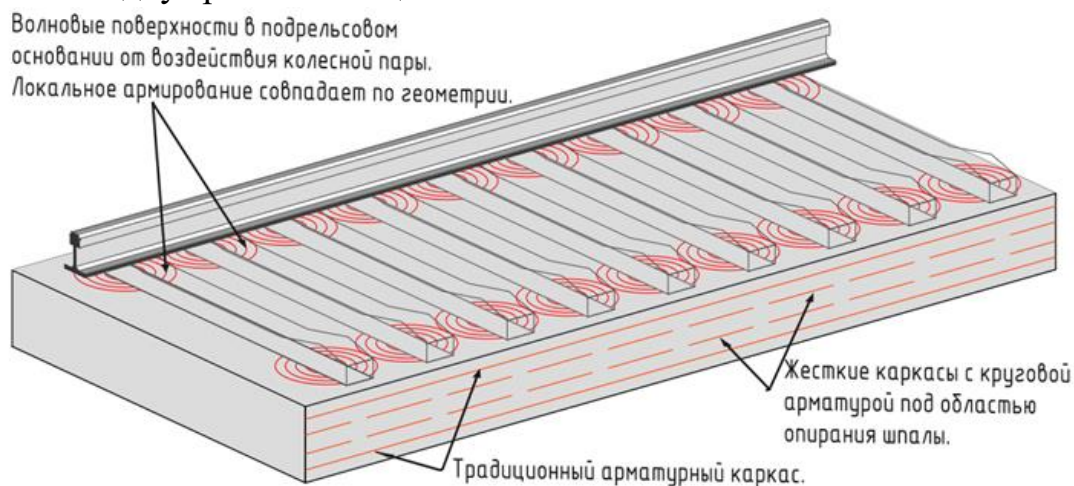


Рис. 4.20. Модель ж/д. пути с предлагаемой схемой армирования

Из всех проведённых экспериментов с различными показателями наибольшую нагрузку испытывала средняя часть объекта, на который действовала динамическая нагрузка, а также точки, расположенные на расстояниях в четверть и треть от толщины пластины, отсчитываемых от нижней и верхней грани плиты основания железнодорожного пути. Если наблюдаются точки, в которых встречаются разнонаправленные волны, то, в этом случае, необходимо укреплять объект от

расслаивания материала и, напротив, если наблюдаются точки, в которых волны двигаются сонаправлено, т.е. усиливают напряжение, то необходимо укреплять объект от деформации сжатия. В обоих случаях средством защиты объекта может служить дополнительное армирование. Располагать рабочую арматуру предлагается как раз в местах, где происходит увеличение абсолютной величины напряжений при взаимодействии упругих волн. Расположение армирующих элементов соответствует цилиндрической анизотропии и определяется характером распространения фронтов упругих волн. Имитационное моделирование показывает, что шаг армирования должен быть от 25% до 33% от толщины плоского элемента. Дело в том, что помимо существенного усиления напряжения в середине объекта, наблюдались локальные максимумы на расстоянии $1/4$, $3/4$ толщины плиты, а при большем значении затухания эти максимумы переходили в точки на расстоянии $1/3$, $2/3$ высоты объекта.

Выводы по четвертой главе

В данном разделе проведена апробация предложенных моделей и алгоритмов при вычислении параметров динамического нагружения, таких как сила взаимодействия колеса и рельса, сила, передаваемая на плиту основания пути, перемещения различных точек конструкции пути.

Предложенное алгоритмическое и математическое обеспечение позволяет построить волновую картину распространения упругих волн, определить их влияние на деформированное состояние пластины, вычислить расположение точек встречи прямых и отраженных предельных и поперечных волн, которые взаимно усиливают или гасят друг друга. Данный процесс позволяет определить местоположение фронтов волновых поверхностей в любой момент времени после прохода колесной пары в заданную точку ВСП.

Предлагаемые методы и вычислительные алгоритмы позволяют визуализировать процессы распространения волновых фронтов в плите основания железнодорожного пути после воздействия транспортного средства с учётом множества параметров, которые можно менять в ходе численного эксперимента. Модификация алгоритмического обеспечения позволяет определить местоположение фронтов упругих волн в различные моменты времени и точки схождения отраженных от граней плитного элемента волн различного порядка., где наблюдается локальное увеличение или уменьшение суммарных и эквивалентных напряжений в материале.

Разработанное алгоритмическое и математическое обеспечение в случае реализации в виде программного комплекса может быть использовано во многих прикладных задачах для расчета железнодорожного пути на динамические воздействия и позволит уменьшить требуемые вычислительные и временные ресурсы за счёт использования более эффективных схем и методов расчета, учитывающих реологические, анизотропные свойства материала конструкции и волновые процессы в ней.

Глава 5 Применение разработанных моделей и алгоритмов для расчета основания безбалластного пути

Объекты транспортной инфраструктуры должны отвечать современным требованиям увеличения скоростей и массы снаряженных транспортных средств относительно элементов конструкций пути. При этом требуется учитывать условия долговечности и безаварийной эксплуатации.

Начиная с 80х годов двадцатого столетия технология армирования используется при строительстве и реконструкции объектов железнодорожной инфраструктуры. Армированные элементы - это, прежде всего, композитный материал, состоящий из соединения основного заполнения с арматурой, которая сделана чаще всего из металлических материалов (оцинкованная или нержавеющая сталь в виде решеток или стержней) или полимерных базальтовых материалов, размещенных горизонтально, которые обладают способностью воспринимать высокие растягивающие силы, возникающие в различных элементах верхнего и нижнего строения пути. Как и в железобетоне, армирование используется для улучшения механических свойств основного материала, поэтому обычно элементы армируются только в направлении, в котором больше всего действуют растягивающие усилия.

Со временем появились различные строительные технологии на основе армирования, для строительства, например укрепленных подпорных конструкций для грунта, основные различия между этими технологиями связаны с использованием различных материалов для облицовки и армирования, методом строительства и, конечно же, с их использованием в различных сферах строительства: (здания и сооружения, съезды на мостах, насыпи для железных и автомобильных дорог, подпорные стены транспортной инфраструктуры, плотины, защитные подпорные конструкции).

5.1 Особенности традиционных схем армирования плит

Передача нагрузки от подвижного состава на земляное полотно и его основание происходит через элементы верхнего строения пути, в том числе рельсошпальную решетку, которая фактически выполняет роль жёсткого

анизотропного слоя, увеличивающего площадь для передачи подвижной нагрузки, передавая нагрузку на балластную призму или плиту безбалластного основания, а затем на земное полотно [10].

Рассмотренные армированные конструкции позволяют уменьшить при увеличенных скоростях нагрузку на ось экипажа, а также увеличить устойчивость и уменьшить восприимчивость к внешним погодным условиям. До сих пор железнодорожная отрасль не имела достаточного практического опыта использования классических композитов в железнодорожной инфраструктуре. Чаще всего это происходит из-за существующего разнообразия композитных материалов (с различными структурными характеристиками). Арматура выдерживает нагрузку благодаря своей высокой прочности и может применяться в качестве армирования только в продольном направлении или в продольном и поперечном направлениях.

Поскольку вагон с неподвижным центром тяжести обычно передает нагрузку на колесо через поверхность катания рельса под углом 45° , эта область является наиболее важной частью, в то время как другие части подрельсового основания не требуют такой же прочности, поэтому в этих местах предлагается устанавливать круглые арматурные каркасы. Лучшая конструкция подрельсового основания может быть достигнута за счет уменьшения толщины его сечения или снижения качества материалов в тех областях, где напряжение незначительно, - метод, который может быть полезен для разработки экономичного железнодорожного основания. Такой подход фактически уже был реализован в шпалах из предварительно напряженного бетона, где бетонные шпалы В70 были оптимизированы на основе распределения колесных нагрузок, но для сплошного железобетонного основания такое предположение для проведения расчета использовалось впервые.

Оптимизация подрельсового основания не только выгодна с точки зрения снижения затрат, но также улучшает поперечную устойчивость рельсового пути.

Плиты железобетонного основания проармированы по предлагаемой схеме позволяют увеличить площадь опирания рельсошпальной решетки на коренной

грунт, а также дают возможность подобрать анизотропные свойства материала, исходя из эксплуатационных потребностей для данного участка железной дороги. Подобные строительные решения увеличивают долговечность конструкции за счет эластичности основной арматуры и как следствие уменьшение трещинообразования, что особенно актуально при переходе через «температурный ноль» в осенний и весенний период [96, 101, 102, 103].

В поперечном сечении плиты рабочую арматуру кладут в растянутую зону сечения в один-два ряда с такими зазорами, которые позволили бы плотно укладывать бетон без пустот. В целях экономии стали некоторые продольные арматурные стержни можно не доводить к опорам и вырезать в диапазоне, где они не подвержены изгибающим моментам. В изгибаемых элементах площадь поперечного сечения продольной рабочей арматуры следует определять расчетом, но не менее размеров b и h_0 , $\rho = 0,05\%$ площади поперечного сечения элемента.

Плиты должны быть снабжены как минимум двумя продольными каркасами начинающиеся вблизи опорных частей. В железобетонных плитах одновременно действуют поперечная сила и изгибающий момент, что требует дополнительного армирования. Продольные и поперечные стальные стержни объединяются в сварной или вязаный каркас. [118,119].

Надо усиливать концевые участки предварительно напряженных элементов, это особенно актуально для плит основания пути в местах опирания рельсовых плетей. Местное усиление участков предварительно напряженных элементов под анкерами, а также в местах опирания натяжных устройств рекомендуется выполнять напрягаемой арматурой с помощью закладных деталей или дополнительной поперечной арматуры, а также увеличением сечения элемента на этих участках.

В условиях внецентренного сжатия находятся плиты основания однопутного или двухпутного железнодорожного пути, воспринимающие давление грунта в качестве реакции опоры и вертикальное давление от транспортного средства. В них действуют сжимающие силы N и изгибающие моменты M поперечные силы Q , которые могут быть определены с использованием аналитических соотношений

для перемещений динамической силы.

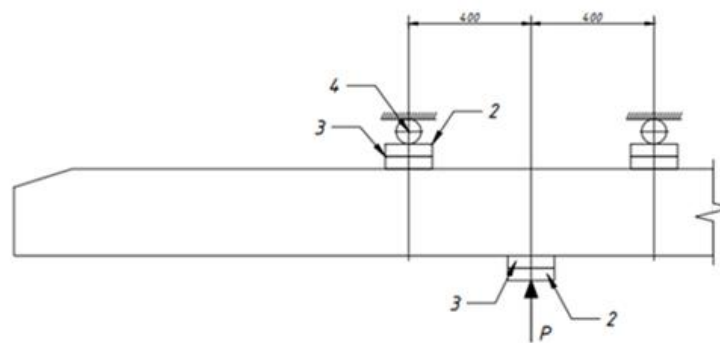


Рис. 5.1. Работа продольного основания при нагружении в среднем сечении

5.2 Вычислительная схема расчета железобетонных брусьев

Расчет включает следующие основные этапы: определение нагрузок, передаваемых от колес экипажей на рельсовые нити стрелочного перевода и от них на брусья; определение прогибов, поперечных сил и изгибающих моментов по длине брусьев; проверка соответствия несущих способностей брусьев возникающим в них нагрузкам. Определение усилий от воздействия на стрелочный перевод подвижного состава является сложной задачей, к настоящему времени еще не доведенной до решения в достаточно простой аналитической форме. Приближенный расчет сил в зонах стрелки, соединительных и закрестовинных путей можно производить по правилам расчета железнодорожного пути на прочность. При этом должны быть приняты во внимание особенности, присущие конструкции стрелочного перевода, разброс в значениях модуля упругости пути по длине перевода, более крутые, чем на обычном пути уклоны неровностей, отсутствие подуклонки рельсов, возвышения рельсов упорной нити и др. Расчеты на АВМ ЭМУ-10 и МН-7 динамических эффектов с помощью системы четырех дифференциальных уравнений второго порядка, проведенные ВНИИЖТом [19], показали достаточно хорошую сходимость полученных данных с результатами экспериментов.

