

на правах рукописи



Лазовская Татьяна Валерьевна

**Методы анализа сложных систем
по разнородной информации на основе
нейросетевых и нейроморфных моделей**

Специальность 2.3.1 —
Системный анализ, управление и обработка информации, статистика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург
2025

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Научный руководитель:

Тархов Дмитрий Альбертович

доктор технических наук, доцент,
профессор кафедры высшей математики,
ИФиМ, Санкт-Петербургский политехниче-
ский университет Петра Великого

Официальные оппоненты:

Купцов Павел Владимирович

доктор физико-математических наук,
профессор, главный научный сотрудник,
руководитель лаборатории теоретической
нелинейной динамики СФИРЭ им. В.А. Ко-
тельникова РАН

Карандашев Яков Михайлович

кандидат физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник, руководитель
Центра оптико-нейронных технологий НИЦ
«Курчатовский институт» - НИИСИ

Ведущая организация:

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего об-
разования «Национальный исследователь-
ский университет ИТМО»

Защита состоится 20 мая 2025 года в 16 часов 00 минут на заседании диссертационного совета ИПМАШ 2.3.1. в ИПМаш РАН по адресу: 199178, г. Санкт-Петербург, Большой проспект В.О., д. 61.

С диссертацией можно ознакомиться в ОНТИ ИПМаш РАН по адресу: 199178, г. Санкт-Петербург, Большой проспект В.О., д. 61, и на сайте <https://ipme.ru>.

Автореферат разослан 16 апреля 2025 года.

Ученый секретарь Диссертационного совета
ИПМАШ 2.3.1.,

доктор технических наук, профессор

Фуртат Игорь Борисович

Актуальность темы исследования. Современные технологии сбора и обработки данных из окружающей среды и наблюдаемых объектов играют ключевую роль в развитии киберфизических систем. Цифровые двойники, синхронизирующиеся с моделируемыми объектами, позволяют проводить цифровые эксперименты и прогнозировать поведение объектов без вмешательства в реальный прототип. Цифровой двойник характеризуется двумя триадами, показанными на рисунке 1.

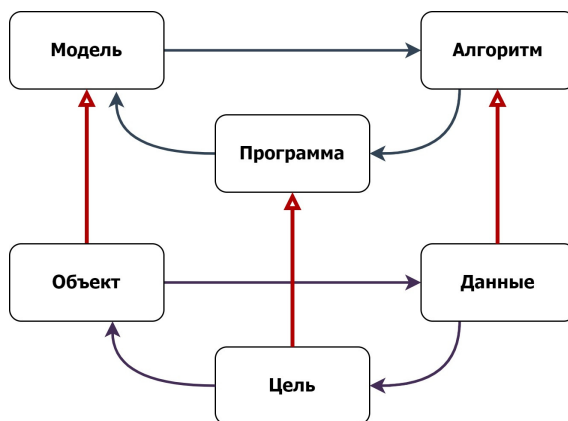


Рисунок 1 – Общая схема устройства цифрового двойника

Верхняя триада относится к традиционному подходу, когда предполагается переход от моделируемого объекта к модели в виде дифференциального уравнения (системы уравнений) с дополнительными условиями (начальными, граничными и т.д.). Далее эта модель рассматривается как сам объект и на ее основе строится приближенное решение. Цифровой двойник строится на основе математической модели, но он также неотделим от алгоритма, реализующего эту модель в цифровой среде в виде программы. В современной парадигме моделирования необходимо предусмотреть возможность адаптации математической модели, которая ранее соответствовала изолированной системе, по результатам функционирования программы, что приводит к соответствующей адаптации алгоритма и программы. Необходимость адаптации наглядно иллюстрируется нижней триадой. В неё входит объект, в связке с которым функционирует цифровой двойник. Объект и условия его функционирования могут меняться, что требует создания возможности для адаптации всех элементов первой триады по известным данным об объекте. Использование данных позволяет уточнять модель объекта в процессе функционирования двойника, даже если объект и условия функционирования не претерпевают существенных изменений. Кроме того, необходимо постоянно учитывать цель создания цифрового двойника, которая в большинстве случаев предполагает оптимизацию управления им. В зависимости от цели управления выбираются характерные особенности объекта, которые включаются в модель. Цель управления также диктует точность и подробность рассматриваемой модели. Наиболее перспективной математической моделью для применения в киберфизических системах является адаптивная модель типа «серый ящик», когда информации о функционировании объекта

не хватает для достаточно точного прогноза его функционирования, но при этом за поведением объекта ведётся наблюдение, что позволяет уточнить его модель и прогноз функционирования, оценить внутреннее состояние изучаемой системы.

Степень разработанности темы исследования.

Фундамент для исследований и разработок в области применения нейронных сетей для решения дифференциальных уравнений и моделирования физических процессов был заложен в работах Дж. Лагариса (J. Lagaris) и Е. Канзы (E. Kansa) еще в 90-е годы. Методы и алгоритмы применения нейронных сетей к решению краевых задач развивались В.И. Горбаченко. Д.А. Тархов и А.Н. Васильев предложили унифицированный нейросетевой подход, который позволяет не только решать задачи математической физики, но и строить модели сложных систем на основе физики объекта и данных измерений. Дж. Эм Карниадакис (G. Em Karniadakis) и М. Раисси (M. Raissi) стали использовать алгоритмы автоматического дифференцирования в ходе обучения нейронных сетей и ввели понятие физически-информированных нейронных сетей (Physics-Informed Neural Networks). В подавляющем числе работ по данной тематике информация об объекте формализуется в виде единой функции потерь. Как правило, взгляд на задачу как многокритериальную недостаточно распространен. Чаще всего в качестве нейросетевой модели рассматриваются многослойные сети прямого распространения, вопрос выбора архитектуры и структуры которых не разработан и остается на усмотрение исследователя. Таким образом, представляют интерес методы обучения нейронных сетей, позволяющие настраивать не только веса, но и архитектуру сети. Кроме того, недостаточно исследован вопрос адаптации нейросетевых моделей к новым данным. Используемые большинством исследователей нейросетевые модели являются громоздкими, требующими больших вычислительных затрат, что затрудняет их встраивание в сторонние процессы или повторное использование в близких задачах.

Цели и задачи диссертационного исследования. Основной целью исследования является решение проблем, возникающих при реализации унифицированного процесса построения нейросетевых моделей сложных систем.

В диссертации были поставлены и решены следующие задачи:

1. Построение нейросетевой модели по статической выборке плохо определённых данных в случае отсутствия явной статистической зависимости.
2. Разработка нового типа нейроморфных моделей с архитектурой, обусловленной физикой.
3. Сравнительный анализ конечноэлементных, нейросетевых, гибридных моделей и моделей на основе аналитической модификации численных методов на примере задачи с пограничным слоем.
4. Разработка нового типа многослойных нейронных сетей с архитектурой, обусловленной физикой, и методов их построения

5. Разработка и тестирование эволюционных алгоритмов обучения и построения физически информированных нейросетевых моделей на основе приближения к фронту Парето
6. Сравнительный анализ адаптивных свойств непараметрических и параметрических физически-информированных нейросетевых моделей.
7. Разработка методов построения нейроморфных моделей с архитектурой, обусловленной физикой, на основе дифференциальных уравнений в частных производных

Объект исследования. Объектом исследования являются сложные системы и процессы, требующие адаптивного моделирования.

Предмет исследования. Предметом исследования являются методы и алгоритмы для создания физически информированных нейронных сетей и нейроморфных конструкций по гетерогенной информации.

Методология и методы исследования. Методология исследования основана на интеграции классических методов моделирования, основанных на физических законах, с нейросетевыми подходами. Используются эволюционные алгоритмы для структурной и параметрической адаптации нейросетей.

Соответствие содержания диссертации заявленной специальности. Работа выполнена в соответствии с направлениями исследований паспорта ВАК 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика (пункты 1, 2, 4, 5, 7, 11, 12).

Научная новизна:

1. Разработана новая система принятия решений о целесообразности эндоваскулярных вмешательств на основе построенной и протестированной нейросетевой модели прогноза осложнений от параметров крови системы гемостаза.
2. Предложен новый тип нейроморфных моделей, которые в комбинации с традиционными нейронными сетями прямого распространения образуют новый тип глубоких нейронных сетей с архитектурой, основанной на физике, и разработан метод их построения на основе трансформирования обыкновенных дифференциальных уравнений, для решения задач системного анализа.
3. Разработаны новые алгоритмы управления структурой нейронной сети в процессе её обучения на основе предложенных новых эволюционных алгоритмов, использующих управляемую мутацию и отбор на основе приближения к фронту Парето.
4. Впервые обоснованы критерии выбора обычной или параметрической нейронной сети при моделировании и прогнозе динамики объектов, изменя-

ющейся по неизвестному закону, на основе сравнительного анализа адаптивных свойств предложенных типов нейронных сетей.

5. Впервые разработан и протестирован метод построения приближённых нейроморфных решений дифференциальных уравнений в частных производных с архитектурой, обусловленной физикой, на примере уравнения теплопроводности и волнового уравнения.

Положения, выносимые на защиту:

1. Разработанная и протестированная система принятия решений на основе нейросетевой модели прогноза осложнений после эндоваскулярных вмешательств позволяет выявлять пациентов с высоким риском.
2. Разработанный новый тип нейронных сетей отличается компактностью и гарантированной точностью, что делает его удобным для применения в задачах принятия решений и управления сложными системами.
3. Новые методы анализа систем, описываемых в том числе дифференциальными уравнениями, основанные на физически информированных нейронных сетях, имеют такие преимущества как гибкость и естественная адаптация к новой информации, по сравнению с методами, использующие классический метод конечных элементов.
4. Предложенные алгоритмы управления структурой нейронной сети, проверенные на двух некорректных задачах, могут быть использованы в системах прогноза и управления сложными объектами при наличии противоречивой и неполной информации о них.
5. Разработаны рекомендации для использования непараметрических и параметрических физически-информированных нейросетевых моделей сложных систем в зависимости от характера доступной о данных системах информации.
6. Предложенный новый тип нейронных сетей может быть использован при анализе сложных систем, в информацию о которых входят дифференциальные уравнения в частных производных.

