

«Утверждаю»

Директор Федерального государственного
бюджетного учреждения науки
«Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского
Российской академии наук» (ИПМех РАН)

Член-корреспондент РАН

С.Е. Якуш

«28» ноября 2023 г.

Отзыв ведущей организации

Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук»
на диссертационную работу **Грековой Елены Федоровны**
«Динамика редуцированных сред Коссера и гироконтинуумов»,
представленную в диссертационный совет 24.1.097.1 на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.8 –
«Механика деформируемого твердого тела».

Диссертационная работа соискателя посвящена построению моделей континуумов сложной структуры, обладающих свойствами акустических метаматериалов, в том числе зернистых сред, композитных сред с жесткими включениями, гироскопических материалов и других сред с поворотными степенями свободы частиц.

Актуальность темы исследования связана с необходимостью разработки новых современных метаматериалов с желаемыми волновыми свойствами, которые могли бы использоваться в различных отраслях промышленности для виброизоляции, управления фронтами акустических волн, а также с необходимостью моделирования волновых процессов в различных материалах сложной структуры – в геосреде, в различных блоковых и

зернистых средах, в композитах с включениями, в магнитоупругих метаматериалах и метаматериалах с гироскопическими элементами. В подобных материалах нередко оказываются существенными поворотные степени свободы. Однако разработанные ранее модели механики сплошной среды с поворотными степенями свободы – среды Коссера и Кельвина – требуют модификации для учета важных особенностей волновых процессов в упомянутых материалах, чьи дисперсионные кривые обладают такими свойствами, как наличием запрещенных зон частот, где гармоническая волна не существует, или наличием падающих участков дисперсионных кривых, где частота убывает в зависимости от волнового числа (зон аномального преломления). Существующая обширная литература по метаматериалам посвящена в основном выводу уравнений конкретного материала на основе детальной информации о его микроструктуре (чаще всего исследуются упорядоченные среды). В то же время для поиска новых метаматериалов с контролируемыми свойствами важно понимать, какие именно параметры континуальных моделей обеспечивают желаемые свойства такой среды. Микроструктурные модели блоковых и зернистых сред также свидетельствуют о наличии запрещенных зон или падающих участков дисперсионных кривых. Экспериментальные данные ротационной сейсмологии, развивающейся в последние десятки лет, направленные на изучение реакции зернистых сред на ударные воздействия и их поведение при всестороннем растяжении, говорят в пользу важности поворотных степеней свободы при моделировании геосреды, о существовании локализованных решений, в том числе поворотного характера, вблизи эпицентра землетрясений или сейсмических источников. Построение точных моделей и анализ их волновых свойств важны для сейсморазведки. Таким образом, разработка новых моделей на основе феноменологических методов механики сплошных сред, в том числе моделей с поворотными степенями свободы, пригодных для описания зернистых, блоковых, композитных, консолидированных сыпучих сред, демонстрирующих

свойства акустических метаматериалов, а также континуальных моделей акустических метаматериалов, в том числе с большими скоростями вращений частиц, анализ их волновых свойств представляется **актуальной задачей как с теоретической, так и с практической точки зрения.** Этому и посвящена диссертация Е.Ф. Грековой.

Новизна. Соискателем разработан новый подход к континуальному моделированию акустических метаматериалов различной природы, а также зернистых, блоковых, консолидированных сыпучих сред, композитных сред с жесткими включениями, введено понятие редуцированной среды – континуума, обладающего при некоторых условиях свойствами акустического метаматериала. Исследовано влияние различных параметров такого континуума на волновые свойства материала, предложены различные модели редуцированных сред Коссера для блоковых, зернистых и композитных сред с включениями, учитывающие нелинейность, различного рода анизотропию, диссипацию, решена задача о распространении волн от сосредоточенных гармонических источников, исследованы особенности волн Рэлея и их устойчивость, Предложена модель редуцированной среды Кельвина, обладающей свойствами акустических гироскопических и магнитоупругих метаматериалов. Проведен дисперсионный анализ всех рассмотренных моделей. Все перечисленные результаты **являются новыми и получены автором самостоятельно.**

Структура и содержание диссертационной работы.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы из 327 наименований, содержит 401 страницу, 74 рисунка.