После определения динамических сил $Q_p, Н$ передающихся от колес на рельсы, сила воздействия на брус $Q_i, Н$ находится

$$Q_i = \frac{ka_0}{2} Q_p \quad (5.1)$$

$$\chi = mx$$

Где k - коэффициент относительной жесткости основания и рельса см^{-1}

a_0 - расстояние между осями брусьев, см

В пределах стрелочного перевода значения k и a_0 существенно различны.

Поэтому для каждого бруса получаются свои Q_1 и Q_2 . Прогибы, изгибающие моменты и поперечные силы (y_x , M_x и Q_x) балки конечной длины, загруженной сосредоточенными силами Q_1 и Q_2 , находятся по зависимостям:

$$y_x = y_0 A_x + \frac{1}{m} \varphi_0 B_x - \frac{1}{m^2 El} M_0 C_x - \frac{1}{m^3 EL} Q_0 D_x + \frac{1}{m^3 El} Q_i D_x - \alpha_i \quad (5.2)$$

$$M_x = M_0 A_x + \frac{1}{m} Q_0 B_x + K_n \frac{1}{m^2} y_0 C_x + K_n \frac{1}{m^3} \varphi_0 D_x - \frac{1}{m} \sum_0^x Q_i B_{x-\alpha_i} \quad (5.3)$$

$$Q_x = Q_0 A_x + \frac{K_n}{m} y_0 B_x + \frac{K_n}{m^2} \varphi_0 C_x - \frac{4M_0}{m} D_x - \sum_0^x Q_i A_{x-\alpha_i} \quad (5.4)$$

где $K_n = cb$ погонный коэффициент постели бруса [$c = 50\text{—}300$ МПа/м ($5\text{—}30$ кгс/см³) — коэффициент постели бруса; $b = 0,32$ м (32 см) — ширина подошвы бруса]; [20]

y_0, φ_0, M_0, Q_0 — соответственно значения прогиба, угла поворота сечения, изгибающего момента и поперечной силы у конца бруса, т. е. в начале координат;

$$m = \sqrt{\frac{K_n}{4E_0 I_{\delta p}}} - \text{основная характеристика уравнения изгиба бруса как балки на}$$

упругом основании [$E_0 = 35$ ГПа

($3,5 \cdot 10^5$ кгс/см²) — модуль упругости бетона;

$I_{\text{бр}} = 2,8 \cdot 10^{-4}$ м⁴ ($2,8 \cdot 10^4$ см⁴) — приведенный момент инерции поперечного сечения бруса];

A_x, B_x, C_x и D_x — гиперболо-тригонометрические функции, табличные значения;

$\chi = mx$ — приведенная абсцисса расчетного сечения;

Q_i - сила, приложенная в каком-либо сечении балки на участке длиной x .

В эксплуатационных условиях может происходить перерезание краем подкладки резиновых амортизаторов, уложенных под подкладку на брус. В этом случае резко возрастает боковая неравно жесткость опор и ухудшаются условия передачи боковых сил от рельсов на бетон брусьев рис.5.21. Измерения, проведенные на стрелочном переводе типа Р65 марки 1/11 при движении поезда по ответвленному пути, показывают, что боковые силы от подошвы рельсов на подкладки упорной нити перевода могут достигать 37 кН (3,7 тс). По внутренней нити боковые силы на подкладку не превосходят 9 кН (0,9 тс).

Расчет железобетонных брусьев на выносливость, т. е. по образованию трещин в сжатой и растянутой зонах бетона от многократно повторяющейся нагрузки, а также расчет по предельной величине изгибающего момента, при котором в растянутой зоне еще не образуются трещины, производится при тех же самых предпосылках и допущениях, что и расчет железобетонных шпал.

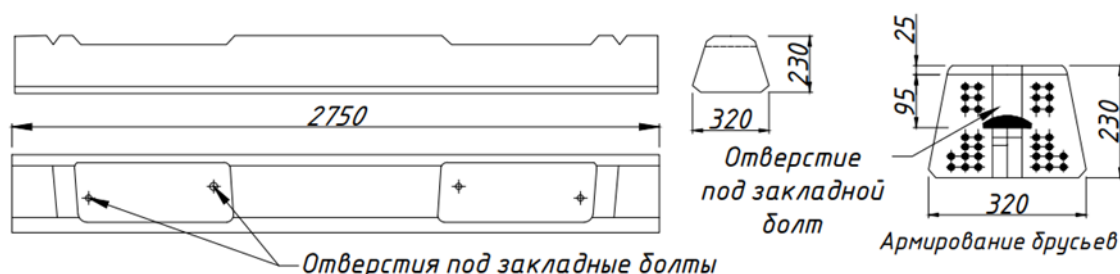


Рис 5.2 Общий вид бруса и расположение армирующих элементов

В общем случае величину изменения нормы устойчивости безбалластной конструкции железнодорожного бесстыкового пути относительно его базового значения можно выразить через поправочный коэффициент K_f , учитывающий фактическое состояние пути и наличие различных отступлений от норм его устройства и текущего содержания [24,41,120].

При расчете комплексного показателя предотказного состояния бесстыкового пути учитывается ряд факторов, которые характеризуют наличие температурных напряжений в рельсовых плетях и удерживающие свойства плиты

основания, учитываются в трех коэффициентах: коэффициент предотказного состояния, характеризующий устойчивость бесстыкового пути при нарушении ширины плеча балластной призмы; коэффициент предотказного состояния, характеризующий устойчивость бесстыкового пути при наличии пустот под плитами; коэффициент предотказного состояния, характеризующий устойчивость бесстыкового пути при недозаполнении подплитного пространства.

5.3 Технологическая схема бетонирования железобетонной плиты основания пути

Безбалластная конструкция железнодорожного пути имеет ряд преимуществ в сравнении с традиционным путём на балласте. Существует многообразие различных конструкций пути на сплошном основании различного типа армирования. Соответственно в первую очередь, необходимо определиться с классом безбалластного пути, который можно разделить на готовые железобетонные элементы (плиты), изготавливаются на специальных заводах с последующей установкой непосредственно на стройплощадках путем выбора оптимальных размеров, экономичных форм сечения, рациональных методов армирования, прямого формования монолитных панелей и заливки на строительной площадке при прокладке пути рис 21[48,50]. Определенную сложность для многих практических задач представляет переход от результатов аналитического или численного моделирования к реальным конструкциям и их элементам, изготовленным из традиционных материалов в условиях предприятия (если мы говорим про сборные железобетонные конструкции) или в условиях реальных участков дистанций отечественных железных дорог (если рассматриваются монолитные протяженные секции основания пути или ремонт отдельных его сегментов).

В представляемой диссертационной работе разработана специальная технологическая схема строительства железобетонного основания безбалластного пути, в основе которой заложена вязка предложенного каркаса из металлических арматурных стержней и бетонирование основной матрицы конструкции с поэтапным уплотнением укладываемой смеси.

Тип пути на железобетонном монолитном рельсовом фундаменте не требует предварительной сборки путевых элементов. При реализации данной технологии вершины и профили рельсов устанавливаются в рабочее положение. После окончательной центровки вокруг опор рельсов заливается бетонная смесь, которая фиксирует рельсы в требуемом положении рис.5.4

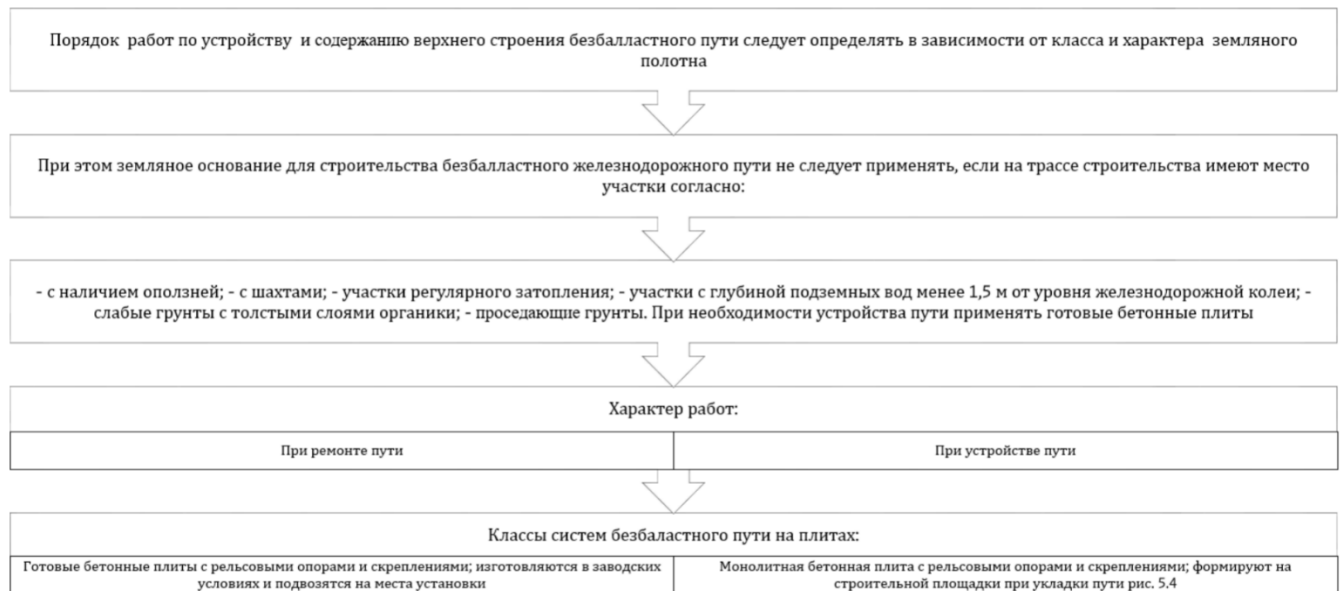


Рис. 5.3. Основные классы систем безбалластного пути на плитах



Рис. 5.4. Этапы бетонирования

Под воздействием вибрации бетонная смесь переходит из рыхлого состояния в жидкое структурное состояние и приобретает подвижность за счет уменьшения трения между частицами, заполняющими все изгибы форм опалубки.

Чтобы обеспечить заполнение опалубки без пустот и плотное перекрытие стальных стержней, в углах и в местах с высокой плотностью армирования применяется вибрация и дополнительный байонет. При вибрации бетонная смесь переходит из рыхлого состояния в структурное жидкое состояние. По мере уменьшения трения между частицами достигается текучесть и все изгибы опалубки заполняются рис. 5.5.