Теоретическая и практическая значимость работы. Теоретическая значимость работы заключается в развитии и углублении методов интеграции данных измерений с классическими методами моделирования сложных систем, основанными на физических законах. В частности, разработанные нейросетевые модели и алгоритмы, включая эволюционные алгоритмы и методы аналитической модификации численных методов, вносят значительный вклад в теорию моделирования и анализа сложных систем. Эти методы позволяют создавать адаптивные математические модели требуемой точности, которые могут быть

использованы для решения широкого спектра задач в различных областях науки и техники. Практическая значимость работы заключается в возможности применения разработанных методов и моделей для решения конкретных промышленных задач. В частности, разработанная нейросетевая модель прогноза осложнений после эндоваскулярных вмешательств используется в медицинской практике для улучшения качества лечения и снижения риска осложнений. Гибридные модели, сочетающие численные методы и нейросетевые подходы, могут быть применены для создания цифровых двойников и управления киберфизическими системами, что открывает новые возможности для проведения цифровых экспериментов и прогнозирования поведения объектов в различных сценариях их функционирования.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность полученных автором результатов обеспечивается точностью математических формулировок и выкладок, проверкой вычислительных алгоритмов, а также соответствием результатов вычислительных экспериментов данным реальных и искусственных измерений и результатам, полученным с использованием альтернативных методов, на репрезентативном наборе тестовых и прикладных задач.

Результаты диссертационной работы освещались на международных и всероссийских научных конференциях и симпозиумах:

XI Международная научная конференция, посвященная памяти В.А. Романькова (Омск, 2024); XXVI Международная научно-практическая конференция «Системный анализ в проектировании и управлении» (Санкт-Петербург, 2022); XIX, XXII, XXIII Международная конференция по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, ВМСППС'2023 (Москва, 2015 2022-2023); V, VI, VII Международная научно-практическая конференция «Информационные системы и технологии в моделировании и управлении» (Симферополь, 2022-2023); XIV, XV, XIX, XX, XXI Всероссийская научная конференция «Нейрокомпьютеры и их применение» (Москва, 2016-2017, 2021-2023); Всероссийская научная конференция «Неделя науки ФизМех» (С.-Петербург, 2023); XIV Международная конференция по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАИ'2022) Москва, 2022); 4th All-Russian Scientific and Practical Conference with International Participation «Distance Learning Technologies»;

International Scientific Conference on Innovations in Digital Economy, SPBPU IDE 2020 (Санкт-Петербург, 2020); International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies, FarEastCon (Владивосток, 2020) Первая и Вторая всероссийская научно-практическая конференция «Искусственный интеллект в решении актуальных социальных и экономических проблем XXI века» (Пермь, 2016-2017); 13th, 14th International Symposium, ISSN 2016, 2017 (St. Petersburg, Russia, 2016; Sapporo, Hakodate, and Muroran, Hokkaido, Japan, 2017); XI Международная конференция по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ' Алушта, 2016); XIV, XV, XVI Международная научно-

техническая конференция «Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике» (Пенза, 2015-2016); 11th International Conference on «Mesh methods for boundary-value problems and applications» (Kazan, 2016); the 1st International Scientific Conference Convergent Cognitive Information Technologies, Convergent 2016 (Москва, 2016); XVIII, XIX, XXIV, XXV международная научно-техническая конференция «Нейроинформатика-20**», (Москва, 2016, 2017, 2022, 2023); 2016 Joint IMEKO TC1-TC7-TC13 Symposium «Metrology Across the Sciences: Wishful Thinking?» (Berkeley, USA, 2016).

Способ прогнозирования возобновления клиники ишемической болезни сердца с помощью нейронных сетей у пациентов после эндоваскулярного вмешательства запатентован.

Результаты исследования также были опубликованы в рецензируемых научных журналах, что подтверждает их значимость и признание в научном сообществе.

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 16 статьях в научных журналах из перечня ВАК, в 14 статьях в зарубежных научных изданиях с индексацией в Scopus и Web Of Science, в 48 сборниках всероссийских и в сборниках международных конференций (итого 78 публикаций).

Личный вклад соискателя. Личный вклад автора заключается в разработке эффективных подходов и алгоритмов для построения нейросетевых моделей сложных систем, включая разработку нового типа нейроморфных моделей с архитектурой, обусловленной физикой, и методов их построения. Автор провел сравнительный анализ конечноэлементных, нейросетевых, гибридных моделей и моделей на основе аналитической модификации численных методов, разработал и протестировал эволюционные алгоритмы обучения и построения физически информированных нейросетевых моделей на основе приближения к фронту Парето. Также автор разработал методы построения нейроморфных моделей на основе дифференциальных уравнений в частных производных и провел вычислительные эксперименты с последующим анализом полученных результатов. Все положения диссертации, выносимые на защиту, получены соискателем самостоятельно и подтверждены публикациями и докладами на конференциях.

Основные результаты и выводы.

Разработана и протестирована нейросетевая модель прогноза осложнений после эндоваскулярных вмешательств. Модель показала высокую точность и адаптивность, что подтверждает ее практическую значимость для медицинской практики.

Разработан новый тип нейроморфных моделей на основе аналитической модификации численных методов с архитектурой, основанной на физике. Эти модели позволяют более точно и эффективно моделировать сложные системы и процессы.

Проведен сравнительный анализ конечноэлементных, нейросетевых, ги-

бридных моделей и моделей на основе аналитической модификации численных методов на примере задачи с пограничным слоем. Анализ показал преимущества и недостатки каждого подхода, что позволяет выбрать наиболее подходящий метод для конкретных задач.

Разработан и протестирован метод построения многослойной сети прямого распространения с архитектурой, основанной на физике, на основе аналитической модификации численных методов. Этот метод обеспечивает высокую точность и устойчивость моделей.

Разработаны и протестированы эволюционные алгоритмы обучения и построения физически информированных нейросетевых моделей на основе приближения к фронту Парето на двух некорректных задачах. Алгоритмы показали высокую эффективность и адаптивность.

Проведен сравнительный анализ адаптивных свойств непараметрических и параметрических нейросетевых моделей. Анализ выявил преимущества и области применения каждого типа моделей.

Разработан и протестирован метод построения приближенных нейроморфных решений с архитектурой, основанной на физике, уравнений в частных производных, на примере уравнения теплопроводности и волнового уравнения. Метод показал высокую точность и эффективность.

Разработанные методы и модели демонстрируют высокую точность и адаптивность, что подтверждает их практическую значимость для решения различных задач в области киберфизических систем и цифровых двойников.

Применение гибридных моделей, сочетающих численные методы и нейросетевые подходы, открывает новые возможности для проведения цифровых экспериментов и прогнозирования поведения объектов.

Эволюционные алгоритмы и методы аналитической модификации численных методов позволяют создавать устойчивые и достаточно точные математические модели, которые могут быть использованы в различных областях науки и техники.

Эти результаты подтверждают эффективность предложенных подходов и их значимость для решения практических задач.

Содержание работы

В первой главе подчеркивается актуальность развития технологий для получения и обработки данных из окружающей среды и наблюдаемых объектов. Автор отмечает значимость киберфизических систем и концепции цифровых двойников, которые синхронизируются с моделируемыми объектами и отражают их динамические характеристики. Цифровые двойники позволяют проводить цифровые эксперименты, прогнозировать поведение объектов и реализовывать альтернативные сценарии без вмешательства в реальный прототип.

Описываются классические методы моделирования, основанные на физических законах и дифференциальных уравнениях. Эти методы включают по-

строение модели на основе анализа известных физических процессов и использование численных методов для исследования модели, например, Рунге-Кутты.

При этом, классические методы обладают рядом ограничений, связанных с неточностью параметров уравнений, описывающих моделируемый объект, и начальных условий. В случае значительных расхождений между операционными данными и построенной моделью возникает необходимость в корректировке модели, в то время как численные методы могут быть дорогостоящими и не всегда эффективными для моделирования сложных реальных объектов.

Далее рассматриваются нейросетевые подходы к моделированию, включая общий нейросетевой подход и, в частности, физически информированные нейронные сети. Эти сети позволяют интегрировать данные измерений с классическими методами моделирования, создавая устойчивые и точные математические модели. Особое внимание уделяется разработке эволюционных алгоритмов для структурной и параметрической адаптации нейросетей.

На сегодняшний день для решения задачи построения модели по статической базе данных и для решения дифференциальных уравнений обычно применяется два вида нейронных сетей: сети радиальных базисных функций (РБФ-сети) и многослойный персептрон.

В заключение главы обсуждается практическое применение и перспективы применения разработанных методов для создания цифровых двойников и управления кибер-физическими системами. Подчеркивается, что предложенные подходы могут значительно улучшить процессы моделирования и прогнозирования, обеспечивая высокую точность и адаптивность моделей. Разработанные методы могут найти широкое применение в различных промышленных задачах, включая создание цифровых двойников, моделирование и управление кибер-физическими системами.

Во второй главе рассматриваются возможности использования нейронных сетей для персонализированных подходов в профилактике осложнений после эндоваскулярных вмешательств. Подчеркивается сложность системы гемостаза, которая имеет иерархическую структуру с множеством компонентов. Анализируются результаты теста генерации тромбина (ТГТ), позволяющего оценить действия всех компонентов системы гемостаза. Проблема осложняется тем, что обычные статистические методы не обнаружили подразумеваемой экспертами связи. Применяется универсальный нейросетевой подход для построения моделей системы гемостаза, учитывающий нелинейную иерархическую природу системы и позволяющий строить индивидуальные модели для каждого клинического случая.

Результаты моделирования и классификации представлены вместе с оценкой с помощью ROC-анализа. Таблицы содержат характеристики площади под ROC-кривой и качество классификаций, построенных после выбора порогового значения. Показано, что модели с тремя и четырьмя нейронами обладают достаточным уровнем чувствительности и специфичности.

Результаты анализа подтвердили предположение медицинских экспертов

о влиянии количественных показателей ТГТ на симптомы возобновления ишемической болезни сердца (ИБС) независимо от типа рецидива. Полученные данные совпали с выводами других исследователей.

Разработанный способ прогнозирования возобновления клиники ишемической болезни сердца с помощью нейронных сетей у пациентов после чрескожного коронарного вмешательства (ЧКВ) зарегистрирован в виде патента. Технический результат заключается в повышении прогностической достоверности результатов теста генерации тромбина и выявлении пациентов с высоким риском возобновления клинических проявлений ИБС после ЧКВ.