Во **введении** дается определение основных понятий, описывается объект и метод исследования, цель и задачи работы, перечисляются основные новые результаты, выносимые на защиту, обсуждается теоретическая и практическая значимость работы, сообщаются сведения об

апробации работы, оговаривается личный вклад соискателя в публикациях по результатам проведенных исследований.

Первая глава диссертации посвящена аналитическому обзору, выводы из которого позволяют подчеркнуть актуальность исследования и обоснованно сформулировать цель диссертационной работы – развитие теории континуумов сложной структуры, в том числе с поворотными степенями свободы, обладающих свойствами акустических метаматериалов, при помощи феноменологических методов механики сплошной среды. Для достижения этой цели автор поставила следующие задачи:

1. Предложить новый класс континуумов, демонстрирующих свойства акустических метаматериалов, в том числе с поворотными степенями свободы.
2. Исследовать влияние параметров континуума на свойства дисперсионных соотношений метаматериала для различных типов волн.
3. Предложить континуальные модели с поворотными степенями свободы, обладающие свойствами акустических метаматериалов, учитывающие нелинейность, локальную и иную анизотропию, диссипацию для зернистых, блоковых, консолидированных сыпучих сред и композитов с жесткими включениями.
4. Найти особенности динамики и устойчивости данных сред.
5. Найти зависимость их волновых свойств от диссипативных параметров и параметров анизотропии, предварительного напряженного состояния.
6. Предложить модели среды Кельвина или иного гироконтинуума, обладающие свойствами акустических метаматериалов, и исследовать влияние свойств континуума на дисперсионные соотношения и возможность управления рабочими зонами метаматериала при помощи внешней нагрузки.

Вторая глава диссертационной работы посвящена решению задач 1 и 2. Она начинается с введения нового понятия, предложенного соискателем – редуцированной линейной упругой среды. Такая среда состоит из двух

взаимосвязанных субконтинуумов произвольной природы. В одном («несущем») субконтинууме присутствуют все возможные упругие связи, а упругая энергия редуцированной среды зависит от обобщенного смещения и деформации несущего континуума. Частицы другого субконтинуума («распределенного динамического гасителя») не взаимодействуют между собой непосредственно, но влияют друг на друга через несущий континуум: упругая энергия редуцированной среды зависит лишь от обобщенного смещения «динамического гасителя», но не от его градиента. Субконтинуумы могут быть многомерными. Для простоты рассматривается единственная парциальная частота колебаний для каждого субконтинуума. На этой частоте субконтинуум совершает свободные колебания, если смещение второго субконтинуума равно нулю. Поскольку частицы динамического гасителя не взаимодействуют между собой непосредственно, они существенно захватывают энергию волн с частотами, не очень далекими от парциальной частоты динамического гасителя, обеспечивая особые динамические свойства среды.

В первых четырех разделах главы показано, что при определенных условиях редуцированная упругая среда обладает запрещенными зонами частот и/или падающими участками дисперсионных кривых, то есть проявляет свойства акустического метаматериала. Эти свойства определяются взаимным расположением парциальных частот и величиной и характером взаимосвязи субконтинуумов. При усилении данной взаимосвязи или увеличении парциальной частоты несущего континуума возникают падающие участки дисперсионных кривых — зоны аномального преломления. В общем анизотропном многомерном случае получена асимптотика дисперсионных соотношений вблизи характеристических частот. Изотропные среды рассмотрены для случая трехмерных субконтинуумов. Обсуждается особая гиротропная среда, сочетающая взаимосвязь субконтинуумов с их смещениями.

В следующих разделах второй главы вводится понятие вязкоупругой

редуцированной среды: к существующим упругим связям добавляется линейная вязкость по типу Кельвина – Фойгта. Отдельно рассматривается влияние различных типов диссипации: в материале несущего континуума, в упругих основаниях субконтинуумов, во взаимосвязи между ними. Диссипация обеспечивает наличие бегущего затухающего решения. В зависимости от типа диссипации и области частот затухание волны по пространственным координатам может ослабевать или усиливаться при росте малой диссипации.