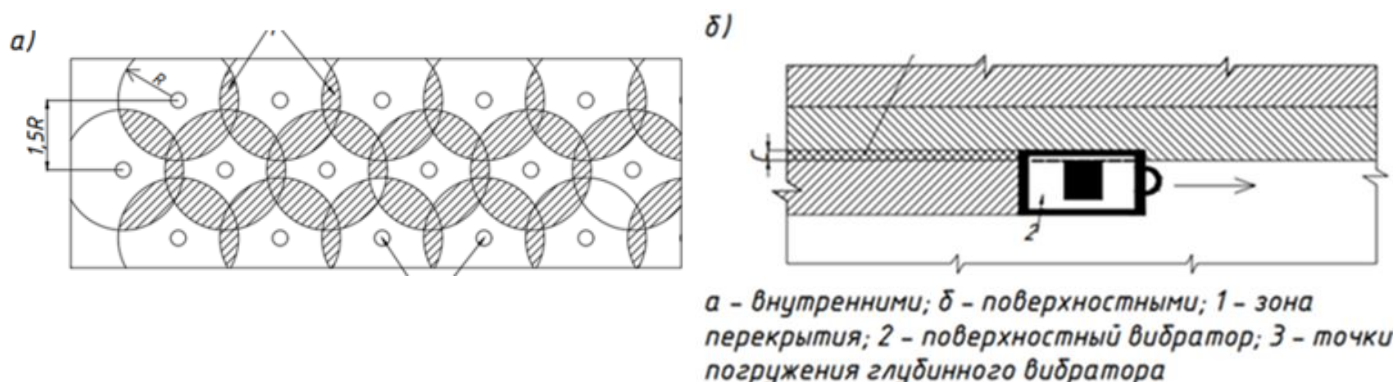


Рис. 5.5. а) и б). Правила уплотнения бетонной смеси вибраторами

Порядок работ по возведению безбалластного железнодорожного пути представлен на рис. 5.6 и 5.7.

1. Подготовка пути и поверхности	2. Армирование. Вязка каркаса.	3. Формирование, заливка	4. Виброобработка и отверждение гидроизолирующего бетонного слоя
Укладка инвентарного пути, подготовка бетонируемых поверхностей и бетонаносов. Земляное полотно должно быть полностью стабилизировано и должно соответствовать всем требованиям, предъявляемым к земляному полотну включая требования СН Ц-01-95, СНиП 32-01, СНиП 2.06.04, СП 33-101, в том числе, требованиям, определенным проектом строительства для безбалластного пути.	Продольное и поперечное армирование в стянутой (конструктивная арматура) и растянутой зоне (расчетная арматура), укладка круговых арматурных сеток под узлами скрепления рельса и подрельсового основания. Связка круговых сеток основного каркаса плиты	Должен быть выбран класс бетона, обладающий высокой морозоустойчивостью и качеством В35 в соответствии с ГОСТ 7473 (если иное не указано в проекте строительства); - содержание цемента в бетоне должно быть в пределах от 350 до 370 кг/м ³ ; Должно быть предусмотрено армирование опорного бетонного слоя, позволяющее ограничить трещинообразование в пределах от 0,8 % до 0,9 % поперечного сечения бетонного слоя (тем самым создаются гарантии, что ширина трещин не будет превышать 0,5 мм) Подачу бетона следует производить при его максимальной текучести, не допуская сепарации составляющих бетон фракций, высота подъема горловины подающего бетонопровода не должна превышать 1,5 м;	Уложенный бетон необходимо уплотнять при помощи вибраторов, чтобы исключить появление пустот и раковин в бетоне; для этого следует использовать вибраторы с частотой не менее 8 000 импульсов в минуту и с амплитудой, достаточной для уплотнения бетона; при заливке двух слоев или более вибратор необходимо быстро погружать на глубину как минимум 15 см в нижний слой (но не достигая дна) и затем медленно (5 – 7 см в секунду) поднимать его вверх, пока бетон не превратится в однородную структуру без каверн, скруток, наплывов; для ускорения этого процесса виброуплотнение целесообразно сочетать с перелопачиванием бетонной смеси рис. 24. Укладка гидроизолирующего слоя должна быть произведена в два слоя толщиной не менее 120 мм, укладка второго слоя должна быть произведена до полного высыхания поверхности первого слоя (если иное не установлено в проекте строительства)

Рис. 5.6. Порядок работ по возведению безбалластного железнодорожного пути часть 1.

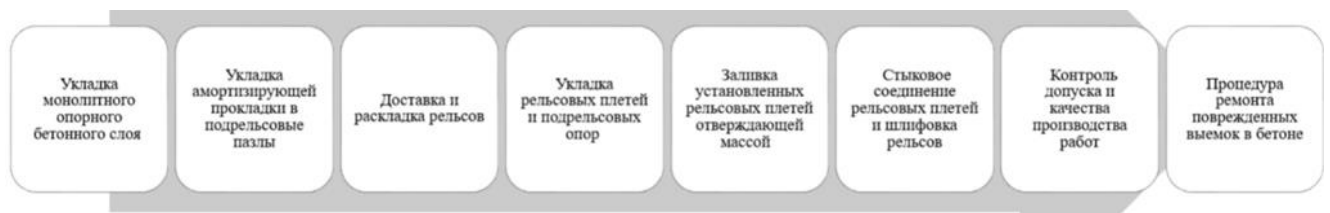


Рис. 5.7. Порядок работ по возведению безбалластного железнодорожного пути часть 2

Последовательность устройства и натяжения продольного армирования для безбалластной конструкции пути рис.5.8.

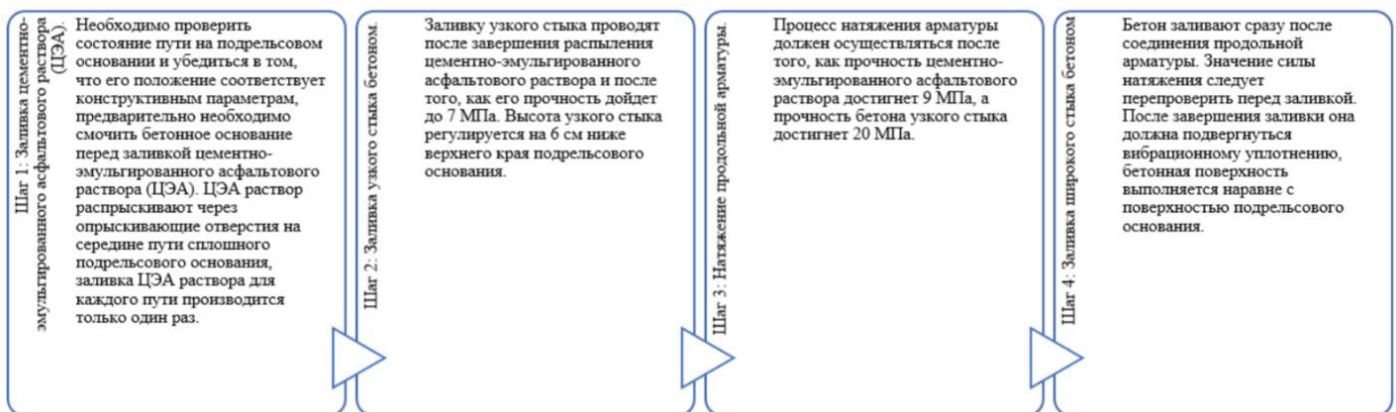


Рис 5.8 Последовательное устройство безбалластного пути

5.4 Определение напряжения в основании пути из-за изменения температур

Для построения полного портрета динамического поведения всей конструкции железнодорожного пути требуется определить напряжения, возникающие между различными элементами конструкции пути. В настоящем исследовании в качестве сечения, в котором определяют силовые факторы, предлагается взять область сопряжения рельса и подрельсового основания.

Проанализирован рост напряжения и структурных повреждений в условиях различных значений силы натяжения и температурных градиентных нагрузок.

Каждая продольная соединительная арматура обеспечивает усилие натяжения 50 кН при продольном соединении арматуры безбалластного пути при натяжении. Сила натяжения была смоделирована с помощью понижения температуры:

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{l \alpha} = \frac{F}{AE \alpha} \quad (5.5)$$

где Δt -масштаб падения температуры, Δl -изменение длины широкого соединения, l -длина широкого соединения, α -коэффициент линейного расширения, F -величина натяжения, A -площадь сечения продольного соединения арматуры, AE -модуль упругости продольного соединения арматуры.

Безбалластный путь подвергается воздействию температурной нагрузки после того, как продольная арматура была растянута и перед заливкой широкого стыка, поэтому только температурный градиент нагрузки, вызванный суточным изменением температуры, учитывался из-за короткого промежутка времени между заливкой и растяжением [6-8].

Принимая во внимание общую нагрузку температурного градиента, положительный температурный градиент нагрузки $50\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{M}$ и отрицательной температуры нагрузки градиент был $-25\text{ }^{\circ}\text{C}/\text{M}$. Температурные градиенты нагрузки прикладывались после натяжения продольной арматуры. Для расчетной нагрузки напряжения были выбраны четыре условия расчета 100, 200, 300 и 400 кН растягивающей нагрузки [3].

Путевая плита рассматривалась как брус, закрепленный на конце балки [9,10]. Поэтому деформация путевой плиты под действием разности температур системы составляет:

$$\varepsilon_{\Delta t} (\Delta t = \alpha \Delta t) \quad (5.6)$$

Для первоначальной проверки конструкции 300 кН продольной силы натяжения были приложены к продольной арматуре между плитами пути в конструкции [10-12].

Деформация усадки, рассматриваемая от 14 суток, проводилась в соответствии с техническими условиями:

$$\varepsilon_s = -0,23 \quad (5.7)$$

Напряжение арматуры под действием живой нагрузки не учитывалось. При расчете учитывались только охлаждающая и усадочная нагрузки бетона, так как продольная соединительная арматура путевой плиты располагалась в середине путевой плиты.

$$\delta_s = E_s (\varepsilon_{\Delta t} + \varepsilon_s) \quad (5.8)$$

где E_s -модуль упругости армирования. В стыке путевых плит было всего шесть соединительных арматур $\Phi 20$. Напряжение арматуры в стыке и ширина трещины были проверены и рассчитаны в соответствии с результатом проверки растяжения арматуры внутри плиты пути [9,13]. Осевая сила на рельсовой плите была равна формуле (5.9) при совместном действии охлаждающей нагрузки и усадочной нагрузки:

$$N = \delta_s * A_s \quad (5.9)$$

где A_s -площадь поперечного сечения одной соединительной арматуры. Напряжение арматуры, вызванное усадкой и охлаждением бетона, в дальнейшем должно быть наложено на напряжение, вызванное натяжением соединительной арматуры, поскольку шаг натяжения произошел до этапа заливки бетона [14,15]. Напряжение соединительной арматуры на широком стыке составляет:

$$\delta_{s,c} = (N + N_{ten})/A_{s,all} \quad (5.10)$$

Из уравнения (5.10) видно, что величина напряжения соединительной арматуры может быть уменьшена за счет уменьшения растягивающей силы соединительной арматуры [2,15,16]. Для того чтобы уменьшить размер трещины, эффективным является уменьшение диаметра соединительной арматуры.

Величина потерь на растяжение определялась разностью температур между бетоном и арматурой при совместном деформировании бетона и арматуры.

$$N_{los} = \Delta t \alpha E_s A_{s,all} \quad (5.11)$$

$$\varepsilon_{sa} = (N - N_{pre})/E_s/A_s \quad (5.12)$$

Из уравнений (5.11) и (5.12) видно, что ширина трещины связана только со значением предварительного напряжения [17], создаваемого в широком стыке, в то время как величина предварительного напряжения связана с разностью температур Δt внутри железобетона.

На рис. 5.9 показана зависимость между шириной трещины и величиной разности температур между бетоном и арматурой. Видно, что величина перепада температур арматуры и бетона должна быть не менее 29°C , чтобы гарантировать ширину трещины менее 0,5 мм.