Третья глава посвящена сравнению нейросетевых методов и их модификаций на основе классических подходов для моделирования сложных динамических систем. Представлены принципы построения новых искусственных нейроморфных моделей на основе физики, которые могут быть адаптированы и уточнены с использованием данных измерений и других дополнительных данных. Такой подход имеет существенно более широкую область применения, а с точки зрения современной классификации новой парадигмы моделирования, его можно отнести к сетевым архитектурам, основанным на физике.

Рассмотрим задачу Коши для системы линейных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \mathbf{y}'(x) = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}(x)), \\ \mathbf{y}(x_0) = \mathbf{y}_0, \end{cases} \quad x \in [x_0, x_0 + a]. \quad (1)$$

Далее рассматриваемый интервал дробится точками x_k на подынтервалы длины h_k , $k = 1, \dots, n$, и рекуррентная формула вида

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{y}_k + F(\mathbf{f}, h_k, x_k, \mathbf{y}_k, \mathbf{y}_{k+1}), \quad (2)$$

где оператор F определяет конкретный численный базовый метод, применяется итеративно n раз к интервалу с переменным правым концом $[x_0, x] \subset [x_0, x_0 + a]$. В результате мы получаем аналитическую функцию $\mathbf{y}(x)$, которую можно рассматривать в качестве приближенного решения системы (1). Стоит отметить, что если в (2) функция F зависит от $\mathbf{y}_{k+1}$, возникает необходимость в точном или приближенном решении уравнения (2) относительно $\mathbf{y}_{k+1}$.

Если функция $\mathbf{f}(x, \mathbf{y})$ является нейросетевой, метод приводит к созданию глубокой нейронной сети, что делает его гибридным. В этом случае модель можно рассматривать как специальную инициализацию нейронной сети, параметры которой могут быть донастроены в ходе обучения на данных измерений или других данных.

Отдельно рассматривается краевая задача

$$\begin{cases} \mathbf{y}'(x) = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}(x)), \\ \mathbf{u}(x_0) = \mathbf{u}_0, \quad \mathbf{v}(x_0 + a) = \mathbf{v}_0, \end{cases} \quad x \in [x_0, x_0 + a]; \quad (3)$$

векторы $\mathbf{v}$ и $\mathbf{u}$ составлены из различных координат вектора $\mathbf{y}$, $\dim \mathbf{y} = \dim \mathbf{v} +$

$\dim \mathbf{u}$.

На интервале выбирается некоторая точка $t \in (x_0, x_0 + a)$ и строится решение следующей системы

$$\begin{cases} \mathbf{y}'(x) = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}(x)), \\ \mathbf{y}(t) = \mu, \end{cases} \quad x \in [x_0, x_0 + a]. \quad (4)$$

где параметр μ подбирается, исходя из граничных условий

$$\begin{cases} \mathbf{u}(x + 0) = \mathbf{u}_0, \\ \mathbf{v}(x_0 + a) = \mathbf{v}_0. \end{cases} \quad (5)$$

Параметр t остается неопределенным и выбирается так, чтобы решение максимально точно соответствовало некоторому критерию, например, исходной системе или данным измерений.

Далее представлено использование общего нейросетевого подхода, предложенных методов, основанных на аналитической модификации классических численных методов, и нейросетевых сглаживаний решений МКЭ для построения моделей для эталонной параметризованной краевой задачи

$$\begin{cases} u''(x) + a(s)u'(x) + b(s)u(x) = 0; \\ u(0) = 0, u(1) = 1; \end{cases} \quad x \in [0, 1]. \quad (6)$$

с коэффициентами $a(s) = 1/s + s$ и $b(s) = 1/s - s$. При малых значениях s задача является жесткой и может рассматриваться как параметризованная сингулярная задача о возмущении с пограничным слоем, близким к нулю. Эта задача имеет аналитическое решение, что позволяет проводить сравнение приближенных методов решения.

С помощью общего нейросетевого подхода данная задача решается при различных фиксированных значениях параметра. Строятся модели с различными базисными функциями и количеством нейронов скрытого слоя. Далее для решения параметризованной задачи используется как общий нейросетевой подход, так и нейронные сети для сглаживания решений МКЭ, построенных для фиксированных значений параметра. Полученную в результате модель можно рассматривать как результат работы нейронной сети с кусочно-заданными функциями активации, то есть гибридную версию РБФ-сети с предварительно выбранными центрами и шириной и персептрона с одним скрытым слоем.

Наконец, строится приближенное решение с помощью предложенного метода на основе аналитической модификации классических численных методов, при которой начальная точка x_0 зависит от параметра s и может быть выбрана в ходе решения задачи.

Принимается, что оптимальной начальной точкой считается точка, минимизирующая максимальную погрешность приближенного решения на отрезке $[0, 1]$, а к новой паре задач применяется предложенный в данной главе метод

для различных типов базовых численных методов, а именно, неявный метод Эйлера и метод трапеций. Решение строилось сразу для всех значений параметра s и отдельно анализировалось и сравнивалось с результатами других методов поведение приближенных решений при различной жесткости задачи.

Эксперименты показали, что выбор необходимого количества слоев и оптимальной точки позволяют получить аппроксимацию с любой точностью. Таким образом многослойный метод перспективен для моделирования и управления сложными системами. Переход от дифференциальных моделей к функциональным и их адаптация по данным наблюдений является актуальным вопросом. Конечно-элементные модели хорошо изучены и имеют множество программных пакетов, но их точность и устойчивость к ошибкам снижаются при жесткости задачи, в то время как нейросетевые модели более адаптивны, но требуют высоких вычислительных затрат. При этом модели, полученные в результате аналитических модификаций численных методов, не требуют обучения, быстро строятся и может быть скорректированы нейросетями при появлении новых данных, что важно для современных кибер-физических систем и задач с разнородными данными.

В четвертой главе предлагается новый класс нейросетевых моделей с архитектурой, основанной на физике (РВА-PINNs). В предложенном подходе решается проблема первичной инициализации нейронной сети как с точки зрения архитектуры, так и выбора начальных весов.

Построение модели РВА-PINNs происходит на нескольких этапах, позволяя использовать данные о моделируемом объекте различной точности. Последовательно описываются этапы построения нейронной сети требуемой точности с архитектурой, обусловленной физика, для краевой задачи общего вида

$$\mathbf{y}'(x) = \mathbf{f}(x, \mathbf{y}(x)), \quad x \in [a_1, a_2] = D, \quad (7)$$

$$\mathcal{B}_1[\mathbf{y}](a_1) = \mathbf{b}_1, \quad \mathcal{B}_2[\mathbf{y}](a_2) = \mathbf{b}_2. \quad (8)$$

Весь процесс схематично показан на рисунке 2. На первом этапе строится модель РВА на основе аналитической модификации классических численных методов вида

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathcal{A}[\mathbf{f}, \mathbf{y}_k, \mathbf{y}_{k+1}, h_k, x_k], \quad (9)$$

где $h_k = x_{k+1} - x_k$. Таким образом, $\mathbf{y}_k$ приближает точное значение искомого решения в точке x_k , а $\mathcal{A}[\cdot]$ - это функция, которая определяет конкретный используемый метод. Отдельно представлена аналитическая модификация известного метода стрельбы.

Если используется явный базовый численный метод, функцию $\mathbf{f}(x, \mathbf{y}(x))$ можно аппроксимировать нейронной сетью, а для неявного метода использовать специально обученную однослойную нейронную сеть для его решения. Оба случая приводят к построению многослойной нейросетевой модели $\mathbf{y}_n(x, \mathbf{y}_0, \mathbf{a})$ с архитектурой, основанной на физике, которая рассматривается как исходная

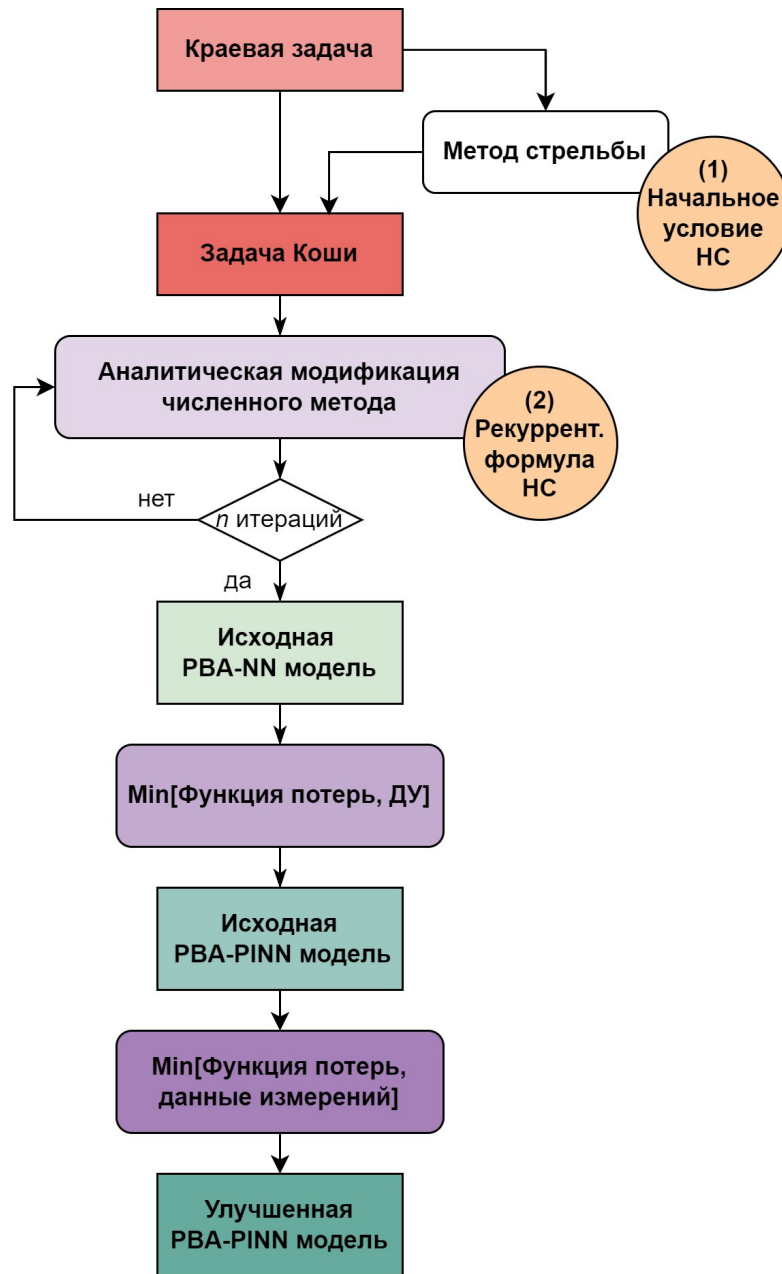


Рисунок 2 – Общая схема построения и обучения многоуровневой модели РВА-PINN

нейросетевая модель с достаточно хорошим приближением.

