

На правах рукописи

Федулов Борис Никитович

**НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ
В СЛОЖНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Пермь 2017 г.

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Пермский национальный исследовательский политехнический университет» (ПНИПУ).

Научный консультант:

Ломакин Евгений Викторович,
член-корреспондент РАН, профессор

Официальные оппоненты:

Романов Алексей Евгеньевич,
доктор физико-математических наук, Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе, главный научный сотрудник

Иванова Елена Александровна,
доктор физико-математических наук, профессор, Санкт-Петербургский государственный политехнический университет (СПбГПУ)

Звягин Александр Васильевич,
доктор физико-математических наук, профессор, механико-математический факультет Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова

Ведущая организация:

ИПРИМ РАН

Защита состоится 23 ноября 2017 г. в 14 часов на заседании диссертационного совета Д 002.075.01 в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте проблем машиноведения Российской академии наук по адресу: 199178, Санкт-Петербург, Большой пр. В.О., 61.

С диссертацией можно ознакомиться в ОНТИ Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института проблем машиноведения Российской академии наук и на сайте института по адресу <http://www.ipme.ru>.

Автореферат разослан _____ 2017 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета,
доктор технических наук, профессор



Владимир Васильевич Дубаренко

Общая характеристика работы

Материалы со сложной неоднородной структурой широко используются в различных отраслях промышленности. Выбор конструкторов в их пользу связан с более эффективной возможностью решать поставленные перед ними задачи. Например, при использовании жаропрочного титана в турбореактивных двигателях пористость такого материала позволяет получить необходимые прочностные характеристики при повышенных температурных воздействиях. Широкое применение получили композиционные материалы, которые имеют ряд существенных преимуществ и позволяют варьировать необходимым образом прочностные характеристики создаваемого нового изделия при существенном снижении массы. Более того, можно сказать, что в инженерной практике, на протяжении всей своей истории, широко использовались различные материалы со сложной внутренней структурой в качестве конструкционных, к которым относятся бетоны, керамики, чугун, грунты, скальные породы, сыпучие среды и многие другие.

Актуальность

На практике, при проектировании нового изделия всегда встает вопрос предельного состояния разрабатываемой конструкции. При этом всегда есть желание проверить прочностные характеристики нового проектируемого элемента и конструкции в целом путем эксперимента, но такой путь весьма затратен, не гарантирует проверку всех возможных ситуаций и с очень большой долей вероятности может не привести к желаемым результатам, а во многих случаях не осуществим. Такая ситуация заставляет инженеров и научных специалистов искать пути и возможности для моделирования, анализа и предсказания прочности создаваемого изделия.

В настоящее время накоплен большой опыт работы с численными методами анализа прочности, что позволяет проводить расчеты объектов произвольной геометрии и учитывать практически все факторы воздействия на конструкцию. Основной вопрос возникает при выборе методики для такого анализа или создании какой-либо новой для конкретного материала. Ситу-

ация усложняется, если такой материал является новым и известны лишь частично его характеристики.

В концентрированном виде ответ на этот вопрос дает создание специальной математической модели для такого материала, которая включает в себя определяющие соотношения, сформулированные в виде связи между напряжениями и деформациями, а также другие возможные зависимости параметров материала от различных физических полей. Введение такой модели практически полностью формализует все вопросы проектирования, от необходимой экспериментальной программы для используемого материала, до возможностей предсказания прочности проектируемого изделия в целом.

Введение такой формализации приводит к возможности оптимизации конструкций на более высоком уровне, что в свою очередь, дает возможность получения более достоверных сведений относительно максимального потенциала от использования конкретного материала и повышает конкурентные преимущества создаваемых изделий.

С другой стороны, такая формализация существенным образом повышает безопасность эксплуатации конструкций. Даже в изделиях, где в процесс проектирования входит большое количество испытаний, все равно невозможно проконтролировать все элементы и области конструкции, потому что любые испытания, как правило, дают только интегральные прочностные показатели.

Целью работы является, как раз, изучение и выработка подходов к моделированию деформирования и созданию определяющих соотношений для материалов со сложной внутренней структурой. Причем рассматривается вся последовательность стадий деформирования от упругого поведения до полного разрушения материала.

Научная новизна работы

В работе показан возможный подход к анализу пластического деформирования сред, в которых проявляется эффект дилатансии, присущий, по видимому, всем материалам со сложной неоднородной структурой. Решены конкретные задачи предельного состояния тел из таких материалов.

Показаны возможные расширения описанной модели пластического деформирования. На основе одного из таких расширений предложена модель пластичности, учитывающая скоростное упрочнение. Для примера построена модель пластичности для титанового сплава ВТ6 и проведен сравнительный анализ теоретических результатов с экспериментальными данными. На примере другого расширения предложена анизотропная модель пластичности для металлических сплавов, полученных методом прокатки или, в общем случае, методом обработки давлением.

На основе подхода, учитывающего пластическую дилатансию, предложена методика анализа прочности композиционного материала в технологическом процессе изготовления. Такая методика позволяет оценить прочностные характеристики материала в финальном изделии на основе моделирования укладки армирующих элементов и истории температурного воздействия. Проанализирована прочность и вид напряженного состояния матрицы композита при трансверсальном нагружении.

Предложены модели нелинейной упругости для слоистого композита, учитывающие различную жесткость материала в зависимости от типа нагрузки совместно с эффектом снижения сдвиговой жесткости при росте величин сдвиговой деформации.

Сформулирован ряд предположений, позволяющий выстроить подход к моделированию разрушения слоистого композита. Предложенный подход проиллюстрирован на примере построения теории, в которой в качестве входных параметров используются только стандартные инженерные характеристики материала, что не требует проведения сложной экспериментальной программы.

На примере задачи о разрушении композитной пластины с круговым вырезом в условиях сжатия, проведено сравнение подходов, основанных на линейной модели упругости и модели, учитывающей сдвиговую нелинейность свойств и поврежденность материала. Было продемонстрировано различие в областях повреждения материала, предсказанных данными подходами, при практически полном совпадении интегральной предельной нагрузки для об-

разца.

Показано возможное расширение предложенного подхода для моделирования разрушения композита, в котором учитывается скоростное упрочнение материала. Предложена аналитическая формулировка для оценки влияния скорости накопления повреждений в материале на итоговую прочность. продемонстрирован набор необходимых параметров модели на основе результатов экспериментальных исследований с высоким диапазоном скоростей деформирования.

Методы исследования в представленной работе основаны на механике деформирования твердых тел и сплошной среды. Решения конкретных задач производилось как численно, так и на основе аналитических построений. В работе интенсивно используется метод конечных элементов, реализованный в системе общего прочностного анализа Abaqus, с внедрением собственных программных процедур.

Достоверность и обоснованность результатов следует из сравнения результатов, полученных аналитическими и численными методами с соответствующими предположениями. С другой стороны, все предложенные новые модели деформирования и реализованные подходы сравнивались с результатами экспериментальных исследований и показали высокую степень корреляции результатов.

Практическая значимость работы

Фундаментальные результаты работы могут быть использованы во всех областях индустрии, где возникает вопрос прочности в целом. При этом во всех разделах работы предлагаются конкретные практические рекомендации с экспериментальным сравнением и набором конкретных данных для непосредственного проведения прикладных расчетов.

В первой главе предложены модели пластичности с определенным набором параметров для титанового сплава ВТ6 и алюминия АД33, полученного методом экструзии.

Вторая глава содержит законченную методику для работы с термопластичным композитом на основе связующего ПЭЭК, с полным набором пара-

метров, характеризующих все фазовые стадии материала.

Результаты последних глав применимы ко всем вариантам конструкционных композитов, причем предложенные модели апробированы на конкретных результатах экспериментальных исследований с необходимыми наборами параметров для прочностного анализа.

Для всех новых определяющих соотношений были написаны специальные подпрограммы, позволяющие моделировать деформирование материалов и определять напряженно-деформированное состояние, для их использования в современных промышленных системах прочностного анализа.

Личное участие автора в данной работе заключается в решении всех конкретных задач и анализе экспериментальных данных, а также, в формулировке части новых моделей материалов и определяющих соотношений.

Апробация работы

Основные результаты диссертации опубликованы в международных рецензируемых журналах индексируемых в системах Scopus или Web of Science, а также из списка ВАК [1–15], в сборниках научных статей [16–18] и трудах конференций [19–41].

Основные положения диссертации и работа в целом докладывались и обсуждались на ряде российских и международных конференций и семинаров:

- ICAF2017 The International Committee on Aeronautical Fatigue and Structural Integrity, Nagoya, Japan, 2017,
- ISDMM, International Symposium on Defects and Material Mechanics 2017, Lyon, 26-29 June, 2017,
- ICF14 — 14th International Conference on Fracture, Rhodes, Greece, June 18-23, 2017,
- ECCM 2016 — the 17th European Conference on Composite Materials Munich, Germany, 26-30th June 2016 (Scopus),
- 9th European Solid Mechanics Conference (ESMC 2015) July 6 - 10, 2015, Leganes-Madrid, Spain,

- CAMX 2015 — Composites and Advanced Materials Expo (Scopus),
- International SAMPE Technical Conference, 2015-January (Scopus),
- 20th International Conference on Composite Materials, Copenhagen, Denmark, July 19-24, 2015,
- Simulia Community Conference, May 18–21, 2015 | Berlin, Germany,
- The Composites and Advanced Materials Expo, Dallas, 27-29th October 2015,
- 20th International Conference on Composite Materials, Copenhagen, 19-24th July 2015,
- XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики 2015,
- International conference "Deformation and fracture of composite materials and structures. (DFCMS-2014), Moscow, 10-13 November 2014,
- Системы управления жизненным циклом изделий авиационной техники: актуальные проблемы, исследования, опыт внедрения и перспективы развития, Ульяновск – 2014,
- 20th European Conference on Fracture - Fracture at all scales July 2014 Trondheim, Norway,
- 16th European Conference on Composite Materials ECCM16, Seville, Spain, June 22-26, 2014,
- Simulia community conference may, 2014, Providence, RI USA,
- 11th World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI) 5th European Conference on Computational Mechanics (ECCM V) 6th European Conference on Computational Fluid Dynamics (ECFD VI), 2014, Barcelona, Spain,

- International SAMPE Technical Conference 2013 (Scopus),
- Наследственная механика деформирования и разрушения твердых тел - научное наследие Ю.Н.Работнова (к 100-летию со дня рождения),
- Symposium: Design with Composites, CompositesWeek@Leuven, Leuven, Belgium, September 18, 2013,
- Conf. XVIII Winter school of continuum mechanics, Federal State Organization "Institute of continuum mechanics of Ural branch of RAS Perm, 2013,
- DYMAT 2009 - 9th International Conference on the Mechanical and Physical Behaviour of Materials under Dynamic Loading
- IX всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике, Нижний Новгород, 2006.

Основное содержание работы

В *первой главе* работы приводится обзор наработанных методов для моделирования материалов со сложной внутренней структурой, описание поведения которых невозможно при помощи классических методов.

Во *второй главе* рассматривается возможный подход для анализа задач предельного состояния, для сред, проявляющих эффект дилатансии при пластическом деформировании. В качестве условия пластичности использован обобщенный критерий, предложенный в работах Ломакина Е.В.:

$$F(\sigma_{ij}) = f(\xi)\sigma_0 = k. \quad (1)$$

Здесь $\xi = \sigma/\sigma_0$ — параметр вида напряженного состояния, характеризующий в среднем соотношение между нормальными и касательными напряжениями в точке сплошной среды, $\sigma = 1/3\sigma_{ii}$ — среднее нормальное напряжение, $\sigma_0 = \sqrt{3/2S_{ij}S_{ij}}$ — интенсивность касательных напряжений, $S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma\delta_{ij}$. Не

нарушая общности, можно принять, что при чистом сдвиге ($\xi = 0$) значение функции $f(0) = 1$. Тогда $k = \sqrt{3}\tau_s$, где τ_s — предел текучести при сдвиге. При произвольном виде напряженного состояния параметр ξ принимает значения в диапазоне от $-\infty$ (равномерное трехосное сжатие) до $+\infty$ (равномерное трехосное растяжение).

Принимая различные аналитические выражения для функции $f(\xi)$, для данного критерия пластичности можно получить некоторые из известных условий пластичности для гранулированных, пористых и поврежденных сред. Если принять функцию $f(\xi)$ в виде линейной функции

$$f(\xi) = 1 + C\xi, \quad (2)$$

то приходим к обобщению критерия Кулона-Мора. Можно также получить условие пластичности Грина

$$f(\xi) = \sqrt{1 + \alpha\xi^2}. \quad (3)$$

При $f(\xi) \equiv 1$ условие (1) совпадает с условием пластичности Губера - Мизеса $\sigma_0 = k$.