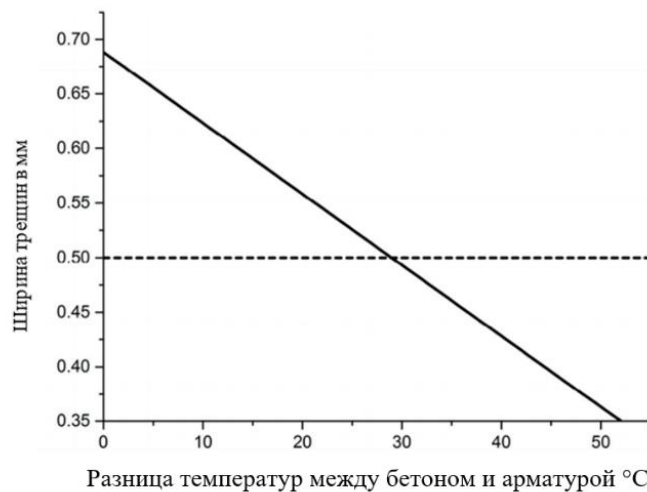


Рис. 5.9. Связь между шириной трещины и разницей температур между бетоном и арматурой.

5.5 Определение динамических характеристик анизотропной плиты основания от воздействия транспортных средств

Представляемый подход к бетонированию позволяет приблизить свойства реальной конструкции из железобетона к свойствам разработанной математической модели составной конструкции, при этом на различных этапах строительства возможно выполнение верификационных процедур, которые позволяют учесть изменение механических характеристик анизотропного материала на различных этапах выполнения строительно-монтажных работ и позволяют вносить оперативные изменения в конструкцию при необходимости увеличения эксплуатационных характеристик будущего железнодорожного пути.

Принимаемые величины в расчетной модели соответствуют реальным строительным материалам, а параметры грунтового основания берутся по результатам диагностики и мониторинга реальных участков железнодорожного пути, по которым в будущем пройдут высокоскоростные железнодорожные магистрали (скорость движения свыше 250 км/ч), на некоторых участках, параметры которых использовались в настоящей работе, уже организовано скоростное движение (скорости от 120 до 250 км/ч), но используются еще конструкции железнодорожного пути, проложенного на балластной призме.

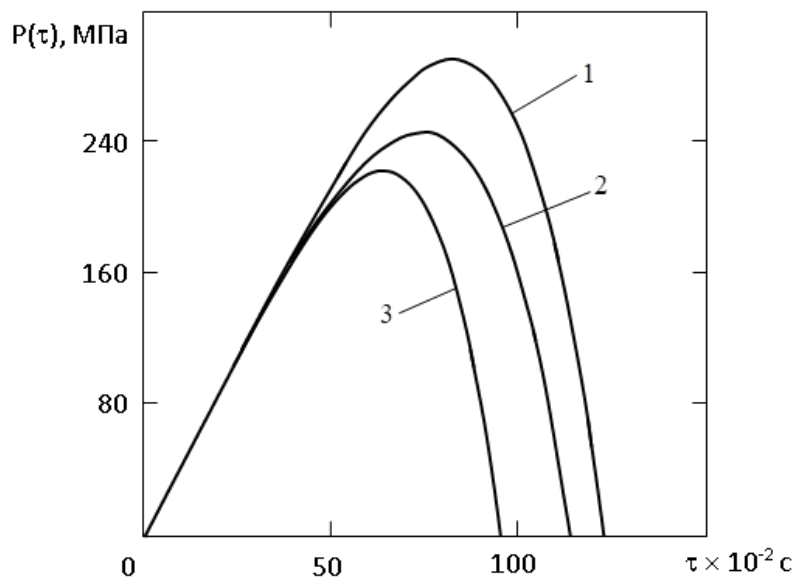


Рис. 5.10. Зависимость напряжения в месте сопряжения рельса и подрельсового основания от времени для различных значений соотношения E_{θ}/E_r .

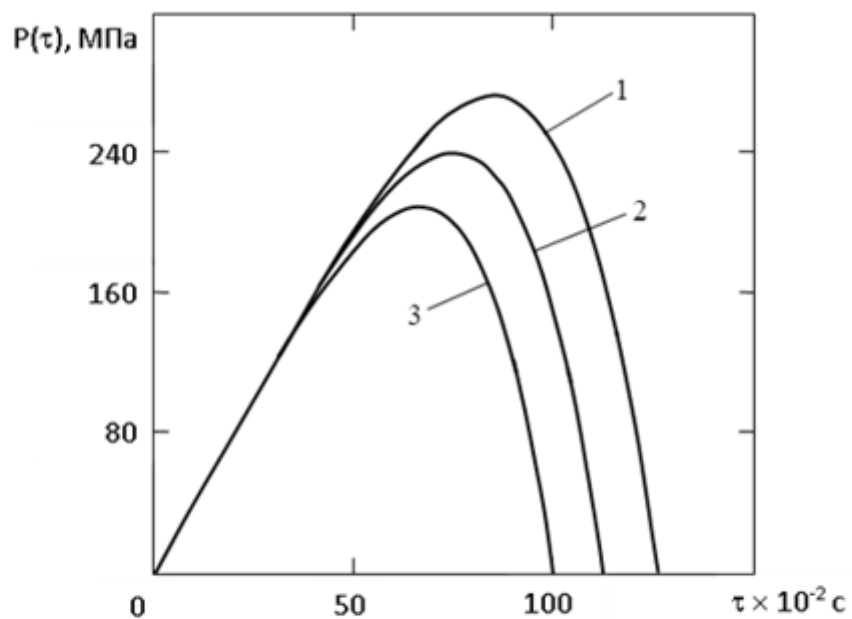


Рис. 5.11. Зависимость напряжения в месте сопряжения рельса и подрельсового основания от времени для различных значений соотношения $G^{(2)}/G^{(1)}$.

Рис. 5.10 показывает зависимость напряжения между рельсом и подрельсовым основанием безбалластного пути от времени для различных приведенных значений пути: кривая 1 соответствует $\mu = 0.3$, кривая 2 - $\mu = 1$ (трансверсально-изотропная плита основания), кривая 3 - $\mu = 2$, другие параметры конструкции и начального воздействия на нее принимают следующие значения: нагрузка на ось 25 тс, толщина бетонной плиты

основания 0.4 м, промежуточное рельсовое скрепление АРС – 4, скорость движения экипажа 80 км/ч.

На рис. 5.11 показаны напряжения между рельсом и подрельсовым основанием безбалластного пути от времени для плиты основания, которая моделируется трансверсально-изотропной пластинкой ($E_\theta/E_r = 1$), для различных модулей сдвига в направлении, перпендикулярном плоскости пластины (меняются значения G_{rz}). Переходя к безразмерным величинам, т.е. рассматривая изменение соотношений скоростей квазипродольной и квазипоперечной упругих волн: кривая 1 построена при $G^{(2)}/G^{(1)} = 0.1$, кривая 2 - $G^{(2)}/G^{(1)} = 0.3$, кривая 3 - $G^{(2)}/G^{(1)} = 0.5$ (изотропная пластинка).

Из рис. 5.10 и 5.11 видно, что с увеличением значений соотношений E_θ/E_r и $G^{(2)}/G^{(1)}$ напряжение в области сопряжения рельсовой плети и подрельсового основания уменьшается. Можно отметить, что поведение напряжения в первые моменты времени воздействия колеса на рельс в рассматриваемом сечении практически не зависит от отношения упругих характеристик железобетонной плиты, фактически параметры ее армирования в эти моменты времени нивелируются, но они существенно влияют на максимальное значение напряжения и время, в которое первичные напряжения остаются положительными, отодвигая область разгрузки далее вправо. Этот факт можно объяснить, т.к. отрезок степенного ряда для силовой характеристики приложения нагрузки (будь-то контактная сила или напряжение) начинается с коэффициента, линейно зависящего от временного параметра, а параметры армирования плиты начинают входить в определяющие соотношения при четвертой и более старших степенях времени.

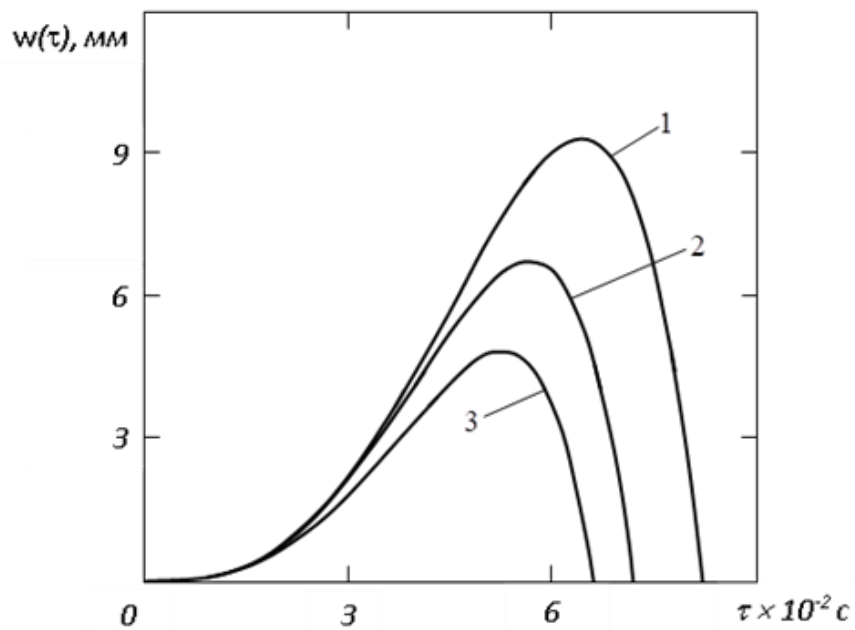


Рис.5. 12. Зависимость вертикальных динамических перемещений в месте сопряжения рельса и подрельсового основания от времени для различных значений соотношения E_{θ}/E_r .

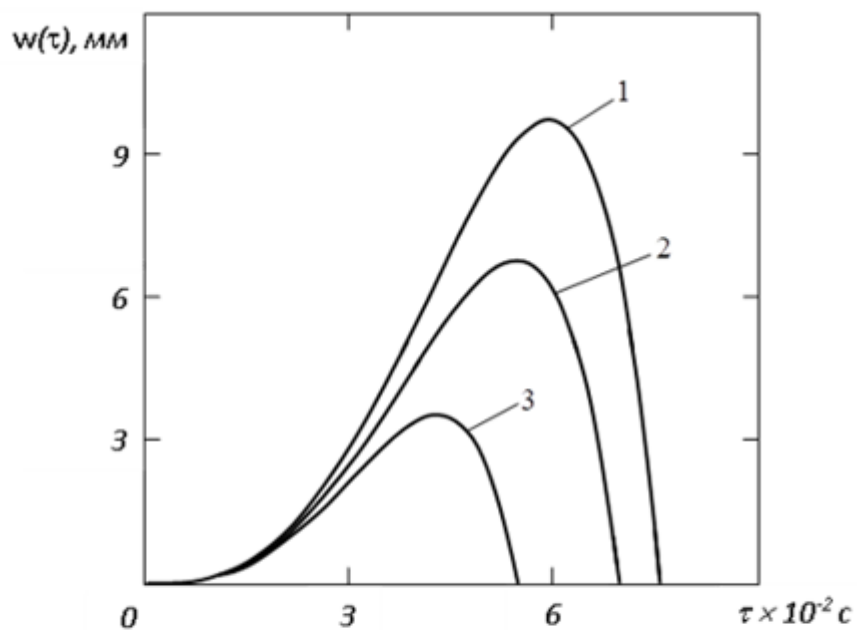


Рис. 5.13. Зависимость вертикальных динамических перемещений в месте сопряжения рельса и подрельсового основания от времени для различных значений соотношения $G^{(2)}/G^{(1)}$.

Одним из основных параметров динамического поведения железнодорожного пути под подвижной нагрузкой являются вертикальные перемещения элементов

верхнего строения пути в различных уровнях, прогибы, осадки, просадки являются частными случаями таких перемещений и фиксируются в ходе проведения работ по диагностике и мониторингу. Используя соотношения для вертикального динамического перемещения, построим графики зависимостей данной величины от времени для различных механических характеристик, отражающих анизотропные свойства железобетонной плиты основания железнодорожного пути.