Если формулировка задачи (7)-(8) содержит некоторые параметры $\mathbf{p}$, они автоматически включаются в выражение для модели РВА-PINN

$\mathbf{y}_n \rightarrow \mathbf{y}_n(x, \mathbf{y}_0, \mathbf{a}, \mathbf{p})$, что приводит к построению параметрической многослойной нейросетевой модели.

Далее, при необходимости, модель может быть дополнительно обучена минимизацией функции потерь, обусловленной дифференциальными уравнениями и краевыми условиями или данными измерений.

Построение параметрических решений важно для анализа модели в различных условиях и мгновенного ответа на запросы в пространстве параметров. Такая модель может применяться для решения обратной задачи (идентифи-

кации параметров) на основе данных датчиков. В этом случае новое значение параметра определяется с помощью параметрической многослойной нейросетевой модели РВА-PINN и минимизации соответствующей функции потерь.

Важно отметить, что предложенные методы начинают обучение физически-информированной нейронной сети не со случайной инициализации весов, а с начальной аппроксимации, что значительно сокращает время обучения, как показано в параграфе данной главы, где эффективность предложенных методов продемонстрирована при решении эталонной задачи, а именно стационарной задачи о тепловом взрыве неизотермического химического реактора в плоско-параллельном случае, в безразмерном виде имеющей вид

$$\begin{cases} \frac{d^2\theta}{dx^2} + \delta \exp(\theta) = 0, \\ \frac{d\theta}{dx}(0) = 0, \theta(1) = 0, \end{cases} \quad x \in [0, 1], \delta \in [0.2, 0.8]. \quad (10)$$

У этой задачи есть точное решение, которое оценить качество модели, построенной с использованием предложенной методологии. Интервал изменения переменной взят из постановки задачи и связан с переходом к безразмерной координате.

Исходная задача преобразовывается к системе, к которой применяется аналитическая модификация неявного метода Эйлера для одной итерации. Полученное неявное уравнение $\theta_1 = \delta - x^2\delta \exp(\theta_1)$ решается с помощью предварительно обученной на решении задач вида $y + s \exp(y) = t$ нейронной сети $\hat{y}(s, t, \{c_i, \mathbf{a}_i\}_{i=1}^n) = c_1 + \sum_{i=2}^n c_i th(a_{i1}s + a_{i2})th(a_{i3}t + a_{i4})$.

В результате строится нейронная сеть с архитектурой, обусловленной физикой задачи. Далее изучается влияние на качество модели числа нейронов (от 3 до 20) встроенной на этапе решения неявного уравнения нейронной сети. Несмотря на значительную ошибку, решения РВА со встроенной нейронной сетью соответствуют общему характеру точного решения, что позволяет улучшить точность путем дальнейшего обучения.

Далее параметры $\{c_i, \mathbf{a}_i\}_{i=1}^n$ параметрического семейства нейросетевых моделей РВА-NN $\theta_1(x) = y(x^2\delta, \delta, \{c_i, \mathbf{a}_i\}_{i=1}^3)$ подбираются в ходе минимизации функции потерь

$$J_1 = \sum_{j=1}^m \left(\theta_1''(x_j) + \delta_j \exp(\theta_1(x_j)) \right)^2 + \lambda \left((\theta_1'(0))^2 + (\theta_1(1))^2 \right). \quad (11)$$

Результаты вычислительных экспериментов в таблице 1, где представлены результаты классических нейросетевых моделей с такими же функциями активации, демонстрируют, что нейронные сети, предложенные в этой главе, обладают значительным потенциалом для совершенствования за счет минимизации потерь (11), соответствующей исходной формулировке задачи (10).

Были исследованы и другие возможности встраивания нейросетевых кон-

Таблица 1 – Результаты обучения РВА-PINN и сравнение среднеквадратичной ошибки (MSE) и максимального значения абсолютной ошибки для классического PINN

Число нейронов	MSE	max Error	MSE PINN	max Error PINN
$n = 3$	0.0192	0.0947	0.120	0.393
$n = 5$	0.0118	0.0678	0.0448	0.149
$n = 10$	0.0113	0.0706	0.0374	0.123
$n = 20$	-	-	0.0269	0.0792

струкций согласно общей схеме для рассматриваемой модельной задачи. Встраивание нейросетевой конструкции $\theta_0(\delta, \{\mathbf{b}_i\}_{i=1}^N) = \sum_{i=2}^N c_i th(b_i^1 \delta + b_i^2)$ в методе стрельбы приводит к созданию двухслойной нейронной сети, что значительно улучшает точность моделей по сравнению с однослойными при малом числе нейронов.

Далее происходит уточнение РВА-PINN и идентификация параметра на основе минимизации функции потерь, соответствующей псевдоданным датчиков. Компактность моделей позволяет быстро провести их обучение. Улучшение качества моделей получено в том числе и для параметрического семейства. Результаты для самой компактной исходной модели РВА представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Среднеквадратичная ошибка (MSE) и максимальное значение абсолютной ошибки для модели РВА-PINN с $n = 3$ нейронами скрытого слоя после реализации всех этапов схемы 2.

δ	MSE	max Error
(0.2, 0.8)	0.00445	0.0163
0.2	0.0000456	0.000155
0.5	0.000148	0.000272
0.8	0.000798	0.00178

В качестве последнего эксперимента была решена обратная задача идентификации параметра на основе параметрического семейства моделей по 1 и 3 псевдоизмерениям датчиков. Полученная модель показала достаточно хорошую точность.

Таким образом, результаты вычислительных экспериментов показали, что для рассматриваемой задачи предложенный метод позволяет строить очень маленькие нейросетевые модели, которые отражают моделируемый объект с приемлемой точностью. Недостаточная точность моделей, построенных на первом

этапе, компенсируется возможностью дообучения моделей на втором и третьем этапах. Результаты обучения моделей РВА-PINNs были сопоставлены с результатами общего нейросетевого подхода. Точность, которую позволяет достичь РВА-PINN модель из 3 нейронов примерно соответствует обычной физически-информированной сети из 20 нейронов.

Пятая глава посвящена разработке новых эволюционных алгоритмов обучения и построения физически-информированных нейронных сетей. Эти алгоритмы направлены на решение некорректно поставленных задач путем построения совокупности решений, близкой к фронту Парето. Рассматривается дифференциальная задача в общем виде

$$\mathcal{D}[u(\mathbf{x})] = 0, \mathbf{x} \in \Omega. \quad (12)$$

с набором дополнительных условий, включая граничные $\mathcal{B}[u(\mathbf{x})] = b(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \bar{\Omega}$; начальные $\mathcal{C}[u(\mathbf{x})] = c(\mathbf{x})$, $\mathbf{x} \in \bar{\Omega} \cup \Omega$; а также данные измерений $\mathcal{M}[u(\mathbf{x}_i)] = m(\mathbf{x}_i)$, $\mathbf{x}_i \in \bar{\Omega}$, и другие.

С помощью унифицированного нейросетевого подхода все условия кодируются в виде соответствующих функций потерь $L_D(\hat{u}(\mathbf{x}, \mathbf{a}))$, $L_B(\hat{u}(\mathbf{x}, \mathbf{a}))$, $L_C(\hat{u}(\mathbf{x}, \mathbf{a}))$, $L_M(\hat{u}(\mathbf{x}, \mathbf{a}))$, и задача рассматривается как многокритериальная.

Предлагаемое семейство эволюционных алгоритмов включает в себя использование схем мутации, скрещивания и отбора особей на основе определенных критериев, в качестве которых могут использоваться как упомянутые функции потерь, так и иные экспертные знания или любая информация, которая становится доступной в режиме реального времени.

Чтобы учесть многоцелевой характер задачи оптимизации, изменяется штрафной множитель в соответствующей функции потерь. В ходе обучения отдельных нейросетевых решений для разных значений штрафного множителя, генерируется аналог фронта Парето, после чего наилучшие варианты отбираются на основе конкретного критерия.

На диаграмме рисунка 3 показано построение аналога фронта решений по Парето, а также выбор нового поколения решений в ходе эволюционных процессов. Желтыми кружками обозначены области, где при оценке индивидуумов учитываются конкретные критерии для решения задачи. Обучение PINN рассматривается как процесс мутации. Схема на рисунке 4 иллюстрирует общую структуру семейства эволюционных алгоритмов и эволюционную интерпретацию мутации по Парето. Конкретные критерии используются как на различных этапах общего алгоритма, так и в рамках мутации по Парето. Точки вариативности обозначены желтыми кружками. Скрещивание относится к процессу введения дополнительных нейронов в текущее поколение PINNs. Пунктирная линия представляет собой возможное расширение эволюционной схемы.

Для оценки эффективности алгоритмов были использованы две контрольные задачи с уравнением Лапласа. Первая задача иллюстрирует проблему противоречивых математических моделей, где решение в углах квадрата должно

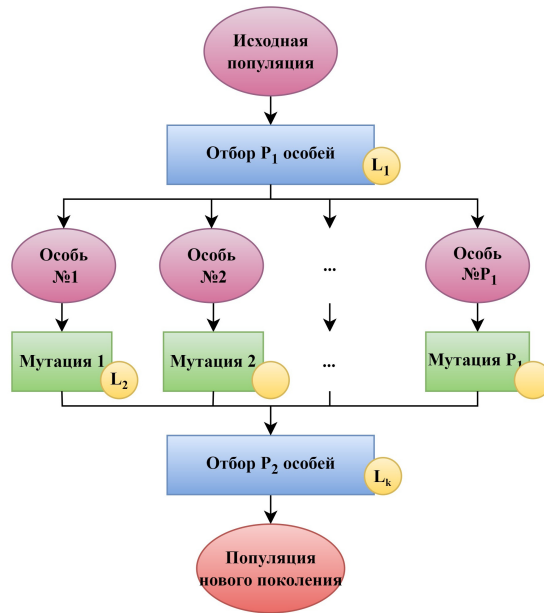


Рисунок 3 – Эволюционный процесс направленной мутации и отбор по Парето.



Рисунок 4 – Общая схема семейства эволюционных алгоритмов для генерации совокупности PINN-решений.