Далее следуя результатам работ Ломакина Е.В. показывается что жесткопластическая задача в случае условий плоской деформации сводится к решению уравнений:

$$\begin{aligned} S_{,1} - kF'(S)(S_{,1} \sin 2\theta - S_{,2} \cos 2\theta) - 2kF(S)(\theta_{,1} \cos 2\theta + \theta_{,2} \sin 2\theta) &= 0, \\ S_{,2} + kF'(S)(S_{,1} \cos 2\theta + S_{,2} \sin 2\theta) - 2kF(S)(\theta_{,1} \sin 2\theta - \theta_{,2} \cos 2\theta) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

где $S = 1/2(\sigma_{11} + \sigma_{22})$, θ — угол между осью x_1 и направлением площадки, на которой действует максимальное касательное напряжение, $F(S)$ представляется в следующем виде:

$$\begin{aligned} F(S) &= m(C^{-1} - S/k), m = \sqrt{3}C/\sqrt{9 - C^2}, \text{ в случае } f(\xi) = 1 + C\xi, \\ F(S) &= \sqrt{1 - \beta S^2/k^2}, \beta = \alpha/(1 + \alpha/9), \text{ в случае } f(\xi) = \sqrt{1 + \alpha\xi^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Такая система уравнений по своей форме близка к уравнениям общей плоской задачи теории пластичности, которая достаточно полно описана в литературе, например, в работах Качанова Л. М., где постулировалась связь между максимальным касательным и средним напряжением, а также предполагалось условие пластической несжимаемости.

Параметры C и α для данных видов зависимостей $f(\xi)$ характеризуют степень поврежденности среды, пористости или степень чувствительности материала к виду напряженного состояния.

Для приведенных видов зависимостей $f(\xi)$ при некоторых ограничениях на параметры C и α система (4) является гиперболической и возможно построение решений методом характеристик. Также для данных видов зависимостей $f(\xi)$ возможно интегрирование соотношений вдоль характеристик и, как следствие, построение аналитических решений.

Для случая $f(\xi) = 1 + C\xi$ уравнения характеристик и соотношения вдоль них имеют следующий вид:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{-\cos 2\theta \pm \sqrt{1 - m^2}}{m + \sin 2\theta}, \quad \frac{\sqrt{1 - m^2}}{2m} \ln\left(1 - C\frac{S}{k}\right) \pm \theta = const. \quad (6)$$

Для случая зависимости в виде $f(\xi) = \sqrt{1 + \alpha\xi^2}$

$$\begin{aligned} \frac{dx_2}{dx_1} = \frac{-\cos 2\theta \pm \sqrt{(1 - \beta S/k)^2 / [3(1 - \beta S^2/k^2)]}}{\beta S/k \sqrt{3(1 - \beta S^2/k^2)} + \sin 2\theta}, \\ \sqrt{\frac{3 + \beta}{\beta}} \arcsin \left[\sqrt{\frac{\beta(3 + \beta) S}{3 k}} \right] - \arcsin \left[\frac{\beta S}{k \sqrt{3(1 - \beta S^2/k^2)}} \right] \mp \\ \mp 2\theta = const. \end{aligned} \quad (7)$$

Также в данной главе показывается, что можно получить систему уравнений для скоростей

$$(v_{1,2} + v_{2,1}) \operatorname{tg} 2\theta + v_{1,1} - v_{2,2} = 0, \quad (v_{1,1} + v_{2,2}) \cos 2\theta + (v_{1,2} - v_{2,1}) k F' = 0.$$

При этом характеристики системы уравнений для скоростей совпадают с ха-

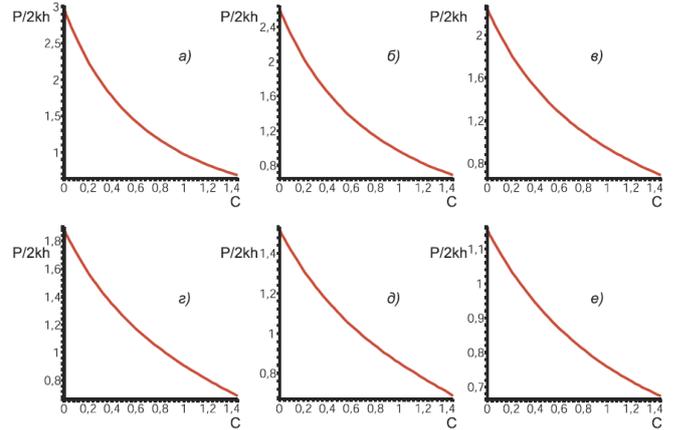
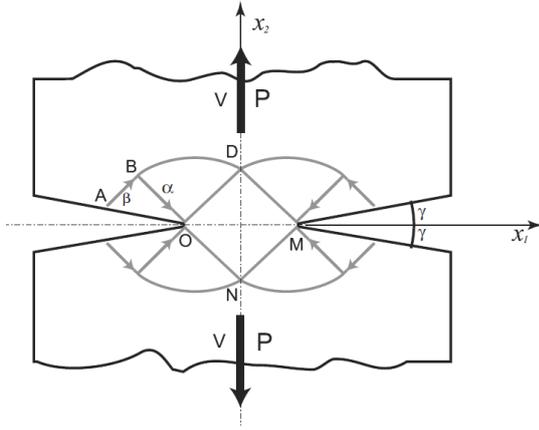


Рис. 1: Поле характеристик (слева). Предельная нагрузка деленная на k и $2h$, где а) $\varphi_n = -\pi/2$, б) $\varphi_n = -\pi/2 - \pi/10$, в) $\varphi_n = -\pi/2 - 2\pi/10$, г) $\varphi_n = -\pi/2 - 3\pi/10$, д) $\varphi_n = -\pi/2 - 4\pi/10$, е) $\varphi_n = -\pi$.

рактеристиками для напряжений.

Далее для рассмотренного критерия и выделенных видов зависимостей $f(\xi) = 1 + C\xi$ и $f(\xi) = \sqrt{1 + \alpha\xi^2}$ рассматриваются аналитические решения конкретных задач, при помощи жесткопластической схемы решения. На следующих рисунках приведены схемы построения полей характеристик и полученные результаты в виде диаграмм для предельных нагрузок для случая $f(\xi) = 1 + C\xi$. Рассмотрены следующие задачи о растяжении полос: с угловыми вырезами (рис. 1), с круговым отверстием (рис. 2), с вырезами с круглым основанием (рис. 3) и с вырезами с круглыми основаниями, глубокими относительно общей ширины полосы (рис. 4).

Далее в главе подробно рассматривается способ построения численных решений таких задач. На основе специально разработанной подпрограммы для анализа поведения материала приводятся решения с использованием упруго-пластического подхода и с небольшим пластическим упрочнением. В качестве свойств материала для решения задач использовались следующие значения:

$$E = 200000, \quad \nu = 0.3.$$

Конечно-элементная программа Abaqus, в которой проводился расчет, всегда работает в безразмерных величинах, выбор единиц измерения для мо-

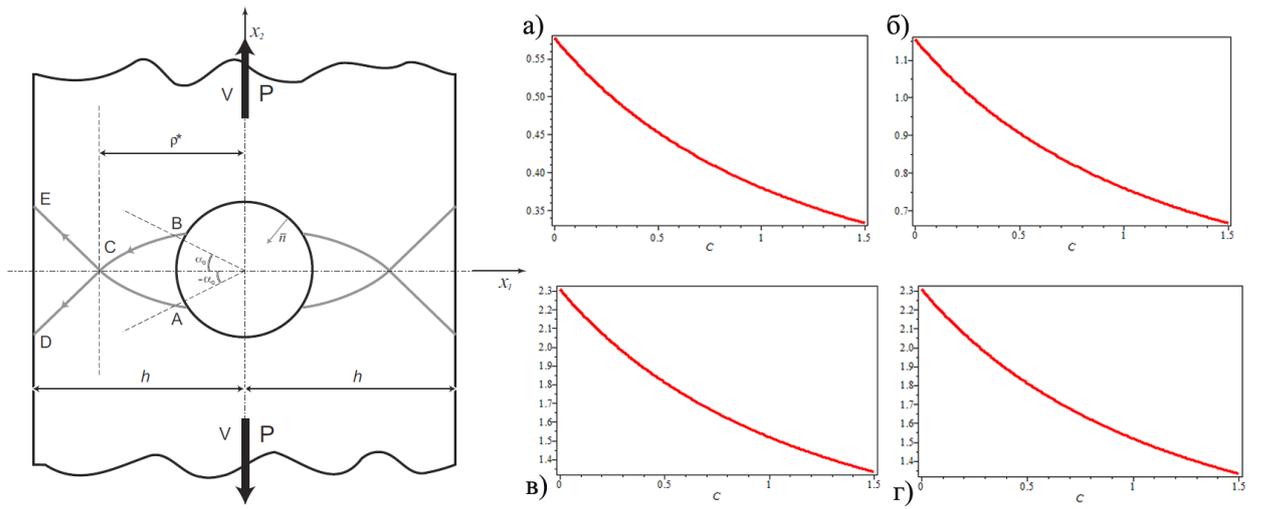


Рис. 2: Поле характеристик (слева). Предельная нагрузка деленная на k и $2h$, где $R = 1$, а) $h=1.5$, б) $h=2$ в) $h=3$, г) $h=5$

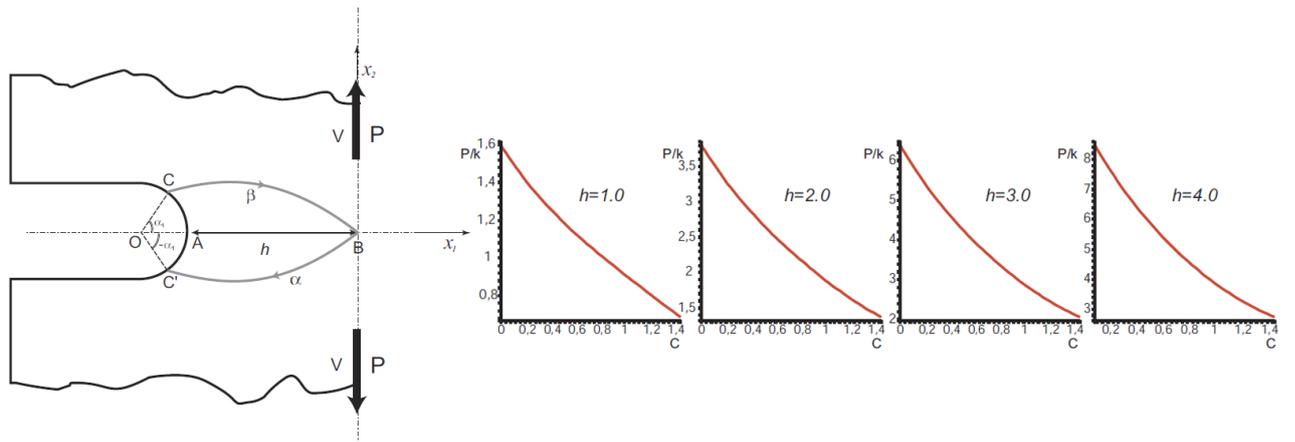


Рис. 3: Поле характеристик (слева). Предельная нагрузка деленная на k и $2h$, для различных значений h

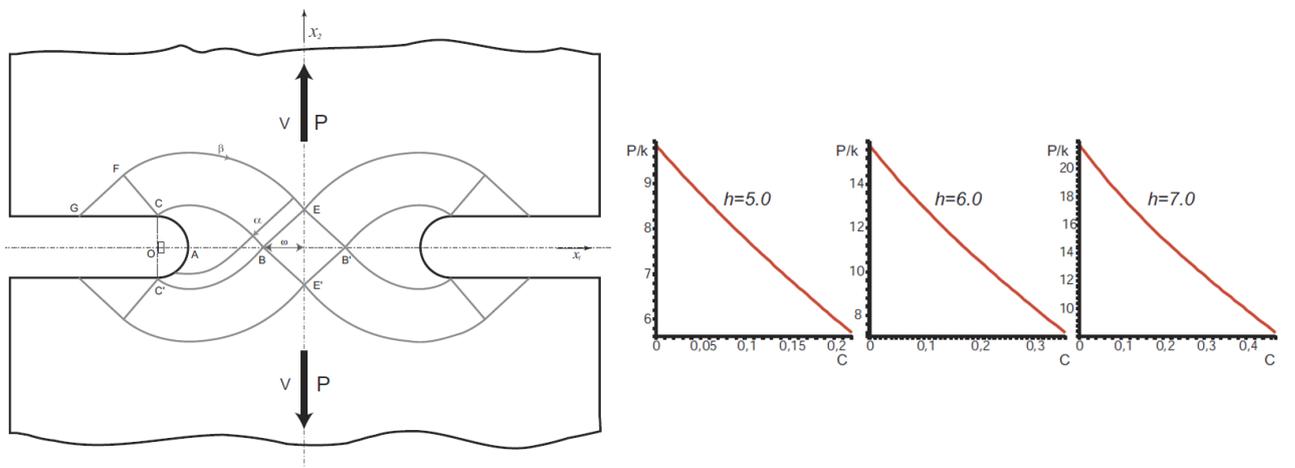


Рис. 4: Поле характеристик (слева). Предельная нагрузка деленная на k и $2h$, для различных значения h

дуля Юнга автоматически определяет единицы измерения для результатов и моделируемой геометрии. Можно считать, что упругий модуль и предел текучести задаются в единичных напряжениях.