На рис. 5.12 приведены зависимости нормального динамического перемещения точек, расположенных между рельсом и подрельсовым основанием безбалластного пути, от времени для различных приведенных значений E_θ/E_r пути: кривая 1 соответствует $E_\theta/E_r=0.5$, кривая 2 - $E_\theta/E_r=1$ (трансверсально-изотропная плита основания), кривая 3 - $E_\theta/E_r=3$, другие параметры конструкции и начального воздействия на нее принимают те же значения, что и при построении графиков на рис. 5.10 и 5.11. Можно отметить, что увеличение соотношения E_θ/E_r приводит к уменьшению вертикального перемещения, что иллюстрирует факт уменьшения абсолютной величины последнего слагаемого при росте величины $E_\theta/E_r > 1$.

Рис. 5.13 иллюстрирует вертикальные динамические перемещения точек в сечении между рельсовой плетью и подрельсовым основанием, с условием, что рассматривается трансверсально-изотропная плита основания ($E_\theta/E_r=1$) с различными модулями сдвига в вертикальной плоскости, ориентированной вдоль рельсов (меняются значения G_{rz}). Учитывая безразмерный формат величин в результирующих соотношениях, отношение модуля сдвига и модуля упругости сводится к отношению скоростей фронтов квазипродольной и квазипоперечной упругих волн: кривая 1 получена если $G^{(2)}/G^{(1)}=0.3$, кривая 2 - $G^{(2)}/G^{(1)}=1$, кривая 3 - $G^{(2)}/G^{(1)}=2$. Визуальный анализ рис. 5.13 показывает, что увеличение величины $G^{(2)}/G^{(1)}$ приводит к уменьшению вертикального перемещения и уменьшению времени нахождения конструкции в деформированном состоянии (рассматриваются перемещения направленные вертикально вниз).

Из рис.5.12 и 5.13 видно, что с увеличением значений соотношений E_θ/E_r и $G^{(2)}/G^{(1)}$ вертикальное перемещение точек в области сопряжения рельсовой плиты и подрельсового основания уменьшается, причем более интенсивно, чем значения напряжений при похожих упругих характеристиках материала конструкции на рис.5.10 и 5.11. Можно отметить, что отрезок степенного разложения для вертикального динамического перемещения начинается с коэффициента при третьей степени времени (t^3), этим можно объяснить форму кривых на рис.5.12 и 5.13 в первые моменты динамического воздействия со стороны колеса, напоминающую кубическую параболу. Механические характеристики, учитывающие анизотропные свойства конструкции входят в коэффициенты при t^4 и t^5 , поэтому они начинают оказывать активное воздействие на динамические функции перемещений во второй и третьей трети первичного деформированного состояния плиты (до того момента, когда перемещение-прогиб станет положительным). Таким образом, армирование оказывает существенное влияние на вертикальное перемещение с момента времени около 0.02 с, а до этого на величину перемещения существенно влияют упругие характеристики в системе контакта «колесо-рельс-подкладка скрепления».

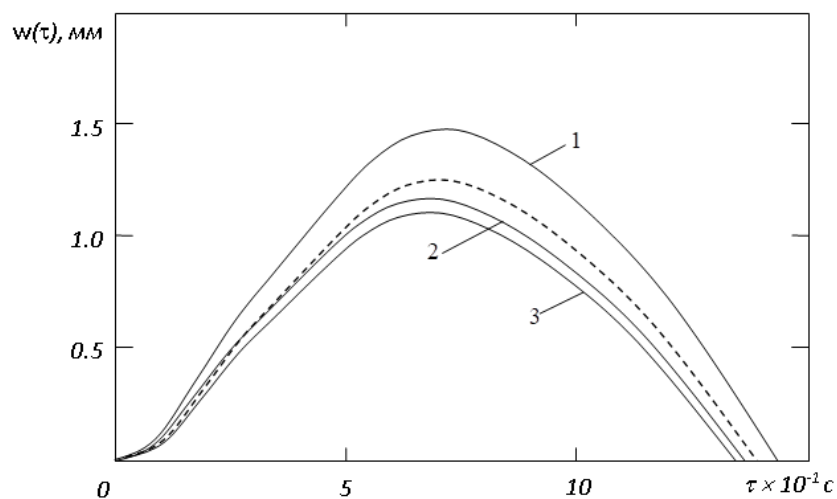


Рис. 5.14. Зависимость динамического прогиба плиты основания под областью контакта колеса и рельса от времени для различных значений $E_\theta; E_r$.

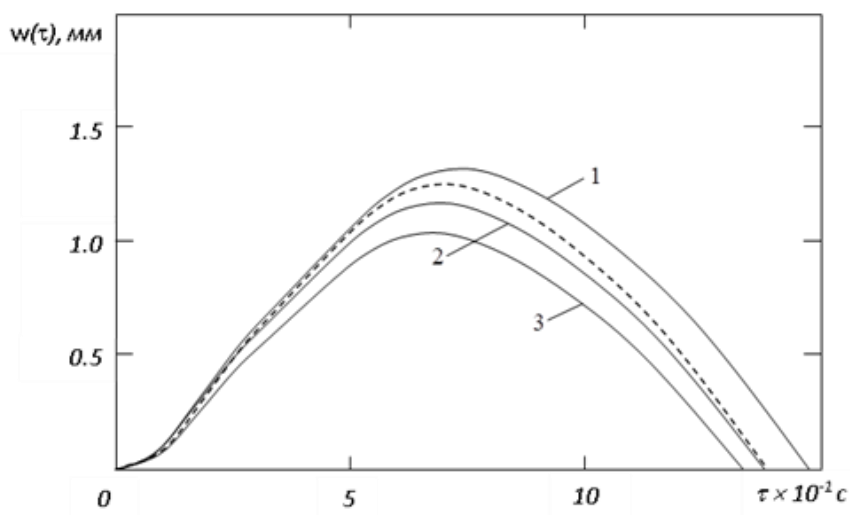


Рис. 5.15. Зависимость динамического прогиба плиты основания под область контакта колеса и рельса от времени для различных значений величин $G_{rz}, G_{\theta z}, G_{r\theta}$.

Анализируя графики динамического вертикального перемещения, можно подобрать анизотропные свойства плиты (или элементов ее армирования), таким образом, чтобы добиться нормативных значений осадки для требуемых скоростей движения экипажей и нагрузок на ось.

Еще одним важным параметром, характеризующим динамическое поведение верхнего строения железнодорожного пути, испытывающего воздействие со стороны подвижного состава, является вертикальное перемещение точек нижней грани железобетонной плиты безбалластной конструкции (фактически прогиб плиты, опирающейся на упругий слой подготовки), данную величину можно напрямую определить с помощью геодезического мониторинга и косвенно найти, обрабатывая результаты измерений вагона-путеизмерителя. С помощью выражения для динамического прогиба, полученного выше и представляющего собой отрезок степенного ряда, построим кривые на рис. 5.14 и 5.15, определяющие зависимость прогиба железобетонной плиты от времени для различных значений модулей упругости (рис.5.14) и различных значений модулей сдвига в трех основных плоскостях анизотропии (рис.5.15). Сплошные линии соответствуют расчетным значениям, полученным при армировании по предложенной методике, а

пунктирная линия соответствует традиционному армированию по действующим нормативным документам.

Полученные на рис. 5.14 кривые, характеризующие динамический прогиб соответствуют следующим значениям модулей упругости: кривая 1 - $E_\theta = 15$ МПа, $E_r = 35$ МПа; кривая 2 - $E_\theta = 20$ МПа, $E_r = 35$ МПа; кривая 3 - $E_\theta = 35$ МПа, $E_r = 35$ МПа, другие параметры конструкции и начального воздействия на нее принимают те же значения, что и при построении графиков на рис. 5.10 и 5.11, а значения модулей сдвига одинаковы ($G_{rz} = G_{\theta z} = G_{r\theta} = 12$ МПа).

На рис. 5.15 графики соответствуют следующим значениям: кривая 1 - $G_{rz} = 14$ МПа, $G_{\theta z} = 14$ МПа, $G_{r\theta} = 3$ МПа; кривая 2 - $G_{rz} = 14$ МПа, $G_{\theta z} = 3$ МПа, $G_{r\theta} = 14$ МПа; кривая 3 - $G_{rz} = 14$ МПа, $G_{\theta z} = 14$ МПа, $G_{r\theta} = 14$ МПа, другие параметры конструкции и начального воздействия на нее принимают те же значения, что и при построении графиков на рис. 5.10 и 5.11, а значения модулей упругости одинаковы ($E_\theta = E_r = 38$ МПа).

Визуальный анализ показывает, что уменьшение значений E_r и E_θ приводит к увеличению максимума динамического прогиба и времени деформирования плиты (оно увеличивается не так интенсивно как максимальное значение прогиба), можно также отметить, что значение E_r сильнее влияет на прогиб чем E_θ . При уменьшении значений модулей сдвига прогиб увеличивается, как можно отметить из рис. 5.15, модуль сдвига $G_{\theta z}$ наиболее значим для вертикальных перемещений низа плиты. Сравнивая результаты численно-аналитического моделирования для различных значений механических характеристик анизотропной железобетонной плиты с результатами, полученными при наличии армирования, рассчитанного традиционными методами, видно, что, изменяя модули сдвига и упругости можно и увеличить, и уменьшить осадку верхнего строения пути при динамических воздействиях на него. Достаточно точное совпадение результатов применения предлагаемой методики армирования и традиционных подходов для устройства железобетонной плиты ВСП позволяет утверждать о возможности использования результатов данной диссертационной работы в реальной проблематике устойчивой

эксплуатации современных железных дорог, проектирования высокоскоростных железнодорожных магистралей и транспортных систем городских агломераций.

Особенностью представляемых в данном разделе результатов является их многофакторность и совмещение различных подходов к моделированию и расчету напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций. Представлены результаты использования предложенной методики для вычисления силы, передаваемой на плиту подрельсового основания, и нормального перемещения данной железобетонной плиты при действии внешнего динамического воздействия со стороны движущегося экипажа, представлены результаты использования традиционных методик для расчета армирования и расположения армирующих элементов в массиве бетонной матрицы. Результаты представленные в виде графических кривых и аналитических зависимостей позволяют не только оценить вклад параметров анизотропии и волновых явлений в итоговые динамические характеристики, но и совершить предельные переходы между различными типами конструкции основания безбалластного пути: бетонная плита без армирования, железобетонная плита с традиционным армированием, многослойная конструкция из бетонных и композитных слоев, железобетонная конструкция с армированием по предложенной схеме с подобранными механическими характеристиками в трех основных направлениях анизотропии. Такой подход позволяет оценить ремонтпригодность предлагаемой конструкции основания пути и установить возможные ослабления при проведении ремонтных работ с целью установки временных ограничений на скорость состава, нагрузку на ось и общий вес снаряженного поезда.

Выводы по пятой главе

Предложена схема армирования железобетонной плиты основания безбалластной конструкции железнодорожного пути, учитывающая общие процессы деформирования макросегмента железнодорожного пути и характер распространения волновых поверхностей вблизи области контакта подрельсового основания и плитного основания. Предложенная схема объединяет прямоугольный каркас традиционного армирования плиты и локальные сетки с круговой и радиальной арматурой, что позволяет более полно учитывать свойства используемых материалов, более точно прогнозировать динамическое поведение итоговой композитной конструкции.

Установлено влияние на геометрические (нормальное перемещение, прогиб) и динамические (нормальное напряжение) характеристики деформирования железобетонной плиты основания пути при проезде экипажа анизотропных свойств конструкции в трех основных направлениях. Изучено влияние модулей упругости (в двух направлениях) и модулей сдвига (в трех плоскостях), что позволяет подобрать параметры безбалластной конструкции для различных скоростей экипажа и нагрузки на ось.