быть одновременно равным 0 и 1. Вторая задача подчеркивает проблему неполных моделей, где недостаток данных о граничных условиях компенсируется данными "измерений". Рассматриваемые задачи уже решались другими методами, что позволяет провести сравнительный анализ результатов после применения предложенного в данной главе эволюционного алгоритма.

Недостатком классического решения первой задачи с использованием ме-

тогда Фурье является эффект Гиббса на границе. Наибольшее расхождение между решением Фурье и условием задачи возникает при вычислении погрешности равенства нулю производной в пробных точках на верхней границе квадрата. Таким образом, естественно условие постоянства функции и равенство производной функции нулю на границе рассматривать как дополнительные критерии оценки решения, которые и вводятся в эволюционный алгоритм. Вычислительные эксперименты показали, что предложенные эволюционные алгоритмы успешно решают обе задачи.

Экспериментальные результаты показывают, что парето-оптимальные решения демонстрируют устойчивость решений к возрастающим погрешностям измерений и соответствуют наименьшим расхождениям с аналитическим решением, полученным методом Фурье, что подтверждает согласованность оцениваемых методов.

В шестой главе впервые проводится сравнительный анализ адаптивных свойств физически-информированных нейросетевых непараметрических (PINN) и параметрических (PPINN) моделей. Оба типа моделей используют физические законы в виде дифференциальных уравнений для обучения. Первые строятся с фиксированными значениями параметров системы, входящих в слагаемые функции потерь, характеризующие точность удовлетворения дифференциальному уравнению и краевым условиям, вторые являются расширением PINN, в котором параметры системы включаются в нейросетевую модель качества входных переменных. Это позволяет моделировать системы с изменяющимися параметрами в реальном времени и сокращает время вычислений.

Рассматривается краевая задача в общем виде, в формулировку которой вводится параметр, который может принимать различные значения в соответствующей области для конкретной задачи.

$$\begin{cases} \mathcal{D}[u](\mathbf{x}, \delta(t)) = f(\mathbf{x}, \delta(t)), & \mathbf{x} \in \Omega; \\ \mathcal{B}[u](\mathbf{x}, \delta(t)) = g(\mathbf{x}, \delta(t)), & \mathbf{x} \in \partial\Omega. \end{cases} \quad (13)$$

Общая схема построения и последующей адаптации к данным измерений для моделей обоих типов, PINN и PPINN, представлена на рисунке 5.

Исходная модель PINN представляет собой выход нейронной сети с одним скрытым слоем вида

$$u_{\mathbf{c}, \mathbf{a}}(\mathbf{x}) = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{a}_i). \quad (14)$$

где веса сети $\mathbf{c} = (c_0, c_1, \dots, c_n) \in \mathbb{R}^{n+1}$, $\mathbf{a}_i \in \mathbb{R}^q$; q зависят от выбранной базисной функции $\varphi : \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{R}$ и подбираются в ходе процесса минимизации

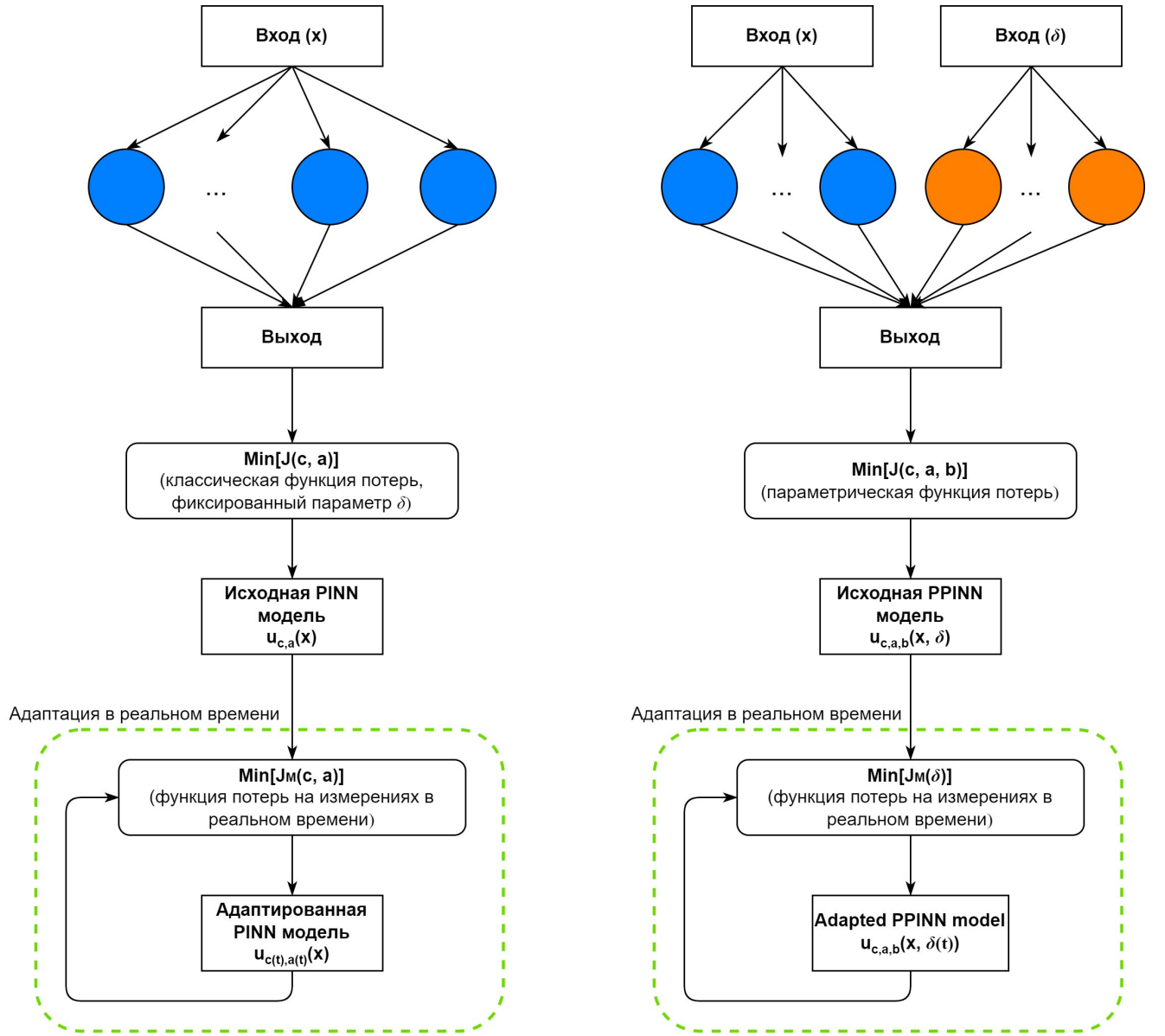


Рисунок 5 – Общая схема построения нейросетевых моделей PINN (слева) и PPINN (справа) и их последующей адаптации по данным измерений.

функции потерь вида

$$J(\mathbf{c}, \mathbf{a}) = \sum_{j=1}^{M_D} (D[u_{\mathbf{c},\mathbf{a}}](\mathbf{x}_j) - f(\mathbf{x}_j))^2 + A \sum_{j=1}^{M_B} (B[u_{\mathbf{c},\mathbf{a}}](\mathbf{z}_j) - g(\mathbf{z}_j))^2 \quad (15)$$

для известного фиксированного начального значения параметра δ для обучающей выборки $\{\mathbf{x}_j\}_{j=1}^{M_D}$ и некоторого штрафного множителя A .

Исходная модель PPINN имеет вид

$$u_{\mathbf{c},\mathbf{a},\mathbf{b}}(\mathbf{x}, \delta) = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \varphi(\mathbf{x}, \mathbf{a}_i, \delta, \mathbf{b}_i). \quad (16)$$

Весы сети подбираются путем минимизации функции потерь вида

$$J(\mathbf{c}, \mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sum_{j=1}^{M_D} (D[u_{\mathbf{c}, \mathbf{a}, \mathbf{b}}](\mathbf{x}_j, \delta_j) - f(\mathbf{x}_j, \delta_j))^2 + A \sum_{j=1}^{M_B} (B[u_{\mathbf{c}, \mathbf{a}, \mathbf{b}}](\mathbf{z}_j, \delta_j) - g(\mathbf{z}_j, \delta_j))^2, \quad (17)$$

где $\{\mathbf{x}_j, \delta_j\}_{j=1}^{M_D}$ и $\{\mathbf{z}_j, \delta_j\}_{j=1}^{M_B}$ – это обучающая выборка.

Под адаптацией обеих нейросетевых моделей PINN и RPINN понимается подбор весов $(\mathbf{c}, \mathbf{a})$ для модели (14) и параметра δ для модели (16) в ходе минимизации соответствующих функций потерь

$$J_M(\mathbf{c}, \mathbf{a}) = \sum_{j=1}^M (u_{\mathbf{c}, \mathbf{a}}(\mathbf{x}_j) - u_j(t_k))^2 \quad (18)$$

и

$$J_M(\delta) = \sum_{j=1}^M (u_{\mathbf{c}, \mathbf{a}, \mathbf{b}}(\mathbf{x}_j, \delta) - u_j(t_k))^2, \quad (19)$$

где $\{\mathbf{x}_j, u_j(t_k)\}_{j=1}^M$ – данные измерений в моменты времени t_k .

PINN обучается с фиксированным значением начального параметра. RPINN включает этот параметр в качестве дополнительной входной переменной и обучается с использованием определенного набора изменений начальных параметров. Временное окно, в котором выбираются измерения, сдвигается в процессе прихода новых измерений. Впоследствии параметр продолжает изменяться, но эти изменения не используются для обучения сетей. Вместо этого используются данные измерений, отражающие косвенно изменение этого параметра. PINNs дополнительно обучаются для оптимизации своей работы путем минимизации заданной целевой функции. В отличие от этого, RPINN фокусируется на идентификации параметров, что, следовательно, также влияет на выходную модель.

Контрольные задачи, выбранные для сравнения нейросетевых моделей, позволяют изучить различные аспекты изменений в объекте моделирования. Для изучения адаптивности моделей в различных условиях формируются различные формы зависимостей параметров от времени, и каждая функция обладает уникальными характеристиками.