В данном случае параметр k не является постоянным, а представляет собой функцию параметра упрочнения, в качестве которого использовалась эквивалентная пластическая деформация $\varepsilon^{pl} = \int \sqrt{\dot{\varepsilon}_{ij}^{pl} \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl}} dt$. Функция упрочнения представлялась в виде кусочно линейной, проходящей через точки

$$k(0.0) = 200, \quad k(9.0/10^4) = 220, \quad k(2.2/10^3) = 225.$$

В качестве первого примера рассматривается численное решение задачи о растяжении полосы, ослабленной угловыми вырезами (рис. 1). Постановка задачи аналогична постановке в рассмотренном ранее аналитическом решении. Нагружение образца происходит путем приложения нормальных перемещений к верхней и нижней границам тела. Предельная нагрузка определяется как суммарная сила реакции в направлении оси x_2 . При этом, так как сечение имеет две линии симметрии, то моделируется только четверть геометрии с соответствующими граничными условиями на узлах модели. Параметры геометрии выбираются следующие: ширина $2h = 2$, в качестве углов вырезов рассматривается два случая $2\gamma = 0$ и $2\gamma = \pi/2$.

Из результатов расчетов видно, что процесс формирования пластических областей и сами области пластичности в предельном состоянии существенно отличаются от областей, рассмотренных в аналитическом решении. То есть упругие деформации и упрочнение материала оказывают влияние на развитие и итоговое состояние пластических областей.

На рис. 5 показан характерный вид пластических областей в предельном состоянии. Видно, что центральная область полосы остается упругой.

Далее проверяется как соотносятся значения нагрузок, отвечающих предельному состоянию, полученные путем численного решения упругопластической задачи и на основе аналитического решения. На рис. 5 изображена зависимость предельной нагрузки от значения константы C . Видно, что раз-

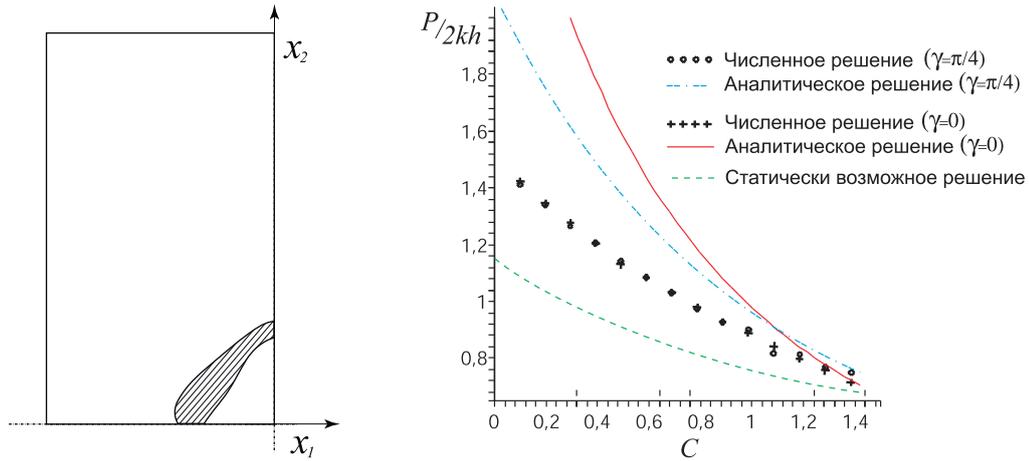


Рис. 5: Область пластичности (слева), предельная нагрузка (справа).

личие полученных значений предельной нагрузки велико при малых значениях параметра C , при этом начиная со значений $C > 0.5$ разница существенно меньше.

Данный факт можно объяснить с точки зрения экстремальных теорем о значении предельной нагрузки. В аналитическом решении для полосы, ослабленной угловыми вырезами, было построено кинематически возможное решение, которое дает оценку значению предельной нагрузки сверху. Если построить статически возможное решение, то оно даст оценку снизу. В аналитическом решении на линии ослабленного сечения мы можем задаться постоянным полем напряжений $\sigma_{22} = P/2h$ и продолжить это поле в область всего тела, тем самым получим статически возможное решение. На рис. 5 штрихованная линия отвечает значению предельной нагрузки, соответствующего построенному таким образом решению. Видно, что полученные из численных решений значения предельной нагрузки лежат между значениями, полученными аналитически.

Далее рассматривается численное решение задачи о растяжении полосы с круговым отверстием. Постановка задачи аналогична рассмотренной ранее аналитически. В качестве параметров геометрии возьмем следующие: половина ширины полосы $h = 2$ и радиус отверстия $R = 1$.

На рис. 6 штрихами показана пластическая область в момент достижения предельного состояния для значения параметра $C = 0.5$. Также, на рис. 6

представлены зависимости значений предельной нагрузки от параметра C , полученные численно и аналитически.

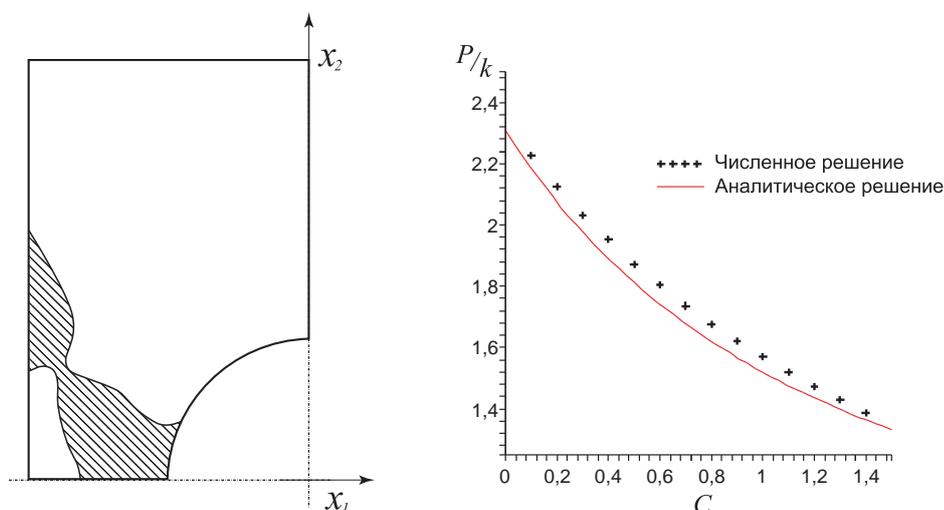


Рис. 6: Область пластичности (слева), предельная нагрузка (справа).

Сравнивая формы пластических областей, изображенных на рис. 2 и рис. 6, приходим к заключению, что кинематически возможное поле скоростей в аналитическом решении существенным образом отличается от численного решения. В то же время предельные нагрузки в обоих решениях имеют близкие значения.

В качестве последнего примера рассматривается численное решение задачи о растяжении полосы, ослабленной вырезами с круговым основанием. Постановка задачи аналогична той, которая была использована при построении аналитического решения. Нагружение происходит посредством нормальных перемещений на верхней и нижней границах тела. Ограничимся рассмотрением случая, когда в аналитическом решении удавалось построить пластическую область в виде только логарифмических спиралей, то есть случай, изображенный на рис. 3. В качестве параметров геометрии рассмотрим радиус основания $R = 1$ и ширину сечения $2h = 2$.

На рис. 7 штрихами показана пластическая область в момент достижения предельного состояния для значения параметра $C = 0.5$. На рис. 7 представлены также зависимости значений предельной нагрузки от параметра C , полученные численно и аналитически.

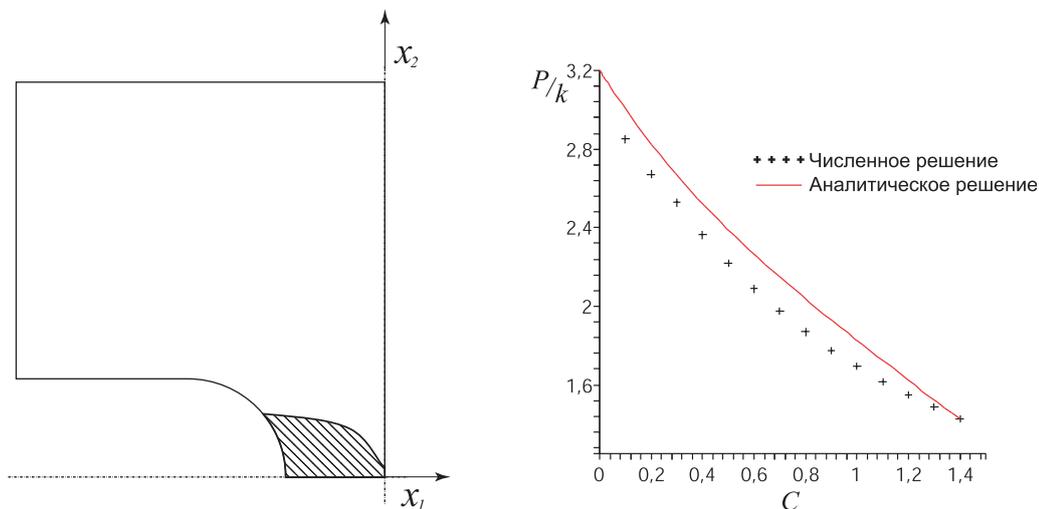


Рис. 7: Область пластичности (слева), предельная нагрузка (справа).

Представленные на рис. 7 результаты свидетельствуют о том, что предложенное аналитическое решение, являясь кинематически возможным, достаточно хорошо приближает значения предельной нагрузки для всего рассмотренного диапазона значений параметра C .

Таким образом, можно заключить, что в случае, когда получены точные решения в рамках жесткопластического анализа, результаты мало отличаются от аналогичных, но с учетом упругих деформаций и небольшого упрочнения. Также в данной главе после анализа близости значений предельных нагрузок, полученных аналитически при помощи жесткопластической схемы решения и численно с использованием упругопластической модели материала, приводятся иллюстрации, демонстрирующие поля напряжений, деформаций, перемещений, а также характер формирования пластических областей.

В *третьей главе*, на основе рассмотренного критерия пластичности, чувствительного к виду нагружения, рассматриваются задачи прочности композиционных материалов в условиях технологических процессов их изготовления.

В качестве примера рассматриваются термопластичные композиты, на основе матрицы из полимера полиэфирэфиркетона (ПЭЭК). С помощью введения параметра степени кристалличности, который влияет на все механические свойства материала и является мерой фазового состояния или степе-