Разработанные технологические процессы соответствуют всем нормам техники безопасности и уменьшают время нахождения работников в потенциально опасных зонах, а также уменьшают количество задействованных работников, что в совокупности с другими рассмотренными факторами позволит приблизиться к целям концепции «нулевого травматизма», что также очень важно учитывая намечающиеся стройки ВСЖМ Москва – Санкт-Петербург и Москва – Казань, а также реконструкцию транспортной инфраструктуры для нужд проектов МЦД в рамках Московского транспортного узла.

Заключение

1. Предложены критерии классификации подходов динамического деформирования плоских элементов при действии нагрузки от транспортных средств: модель контактного взаимодействия колеса-рельса, модель деформирования плоского элемента (с учетом стационарных или нестационарных процессов), реологические и анизотропные свойства материала плиты. Разработанная система классификации позволяет более точно представить и решить инженерные задачи деформирования ВСП.

2. Разработана математическая модель для плит, испытывающих кратковременные динамические воздействия, позволяющая одновременно учитывать волновые процессы, различие реологических свойств материала и анизотропных свойств конструкции, в том числе и с предварительно напряженной арматурой. Предложенная модель адаптирована для проектирования плитного основания безбалластного железнодорожного пути и позволяет увеличить точность определения геометрических и динамических свойств деформирования на 10-15% по сравнению с имеющимися алгоритмами и подходит для расчета безбалластных конструкций.

3. Предложенное алгоритмическое и математическое обеспечение позволяет построить волновую картину распространения упругих волн, определить их влияние на деформированное состояние пластины, вычислить расположение точек встречи прямых и отраженных предельных и поперечных волн, которые взаимно усиливают или гасят друг друга. Данный процесс позволяет определить местоположение фронтов волновых поверхностей в любой момент времени после прохода колесной пары в заданную точку ВСП.

4. Предложена схема армирования железобетонной плиты основания безбалластной конструкции железнодорожного пути, учитывающая общие процессы деформирования макросегмента пути и характер распространения волновых поверхностей вблизи области контакта подрельсового основания и плитного основания. Предложенная схема объединяет прямоугольный традиционный каркас плиты и локальные сетки с круговой и радиальной арматурой

и позволяет более полно учитывать свойства используемых материалов, более точно прогнозировать динамическое поведение итоговой композитной конструкции.

5. Установлено влияние на геометрические (нормальное перемещение, прогиб) и динамические (нормальное напряжение) характеристики деформирования железобетонной плиты основания пути при проезде экипажа анизотропных свойств конструкции в трех основных направлениях. Изучено влияние модулей упругости (в двух направлениях) и модулей сдвига (в трех плоскостях), что позволяет подобрать параметры безбалластной конструкции для различных скоростей экипажа и нагрузки на ось.

Список литературы

1. Абдурашитов, А.Ю. Выбор моделей напряженно деформированного состояния железнодорожных рельсов при различных вариантах их закаливании [Текст] / А. Ю. Абдурашитов, В. П. Сычев, Ю. А. Абдурашитов // Внедрение современных конструкций и передовых технологий в путевое хозяйство. – 2016. – Т. 10. № 10 (10) – С. 64–79.
2. Афанасьев, В.Ф. Стрелочные переводы на блочном основании [Текст] / В.Ф. Афанасьев, А.И. Малицкая, Р.Ф. Самфинова. – М.: Транспорт, – 1966. – 31 с.
3. Ашпиз, Е. С. Развитие системы мониторинга пути [Текст] / Е. С. Ашпиз // Путь и путевое хозяйство. – №4. – 2015. – С.30-32.
4. Ашпиз, Е. С. Обоснование нормативов деформативности подрельсового и подшпального оснований [Текст] / Е.С. Ашпиз, А.В. Замуховский // Мир транспорта. – 2012. – №5. – С. 112–119.
5. Безбалластный путь на линии Кельн – Рейн/Майн [Текст] // Железные дороги мира. – 2002. – № 6. – С. 69–72.
6. Безбалластный путь по технологии NBT [Текст] // Железные дороги мира. – 2015. – № 12. – С. 58–62. 208.
7. Варызгин, Е. С. Расчет сопротивления поперечному сдвигу по торцам шпал [Текст] // Вестник ВНИИЖТ. – М.: Трансжелдориздат, – 1970. – № 8. – С. 35–37.
8. Вериго, М. Ф. Основные положения методики расчета сил, действующих на железобетонные шпалы [Текст] // Тр. ЦНИИ МПС. – М. : Трансжелдориздат, – 1963. – № 257. – С. 5–39.
9. Вериго, М. Ф. Взаимодействие пути и подвижного состава и вопросы расчетов пути [Текст] / М. Ф. Вериго, А. Х. Ветченко, О. П. Ершков [и др.] // Труды Всесоюзного научно-исследовательского института железнодорожного транспорта. №97. – М.: Трансжелдориздат, – 1955. – № 97. – 386 с.

10. Волошко, Ю. Д. Особенности расчет пути на сплошном крупноблочном железобетонном основании [Текст] // Труды днепропетровского института инженеров железнодорожного транспорта. – 1960. – № 30. – С. 44–79.
11. Верховых, Г. В. Эксплуатация пути при организации тяжеловесного движения [Текст] / Г. В. Верховых // Железнодорожный транспорт. – 2016. – №. 10. – С. 28-30.
12. Гапанович, В. А. Вопросы взаимодействия подвижного состава и инфраструктуры при тяжеловесном движении [Текст] / В. А. Гапанович // Железнодорожный транспорт. – 2016. – №. 10. – С. 10-15
13. Герасимов, С. И. Динамика деформируемых систем, несущих движущиеся нагрузки (обзор публикаций и диссертационных исследований) [Текст] / С.И. Герасимов, В.И. Ерофеев, Д.А. Колесов, Е.Е. Лисенкова, // Вестник научно-технического развития. 2021. № 1 (160). С. 25-47.
14. Глюзберг, Б. Э. Скорости движения по комбинациям стрелочных переводов [Текст] / Б. Э. Глюзберг // Современные проблемы совершенствования работы железнодорожного транспорта: межвузовский сборник научных трудов - М.: Московский государственный университет путей сообщения. – 2014. – С. 3-5.
15. Дмитриев, В.Г. Исследование особенностей деформирования монолитных и составных железобетонных конструкций каркасного типа при комбинированных нагружениях [Текст] / В. Г. Дмитриев, Л. А. Дмитриева, А. И. Роффе, А. А. Судьин // Внедрение современных конструкций и передовых технологий в путевое хозяйство. – 2016. – Т. 10. № 10 (10). – С. 52-63.
16. Дмитриев, В. Г. Об одной математической модели упруго-пластического деформирования арок и панелей при больших перемещениях и углах поворота [Текст] / В. Г. Дмитриев, С. И. Жаворонок, Л. А. Илларионова, Л. Н. Рабинский // В сборнике: Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным системам (ВМСППС'2017). – 2017. – С. 228-229.

- 17.Дмитриев, В. Г. Геометрически и физически нелинейное деформирования арочных и оболочечных конструкций при статических нагрузках [Текст] / В. Г. Дмитриев, С. И. Жаворонок, О. В. Егорова, Л. А. Илларионова // В книге: Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXIV международного симпозиума имени А.Г. Горшкова. – 2018. – С. 89-90.
- 18.Егоров, А.Л. Методы усиления ледовых переправ [Текст] / А. Л. Егоров, В. В. Федотов, Е. А. Федотова // Транспортные и транспортно-технологические системы. – 2013. – С. 39–40.
- 19.Егорова, Т. Н. Безбалластная конструкция верхнего строения пути в тоннелях по технологии LVT [Текст] / Т. Н. Егорова // Современные проблемы проектирования, строительства и эксплуатации земляного полотна железных дорог. Конференция МГУПС (МИИТ). – Москва, – 2011, – С. 251–256.
- 20.Ермаков, В. М. Опытный полигон на линии Санкт–Петербург – Москва [Текст] / В. М. Ермаков, Э. Д. Загитов // Путь и путевое хозяйство. – 2011. – № 5. – С. 2–5.
- 21.Ерофеев В.И. Динамическое поведение балки, лежащей на обобщенном упругом основании, с движущейся нагрузкой [Текст] / В.И. Ерофеев, Е.Е. Лисенкова, И.С. Царев //Прикладная математика и механика. 2021. Т. 85. № 2. С. 193-209.
- 22.Замуховский, А. В. Перспективы полигона безбалластного пути [Текст] // Мир транспорта. – 2013. – № 3. – С. 168–172.
- 23.Инновационный безбалластный путь системы NBU [Текст] // Железные дороги мира. – 2007. – № 3. – С. 74–75.
- 24.Илларионова, Л. А. Моделирование сегмента безбалластного железнодорожного пути с применением инновационной технологии армирования [Текст] / Л. А. Илларионова, А. А. Локтев // В сборнике: Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии. материалы VI Международной научно-практической конференции, посвященной 100-летию со дня

- рождения профессора А. А. Шестакова. Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина. Елец, – 2020. – С. 424-431.
- 25.Илларионова, Л.А. Моделирование поведения ледового покрова в сезонных конструкциях транспортной инфраструктуры [Текст] / Л. А. Илларионова, А. А. Локтев // Внедрение современных конструкций и передовых технологий в путевое хозяйство. – 2021. – Т. 17. № 17. – С. 68-72.
 - 26.Илларионова, Л. А. Анизотропные конструкции при строительстве и ремонте железнодорожной инфраструктуры [Текст] / Л. А. Илларионова, А. А. Локтев // Внедрение современных конструкций и передовых технологий в путевое хозяйство. – 2021. – Т. 17. № 17. – С. 55-60.
 - 27.Коган, А. Я. Колебания пятислойной балки на упругом основании под действием подвижной динамической нагрузки [Текст] / А. Я. Коган, В. Ф. Барабошин, В. М. Гаврилов // Механика деформируемого тела и расчет транспортных сооружений. Межвузовский сборник научных трудов. Новосибирский ордена трудового красного знамени институт инженеров железнодорожного транспорта. – Новосибирск, – 1986. – С. 33–43.
 - 28.Клименко, В.Я. Стабильность пути с малогабаритными рамами [Текст] // Путь и путевое хозяйство. – 1980. – № 7. – С. 28–31.
 - 29.Клинов, С.И. Железнодорожный путь в тоннелях. Устройство и содержание [Текст] // Железнодорожный транспорт. Путь и путевое хозяйство. – М., 1986. – № 1. – С. 32.
 - 30.Коган, А. Я. Особенности расчета на прочность рельсов с трещинами [Текст] / А.Я. Коган, А.Ю. Абдурашитов // Сборник научных трудов. Повышение надежности верхнего строения пути: под ред. Л.Г. Крысанова. – М: Интекст, – 2000. – С. 21–32.
 - 31.Коган, А. Я. Методика определения расчетного срока службы безбалластного пути [Текст] / А. Я. Коган, А. В. Савин // Вестник ВНИИЖТ. – 2015. – Т. 76. № 1. – С. 3–9.
 - 32.Колос, А. Ф. Проблемы эксплуатации безбалластной конструкции верхнего строения пути RHEDA 2000 на железнодорожной магистрали [Текст] / А. Ф.