В качестве первой задачи рассматривается прогиб консольного стержня под действием нагрузки. Для выбора приближенной дифференциальной модели сделаны предположения о свойствах стержня (бесконечно тонкий, однородный, линейно упругий, прямой в начальный момент времени). Далее рассматривается нестационарная задача о тепловом взрыве в плоскопараллельном случае. В этой задаче исходная модель строится на основе обыкновенного дифференциального уравнения, в то время как на самом деле объект моделирования

удовлетворяет уравнению в частных производных, согласно которому и генерируются соответствующие псевдоизмерения. Последней решается задача для дифференциального уравнения в частных производных, в которой изменение параметра приводит к изменению типа уравнения с эллиптического на гиперболическое. Для этой задачи также рассмотрена адаптация на основе редких малочисленных измерений.

Представлены результаты для каждой задачи, проведено сравнение способности параметрических и классических PINN моделей к адаптации. Основываясь на результатах вычислительных экспериментов, сделаны следующие выводы.

Оба типа моделей, непараметрические и параметрические, обладают свойством адаптивности. Ошибка PINN обусловлена в первую очередь ее адаптивными характеристиками. Наибольшие ошибки связаны с высокой скоростью изменения параметра или резким скачком его значения. Поведение среднеквадратичной ошибки для модели RPINN позволяет предположить, что основным источником ошибок является начальное обучение. Большой размер RPINN позволяет лучше отражать тонкие особенности решения задачи на протяжении всего интервала изменения параметра по сравнению с сетью с меньшим количеством нейронов.

При фиксированном параметре при решении дифференциальной задачи наилучший результат показывает простая PINN и кроме того требует небольшого количества нейронов скрытого слоя. RPINN требует большого количества нейронов, что увеличивает время предварительного обучения. С другой стороны, в процессе адаптации корректируется только один параметр, что требует меньших вычислительных затрат.

Большое количество измерений при стабильном изменении параметра позволяет легко минимизировать функцию потерь в случае адаптивной модели PINN, в то время как модель RPINN в ходе такой адаптации подвержена переобучению, поскольку в процессе оптимизации только один параметр этого решения корректируется с учетом большого количества данных. Если количество измерений невелико, наилучший результат достигается с помощью адаптивной модели RPINN.

Рекомендуется использование адаптивных PINN моделей в ситуации, когда имеется большое количество точек измерения и параметры меняются с низкой скоростью. При этом точность предварительного обучения сети не имеет большого значения. Предпочтение адаптивным моделям RPINN следует отдавать в тех случаях, когда параметры задачи могут резко изменяться или когда количество точек измерения невелико. В этом случае требуется тщательный подход к процессу предварительного обучения с использованием сетей с достаточным числом нейронов.

В седьмой главе рассматривается построение моделей, основанных на аналитической модификации классических аналитических методов для объектов, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных.

При решении уравнений в частных производных проблема громоздкости и длительности процесса обучения приближенных решений, полученных с использованием общего нейросетевого подхода и других методов, является еще более актуальной, чем в случае задач с обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Рассматривается начально-краевая задача для уравнения в частных производных вида

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{y}(x, t) = \mathcal{G}(\mathbf{y}(x, t), x, t), & (x, t) \in \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^+; \\ \mathbf{y}(x, 0) = \varphi(x), \end{cases} \quad (20)$$

где G – некоторый линейный оператор, например, дифференциальный; $\varphi(x)$ – некоторая заданная функция или ее нейросетевое приближение.

Аналогично главе 3 приближенное решение для решения задачи (20) строится для промежутка $0 = t_0 \leq t_1 \leq \dots \leq t_n = t$ с переменным правым концом t . Итеративно n раз применяется рекуррентная формула

$$\mathbf{u}_{k+1}(x) = \mathcal{F}(\mathcal{G}(\mathbf{u}_{k+1}(x), x, t_{k+1}), h_k, t_k, \mathbf{u}_{k+1}(x), \mathbf{u}_k(x), \dots), \quad (21)$$

где оператор $\mathcal{F}$ определяет конкретный численный метод (Рунге-Кутта, Эйлера и другие). Если оператор в правой части дифференциальный, то на каждом шаге получается дифференциальное уравнение. После решения явного или неявного уравнения возникает рекуррентная явная формула вида $\mathbf{u}_{k+1}(x) = \mathcal{H}(\mathbf{u}_k(x), \dots, x, t)$, которую можно рассматривать как процесс перехода от одного уровня к другому в некоторой нейросетевой структуре, а итоговую аналитически заданную функцию $\mathbf{u}(x, t) = \mathbf{u}_n(x, t)$ – в качестве приближенного решения уравнения(20).

Далее представлена апробация метода для двух задач в частных производных, краевой задачи для уравнения теплопроводности в безразмерном виде с кусочно-заданным начальным условием и краевой задачи для одномерного волнового уравнения. В качестве начальных условий в задачах рассматриваются стандартные базисные нейросетевые функции, для уравнения теплопроводности

$$y(x, 0) = \begin{cases} 1, & x \geq 0; \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (22)$$

и для волнового уравнения $y(x, 0) = \exp(-x^2)$, с целью возможности обобщения результатов линейным образом на случаи нейросетевых аппроксимаций любых других функций, задающих эти условия.

В вычислительных экспериментах участвовали модели, полученные аналитической модификацией методов первого порядка: Эйлера, Улучшенного Эйлера, Исправленного Эйлера, и методом Штермера с применением на первом шаге Исправленного метода Эйлера. Кроме того для модели второго поряд-

ка рассматривалось вычисление второй производной заменой на ее разностную аппроксимацию.

Результаты показали, что при краткосрочном прогнозе достаточно использовать аналитическую модификацию метода Эйлера, выбирая достаточное количество итераций метода. При необходимости долгосрочных прогнозов наилучшие результаты как по вычислительным затратам, так и по точности, показал метод Штермера. Применение разностной схемы для вычисления производной оставило точность модели на том же уровне.

Публикации по теме диссертации

В изданиях, входящих в международные базы цитирования Web of Science, Scopus и изданиях из списка ВАК РФ и приравненных к ним

1. Лазовская Т. В., Тархов Д. А., Шемякина Т. А., Чориев М. Д. Эволюционный подход к формированию архитектуры PINN для приближенного решения уравнения Лапласа в двух постановках: с разрывным краевым условием и данными измерений внутри квадратной области // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2023. – Т. 19, № 2. – С. 438-446. **(К-2)**
2. Lazovskaya T.V., Tarkhov D.A., Bortkovskaya M.R., Kaverzneva T.T., Kudryavtseva V.V., Kozhanova P.A., Chernaya E.S. Comparative analysis of hybrid neural network and multilayer modeling the deflection of a circular membrane under the action of a load located asymmetrically relatively to its center // Computing, Telecommunications and Control. – 2022. – Т. 15, № 3. – С. 38-48. **(К-2)**
3. Лазовская Т.В., Малыгина Г.Ф., Тархов Д.А. От информационно-измерительных к киберфизическим системам // Мягкие измерения и вычисления. – 2023. – Т. 62, № 1. – С. 73-84. **(К-3)**
4. Лазовская Т.В., Пашковский Д.М., Тархов Д.А. Подбор оптимальной структуры RBF-сети для аппроксимации решения двумерного уравнения Лапласа // Мягкие измерения и вычисления. – 2023. – Т. 70, № 9. – С. 108-124. **(К-3)**
5. Березовская Г.А., Лазовская Т.В., Тархов Д.А., Малев Э.Г., Петрищев Н.Н., Карпенко М.А. Новые возможности прогнозирования возобновления клинических проявлений ишемической болезни сердца после эндоваскулярной реваскуляризации // Кардиология: новости, мнения, обучение. – 2022. – Т. 10, № 3 (30). – С. 8-15. **(К-2)**
6. Васильев А.Н., Гороховская В.А., Корчагин А.П., Лазовская Т.В., Тархов Д.А., Чернуха Д.А. Исследование прогностических возможностей многослойной нейроморфной модели, управляемой данными, на примере осциллятора Дуффинга // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2021. – Т. 17, № 3. – С. 625-632. **(К-2)**
7. Лазовская Т.В., Малыгина Г.Ф., Пашковский Д.М., Тархов Д.А. Экстраполяция решения уравнения Дуффинга при помощи RBF-сети // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2021. – Т. 17, № 4. – С. 998-1006. **(К-2)**
8. Васильев А.Н., Лазовская Т.В., Тархов Д.А. Аппроксимация функций Бесселя методом построения многослойных решений дифференциальных уравнений // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2020. – Т. 16, № 2. – С. 273-284. **(К-2)**
9. Borovskaya O.D., Lazovskaya T.V., Skolis X.V., Tarkhov D.A., Vasilyev A.N. Multilayer parametric models of processes in a porous catalyst pellet // Modern Information Technologies and IT-Education. – 2018. – Т. 14, № 1. – С. 27-37. **(К-2)**
10. Березовская Г.А., Лазовская Т.В., Петрищев Н.Н. Вариабельность показателей тромбограмм теста генерации тромбина // Патологическая физиология и экспериментальная терапия. – 2017. – Т. 61, № 3. – С. 63-68. **(К-1)**
11. Васильев А.Н., Тархов Д.А., Болгов И.П., Каверзнева Т.Т., Колесова С.А., Лазовская Т.В., Лукинский Е.В., Петров А.А., Филькин В.М. Многослойные нейросетевые модели процессов деформации и разрушения образцов на основе экспериментальных данных // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2016. – Т. 12, № 1. – С. 6-14. **(К-2)**
12. Лазовская Т.В., Тархов Д.А. Новые подходы к построению параметризованного нейросетевого решения жесткого дифференциального уравнения // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки. – 2015. – № 2 (218). – С. 138-147. **(К-2)**