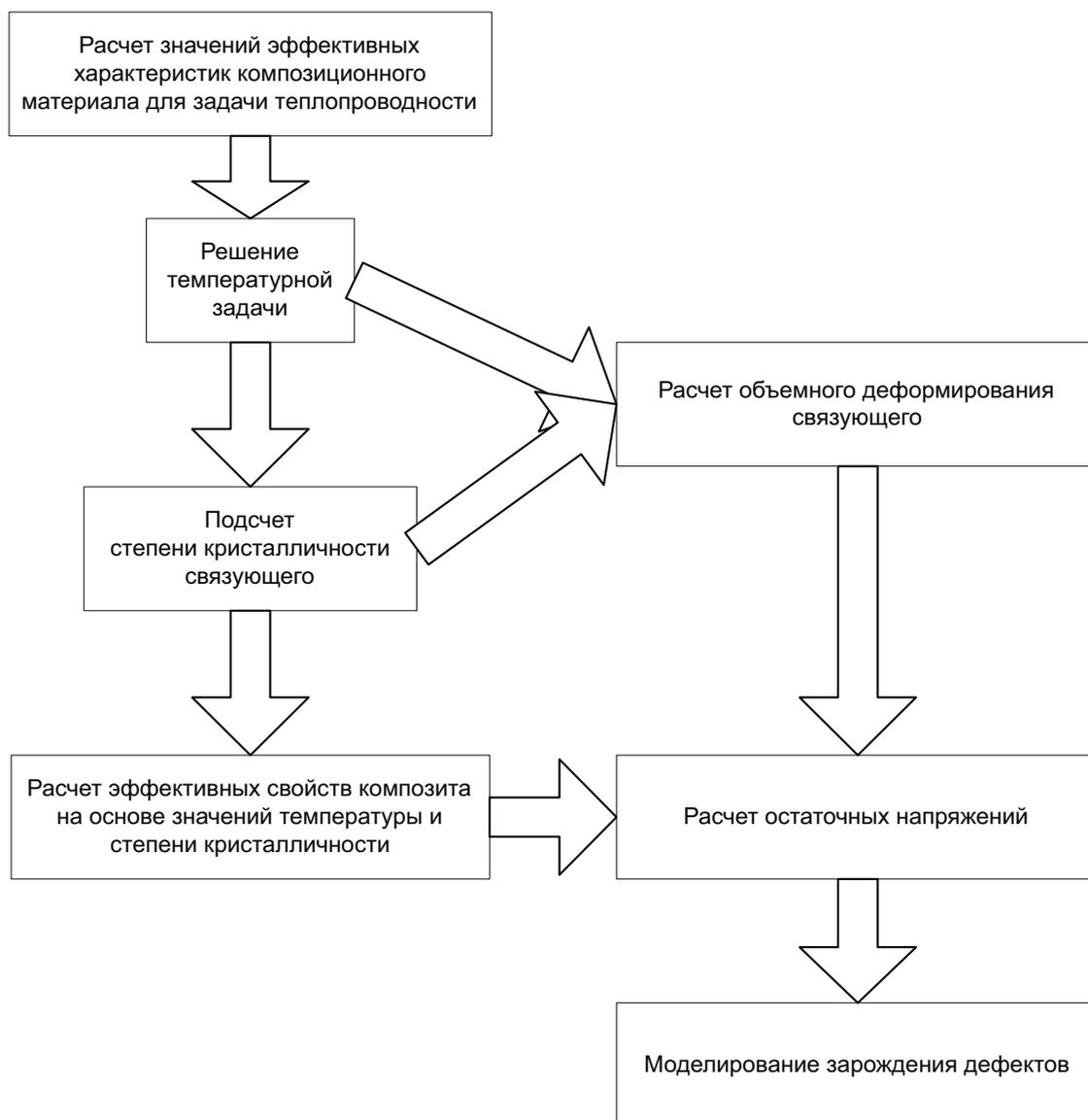


Рис. 8: Схема моделирования отверждения термопластичного препрега

ни отверждения, рассмотрен анализ моделирования остаточных напряжений. Примерная схема алгоритма моделирования истории изменения остаточных напряжений в композите на основе термопластичного связующего показана на рис. 8. Была разработана специальная подпрограмма для моделирования поведения термопластичного материала, которая учитывала изменение степени кристалличности материала в зависимости от истории изменения температуры. Были проверены путем сравнения с экспериментальными данными изменения всех ключевых характеристик материала: жесткость, усадка, коэффициенты теплового расширения. После чего было смоделировано отверждение однонаправленного препрега и получено финальное распределение

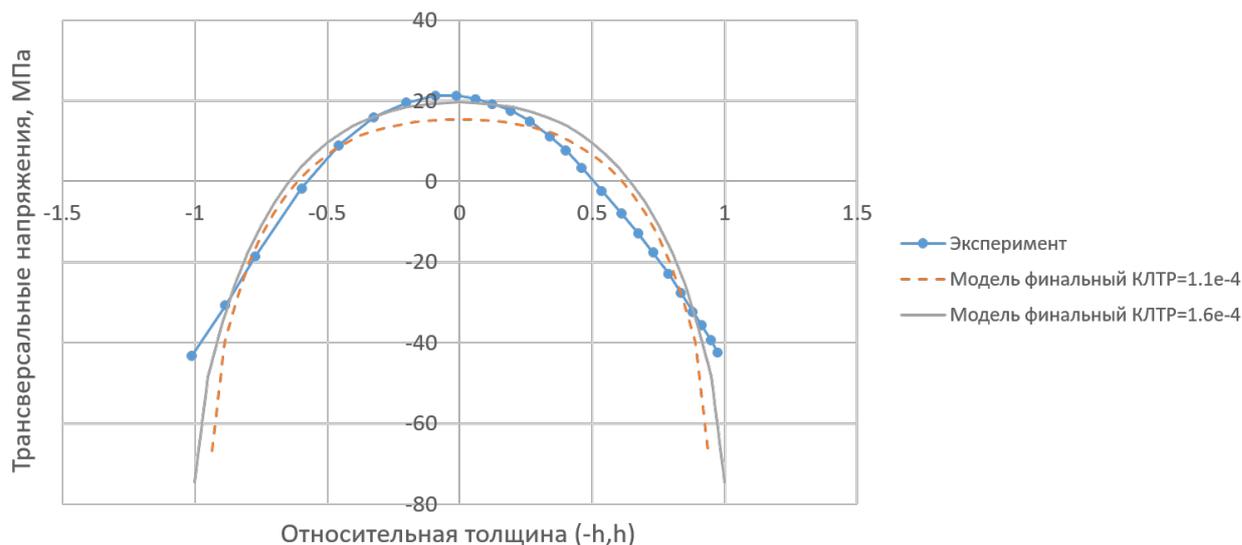


Рис. 9: Финальное распределение трансверсальных остаточных напряжений по толщине образца РEEK-АРС2

трансверсальных остаточных напряжений по толщине образца. Сравнение полученного в результате расчетов распределения с экспериментальным, полученным при помощи разделения образца на две симметричные части после охлаждения и восстановления напряжений по кривизне одной из них, продемонстрировано на рис. 9. Близость полученных напряжений верифицирует всю цепочку предложенных моделей для учета фазового состояния термопластичного связующего.

Далее для оценки прочности композита и возможного разрушения от остаточных напряжений, на основе предложенных в предыдущей главе подходов строится модель пластичности и разрушения для термопластичного полимера ПЭЭК. Анализ прочности проводился на примере трансверсального нагружения композита с использованием микромеханического подхода. Используя специальные алгоритмы были созданы модели ячеек периодичности со случайным расположением волокон (рис. 10). Для критерия пластичности с функцией $f(\xi) = 1 + C\xi$ и критерия разрушения в форме:

$$D^{pl} = \int \frac{d\varepsilon_{eq}^{pl}}{\varepsilon_D^{pl}(\xi)} = 1 \quad (8)$$

Был предложен набор необходимых констант для моделирования в системе

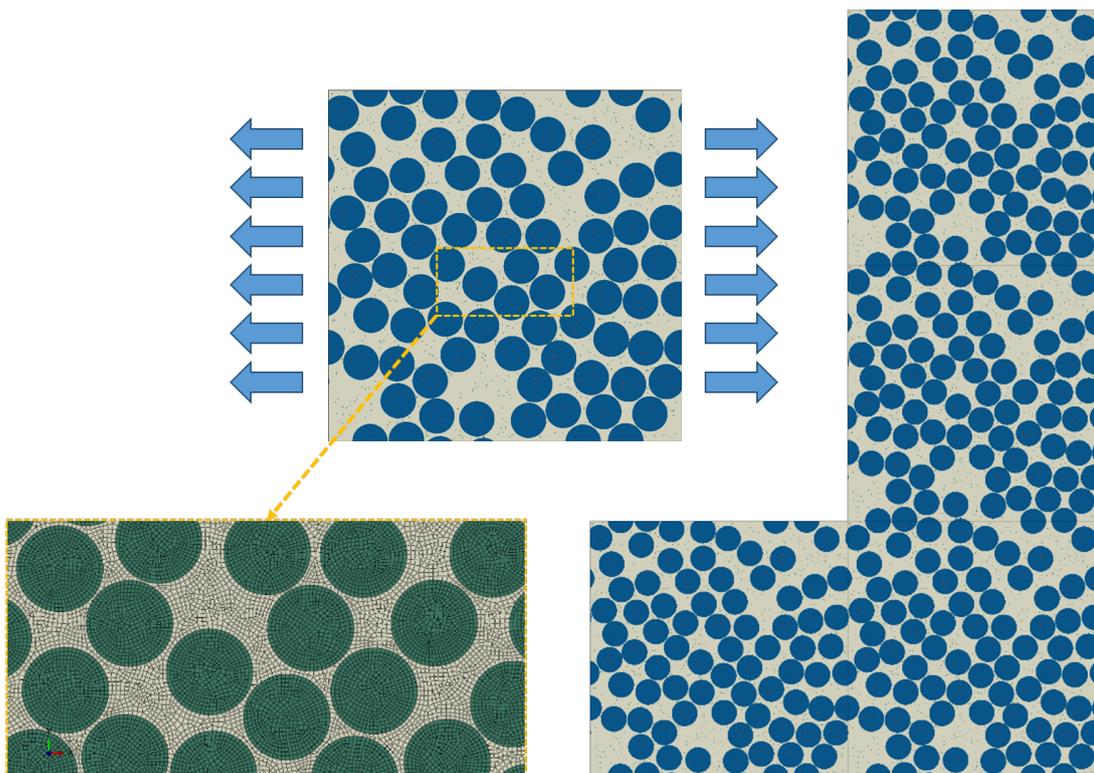


Рис. 10: Модель ячейки периодичности однонаправленного композитного слоя, со случайным расположением волокон. Диаметр волокна 5 мкм, относительное объемное содержание волокон 60%.

Аbaqus (Таблица 1).

Таблица 1: Параметры материала ПЭЭК для моделирования в Аbaqus

Константы материала		Упрочнение при растяжении		Деформации разрушения	
E , ГПа	3.6	σ^T , МПа	ε_{eq}^{pl}	ξ	ε_D^{pl}
ν	0.3	77	0	-0.333	1.5
k_0 , МПа	89.8	81	0.1	0	1
C	0.5	100	0.5	0.333	0.7
Угол трения, ψ , °	27	101	2	0.5	0.6

Результаты моделирования для трех различных вариантов ячеек периодичности показаны на рис. 11. Был проведен анализ с увеличенным размером ячеек для подтверждения правильности выбора базового варианта (рис. 12). Диаграммы нагружения в терминах $\sigma_{22} \sim \varepsilon_{22}$, полученные при моделировании показаны на рис. 13.

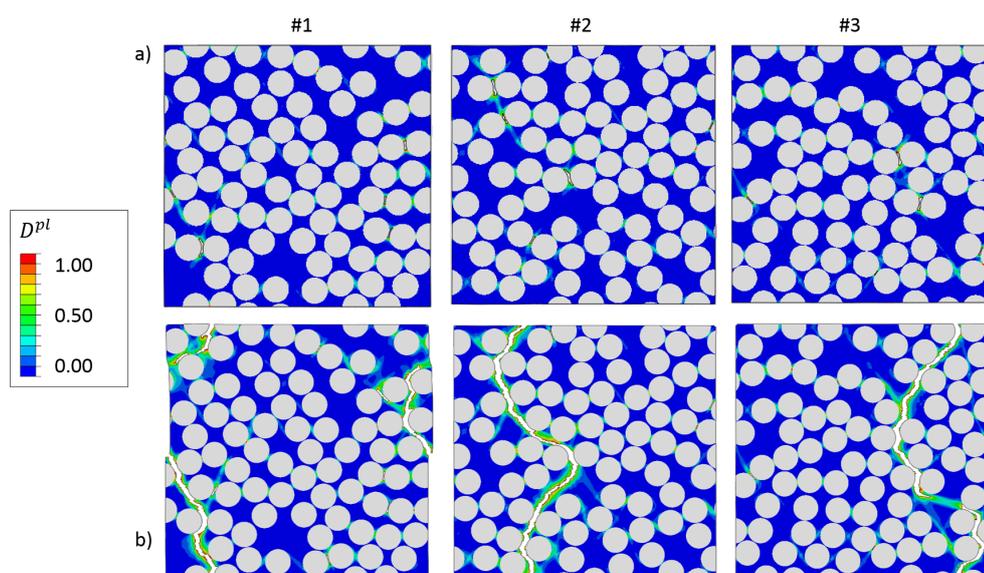


Рис. 11: Параметр повреждений D_{pl} для различных ячеек периодичности при трансверсальном нагружении. а) соответствует максимальным напряжениям, б) соответствует максимальным деформациям ($\sim 2\%$).

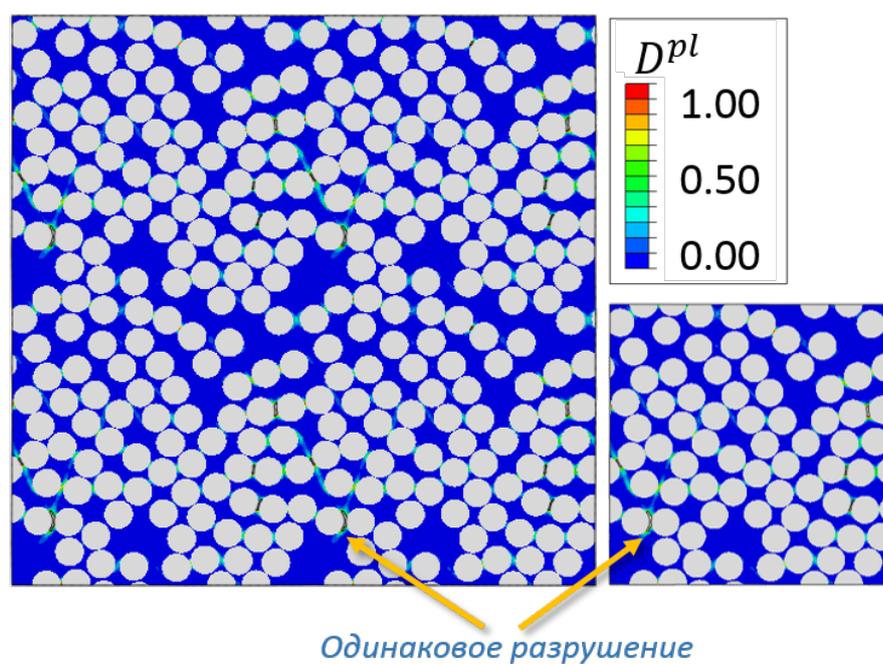


Рис. 12: Результат моделирования увеличенной ячейки #1 (слева), одинарной (справа), стадия максимальных напряжений.