- Колос, Т. М. Петрова, А. А. Сидоренко // Техника железных дорог. – 2013. – № 2. – С. 42–47.
33. Конструкция безбалластного пути OBB-Porr [Текст] // Железные дороги мира. – 2013. – № 4. – С. 70–74.
34. Кошкарлов, В. Е., Новая технология проектирования и строительства высокоскоростных железнодорожных магистралей [Текст] / В. Е. Кошкарлов, В. М. Самуйлов, Е. В. Кошкарлов // Транспорт Урала. – 2018. № 4 (59). – С. 35–40. – DOI: 10.20291/1815-9400-2018-4-35-40.
35. Круглов, В. М. Выбор типа верхнего строения пути для метрополитенов [Текст] / В. М. Круглов, Н. Д. Кравченко, Ю. Н. Аксенов [и др.] // Путь и путевое хозяйство. – 2010. – № 5. – С. 26–29.
36. Куами, С. Новый тип конструкции безбалластного пути "Система NFF" [Текст] / С. Куами // RTR Russia Edition. October. – 2012. – Р. 9–12.
37. Леонтьева А.В. Дисперсия и пространственная локализация изгибных волн, распространяющихся в балке тимошенко, лежащей на нелинейно-упругом основании [Текст] / А.В. Леонтьева, Ерофеев В.И // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2021. № 4. С. 3-17.
38. Леонтьева А.В. Квазигармоническая изгибная волна, распространяющаяся в балке тимошенко, лежащей на нелинейноупругом основании [Текст] / А.В. Леонтьева, Ерофеев В.И // Проблемы прочности и пластичности. 2021. Т. 83. № 1. С. 61-75.
39. Локтев, А. А. Моделирование динамического поведения секции плиты безбалластного основания железнодорожного пути [Текст] / А. А. Локтев, Е. В. Запольнова, К. Д. Степанов // В книге: Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред. Материалы XXV международного симпозиума имени А.Г. Горшкова. – 2019. – С. 100-102.
40. Локтев, А. А. Модель развития трещины поперечного сдвига вблизи поверхности катания рельса [Текст] / А. А. Локтев, Н. Л. Борисова // В книге: Динамические и технологические проблемы механики конструкций и

сплошных сред. Материалы XXV международного симпозиума имени А.Г. Горшкова. – 2019. – С. 54-56.

41. Локтев, А. А. Возможности вибродиагностики низководных мостовых переходов [Текст] / А. А. Локтев, Л.А. Илларионова, А. Баракат // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева Серия: Механика предельного состояния. 2021. №4 (50). – С. 40–51.
42. Локтев, А. А. Определение возможности повторного использования рельсов в пути с помощью высокочастотных испытаний [Текст] / А. А. Локтев, Е. А. Гридасова // Внедрение современных конструкций и передовых технологий в путевое хозяйство. – 2019. – Т. 15. № 15 (15). – С. 9-13.
43. Локтев, А. А. Воздействие на объекты транспортной инфраструктуры высокочастотных вибраций и возможности их демпфирования [Текст] / А. А. Локтев, К. Ю. Тальских // В сборнике: Системы управления, технические системы: устойчивость, стабилизация, пути и методы исследования. Материалы молодежной секции в рамках IV Международной научно-практической конференции. – 2018. – С. 49-55.
44. Локтев, А.А. Моделирование безбалластного железнодорожного пути на основе анизотропных плит с различными условиями закрепления [Текст] / А. А. Локтев, Е. В. Запольнова, В. П. Сычев, А. В. Сычева // Внедрение современных конструкций и передовых технологий в путевое хозяйство. – 2018. – Т. 12. № 12 (12). – С. 158-162.
45. Локтев, А. А. Модели взаимодействия колеса и рельса при высоких скоростях движения [Текст] / А. А. Локтев, В. В. Виноградов, В. А. Бучкин // Мир транспорта. – 2016. – Т. 14. № 1 (62). – С. 54-60.
46. Локтев, А.А. Моделирование поведения сегмента рельсовой плети при динамическом воздействии [Текст] / А. А. Локтев, Е. А. Гридасова, Л. А. Илларионова // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия Естественные науки. – 2020. – № 4 (91). – С. 24-41.

47. Локтев, А.А. Влияние волновых процессов на армирование плиты основания безбалластного железнодорожного пути [Текст] / А. А. Локтев, Л. А. Илларионова // Вестник МГСУ. – 2020. – Т. 15. Вып. 12. – С. 1632–1643. – DOI: 10.22227/1997-0935.2020.12.1632-1643.
48. Локтев А. А. Моделирование анизотропной плиты основания безбалластного железнодорожного пути при динамических воздействиях [Текст] / А. А. Локтев, Л. А. Илларионова, // Вестник МГСУ. – 2020. – Т. 15. Вып. 8. – С. 1105–1114. – DOI: 10.22227/1997-0935.2020.8.1105-1114.
49. Локтев, А.А. Моделирование сегмента плиты основания безбалластного пути с учетом собственных колебаний и возможности замены при ремонте [Текст] / А. А. Локтев, Е. В. Запольнова, Л. А. Илларионова // Внедрение современных конструкций и передовых технологий в путевое хозяйство. – 2019. – Т. 14. № 14 (14). – С. 51-56.
50. Локтев, А.А. Модель плиты основания безбалластного пути с учетом различных граничных условий [Текст] / А. А. Локтев, Е. В. Запольнова, Л. А. Илларионова, Д. А. Локтев // В сборнике: Современные проблемы железнодорожного транспорта. Сборник трудов по результатам международной интернет-конференции. В 2-х томах. Под общей редакцией К.А. Сергеева. – 2019. – С. 546-553.
51. Локтев, А.А. Влияние волновых процессов от динамической нагрузки при проектировании плитного основания безбалластного пути [Текст] / А. А. Локтев, Л. А. Илларионова // Внедрение современных конструкций и передовых технологий в путевое хозяйство. – 2020. – Т. 16. № 16 (16). – С. 5-14.
52. Локтев, А. А. Исследование математической модели прогнозирования технического состояния железнодорожного пути [Текст] / А. А. Локтев, А. В. Дмитрашко, П. В. Сычев, О. В. Дружинина // Транспорт: наука, техника, управление. – 2019. – № 4. – С. 3-11.
53. Лихтбергер, Б. Справочник «Железнодорожный путь» [Текст] / Б. Лихтбергер // DVV Media Group GmbH I Eurailpres. – Гамбург, 2010. – 432 с.

54. Малозатратный безбалластный путь NBT Альстом [Текст] // Железные дороги мира. – 2014. – № 1. – С. 64–66.
55. Певзнер, В. О. Определение потребности в путевых работах в современных условиях [Текст] / В. О. Повзнер, А. И. Чечельницкий, А. И. Лисицын, Е. Н. Гринь, И. Б. Петропавловская, Р. А. Баронайте // Путь и путевое хозяйство. – 2021. – № 1. – С. 14-20.
56. Певзнер, В. О. О влиянии длинных неровностей пути на безопасность движения [Текст] / В. О. Певзнер, Е. А. Сидорова, К. В. Шапетько, И. М. Анисина, А. Ю. Сластенин // Железнодорожный транспорт. – 2021. – № 11. – С. 40-44.
57. Певзнер, В. О. Путь и повышенные осевые нагрузки вагонов [Текст] / В. О. Певзнер, О. Ю. Белоцветова, И. Б. Петропавловская [и др.] // Железнодорожный транспорт. – 2014. – № 4. – С. 55–58.
58. Певзнер, В. О. Влияние жесткости подбалластного основания на упругие осадки и нагруженность пути [Текст] / В. О. Певзнер [и др.] // Современные проблемы проектирования, строительства и эксплуатации железнодорожного пути: труды 3-й Научно-технической конференции с международным участием ОАО «РЖД». – МИИТ, 2006. – С. 120–122.
59. Петров, А. В. Эластичные прокладки рельсовых креплений — фундаментальная часть безбалластного пути [Текст] / А. В. Петров // Внедрение современных конструкций и передовых технологий в путевое хозяйство. – 2019. – Т. 14. № 14 (14). – С. 87–93.
60. Пешков, П. Г. Об усилении рабочей зоны земляного полотна при изменении режима эксплуатации пути [Текст] / П. Г. Пешков [и др.] // Современные проблемы проектирования, строительства и эксплуатации земляного полотна и искусственных сооружений: труды 2-ой Научно-технической конференции с международным участием ОАО «РЖД», МИИТ. – 2005. – С. 177–179.
61. Пешков, П. Г. Об усилении рабочей зоны земляного полотна [Текст] / П. Г. Пешков [и др.] // Путь и путевое хозяйство. – М., – 2007. – № 9. – 13 с.

62. Попов, Д. С. Силовое сопротивление коррозионно–поврежденных сжатых железобетонных элементов при динамическом нагружении: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.23.01/ Попов Дмитрий Сергеевич– Москва, – 2020. – С 80-82.
63. Путь на жестком основании [Текст] // Железные дороги мира. М., – 2000. – № 12. – С. 55–58.
64. Путь на плитном основании в Германии [Текст] // Железные дороги мира. – М., 2006. – № 4. – С. 64–67.
65. Плитное основание пути системы Vogl на новой линии Нюрнберг – Ингольштадт [Текст] // Железные дороги мира. – 2006. – № 12. – С. 63–65. 204.
66. Поляков, В. Ю. Безбалластное мостовое полотно на ВСМ [Текст] / В. Ю. Поляков, Н.Т. Данг // Мир транспорта. – 2018. – Т. 16. № 2 (75). – С. 36–55.
67. Распоряжение Центральной дирекции инфраструктуры от 08 июля 2019 г. № ЦДИ-586/р «Об утверждении Временная инструкция по оценке состояния рельсовой колеи путеизмерительными средствами и мерам по обеспечению безопасности движения поездов».
68. Распоряжение ОАО «РЖД» от 28.02.2020 N 436/р «Об утверждении Инструкции по оценке состояния рельсовой колеи путеизмерительными средствами и мерам по обеспечению безопасности движения поездов»
69. Распоряжение ОАО «РЖД» от 08.11.2016 № 2240р (с изм. от 23.08.2018) «О нормах допускаемых скоростей движения подвижного состава по железнодорожным путям колеи 1520 (1524) мм».
70. Савин, А. В. Безбалластные конструкции пути на Экспериментальном кольце ОАО «ВНИИЖТ» [Текст] / А.В. Савин // Проблемы инфраструктуры транспортного комплекса: материалы Международной научно–практической конференции «Проблемы инфраструктуры транспортного комплекса» (Санкт–Петербург, 30 сентября – 1 октября 2015 года): под ред. А.В. Петряева. – СПб.: ФГБОУ ВПО ПГУПС, – 2015. – С.48–51.

- 71.Савин, А.В. Выбор конструкции пути для высокоскоростного движения. [Текст] / А. В. Савин // Вестник ВНИИЖТ. – М., 2014. – № 1. – С. 55–59.
- 72.Савин, А. В. Выбор конструкции пути для высокоскоростного движения [Текст] / А. В. Савин // Транспорт Российской Федерации. – 2017. – № 1 (68). – С. 18–21.
- 73.Савин, А. В. Условия проведения испытаний на Экспериментальном кольце ОАО «ВНИИЖТ» [Текст] / А.В. Савин // Улучшение качества и условий эксплуатации рельсов и рельсовых скреплений (по материалам заседания некоммерческого партнерства «Рельсовая комиссия» 7–9 октября 2014 г.): Сборник научных докладов. – Санкт–Петербург: ОАО «УИМ», – 2015. – С. 305– 307.
- 74.Савин, А. В. Участки переменной жесткости для безбалластного пути [Текст] / А. В. Савин // Путь и путевое хозяйство. – 2014. – № 8. – С. 2–6.
- 75.Савин, А. В. Исследования безбалластной конструкции верхнего строения пути [Текст] / А.В. Савин, А. М. Бржезовский, В. В. Третьяков [и др.] // Вестник ВНИИЖТ. – 2015. – № 6. – С. 23–32.
- 76.Савин, А. В. Испытания безбалластных конструкций пути [Текст] / А. В. Савин, А. В. Петров, К. И. Третьяков // Техника железных дорог. – 2016. – № 5. – С. 28–38.
- 77.Савин, А.В. Критерии выбора конструкции безбалластного пути [Текст] / А. В. Савин // Путь и путевое хозяйство. – 2014. – № 2. – С. 2–8.
- 78.Савин, А. В., Переходные участки после пропуска 1,1 млрд т груза брутто [Текст] / В. А. Савин, К. И. Третьяко, А. В. Петров // Путь и путевое хозяйство. – 2019. – № 8. – С. 25–28.
- 79.Савин, А. В. Экспериментально-теоретический метод определения параметров безбалластного пути [Текст] / А. В. Савин, С.В. Михайлов // Вестник транспорта Поволжья. – 2018. – № 6 (72). – С. 29–39.
- 80.Сборные плиты в пути на жестком основании [Текст] // Железные дороги мира. – 1999. – № 8. – С. 62–64, 205.