13. Березовская Г.А., Петрищев Н.Н., Папаян Л.П., Карпенко М.А., Смирнова О.А., Лазовская Т.В., Напалкова О.С. Интенсивность образования тромбина у больных ишемической болезнью сердца после коронарного стентирования // Атеротромбоз. – 2015. – № 2. – С. 115-123. **(К-2)**
14. Лазовская Т.В., Тархов Д.А. Использование асимптотических решений при построении нейросетевой модели в жесткой задаче // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2015. – Т. 11, № 2. – С. 261-266. **(К-2)**
15. Идрисова Д.И., Каверзнева Т.Т., Тархов Д.А., Лазовская Т.В. Моделирование распределения опасного вещества в тупиковом тоннеле с использованием нейросетевого подхода // Современные информационные технологии и ИТ-образование. – 2015. – Т. 11, № 2. – С. 297-300. **(К-2)**
16. Березовская Г.А., Лазовская Т.В., Клокова Е.С., Карпенко М.А., Петрищев Н.Н. Способ прогнозирования возобновления клиники ишемической болезни сердца с помощью нейронных сетей у пациентов после эндоваскулярного вмешательства: пат. RU 2675067 С1 Российская Федерация: № 2017132653; заявл. 18.09.2017; опубл. 14.12.2018. **(Патент)**
17. Tarkhov D., Lazovskaya T., Malykhina G. Constructing physics-informed neural networks with architecture based on analytical modification of numerical methods by solving the problem of modelling processes in a chemical reactor // Sensors. – 2023. – № 23. – С. 663. **(Scopus, Q1)**
18. Lazovskaya T., Tarkhov D., Chistyakova M., Sergeeva A., Shemyakina T. Evolutionary PINN learning algorithms inspired by approximation to Pareto front for solving ill-posed problems // Computation. – 2023. – Т. 11, № 8. – С. 166. **(Scopus, Q2)**
19. Tarkhov D., Lazovskaya T., Antonov V. Adapting PINN models of physical entities to dynamical data // Computation. – 2023. – Т. 11, № 9. – С. 168. **(Scopus, Q2)**
20. Dashkina A., Kobicheva A., Guselnikova I., Lazovskaya T., Tokareva E., Tarkhov D. Examining the effectiveness of computer-supported collaborative learning for language proficiency purposes // Sustainability. – 2022. – Т. 14, № 10. **(Scopus, Q1)**
21. Lazovskaya T., Tarkhov D., Malykhina G. Physics-based neural network methods for solving parameterized singular perturbation problem // Computation. – 2021. – Т. 9, № 9. **(Scopus, Q2)**
22. Tarkhov D.A., Lavygin D.A., Skripkin O.A., Zakirova M.D., Lazovskaya T.V. Optimal control selection for stabilizing the inverted pendulum problem using neural network method // Optical Memory and Neural Networks. – 2023. – Т. 32, № S2. – С. S214-S225. **(Scopus)**
23. Vasilyev A., Tarkhov D., Lazovskaya T. Comparison of multilayer methods of solutions to the spectral Cauchy problem for the wave equation // Communications in Computer and Information Science. – 2021. – Т. 1204. – С. 238-250. **(Scopus)**
24. Lazovskaya T., Tarkhov D., Vasilyev A. Multi-layer solution of heat equation // Studies in Computational Intelligence. – 2018. – Т. 736. – С. 17-22. **(Scopus)**
25. Lazovskaya T.V., Tarkhov D.A., Berezovskaya G.A., Petrishev N.N., Zulkarnay I.U. Possibilities of neural networks for personalization approaches for prevention of complications after endovascular interventions // Lecture Notes in Computer Science. – 2017. – Т. 10261 LNCS. – С. 379-385. **(Scopus)**
26. Budkina E.M., Kuznetsov E.B., Lazovskaya T.V., Tarkhov D.A., Shemyakina T.A., Vasilyev A.N. Neural network approach to intricate problems solving for ordinary differential equations // Optical Memory and Neural Networks. – 2017. – Т. 26, № 2. – С. 96-109. **(Scopus)**
27. Lazovskaya T.V., Tarkhov D.A., Vasilyev A.N. Parametric neural network modeling in engineering // Recent Patents on Engineering. – 2017. – Т. 11, № 1. – С. 10-15. **(Scopus)**
28. Budkina E.M., Kuznetsov E.B., Leonov S.S., Lazovskaya T.V., Tarkhov D.A., Vasilyev A.N. Neural network technique in boundary value problems for ordinary differential equations // Lecture Notes in Computer Science. – 2016. – Т. 9719. – С. 277-283. **(Scopus)**
29. Gorbachenko V.I., Zhukov M.V., Lazovskaya T.V., Tarkhov D.A., Vasilyev A.N. Neural network technique in some inverse problems of mathematical physics // Lecture Notes in Computer Science. – 2016. – Т. 9719. – С. 310-316. **(Scopus)**
30. Blagoveshchenskaya E.A., Ryabukhina V.V., Dashkina A.I., Lazovskaya T.V., Tarkhov D.A. Neural network methods for construction of sociodynamic models hierarchy // Lecture Notes in Computer Science. – 2016. – Т. 9719. – С. 513-520. **(Scopus)**
31. Bolgov I., Kaverzneva T., Kolesova S., Lazovskaya T., Stolyarov O., Tarkhov D. Neural network model of rupture conditions for elastic material sample based on measurements at static loading under different strain rates // Journal of Physics: Conference Series. – 2016. – Т. 772, № 1. – С. 012032. **(Scopus)**
32. Kaverzneva T., Lazovskaya T., Tarkhov D., Vasilyev A. Neural network modeling of air pollution in tunnels according to indirect measurements // Journal of Physics: Conference Series. – 2016. – Т. 772, № 1. – С. 012035. **(Scopus)**
33. Filkin V., Kaverzneva T., Lazovskaya T., Petrov A., Stolyarov O., Tarkhov D. Neural network modeling of conditions of destruction of wood plank based on measurements // Journal of Physics: Conference Series. – 2016. – Т. 772, № 1. – С. 012041. **(Scopus)**

В сборниках трудов конференций

1. Лазовская Т.В. О многоуровневых нейросетевых моделях реальных объектов с архитектурой, основанной на физике // В кн.: Математическое и компьютерное моделирование. Сборник материалов XI Международной научной конференции, посвященной памяти В.А. Романькова. Омск, 2024. – С. 191-193.
2. Лазовская Т.В., Паламарчук В.В., Разумов Е.М., Сергеева А.А., Тархов Д.А., Чистякова М.А. Сравнение нейросетевых моделей и моделей на основе аналитической модификации численных методов на примере нелинейного изгиба консольного стержня // В кн.: Математическое и компьютерное моделирование. Сборник материалов XI Международной научной конференции, посвященной памяти В.А. Романькова. Омск, 2024. – С. 182-184.
3. Лазовская Т.В., Тархов Д.А. Исследование свойств набора нейросетевых решений, полученных с помощью эволюционного алгоритма на основе принципов Парето для уравнения Лапласа в квадрате с разрывными граничными условиями // В сборнике: Материалы XXIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2023). Материалы конференции. — Москва, 2023. — С. 115-117.
4. Лазовская Т.В., Разумов Е.М., Сергеева А.А., Тархов Д.А., Чистякова М.А. Анализ эволюционных методов обучения нейросетевого решения для уравнения Лапласа в единичном квадрате с разрывным граничным условием Дирихле // В сборнике: Материалы XXIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2023). Материалы конференции. — Москва, 2023. — С. 113-115.
5. Закирова М.Д., Лавыгин Д.А., Лазовская Т.В., Скрипкин О.А., Тархов Д.А. Применение комбинации линеаризации и аналитической модификации неявного метода Эйлера для выбора оптимального закона управления обратным маятником // В сборнике: Материалы XXIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2023). Материалы конференции. — Москва, 2023. — С. 104-106.
6. Муранов Д.А., Пожванюк К.Ю., Кокшарова Е.И., Тархов Д.А., Лазовская Т.В. Построение фронта Парето и выбор оптимального нейросетевого решения для уравнения Лапласа с разрывным граничным условием Дирихле // В сб.: Информационные системы и технологии в моделировании и управлении. Сборник трудов VII Международной научно-практической конференции. Отв. редактор К.А. Маковейчук. Симферополь, 2023. – С. 127-131.
7. Бортковская М.Р., Каверзнева Т.Т., Кожанова П.А., Кудрявцева В.В., Тархов Д.А., Чёрная Е.С., Лазовская Т.В. Полуэмпирические модели прогиба круглой мембраны под действием груза, смещенного относительно ее центра // В сб.: Информационные системы и технологии в моделировании и управлении. Сборник трудов VII Международной научно-практической конференции. Отв. редактор К.А. Маковейчук. Симферополь, 2023. – С. 131-135.
8. Пашковский Д.М., Лазовская Т.В., Тархов Д.А. Алгоритм подбора числа нейронов на скрытом слое RBF-сети при решении уравнения Лапласа // В книге: Нейрокомпьютеры и их применение. Сборник тезисов XXI Всероссийской научной конференции. — Москва, 2023. — С. 155-А.
9. Тархов Д.А., Лазовская Т.В., Разумов Е.М., Сергеева А.А., Чистякова М.А. Эволюционные методы обучения нейросетевых решений для уравнения Лапласа с разрывным граничным условием Дирихле: анализ и сравнение // В сборнике: Неделя науки ФизМех. Сборник материалов Всероссийской научной конференции. — Санкт-Петербург, 2023. — С. 376-378.
10. Пашковский Д.М., Тархов Д.А., Лазовская Т.В. Алгоритм подбора оптимальной структуры нейронной сети для аппроксимации решения уравнения Лапласа // В сборнике: Неделя науки ФизМех. Сборник материалов Всероссийской научной конференции. — Санкт-Петербург, 2023. — С. 378-381.
11. Дашкина А.И., Лазовская Т.В., Тархов Д.А. Факторы формирования лексико-грамматических навыков студентов лингвистических направлений при их выступлении в роли преподавателя // В сб.: Системный анализ в проектировании и управлении. Сборник научных трудов XXVI Международной научно-практической конференции. В 3 ч. Санкт-Петербург, 2023. – С. 253-259.
12. Чернуха Д.А., Корчагин А.П., Тархов Д.А., Лазовская Т.В. Сравнительный анализ прогностических возможностей многослойных нейроморфных моделей осциллятора Дуффинга, управляемых динамическими данными // В кн.: Нейрокомпьютеры и их применение. Тезисы докладов XX Всероссийской научной конференции. Москва, 2022. – С. 233-234.
13. Бортковская М.Р., Каверзнева Т.Т., Кожанова П.А., Кудрявцева В.В., Тархов Д.А., Черная Е.С., Лазовская Т.В. Полуэмпирические нейросетевые и многослойные модели прогиба круглой мембраны под действием груза, смещенного относительно ее центра // В сб.: Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2022). Материалы конференции. Москва, 2022. – С. 380-381.
14. Корчагин А.П., Лазовская Т.В., Тархов Д.А., Чернуха Д.А. Оценка влияния параметров многослойных адаптивных моделей, управляемых динамическими данными, на качество прогноза на примере