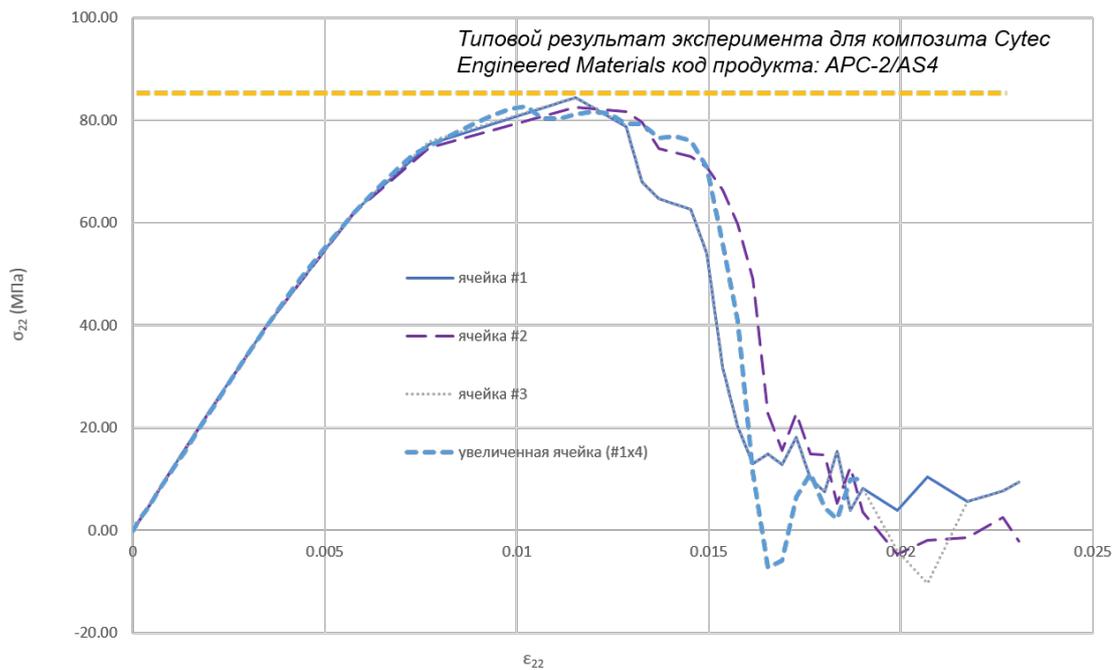


Рис. 13: Диаграммы растяжения $\sigma_{22} \sim \varepsilon_{22}$, полученные при моделировании ячеек периодичности.

Видно, что картина повреждений на увеличенной ячейке материала полностью периодична и совпадает с распределением повреждений на одинарном представительном объеме материала. Рассмотрим диаграммы, полученные при рассмотрении трех различных вариантов ячеек и с дополнительной увеличенной ячейкой #1 (рис. 13). Видно, что диаграммы $\sigma_{22} \sim \varepsilon_{22}$ совпадают до достижения максимальных значений напряжений, после чего в закритической зоне наблюдается некоторое расхождение. Совпадение диаграмм ячейки #1 и увеличенного варианта ($4 \times \#1$), является еще одним подтверждением правильности выбора размера ячеек для моделирования. Тем не менее, важным является именно прочностная оценка композита в целом. Также, на рис. 13 отмечена вертикальная прерывистая черта, соответствующая типовым значениям трансверсальной прочности композита фирмы Cytec, с аналогичным волокном и типом связующего. Видно, что диаграммы, полученные при помощи моделирования на основе выбранного набора определяющих соотношений, практически идеально предсказывают это прочностное значение.

Интересный результат был получен, на основе предложенной модели и

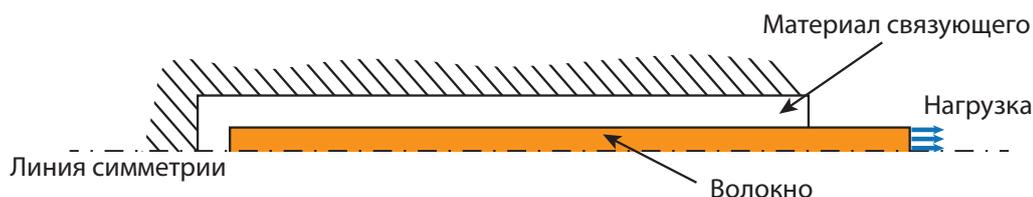


Рис. 14: Схема модели для анализа прочности интерфейса волокно-связующее

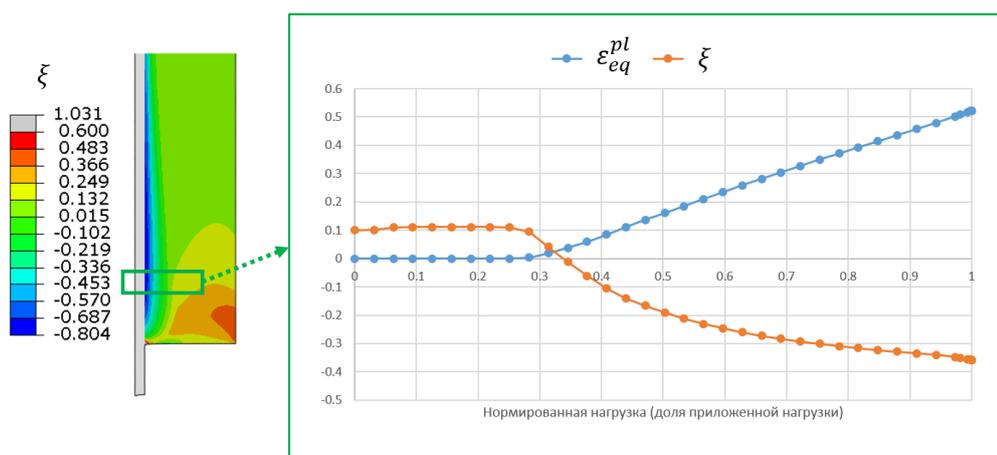


Рис. 15: Диаграмма изменения параметров ε_{eq}^{pl} и ξ в зависимости от величины нагрузки

необходимых входных данных для материала ПЭЭК (Таблица 1), при анализе выдергивания волокна. Схема постановки задачи отображена на рис. 14. Продемонстрировано, что при появлении пластических деформаций в области интерфейса, происходит эффект обжатия волокна. То есть с ростом пластических деформаций ε_{eq}^{pl} изменяется вид напряженного состояния. Такое изменение наглядным образом можно увидеть при изменении параметра трехосности ξ в материале связующего в области интерфейса (рис. 15).

Также в главе на основе построенных моделей ячеек периодичности был проанализирован вид напряженного состояния, в котором находится материал связующего при трансверсальном нагружении. В условиях упругой стадии нагружения материала были построены для трех рассматриваемых ячеек гистограммы, где по горизонтальной оси откладывается параметр вида напряженного состояния ξ , а по вертикали процент площади в сечении модели-

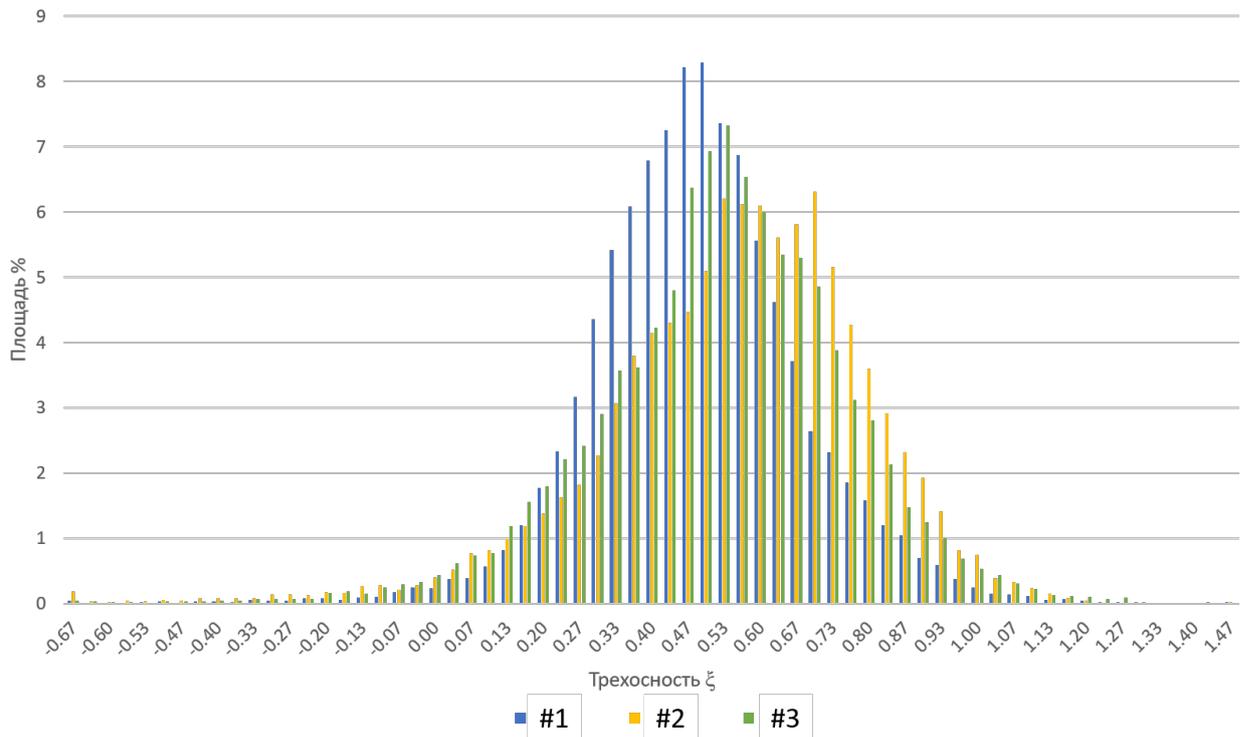


Рис. 16: Количество материала нагруженное в соответствии с параметром ξ для ячеек #1, #2 и #3.

руемых ячеек материала связующего, испытывающего такой тип нагрузки. На рис. 16 показаны все гистограммы на одной координатной оси. Видно, что большая часть материала испытывает тип нагружения, соответствующего значению параметра $\xi = 0.55$, однако стоит отметить, что модель #2 имеет некоторое отклонение до значения $\xi = 0.65$. Тем не менее, важным является тот факт, что вид нагрузки связующего, в основном, во всех вариантах ячеек, близок к двухосному растяжению. Данный факт говорит о важности испытаний материала матрицы композита на сложное нагружение.

Аналогично материалу связующего, возможно рассмотреть вид нагрузки на интерфейсе с волокном. Если в центре каждого волокна ввести цилиндрическую систему координат, то на прилегающих к волокну элементах матрицы можно вывести значения напряжений отрыва σ_n и сдвига τ_n . На рис. 17 показаны точки, полученные таким образом. Если проанализировать полученные значения, видно, что наиболее опасными являются точки с большим чистым сдвигом, и сдвигом в комбинации с отрывом. Можно формализовать наиболее опасные и интересные сочетания отрывных и сдвиговых напряжений

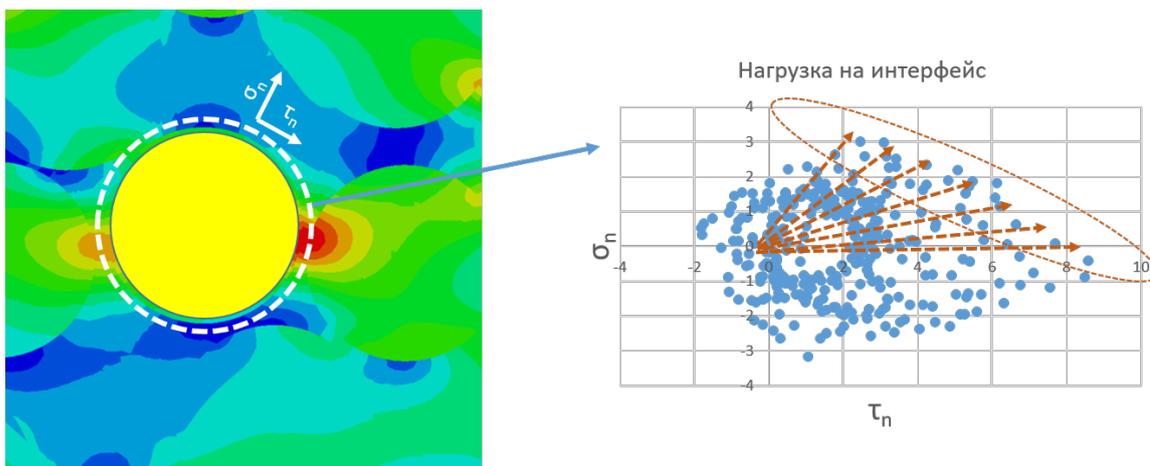


Рис. 17: Виды нагрузки на интерфейс при трансверсальном нагружении композита

Таблица 2: Расширенный набор констант для критерия пластичности материала ПЭЭК (10)

C		0.5
$k(0)$	МПа	89.8
α		2.38
X_{vc}^{∞}		0.38
β	$1/^{\circ}C$	0.005
T_0	$^{\circ}C$	24

следующим образом:

$$0 < \sigma_n / \tau_n \leq 1 \quad (9)$$

Далее в работе предлагается изменение условия пластичности в зависимости от температуры и степени кристалличности. Такая зависимость позволяет анализировать возможное разрушение материала при действии температуры в технологических циклах изготовления композитов:

$$\sigma_0 (1 + C\xi) = k(\varepsilon_{eq}^{pl}) (1 + \alpha(X_{vc} - X_{vc}^{\infty}))(1 + \beta(T_0 - T)) \quad (10)$$

где для материала ПЭЭК входящие константы перечислены в таблице 2.