В *третьей главе* диссертации предлагаются различные модели редуцированной среды Коссера, исследуются их динамические свойства. *Первый раздел* третьей главы посвящен решению задачи 3 – выводу уравнений различных моделей редуцированных сред Коссера. Вводится понятие нелинейной упругой редуцированной среды Коссера общего вида, в которой упругая энергия не зависит от градиента поворота, записываются ее определяющие уравнения и уравнения динамики. В такой среде тензор силовых напряжений асимметричен, а тензор моментных напряжений равен нулю. Получены уравнения малых колебаний вблизи некоторого нелинейного предварительного напряженного состояния для произвольной среды. Частные случаи этих уравнений дают уравнения изотропной линейной редуцированной среды Коссера без начальных напряжений, имеющиеся в литературе, уравнения вблизи состояния предварительного растяжения – сжатия в изотропной среде, линейную редуцированную среду Коссера с анизотропной взаимосвязью поворотных и трансляционных деформаций, которая может быть применима для моделирования локальной анизотропии в консолидированных сыпучих средах, редуцированную упругую псевдосреду Коссера, в которой малый поворот окрестности совпадает с поворотом частицы.

Во *втором разделе* третьей главы рассмотрено распространение волн в линейных упругих редуцированных средах Коссера (задача 4). Линейная изотропная редуцированная среда Коссера, а также среда, где анизотропия

проявляет себя лишь для трансляционных деформаций, ведут себя как некоторая эффективная классическая среда с памятью. Для изотропной среды вблизи натурального состояния получены дисперсионные соотношения, среда оказывается акустическим метаматериалом по отношению к поперечным волнам – имеется запрещенная зона.

Получена функция Грина для трехмерной безграничной изотропной среды, на которую действуют сосредоточенные гармонические сила и момент. Если частота источника находится в запрещенной зоне для поперечных волн, часть решения локализуется вблизи источника. На границах запрещенной зоны возникают резонансные явления.

Получены свойства волны Рэлея, распространяющейся в упругом изотропном полупространстве. Она обладает запрещенной зоной, расположенной непосредственно под запрещенной зоной для безграничной среды, причем ее верхняя ветвь имеет не только частоту отсечки, но и волновое число отсечки. Фазовая скорость в начале верхней ветви равна скорости волны растяжения – сжатия в классической среде, а на высоких частотах меньше ее, но может быть больше скорости волны Рэлея и скорости волны сдвига на низких частотах.

Рассмотрено также влияние различного рода анизотропии на распространение волн: осесимметричного тензора инерции и трансверсально-изотропной взаимосвязи между поворотами и классическими деформациями. В последнем случае все плоские волны, кроме одной из распространяющихся ортогонально оси анизотропии, имеют запрещенные зоны. Большая часть волн является смешанными. В них соотношение продольной и поперечной компонент существенно зависит от частоты. Результаты данного раздела применяются для описания эксперимента по распространению ультразвука в слабо когезивном порошке. Осевая симметрия тензора инерции и изотропия тензоров упругости приводит к существованию двух парциальных частот «динамического гасителя», двух различных поперечных волн и двух

запрещенных зон для одной из них.

Установлено, что упругая линейная редуцированная изотропная псевдосреда Коссера обладает дисперсионными соотношениями с бесконечной запрещенной зоной выше граничной частоты. В случае трансверсально-изотропной взаимосвязи объемных и сдвиговых деформаций есть две дисперсивные смешанные волны.

В *третьем разделе* решаются задачи 4, 5. Рассматривается распространение волн и устойчивость в упругой редуцированной среде Коссера вблизи нелинейного напряженного состояния (изотропного и трансверсально-изотропного). Изотропный материал вблизи состояния всестороннего растяжения – сжатия ведет себя как линейная изотропная редуцированная среда Коссера вблизи натурального состояния с точностью до замены истинных упругих модулей на эффективные. При гидростатическом сжатии, как и в случае классической среды, для большого класса данных сред с выпуклой энергией материал теряет устойчивость. Такая неустойчивость отсутствует в классической среде с выпуклой энергией. В то же время она наблюдается в экспериментах с зернистыми средами. В области устойчивости нелинейная изотропная редуцированная среда Коссера ведет себя как акустический метаматериал по отношению к поперечным волнам, чью запрещенную зону можно контролировать, изменяя предварительное всестороннее растяжение – сжатие.