81. Соловьев, В. П. и др. Моделирование процесса накопления остаточных деформаций пути с использованием супер ЭВМ [Текст] / В.П. Соловьев [и др.] // Фундаментальные исследования для долгосрочного развития железнодорожного транспорта: сб. трудов членов и научных партнеров Объединенного ученого совета ОАО «РЖД». – М.: Интекст, – 2013. – С. 185–192.
82. Сычева, А. В. Моделирование работы железнодорожного пути как системы квазиупругих ортотропных слоев [Текст] / А. В. Сычева, В. П. Сычев, В. А. Бучкин, Ю. А. Быков // Вестник МГСУ. – 2016. – № 3. – С. 37–46.
83. Татьянников, Д. А. Совершенствование конструкции песчаной подушки, армированной горизонтальными геосинтетическими элементами, и ее расчет на слабом основании: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.23.02 / Татьянников Даниил Андреевич - Пермь, 2019 - С 80-82.
84. Третьяков, А. В. Развитие железнодорожного транспорта в условиях реформирования [Текст] / А. В. Третьяков // сб. статей ученых и аспирантов ВНИИЖТ. – М.: Интекст, – 2006. – С. 58–61.
85. Третьяков, В. В. Безбалластная конструкция RHEDA. Использование безбалластных конструкций на железных дорогах России [Текст] / В. В. Третьяков, О. Ю. Белоцветова, И. Б. Петропавловская [и др.] // Современные проблемы проектирования, строительства и эксплуатации земляного полотна железных дорог. Конференция МГУПС (МИИТ). – Москва, – 2011. – С. 65–69.
86. Черепанин, Р. Н. Физико-механические свойства ледяных композиционных материалов, армированных волокнами Русар-С [Текст] / Р. Н. Черепанин, Г. А. Нужный, Н. А. Разомасов, Г. Ю. Гончарова, В. М. Бузник // Материаловедение. – 2017. – № 7. – С. 38-44.
87. Явна, В. А. Оценка динамического воздействия подвижного состава на объекты железнодорожной инфраструктуры [Текст] / В. А. Явна, А. А.

- Кругликов, З. Б. Хакиев [и др.] // Вестник Института проблем естественных монополий: Техника железных дорог. – 2014. – № 2 (26). – С. 33–35.
88. Яковлева, Т.Г. Верхнее строение пути с блочным железобетонным основанием [Текст] / Т.Г. Яковлева, В.Я. Шульга, С.В. Амелин [и др.] // Основы устройства и расчетов железнодорожного пути: под ред. С.В. Амелина и Т.Г. Яковлевой. – М.: Транспорт, 1990. – С. 74–81.
89. Якименко, О. В. Армирование ледовых переправ [Текст] / О. В. Якименко // Техника и технологии строительства. – 2015. – № 2 (2). – С. 68–73.
90. Ando, K. Development of Slab Tracks for Hokuriku Shinkansen Line / K. Ando, M. Sunaga, H. Aoki, O. Haga // QR of RTRI, 2001. – Vol. 42. – No. 1, Mar. – P. 35–41.
91. Bagdоеv A.G. Wave dynamics of generalized continua / A.G. Bagdоеv, V.I. Erofeev, A.V. Shekoyan // Advanced Structured Materials (см. в книгах). 2016. Т. 24. С. 274.
92. Bhowmik K., Saha P. Seismic response control of benchmark highway bridge using passive hybrid control systems // International Journal of Materials and Structural Integrity. – 2017. – Vol. 11. Issue 4. – P. 155. – DOI: 10.1504/IJMSI.2017.089655.
93. Dieter, P. Ballastless track systems experiences gained in Austria and Germany / D. Pichler // FCP Fritsch, Chiari & Partner ZT GmbH Diesterweggasse 3, 1140. – Vienna Austria. Jörg Fenske, Porr Bau GmbH. – P. 19.
94. Dr.-Ing. Edgar Darr Dipl.-Ing. (FH) Werner Fiebig. Konstruktion und Bauarten für Eisenbahn und Straßenbahn // VDEI-Schriftenreihe. Verband Deutscher Eisenbahn-Ingenieure e.V. (VDEI) Feste Fahrbahn. – 2010. – P. 272.
95. Gimenez J., Himeno T., Yoshihara S., Nuruzzaman A. S. Md. Seismic isolation of bridges: devices, common practices in Japan, and examples of application // 4th International Conference on Advances in Civil Engineering (ICACE). – 2018. – URL: <https://www.researchgate.net/publication/330337754>.
96. Glusberg B., Loktev A., Korolev V., Shishkina I., Berezovsky M., Trigubchak P. Deformations and life periods of the switch chairs of the rail switches // Advances

- in Intelligent Systems and Computing (см. в книгах). – 2021. – Т. 1258 – AISC. – P. 184-196.
97. Pevzner V., Shapetko K., Slastenin A. Needed additions to the diagnostic system of high-speed lines. / V. Pevzner, K. Shapetko, A. Slastenin // In: Murgul V., Pukhkal V. (eds) International Scientific Conference Energy Management of Municipal Facilities and Sustainable Energy Technologies EMMFT 2019. Advances in Intelligent Systems and Computing. – Vol 1258. Springer, Cham. – https://doi.org/10.1007/978-3-030-57450-5_43.
 98. Hans-Joerg Terno. Deutsche Bahn AG State of the art review of mitigation measures on track – 2011. – P. 30.
 99. Kerr, A. The Bearing Capacity of Floating Ice Plates Subjected to Static or Quasi-Static Loads // [Journal of Glaciology]. – 2017. – Vol. 17(76). – P. 229-268. – DOI:10.3189/S0022143000013575.
 100. Kozin V., Zemlyak V., Vasilyev A., Ipatov K. The research of the stressed strain state of ice beams reinforced by surface reinforcement // [Proceedings of the Twenty-eighth International Ocean and Polar Engineering Conference, Sapporo, Japan]. – 2018. – P. 1511–1515.
 101. Loktev A. Dynamic contact of a spherical indenter and a prestressed orthotropic Uflyand–Mindlin plate // Acta Mechanica. – 2011. – Vol. 222. Issue 1–2. – P. 17–25. – DOI: 10.1007/s00707-011-0517-8.
 102. Loktev A., Fazilova Z., Zaytsev A., Borisova N. Analytical modeling of the dynamic behavior of the railway track on areas of variable stiffness // Lecture Notes in Civil Engineering. – 2020. – Vol. 49. – P. 165-172.
 103. Loktev A., Korolev V., Shishkina I., Illarionova L., Loktev D., Gridasova E. Perspective constructions of bridge crossings on transport lines // Advances in Intelligent Systems and Computing (см. в книгах). – 2020. – Vol. 1116 AISC. – P. 209-218.
 104. Loktev A., Korolev, V., Shishkina, I., Lokteva, O., Kuskov, V. Dynamic behavior model of the ballastless railroad track segment considering wave processes // E3S Web of Conferences, – 2020, – P/ 164.

105. Loktev A., Sychev V., Gluzberg B., Gridasova E. Modeling the dynamic behavior of railway track taking into account the occurrence of defects in the system wheel-rail // MATEC Web of Conferences. – 2017. – Vol. 117. – P. 00108. – DOI: 10.1051/mateconf/201711700108.
106. Loktev, A, Sychev V., Gridasova E., Stepanov R. Mathematical modeling of railway track structure under changing rigidity parameters // Nonlinearity. Problems, Solutions and Applications. – Vol. 1. Theoretical and Applied Mathematics. – 2017. – P. 291–307.
107. Loktev, D., Loktev, A., Stepanov, R., Pevzner, V., Alenov, K. An Aggregated Method for Determining Railway Defects and Obstacle Parameters. // [IOP Conference Series: Materials Science and Engineering]. – 2018. – Vol. 317 (1), – P. 202.
108. Phillips B. et al. Real-time hybrid simulation benchmark study with a large-scale MR damper // Proc. of the 5th WCSCM. – 2010. – P. 12–14.
109. Savin A., Korolev V., Shishkina I. Determining service life of non-ballast track based on calculation and test // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – Vol. 687. – P. 022035. – DOI: 10.1088/1757-899X/687/2/022035.
110. Savin A., Korolev V. Span operational aspects under offsetting the axis of the track panel // TransSiberia: VIII International Scientific Siberian Transport Forum. – 2019. – P. 797–808. – DOI: 10.1007/978-3-030-37916-2_78.
111. Savin A., Suslov O., Korolev V., Loktev A., Shishkina I. Stability of the continuous welded rail on transition sections // VIII International Scientific Siberian Transport Forum. – 2020. – P. 648–654. – DOI: 10.1007/978-3-030-37916-2_62.
112. Savin A. The service life of ballastless track // Procedia Engineering. – 2017. – Vol. 189. – P. 379–385. – DOI: 10.1016/j.proeng.2017.05.060
113. Scheaua F. Practical method of obtaining different levels of seismic energy dissipation using viscous fluid protective system on bridges // IOP Conference

- Series: Materials Science and Engineering. – 2020. – Vol. 916. – P. 012101. – DOI: 10.1088/1757-899X/916/1/012101.
114. Shishkina I. Determination of contact-fatigue of the crosspiece metal // VIII International Scientific Siberian Transport Forum. – 2020. – P. 835–844. – DOI: 10.1007/978-3-030-37916-2_82.
 115. Shrestha B., Hao H., Bi K. Devices for protecting bridge superstructure from pounding and unseating damages: an overview // Structure and Infrastructure Engineering. – 2017. – Vol. 13. Issue 3. – P. 313–330. – DOI: 10.1080/15732479.2016.1170155
 116. Vasiliev N., Ivanov A., Sokurov V., Shatalina I., Vasilyev K. Strength Properties of Ice-Soil Composites Created by Method of Cryotropic Gel Formation // Cold Reg. Sci. Technol. – 2013. – Vol. 70. – P. 94–97.
 117. Vatanshenas A., Bajestany D., Aghelfard A. The Effect of Seismic Isolation on the Response of Bridges // International Journal of Bridge Engineering (IJBE). – 2018. – Vol. 6. Issue 3. – P. 61–74. – URL: <https://www.researchgate.net/publication/330364697>.
 118. Wang P. Analysis on the effect of cracks of CRTS II Slab Track on subgrade / P. Wang, R. Chan // Journal of Southwest Jiaotong University. – China, – 2012, – № 47 (6). – P. 929–934.
 119. Wang S. Causes of crack in ballastless track and control measure / S. Wang, R. Yang // Railwayconstruction. – China, – 2007. – № 9. – P. 76–79.
 120. Wei J., Ban X. Analysis on the effect of cracks of CRTS II Ballastless track structure system induced by temperature / J. Wei, X. Ban // Journal of Wuhan University of Technology. – China, – 2012. – №34 (10). – P. 80–85.