В *четвертой главе* рассматриваются проблемы нелинейной упругости в композиционных материалах. Проблема заключается в том, что ком-

позиционный материал даже в условиях упругости проявляет чувствительность к виду нагружения, а также демонстрирует существенную нелинейность при сдвиговых нагружениях, когда в процесс деформирования максимально включается связующие материала. Пренебрежение такими эффектами может привести к существенной неточности в оценке величин напряжений в конструкции, и уже на ранней стадии деформирования изделия предсказать неверные силовые характеристики для предложенных критериев прочности.

Окончательно в работе рассмотрен комбинированный подход, учитывающий как сдвиговую нелинейность, так и чувствительность характеристик жесткости к виду нагружения. Вводится параметр, основанный на сдвиговых напряжениях Q .

$$Q = D_{ij} \sigma_{ij}$$

соответствующая матрица выглядит следующим образом:

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Параметр Q совпадает, с напряжением σ_{12} , в системе координат, совпадающей с главными осями анизотропии материала.

Рассмотрен потенциал с зависимостью от двух параметров ξ и Q :

$$\Phi = A_{ijkl}(\xi, Q) \sigma_{ij} \sigma_{kl}. \quad (11)$$

Соответствующие определяющие соотношения для плоского напряженно-го состояния возможно представить в следующей форме:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= A_{1111}(\xi) \sigma_{11} + A_{1122}(\xi) \sigma_{22} + \left[\left(\frac{1}{3\xi} + \frac{3}{2}\xi \right) \sigma - \frac{3}{2}\xi \sigma_{11} \right] \Phi_1 \sigma_0^{-2}, \\ \varepsilon_{22} &= A_{1122}(\xi) \sigma_{11} + A_{2222}(\xi) \sigma_{22} + \left[\left(\frac{1}{3\xi} + \frac{3}{2}\xi \right) \sigma - \frac{3}{2}\xi \sigma_{22} \right] \Phi_1 \sigma_0^{-2}, \\ \varepsilon_{12} &= \left[\left(A_{1212}(\xi, k) + \frac{1}{2} \frac{\partial A_{1212}(\xi, Q)}{\partial Q} \right) - \frac{3}{2}\xi \Phi_1 \sigma_0^{-2} \right] \sigma_{12}, \end{aligned} \quad (12)$$

здесь Φ_1 имеет следующее выражение:

$$\Phi_1 = \frac{1}{2} [A'_{1111}(\xi) \sigma_{11}^2 + A'_{2222}(\xi) \sigma_{22}^2 + 2A'_{1122}(\xi) \sigma_{11} \sigma_{22} + A'_{1212}(\xi, Q) \sigma_{12}^2].$$

штрих означает производную по параметру ξ .

Далее представим сдвиговую податливость в виде полинома:

$$A_{1212}(\xi, Q) = \sum_n C_n(\xi) Q^n$$

уравнение для компоненты ε_{12} с коэффициентом A_{1212} можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} \left(A_{1212}(\xi, Q) + \frac{1}{2} \frac{\partial A_{1212}(\xi, Q)}{\partial Q} \right) &= \sum_n C_n(\xi) Q^n + \frac{1}{2} \left(\sum_n C_n(\xi) n Q^{n-1} \right) Q \\ &= \sum_n \left(1 + \frac{n C_n(\xi)}{2} \right) Q^n \end{aligned}$$

Используя подстановку

$$B_n(\xi) = \left(1 + \frac{n C_n(\xi)}{2} \right),$$

можно получить

$$\left(A_{1212}(\xi, Q) + \frac{1}{2} \frac{\partial A_{1212}(\xi, Q)}{\partial Q} \right) = \sum_n B_n(\xi) Q^n.$$

И таким образом уравнение для сдвиговых компонент сводится:

$$\varepsilon_{12} = \left[B(\xi, Q) - \frac{3}{2} \xi \Phi_1 \sigma_0^{-2} \right] \sigma_{12},$$

где $B(\xi, Q)$ произвольная функция. Для случая только сдвигового нагружения $\xi = 0$, уравнение для ε_{12} сводится к

$$\varepsilon_{12} = B(0, \sigma_{12}) \sigma_{12}$$

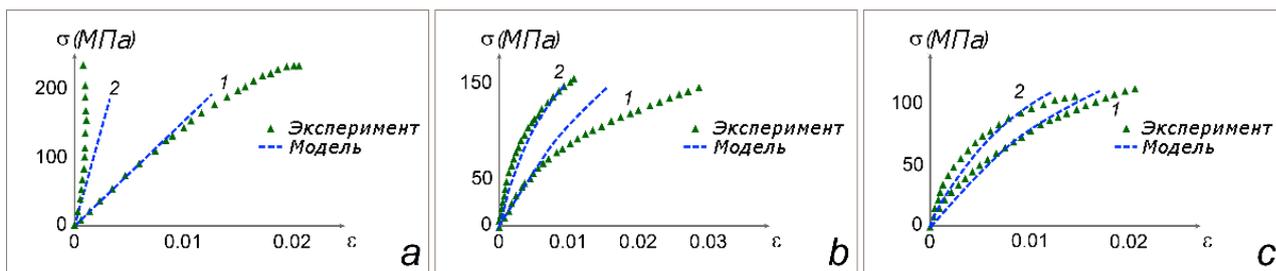


Рис. 18: Диаграммы зависимости между напряжениями и деформациями для композита на основе ткани в случае одноосного растяжения для углов 0° - (a), 22.5° - (b) и 45° - (c) 1 – продольные деформации, 2 – трансверсальные деформации

В результате, произвольность функции $B(0, \sigma_{12})$ означает возможность аналитического приближения практически любой зависимости, полученной при сдвиговом нагружении образца в плоскости.

Таким образом, предложенные соотношения (12) позволяют учесть как нелинейность сдвиговой жесткости, так и изменение жесткости при разных типах нагружения материала. Более того, так как функция $B(\xi, Q)$ является произвольной, то функция, соответствующая сдвиговой податливости $B(\xi, Q) - \frac{3}{2}\xi\Phi_1\sigma_0^{-2}$, также является произвольной при пропорциональном нагружении. Это предоставляет возможность для введения различных видов сдвиговых жесткостей анизотропного материала в зависимости от типа нагрузки.

Продемонстрированы возможности предложенной модели на примере экспериментов с композитом на основе стеклоткани. На рис. 18 - 20 показан набор экспериментов с различным типом нагружения. Приводятся эксперименты на растяжение, сдвиг и сжатие, которые соответствуют значениям параметра вида напряженного состояния $\xi = +1/3$, $\xi = 0$ и $\xi = -1/3$. Более того, эксперименты представлены для разных ориентаций вырезов образцов: 0° , $22,5^\circ$ и 45° , что позволяет одновременно проверить возможности влияния типа нагружения и анизотропии. Для варианта определяющих соотношений (12), результаты представлены на рис. 18 - 20.

Глава пять посвящена моделированию разрушения слоистых композитов. В главе сформулирован набор предположений, позволяющий построить теорию разрушения слоистого композита. В качестве примера, демонстриру-

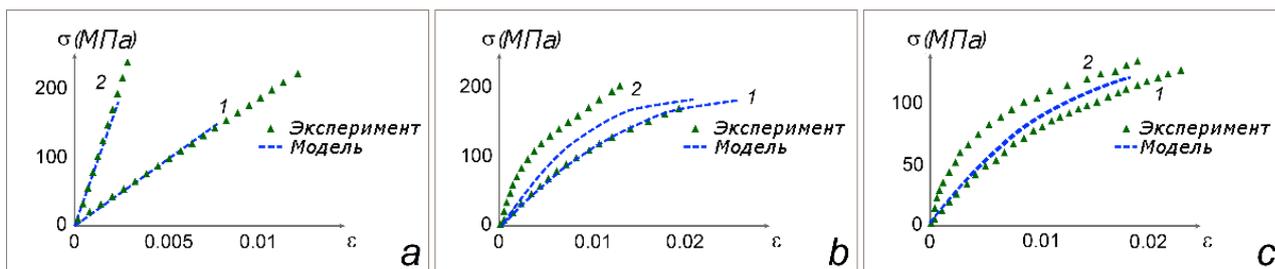


Рис. 19: Диаграммы зависимости между напряжениями и деформациями для композита на основе ткани в случае одноосного растяжения для углов 0° - (a), 22.5° - (b) и 45° - (c) 1 – продольные деформации, 2 – трансверсальные деформации

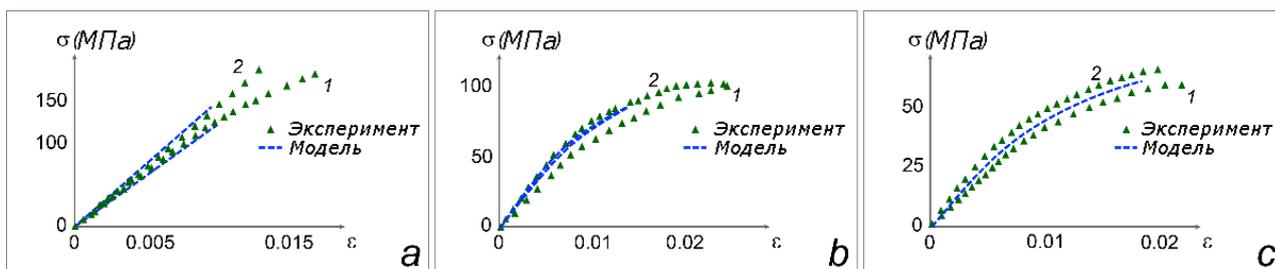


Рис. 20: Диаграммы зависимости между напряжениями и деформациями для композита на основе ткани в случае сдвиговой нагрузки для углов 0° - (a), 22.5° - (b) и 45° - (c) 1 – продольные деформации, 2 – трансверсальные деформации

ющего эффективность рассмотренного подхода к моделированию разрушения композитных материалов, предложена модель разрушения с использованием результатов стандартных прочностных экспериментов. Проведено сравнение с экспериментальными данными для различных укладок материала и двухосных прочностных испытаний. Результаты моделирования и экспериментальные значения соответствующих параметров приведены на рис. 21 и 22.

Проведено сравнение результатов расчетов с использованием начальных определяющих соотношений для линейно упругого анизотропного тела и определяющих соотношений с учетом нелинейности сдвиговых свойств при моделировании разрушения, на примере задачи о сжатии полосы с концентратором. Продемонстрировано существенное различие в областях повреждения материала, но при этом предсказанные значения предельной нагрузки практически совпадали (рис. 23 и 24).