- осциллятора Дуффинга // В сб.: Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2022). Материалы конференции. Москва, 2022. – С. 387-389.
15. Тархов Д.А., Лазовская Т.В., Муранов Д.А., Пожванюк К.Ю., Кокшарова Е.И. Исследование влияния гиперпараметров искусственной нейронной сети на решение краевой задачи для уравнения Лапласа в замкнутой области // В сб.: Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2022). Материалы конференции. Москва, 2022. – С. 403-405.
 16. Тархов Д.А., Сысоева А.Д., Мочалова О.О., Дудник А.Р., Лазовская Т.В. Исследование фронта Парето при построении нейросетевого решения уравнения Лапласа с привлечением дополнительных данных // В сб.: Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (АММАГ'2022). Материалы конференции. Москва, 2022. – С. 405-407.
 17. Лазовская Т.В., Пашковский Д.М., Тархов Д.А. Прогнозирование решения ОДУ второго порядка при помощи формулы Тейлора и RBF-сети // В сб.: Материалы XXII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2021). Материалы конференции. Москва, 2021. – С. 126-128.
 18. Гороховская В.А., Лазовская Т.В., Тархов Д.А., Чернуха Д.А. Исследование прогностических возможностей многослойной нейроморфной модели, управляемой данными на примере осциллятора Дуффинга // В сб.: Информационные системы и технологии в моделировании и управлении. Сборник трудов VI Международной научно-практической конференции. Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского, Гуманитарно-педагогическая академия (филиал). Симферополь, 2021. – С. 149-152.
 19. Lazovskaya T.A., Malykhina G.F., Pashkovsky D.M., Tarkhov D.A. Polynomial Neural Network Approximation of Duffing Equation Solution // Lecture Notes in Networks and Systems, Lecture Notes in Networks and Systems book series (LNNS, volume 460). CPS&C 2021: Cyber-Physical Systems and Control II. — P. 554–562.
 20. Тархов Д.А., Лазовская Т.В., Гороховская В.А., Чернуха Д.А. Исследование прогностических возможностей многослойной нейроморфной модели, управляемой данными, на примере осциллятора Дуффинга // В кн.: Нейрокомпьютеры и их применение. XIX Всероссийская научная конференция: тезисы докладов. Москва, 2021. – С. 418-420.
 21. Пашковский Д.М., Лазовская Т.В., Тархов Д.А. Экстраполяция решения уравнения Дуффинга при помощи RBF-сети // В кн.: Нейрокомпьютеры и их применение. XIX Всероссийская научная конференция: тезисы докладов. Москва, 2021. – С. 428-429.
 22. Boyarsky S.K., Lazovskaya T.V., Tarkhov D.A. Analysis of multilayer methods of building approximate solutions of differential equations in the context of solving a homogeneous Duffing equation // В сб.: CEUR Workshop Proceedings. 4. Сер. "DLT 2019 - Selected Papers of the 4th All-Russian Scientific and Practical Conference with International Participation "Distance Learning Technologies. 2021. – С. 28-37.
 23. Боярский С.К., Тархов Д.А., Лазовская Т.В. Сравнительный анализ многослойных методов построения приближённых решений однородного уравнения Дуффинга // В сб.: Информационные системы и технологии в моделировании и управлении. Сборник трудов V Международной научно-практической конференции. Отв. редактор К.А. Маковейчук. 2020. – С. 123-127.
 24. Dashkina A., Khalyapina L., Kobicheva A., Lazovskaya T., Malykhina G., Tarkhov D. Neural network modeling as a method for creating digital twins: From industry 4.0 to industry 4.1 // В сб.: ACM International Conference Proceeding Series. Сер. "Proceedings - International Scientific Conference on Innovations in Digital Economy, SPBPU IDE 2020". 2020. – С. 3444535.
 25. Lazovskaya T., Malykhina G., Tarkhov D. Construction of an individual model of the deflection of a PVC-specimen based on a differential equation and measurement data // В сб.: 2020 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies, FarEastCon 2020. 2020. – С. 9271144.
 26. Boyarsky S., Lazovskaya T., Tarkhov D. Investigation of the predictive capabilities of a data-driven multilayer model by the example of the Duffing oscillator // В сб.: 2020 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies, FarEastCon 2020. 2020. – С. 9271195.
 27. Тархов Д.А., Лазовская Т.В. Многослойные нейросетевые модели, основанные на классических численных методах // В кн.: Нейрокомпьютеры и их применение. Тезисы докладов. 2017. – С. 151-153.
 28. Тархов Д.А., Лазовская Т.В., Березовская Г.А. Нейросетевое моделирование в предсказании осложнений после чрескожного коронарного вмешательства // В кн.: Нейрокомпьютеры и их применение. Тезисы докладов. 2017. – С. 148-149.
 29. Лазовская Т.В., Тархов Д.А. О модификации классических итерационных методов для получения непрерывных решений на примере задачи теплопроводности // В сб.: Искусственный интеллект в решении актуальных социальных и экономических проблем XXI века. Сборник статей по материалам Второй всероссийской научно-практической конференции проведенной в рамках Пермского есте-

- ственнонаучного форума «Математика и глобальные вызовы XXI века». 2017. — С. 214-219.
30. Lazovskaya T.V., Tarkhov D.A., Berezovskaya G.A., Petrishchev N.N., Zulkarnay I.U. Possibilities of neural networks for personalization approaches for prevention of complications after endovascular interventions // В сб.: *Advances in Neural Networks - ISSN 2017. Proceedings*. 2017. — С. 379-385.
 31. Болгов И.П., Каверзнева Т.Т., Колесова С.А., Лазовская Т.В., Столяров О.Н., Тархов Д.А. Нейросетевая модель условий разрыва образца из упругого материала по динамическим измерениям // В сб.: *Искусственный интеллект в решении актуальных социальных и экономических проблем XXI века. Сборник статей по материалам Всероссийской научно-практической конференции*. 2016. — С. 38-42.
 32. Каверзнева Т.Т., Лазовская Т.В., Лукинский Е.В., Петров А.А., Тархов Д.А., Филькин В.М. Построение зависимости условий разрушения деревянных брусков по динамическим измерениям с помощью нейронных сетей // В сб.: *Искусственный интеллект в решении актуальных социальных и экономических проблем XXI века. Сборник статей по материалам Всероссийской научно-практической конференции*. 2016. — С. 90-94.
 33. Васильев А.Н., Каверзнева Т.Т., Лазовская Т.В., Тархов Д.А. Об одной задаче идентификации параметров загрязнения воздушной среды в туннелях на основе нейросетевого подхода // В сб.: *Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016)*. Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). 2016. — С. 421-423.
 34. Лазовская Т.В., Тархов Д.А. О применении общего нейросетевого подхода к решению одной дифференциальной алгебраической краевой задачи // В сб.: *Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016)*. Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). 2016. — С. 437-439.
 35. Васильев А.Н., Тархов Д.А., Каверзнева Т.Т., Лукинский Е.В., Лазовская Т.В., Петров А.А., Филькин В.М., Шемякина Т.А. Нейросетевые методы исследования условий разрушения деревянных брусков // В сб.: *Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике. Сборник статей XVI Международной научно-технической конференции*. Под ред. В.И. Горбаченко, В.В. Дрождина. 2016. — С. 78-84.
 36. Васильев А.Н., Тархов Д.А., Болгов И.П., Каверзнева Т.Т., Колесова С.А., Лазовская Т.В., Шемякина Т.А. Построение нейросетевых моделей процесса растяжения образца из упругого материала // В сб.: *Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике. Сборник статей XVI Международной научно-технической конференции*. Под ред. В.И. Горбаченко, В.В. Дрождина. 2016. — С. 84-91.
 37. Лазовская Т.В., Тархов Д.А. Решение параметрических дифференциально-алгебраических задач с помощью нейронных сетей // В кн.: *Нейрокомпьютеры и их применение. Тезисы докладов*. Под ред. А.И. Галушкина, А.В. Чечкина, Л.С. Куравского, С.Л. Артеменкова, Г.А. Юрьева, П.А. Мармалюка, А.В. Горбатова, С.Д. Кулика. 2016. — С. 91-92.
 38. Lazovskaya T., Tarkhov D. Multilayer neural network models based on grid methods // В сб.: *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 158. 2016. 11th International Conference on "Mesh methods for boundary-value problems and applications." — С. 012061.
 39. Vasilyev A., Tarkhov D., Bolgov I., Kaverzneva T., Kolesova S., Lazovskaya T., Lukinskiy E., Petrov A., Filkin V. Multilayer neural network models based on experimental data for processes of sample deformation and destruction // В сб.: *CEUR Workshop Proceedings. Selected Papers of the 1st International Scientific Conference Convergent Cognitive Information Technologies, Convergent 2016*. 2016. — С. 6-14.
 40. Васильев А.Н., Лазовская Т.В., Тархов Д.А., Шемякина Т.А. Нейросетевой подход к решению сложных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений // В сб.: *XVIII международная научно-техническая конференция "Нейроинформатика-2016"*. Сборник научных трудов. Отв. ред. А.Г. Трофимов. 2016. — С. 52-60.
 41. Лазовская Т.В., Тархов Д.А. Уточнение нейросетевой модели с помощью асимптотического условия на примере решения одного жесткого дифференциального уравнения // В сб.: *Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015)*. 2015. — С. 153-155.
 42. Тархов Д.А., Каверзнева Т.Т., Лазовская Т.В., Идрисова Д.И. Нейросетевое моделирование распределения вредных веществ в тупиковом участке тоннеля // В сб.: *Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015)*. 2015. — С. 176-178.
 43. Лазовская Т.В., Тархов Д.А. Нейросетевые подходы к решению дифференциально-алгебраических уравнений // В сб.: *Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике. Сборник статей XV Международной научно-технической конференции*. Под ред. В.И. Горбаченко, В.В. Дрождина. 2015. — С. 67-69.
 44. Идрисова Д.И., Каверзнева Т.Т., Лазовская Т.В., Тархов Д.А. Использование нейросетевого подхода

- для моделирования параметров воздушной среды в тоннелях // В сб.: Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике. Сборник статей XV Международной научно-технической конференции. Под ред. В.И. Горбаченко, В.В. Дрождина. 2015. — С. 77-80.
45. Тархов Д.А., Лазовская Т.В. Об использовании методов нейронных сетей для одного жесткого уравнения первого порядка // В сб.: Проблемы информатики в образовании, управлении, экономике и технике. Сборник статей 14 Международной научно-технической конференции. Под ред. В.И. Горбаченко, В.В. Дрождина. 2014. — С. 171-175.