В *четвертом разделе* третьей главы изучено влияние различных видов линейной диссипации на распространение волн в изотропных редуцированных средах Коссера (задача 5). Диссипация обеспечивает бегущие затухающие решения на всех частотах. В случае малой диссипации получены асимптотические приближения для дисперсионных соотношений, характеристики зон аномального преломления, возникших в части бывших запрещенных зон. При росте малой диссипации поперечная волна затухает медленнее в этих зонах или их частях. В редуцированной псевдосреде Коссера дисперсионное поведение исследовано для конечной вязкости.

В *пятом разделе* третьей главы обсуждается эксперимент по прохождению ультразвука в когезивных порошках, проведенный испанскими и французскими коллегами соискателя и воспроизведенный на установке, идею которой предложила соискатель. Эксперимент демонстрирует дисперсию, не характерную для классических сред. Предложена интерпретация результатов в рамках двух моделей редуцированных сред: линейной редуцированной среды Коссера с анизотропной взаимосвязью поворотных и трансляционных степеней свободы и материала «масса в массе». Экспериментальные кривые хорошо согласуются с теоретическими прогнозами.

В *четвертой главе* диссертации решена задача 6. Рассмотрены простейшая редуцированная среда Кельвина и простейшая редуцированная гиросtatическая среда. В этих средах осесимметричные частицы или роторы внутри массивных оболочек быстро вращаются вокруг своих осей, не вызывая реакции в среде. Показано, что такие среды могут служить моделями акустических гироскопических или магнитоупругих метаматериалов. При помощи внешнего следящего момента (например, создаваемого внешним магнитным полем) можно менять характеристики метаматериала, число, характер и расположение его рабочих зон. Получены аналитические выражения для дисперсионных соотношений.

Проведенные исследования позволяют вынести на защиту основные результаты, перечисленные автором в *заключении*.

Теоретическая и практическая значимость работы определяется предложенным новым направлением в рамках теории континуумов сложной структуры – теорией редуцированных сред. Данный подход предлагает новые возможности для разработки интеллектуальных акустических метаматериалов, в том числе на основе гироскопических элементов, и магнитоупругих метаматериалов. Различные модели редуцированных сред Коссера могут быть применимы для описания зернистых и композитных

сред, результаты моделирования значимы с точки зрения сейсморазведки, ротационной сейсмологии, ультразвуковых исследований сред с микроструктурой.

Метод исследования, основанный на фундаментальных законах механики, тензорной алгебре, дисперсионном анализе, асимптотических разложениях, обеспечивает **достоверность** аналитических **результатов**, подтверждаемых численными расчетами и согласующихся с результатами экспериментов..

Апробация работы: результаты докладывались на авторитетных научных семинарах, более чем 50 международных конференциях, отражены в 28 публикациях в базе Scopus, 13 из них без соавторов, из 28 публикаций 9 работ в журналах квартиля Q1, 4 в журналах квартиля Q2. Работа поддерживалась в рамках семи российских и международных проектов.

Рекомендации по использованию результатов диссертационной работы: Полученные результаты могут использоваться в Институте проблем машиноведения РАН, Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Московском государственном университете, Санкт-Петербургском политехническом университете Петра Великого, Петербургском отделении математического института РАН, Физико-техническом институте им. А.Ф. Иоффе РАН, Южном научном центре РАН, Национальном исследовательском университете ИТМО и других научных организациях, исследующих динамику материалов сложной структуры.