Рассмотрено возможное усложнение предложенного подхода в случае высокоскоростного деформирования на основе введения параметра скорости на-

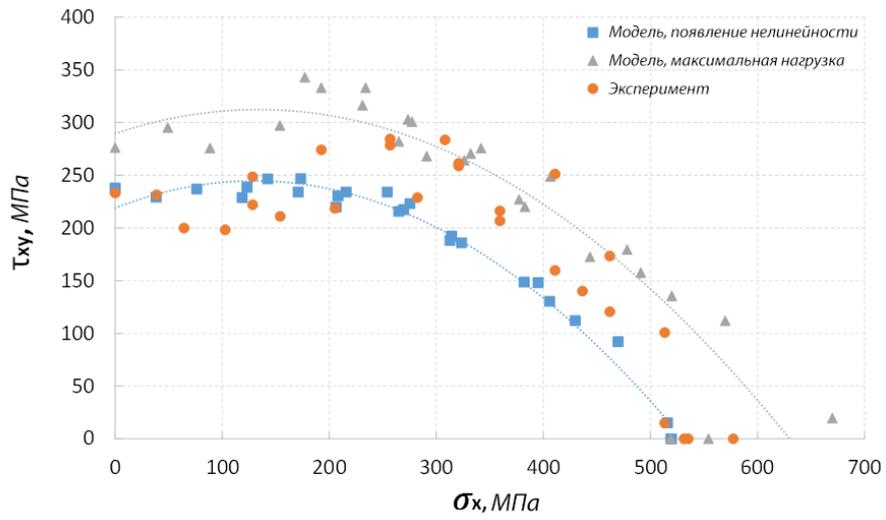


Рис. 21: Набор точек разрушения при растяжении и кручении образцов $[90^\circ / \pm 30^\circ_{\times 2} / 90^\circ]$ E-glass/LY556.

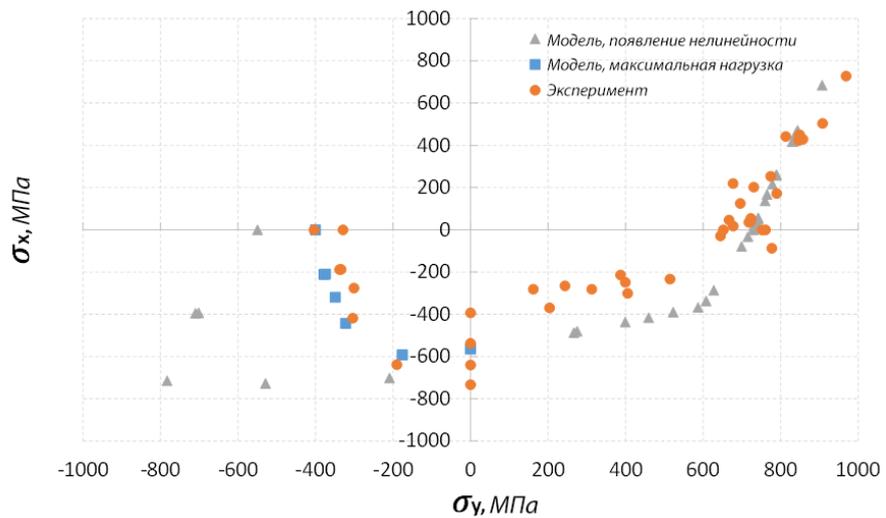


Рис. 22: Набор точек разрушения при действии одноосного нагружения совместно с давлением на стенки образцов $[0^\circ / \pm 45^\circ / 90^\circ]_S$ AS4/3501-6

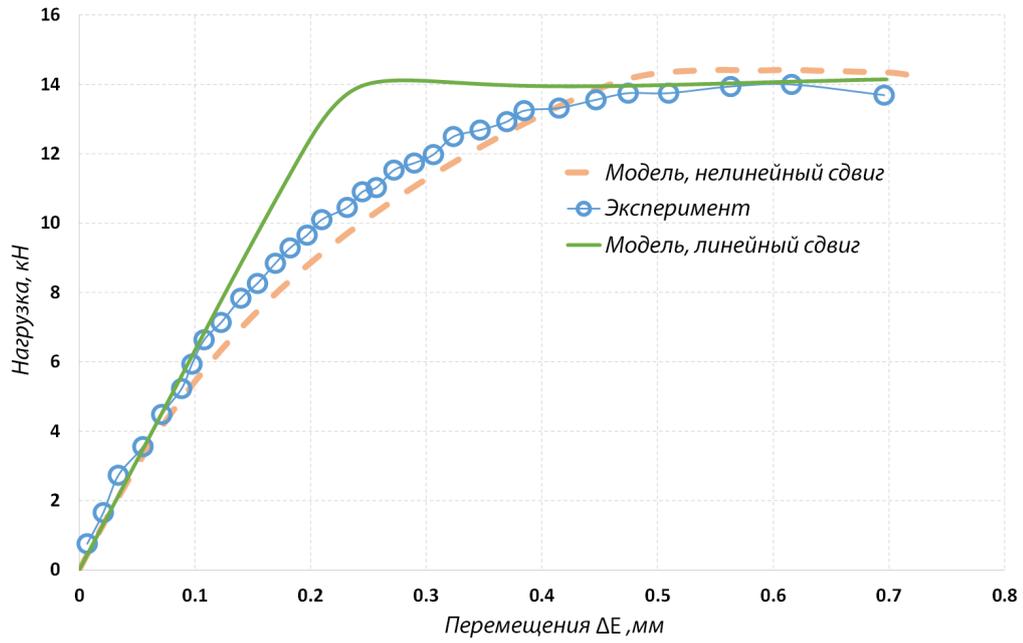


Рис. 23: Диаграммы нагружения композитной полосы с отверстием

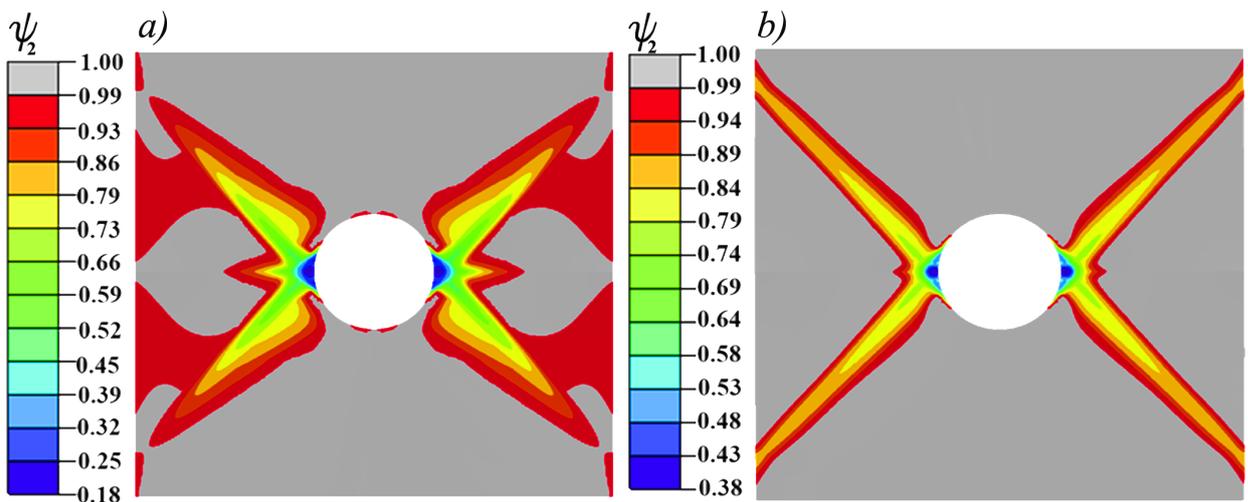


Рис. 24: Распределение параметра поврежденности матрицы ψ_2 (минимальное значение по толщине), а) постоянный модуль сдвиговой жесткости, б) нелинейная сдвиговая жесткость

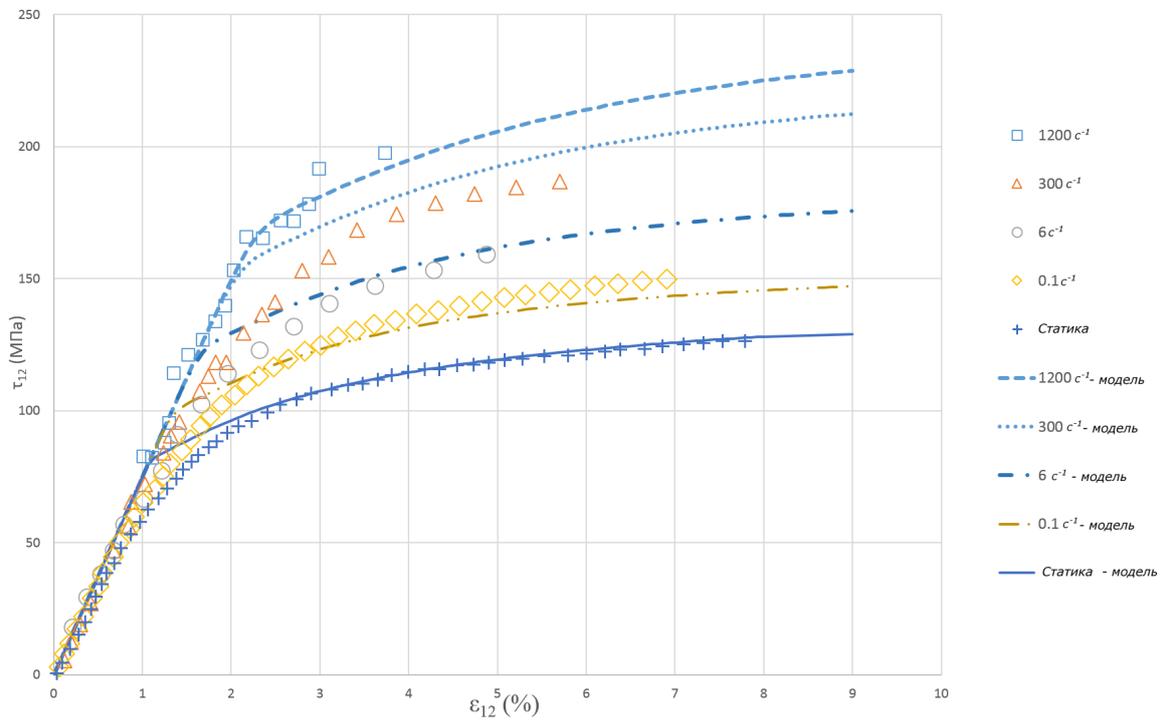


Рис. 25: Диаграммы сдвигового нагружения композиционного материала при разных скоростях деформирования

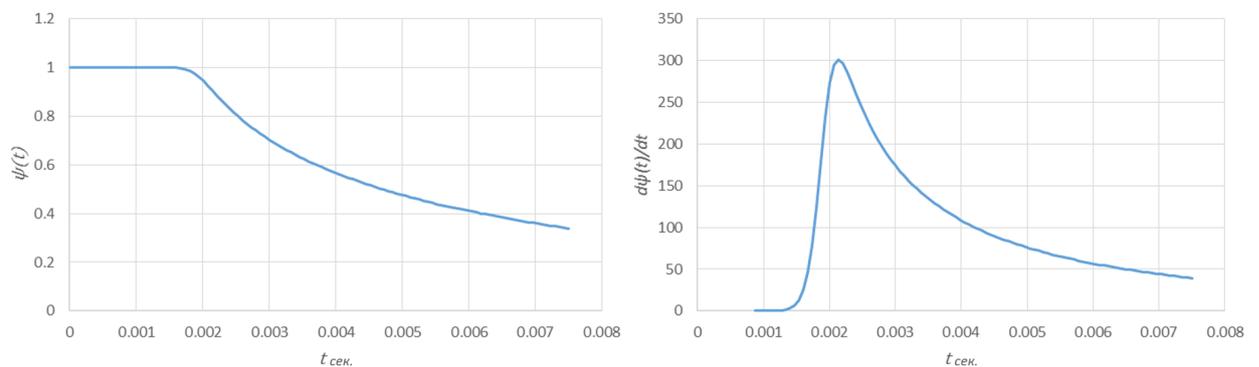


Рис. 26: История изменения параметра повреждения и его скорости при скорости деформирования 1200 1/с.

копления повреждений в материале. Предложена аналитическая формулировка для выражения скоростного упрочнения материала. На примере экспериментальных данных для сдвигового нагружения композита был предложен соответствующий набор параметров для проведения моделирования. На рис. 25 продемонстрированы диаграммы скоростного деформирования материала. Типовая история изменения параметра поврежденности материала отображена на рис. 26.

Выводы

В работе показана необходимость учета зависимости свойств конструкционных материалов от вида внешних воздействий с использованием параметров, формализующих вид напряженного состояния, и наглядно продемонстрировано, что с ними можно работать как в условиях пластичности, так и в условиях упругого деформирования. Введение в качестве такого параметра отношения гидростатической компоненты напряжений к интенсивности напряжений, названного параметром трехосности тензора напряжений, дает методическую основу для анализа прочности материалов со сложной структурой, и позволяет выработать общий подход для моделирования процесса деформирования таких сред.

При рассмотрении задач предельного состояния показано, что использование условия пластичности, в котором зависимость от параметра вида напряженного состояния сформулирована в обобщенной форме, дает возможность обобщить многие известные подходы, и на их основе создавать новые, учитывающие большее количество особенностей свойств конкретных материалов. Рассмотрены методы решения задач и на основе решения ряда задач продемонстрирована возможность эффективного использования такого критерия на примерах жесткопластических схем построения решения, а также в случае численных реализаций использования упругопластических моделей.

