

Уравнения математической физики и их приложения

Введение

1. Вывод уравнений и постановка задач математической физики

Дифференциальные уравнения. Примеры. Основные типы дифференциальных уравнений в физике и их классификация в математике (формулы, названия, и области применения). Граничные и начальные условия. Свойства и некоторые общие методы решения.

Интегральные уравнения. Примеры. Классификация. О сведении граничных задач для дифференциальных уравнений к интегральным уравнениям. Свойства и методы решения.

2. Интегральные преобразования, как эффективный инструмент для решения дифференциальных и интегральных уравнений (преобразования Фурье, Лапласа, Ханкеля-Бесселя, Меллина и др.). Свойства. Примеры.

3. Решения некоторых задач математической физики

3.1 Потенциал. Уравнение Пуассона. Доказательство того, что интеграл Пуассона есть решение уравнения Пуассона (с помощью интегрального преобразования Фурье). Функция Грина.

Источники поля задаются обобщенными функциями (дельта-функциями Дирака разной размерности и функцией Хевисайда в разных системах координат).

Расчет полей некоторых источников разной размерности (точечный, прямолинейный, круговой, тонкий диск, плоскость, цилиндрическая и сферическая поверхности, шар).

3.2 Уравнение Лапласа, как уравнение Пуассона без источника.

Оператор Лапласа и другие дифференциальные операторы в декартовых и криволинейных системах координат. Уравнение Лапласа в различных системах координат. Пример: решение уравнения Лапласа для бесконечной области в цилиндрических координатах методом разделения переменных. Переход к обыкновенным дифференциальным уравнениям (уравнение Бесселя). Функции Бесселя.

Примеры других обыкновенных дифференциальных уравнений. Особые точки. Примеры решения уравнения Лапласа с заданными граничными условиями путем сведения задачи к интегральному уравнению Фредгольма 1 рода.

3.3 Примеры решения задач физики и механики, связанных с интегральными уравнениями: 1. Расчет магнитного поля вихревой нити Абрикосова вблизи границы сверхпроводника. 2. Расчет упругого поля винтовой дислокации, перпендикулярной

свободной поверхности упругого полупространства (с помощью преобразования Ханкеля-Бесселя).

3.4 Стационарное волновое уравнение и стационарное уравнение диффузии

3.5 Нестационарное волновое уравнение.

Вывод нестационарного волнового уравнения из уравнений Максвелла. Решение в виде плоской монохроматической волны.

3.6 Нестационарное уравнение диффузии (теплопроводности).

Вывод нестационарного уравнения диффузии из уравнений Максвелла. Решение задачи об определении глубины проникновения электромагнитного поля в металл (проводник).

Вывод уравнения теплопроводности, когда изменение температуры происходит в одном направлении (и/или диффузии вещества). Решение уравнения с заданными начальными и граничными условиями с помощью стандартных приемов.

3.7 Нестационарное волновое уравнение с правой частью (уравнение Гельмгольца с источником)

Решение в виде запаздывающего потенциала.

3.8 Волновое уравнение Шредингера и его модификация для стационарного случая.

Решение примеров в рамках одномерного стационарного уравнения Шредингера (задача Штурма-Лиувилля).

Литература

Монографии и учебные пособия

1. Г. Арфкен. Математические методы в физике. Москва, Атомиздат. 1970.
2. Ф.М. Морс, Г. Фешбах. Методы теоретической физики. Том I. Москва. Издательство иностранной литературы, 1958.
3. Ф.М. Морс, Г. Фешбах. Методы теоретической физики. Том II. Москва. Издательство иностранной литературы, 1960.
4. Н.Н. Лебедев. Специальные функции и их приложения. Гос. изд-во физико-математической литературы. Москва-Ленинград. 1963.
5. Я.С. Уфлянд. Высшая математика Часть 3. Ленинград, Издательство Военно-морской Академии, 1972.
6. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. Уравнения математической физики. Москва, Наука, 1966.
7. М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. Москва, Наука. 1981.

8. Любые пособия по математической физике любых университетов СПб.

Например, Г.А. Жукова-Малицкая, Ю.Н. Кузьмин. Задачи по математической физике. Ленинград, Изд-во Ленинградского Политехнического института, 1984.

Ю.Д. Максимов, Ю.А. Хватов. Операционное исчисление и его приложение. СПб, Изд-во Санкт-Петербургского Технического университета, 1995.

Справочники

1с. Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Москва, Наука, 1984.

Справочники по дифференциальным уравнениям

2с. В.Ф. Зайцев, А.Д. Полянин. Справочник по дифференциальным уравнениям с частными производными. Москва, Международная программа образования, 1996.

3с.Э. Камке. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Москва, Наука, 1971.

Справочники по интегральным уравнениям

4с. А.Д. Полянин, А.В. Мажиров. Справочник по интегральным уравнениям. Точные решения. «Факториал», Москва, 1998.

5с. А.В. Мажиров, А.Д. Полянин. Справочник по интегральным уравнениям. Методы решения. «Факториал Пресс», Москва, 2000.

Справочная литература по специальным функциям

6с. Н.Н. Лебедев. Специальные функции и их приложения. Гос. изд-во физико-математической литературы. Москва-Ленинград. 1963.

7с. Г. Бейтмен, А. Эрдейи. Высшие трансцендентные функции. I Гипергеометрическая функция. Функция Лежандра. Москва, Наука, 1973.

8с. Г. Бейтмен, А. Эрдейи. Высшие трансцендентные функции. II Функции Бесселя, функции параболического цилиндра, ортогональные многочлены. Москва, Наука, 1966.

9с. Г. Бейтмен, А. Эрдейи. Высшие трансцендентные функции. III Эллиптические и автоморфные функции. Функции Ламе и Матье. Москва, Наука, 1967.

Справочники по интегральным преобразованиям

10с. Г. Бейтмен, А. Эрдейи. Таблицы интегральных преобразований. Том 1. Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина. Москва, Наука, 1969.

11с. Г. Бейтмен, А. Эрдейи. Таблицы интегральных преобразований. Том II. Преобразования Бесселя. Интегралы от специальных функций. Москва, Наука, 1970.

12с. Ю.А. Брычков, А.П. Прудников. Интегральные преобразования обобщенных функций. Москва. Наука. 1977.

- 13с. В.А. Диткин, А.П. Прудников. Интегральные преобразования и операционное исчисление. Москва. Наука. 1974.

Справочники по интегралам

- 14с. Г.Б. Двайт. Таблицы интегралов и другие математические формулы. Москва, Наука, 1964.
- 15с. А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. Интегралы и ряды. Москва, Наука, 1981.
- 16с. А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. Интегралы и ряды. Специальные функции. Москва, Наука, 1983.
- 17с. А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. Интегралы и ряды. Дополнительные главы. Москва, Наука, 1986.
- 18с. Ю.А. Брычков, А.П. Прудников. Интегральные преобразования обобщенных функций. Москва, Наука, 1977.

Монографии для наибольшего «погружения» в тему интегральных преобразований и интегральных уравнений

- 19д. Я.С. Уфлянд. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Ленинград, Наука, 1967.
- 20д. Я.С. Уфлянд. Метод парных уравнений в задачах математической физики. Ленинград, Наука, 1977.

PS: Вся литература может быть более «свежей», так как постоянно переиздается. Предложенная справочная литература является остроактуальной. Кроме того, хороша **аналитика в программном пакете Mathematica** (правда, в ней есть смешные упущения).