По диссертационной работе имеются следующие **замечания**:

1. На стр. 34. соискатель пишет: *«В работе [166] также рассмотрен частный вариант такой среды, при котором микроповорот тождественно равен макроповороту, то есть среда является также средой Коссера со стесненным вращением [178], однако для анизотропного случая эта ситуация невозможна, на что авторы работы [166] не указали.»*

- С этим нельзя согласиться. Среда Коссера со стесненным вращением является средой Аэро-Кувшинского. Она достаточно легко формулируется как для изотропного, так и для анизотропного случая.
2. В диссертации рассматривается псевдо-континуум Коссера (см., например, раздел 3.1.10). К сожалению, в списке литературы нет фундаментальной работы Аэро и Кувшинского о псевдо-континууме Коссера (работа подана в печать 1959 году, а опубликована в 1962 году).
 3. На стр. 52 в формуле (2.6) отсутствует билинейное слагаемое с модулем A_0 . В формулах (2.7), (2.8) отсутствуют слагаемые, определяемые билинейным слагаемым в кинетической энергии. Это имеет место во всех разделах работы. Нужны аргументы в пользу таких упрощений.
 4. В кинетической энергии, введенной в разделе 2, и далее везде игнорируются инерционные эффекты, связанные с градиентами обобщенной переменной q_1 . Заметим, что их несущественность даже в варианте алгебраической теории (именно только эти теории рассматриваются в работе) следует проверять в динамических задачах (экспериментально), ибо они меняют закон дисперсии.
 5. На странице 80 диссипативная функция записана только относительно скоростей аргументов, хотя диссипативные процессы могут быть более разнообразными и иметь место даже в квазистационарном случае (тогда диссипативная функция может зависеть от самих аргументов так, что линейная вариационная форма становится неинтегрируемой). Следовательно, рассмотрена некоторая диссипативная функция частного вида. Будут ли справедливы полученные в работе выводы в случае более общего выражения для функции диссипации?
 6. В главе 3 обсуждается интересный эффект, называемый в работе неустойчивостью. Эффект имеет место в динамических процессах из-за нелинейности в силу того, что эффективные модули среды модифицируются за счет учета предварительного напряженного

состояния. Однако автор не дает четких объяснений и определений такой неустойчивости. Можно ли трактовать это явление как локальную потерю несущей способности среды?

7. Некоторые математические выкладки даются весьма скупо, что затрудняет возможность их проверки. В отдельных разделах работы (см. например, главу 2, главу 3, стр. 236 и далее главу 4, стр. 323 и т.д.) вводятся тензорные характеристики без прямых ссылок на их первоначальное определение в этой же работе. Это затрудняет чтение.

Приведенные выше замечания и пожелания несколько не снижают научной ценности работы.

Заключение о соответствии диссертации и автореферата предъявляемым требованиям. Автореферат правильно и достаточно полно отражает содержание диссертации. Область исследования соответствует паспорту специальности 1.1.8 (п. 2. Теория определяющих соотношений деформируемых тел с простой и сложной структурой; п. 3. Задачи теории упругости, теории пластичности, теории вязкоупругости; п. 4. Механика композиционных материалов и конструкций, механика интеллектуальных материалов; п. 5. Мезомеханика многоуровневых сред со структурой; п. 8. Динамика деформируемого твёрдого тела. Теория волновых процессов в средах различной структуры; п. 9. Устойчивость процессов деформирования.) Диссертация Е.Ф. Грековой «Динамика редуцированных сред Коссера и гироконтинуумов» является завершённой научно-квалификационной работой, в которой на основании проведенных автором исследований разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как решение крупной научной проблемы механики деформируемого твердого тела, задающее новое направление в рамках механики сплошных сред сложной структуры – теорию редуцированных сред, служащих моделями акустических метаматериалов. Работа несомненно выполнена на высоком научном уровне и в полной мере

отвечает требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней» ВАК, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор Е.Ф. Грекова заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.8 – «Механика деформируемого твердого тела».

Главные научный сотрудник,
д.ф.-м.н., академик РАН



И.Г. Горячева

Ведущий научный сотрудник, д.т.н., проф.



С.А. Лурье

Отзыв обсужден и одобрен

«28» ноября 2023 г.



И.Г. Горячева и С.А. Лурье
секретарь
М.А. Котов

Сведения о ведущей организации:

Полное наименование организации в соответствии с Уставом	Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук
Сокращенное наименование	ИПМех РАН
Почтовый индекс, адрес организации	119526, Москва, пр. Вернадского, д. 101, корп. 1
Веб-сайт	https://ipmnet.ru
Телефон	+7(495) 434-32-38
Адрес электронной почты	ipm@ipmnet.ru