Предложены некоторые усложнения формулировки условия пластичности, позволяющие учесть анизотропию материала и скоростное упрочнение,

эффективность которых продемонстрирована для конкретных металлических сплавов.

При анализе задач предельного состояния было показано, что учет упругих деформаций влияет на конечное распределение пластических областей, но при этом величины предельных нагрузок в решениях на основе жесткопластических и упругопластических моделей практически совпадают.

Решение технологических задач производства конструкций из композиционных материалов также существенным образом облегчается при использовании такого подхода, что показано как на уровне моделирования драпировки препрегов, так и при решении задач прочности и анализе поведения материалов на основе микромеханических подходов. Это свидетельствует о том, что рассмотренный подход носит достаточно общий характер. В работе предложена законченная методика моделирования полного технологического цикла изготовления изделий на основе термопластичного композита. Рассмотренный подход позволяет на основе знания истории изменения температуры в материале, предсказать возможность зарождения дефектов в будущем изделии, а также спрогнозировать итоговую прочность конструкции для конкретных эксплуатационных воздействий.

При анализе упругой стадии деформирования композитов была предложена модель с использованием как параметра вида напряженного состояния, так и степени сдвигового деформирования монослоя композита. На примере реальной задачи о сжатии композитной пластины с отверстием было продемонстрировано влияние величины сдвиговых деформаций на поверхностях вдоль армирующих элементов на общую картину деформирования и итоговые области разрушения. При этом показано, что области разрушения в решении, не учитывающем эффект снижения сдвиговой жесткости материала с ростом деформаций, отличаются от наблюдаемых в эксперименте. При этом, следует отметить совпадение величин предельных нагрузок, при использовании разных определяющих соотношений для материала в условиях упругости. В этом смысле, результат согласуется с выводами анализа задач предельного равновесия, где при учете упругих деформаций области

пластического деформирования отличаются от соответствующих областей в жесткопластических решениях, но величины предельных нагрузок при этом практически совпадают.

Сформулирован набор предположений, позволяющий построить теорию разрушения композитов. В конечном итоге набор предположений имеет вид блоков, и допускает определенную свободу при выборе тех или иных условий, в зависимости от необходимой точности при решении поставленной задачи и имеющихся экспериментальных данных. В качестве примера построена модель, которая использует только стандартные входные данные, как правило, доступные в инженерной практике. Такой пример можно считать отправной точкой для построения более сложных теорий и является удобным и наглядным шагом, позволяющим понять необходимость уточнения теории и получаемой при этом точности в моделировании композиционного материала. Простота используемого критерия для начала разрушения однонаправленного слоя позволяет наглядным образом установить суть предлагаемых определяющих соотношений, не отягощенных сложными математическими выкладками. Например, условия определения значений параметров деградации, вводимых в модели, сводятся в самом сложном случае к решению кубических уравнений. На основе используемого подхода проведен анализ возможностей моделирования различных форм нелинейности в поведении композиционных материалов и их влияния на условия разрушения, а также предложен подход для учета влияния высоких скоростей нагружения на характеристики прочности. В работе на основе анализа экспериментальных данных предложено специальное аналитическое выражение для учета скоростного упрочнения материала. Отличительной чертой представленной модели является введение скорости параметра повреждений в условие прочности, что существенным образом упрощает анализ и не требует введения в определяющие соотношения дополнительных прочностных параметров.

Можно заключить, что в данной работе удалось рассмотреть широкий круг задач прочности при статическом и высокоскоростном деформировании, основываясь на введении параметров вида напряженного состояния, степе-

ни сдвигового деформирования, а также параметров поврежденности. Особо ценным в работе, помимо предложенных новых моделей материала, является поэтапное введение таких параметров в определяющие соотношения, что позволяет отследить их влияние на моделируемые свойства материалов, в том числе путем сопоставления теоретических результатов и экспериментальных данных. Это, в свою очередь, способствует пониманию того, какие именно возможности моделирования необходимы для учета различных эффектов, демонстрируемых материалом со сложной внутренней структурой в процессе деформирования на всех этапах от упругого поведения до разрушения.

Публикации основных результатов

- [1] *Ломакин Е. В., Федулов Б. Н.*, Пластическое деформирование полос из материала с зависящими от вида напряженного состояния свойствами, Вестник Самарского университета. Естественнонаучная серия. 2007. № 4 (54). С. 263-279.
- [2] *Ломакин Е. В., Федулов Б. Н.*, Растяжение полосы, ослабленной вырезами с круговым основанием, в условиях плоской деформации из материала с зависящими от вида напряженного состояния свойствами, Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. 2013. № 4. С. 80-87.
- [3] *Ломакин Е. В., Федулов Б. Н.*, Теория пластичности и предельного равновесия тел, чувствительных к виду напряженного состояния, Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4-4. С. 1585-1587.
- [4] *Федулов Б. Н.*, Растяжение полос из дилатирующего материала // Вестник Самарского государственного университета. – 2006. – №. 6-1.
- [5] *Федулов Б.Н., Сафонов А.А., Кантор М.М., Ломов С.В.*, Мо-

делирование отверждения термопластических композитов и оценка величин остаточных напряжений, Композиты и наноструктуры, 2017, Т -9, № -2, с. 102-122.

- [6] *Dubinskii S.V., Sevast'janov F.S., Safonov A.A., Abaimov S.G., Rozin N.V., Fedulov B.N.*, Evaluation of mechanical properties in vacuum infused structures with micro and macro voids, Composites and nanostructures. 2016. 8-3. p. 151-159.
- [7] *Fedulov B. N.*, The limit plastic state of a holed strip made of a dilatant material //Moscow University Mechanics Bulletin. – 2007. – Т. 62. – №. 6. – С. 160-164.
- [8] *Fedulov B. N. et al.*, Method for computational modelling of residual stresses and stress-induced manufacturing defects in vacuum-infused automated placement laminates //Композиты и наноструктуры. – 2016. – Т. 8. – №. 1. – С. 29-46.
- [9] *Fedulov B. N. et al.*, Influence of fibre misalignment and voids on composite laminate strength //Journal of Composite Materials. – 2015. – Т. 49. – №. 23. – С. 2887-2896.
- [10] *Fedulov B. N. et al.*, Strength Analysis and Process Simulation of Subway Contact Rail Support Bracket of Composite Materials //Applied Composite Materials. – 2016. – Т. 23. – №. 5. – С. 999-1013.
- [11] *Fedulov B. N. et al.*, Modelling of thermoplastic polymer failure in fiber reinforced composites //Composite Structures. – 2017. – Т. 163. – С. 293-301.
- [12] *Fedulov B. et al.*, Nonlinear shear behavior and failure of composite materials under plane stress conditions //Acta Mechanica. – 2017. – Т. 6. – №. 228. – С. 2033-2040.

- [13] *Lomakin E. V., Fedulov B. N.*, Nonlinear anisotropic elasticity for laminate composites // *Meccanica*. – 2015. – Т. 50. – №. 6. – С. 1527-1535.
- [14] *Lomakin E. V., Fedulov B. N., Melnikov A. M.* Constitutive models for anisotropic materials susceptible to loading conditions // *Mechanics and Model-Based Control of Advanced Engineering Systems*. – Springer Vienna, 2014. – С. 209-216.
- [15] *Ushakov A. E., Safonov A. A., Sergeichev I. V., Fedulov B. N., Kornienko E. I., Timofeev M. A., Izotov A. V., Klenin Yu. G., Rozin N. V.* Design and optimization of a vacuum infusion technological process for hopper car fabrication using polymeric composite materials // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. – 2015. – Т. 44. – №. 3. – С. 276-282.
- [16] *Ломакин Е. В., Федулов Б. Н.*, Предельное состояние полосы с угловыми надрезами из материала с зависящими от вида напряженного состояния свойствами, В кн.: Упругость и неупругость. Материалы Международного научного симпозиума по проблемам механики деформируемых тел, посвященного 95-летию со дня рождения А.А. Ильюшина, М.: КомКнига/URSS, 2006. с. 188-194.
- [17] *Федулов Б. Н.*, Растяжение полос с надрезами из материала пластические свойства которого зависят от вида напряженного состояния, Деп. в ВИНТИ 06.10.2006, № 1209-В2006.
- [18] *A. Bragov, A. Konstantinov, A. Lomunov, I. Sergeichev, B. Fedulov.* Experimental and numerical analysis of high strain rate response of Ti-6Al-4V titanium alloy // *Journal de Physique IV*. – 2009. – Т. 137. – С. 1465.
- [19] *Ломакин Е.В., Федулов Б.Н.*, Сжатие пластины с круговым вырезом из слоистого композита с учетом упругих нелинейных сдвиговых свойств. Наследственная механика деформирования и разрушения твердых тел -

научное наследие Ю.Н.Работнова (к 100-летию со дня рождения). стр. 94-99.

- [20] *Сергеичев И.В., Сафонов А.А., Ушаков А.Е., Федоренко А.Н., Федулов Б.Н.*, Моделирование динамических ударных испытаний контейнера-цистерны с сосудом из полимерных композиционных материалов для мультимодальных перевозок химически агрессивных жидкостей и продуктов нефтехимии //XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. – 2015. – С. 3430-3433.
- [21] *Федулов Б. Н.*, Предельное состояние и пластическое течение дилатирующих сред, Конф. IX всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике, Изд-во Нижегород. Универ. им. Н.И. Лобачевского, 2006.
- [22] *Федулов Б. Н. и др.*, Разработка и реализация математической модели драпировки термопластичного материала для описания процесса формирования //Системы управления жизненным циклом изделий авиационной техники: актуальные проблемы, исследования, опыт внедрения и перспективы развития. – 2014. – С. 339-339.
- [23] *Fedulov B.N. et al.*, The analysis of stress state types of composite constituents in the case of transversal loading of unidirectional laminate, ECCM17 - 17th European Conference on Composite Materials Munich, Germany, 26-30th June 2016
- [24] *Fedulov B.N. et al.*, Modeling Of Forming Process Of Composite Materials Based On Thermoplastic Matrix, Simulia Community Conference, May 18–21, 2015 | Berlin, Germany.
- [25] *Fedulov B. N., Sergeichev I. V., Safonov A. A.*, Modeling of draping a two-dimensional textile preforms on the basis of the model of nonlinear shift // International conference "Deformation and fracture of composite materials and structures. (DFCMS-2014), Moscow, 10-13 November 2014

- [26] *Fedulov B.N., Ushakov A.E., Safonov A.A., Klenin Y.G., Izotov A.V., Sergeichev I.V.*, Structural design and strength analysis of a new composite roof for a typical hopper car. Proceedings of Symposium: Design with Composites, CompositesWeek@Leuven, Leuven, Belgium, September 18, 2013.
- [27] *Kantor M.M., Ushakov A.E., Safonov A.A., Fedulov B.N.*, Computational simulation of compression forming of the thermoplastic prepreg. Proceedings of 20th International Conference on Composite Materials, Copenhagen, Denmark, July 19-24, 2015.
- [28] *Lomakin E.V., Fedulov B.N., Antonov F. K. , Safonov A.A. and Ushakov A.E.*, Non-linear elastic models for composite materials. Simulia community conference, May, 2014, Providence, RI USA
- [29] *Lomakin E. V., Fedulov B. N., Fedorenko A.N.*, Nonlinear deformation and fracture of laminated composites, Proc. of ICAF2017 The International Committee on Aeronautical Fatigue and Structural Integrity, Nagoya, Japan, 2017
- [30] *Lomakin E. V., Fedulov B. N., Fedorenko A.N.*, Strength analysis of composite materials based on damage parameters, ISDMM 2017, Lyon, 26-29 June, 2017
- [31] *Lomakin E. V., Fedulov B. N., Fedorenko A.N.*, Damage modelling and anisotropic nonlinear behavior of composite materials, ICF14 — 14th International Conference on Fracture, Rhodes, Greece, June 18-23, 2017
- [32] *Lomakin E. V., Fedulov B. N. and Melnikov A. M.*, Anisotropic plasticity of aluminum alloys // Conf. XVIII Winter school of continuum mechanics, Federal State Organization "Institute of continuum mechanics of Ural branch of RAS Perm, 2013, p. 224
- [33] *Lomakin E. V., Fedulov B. N. and Melnikov A. M.*, Theoretical, computational and experimental studies of the behavior of structural

materials under multiaxial loading conditions (Keynote Lecture). 11th World Congress on Computational Mechanics (WCCM XI) 5th European Conference on Computational Mechanics (ECCM V) 6th European Conference on Computational Fluid Dynamics (ECFD VI), 2014, Barcelona, Spain

- [34] *Safonov A.A., Sergeichev I.V., Fedulov B.N., Ushakov A.E., Klenin Y.G., Makarenko I.V.*, Process simulation and strength analysis of subway contact rail support bracket of composite materials, (2015) CAMX 2015 - Composites and Advanced Materials Expo, pp. 1002-1016.
- [35] *Sergeichev I.V., Ushakov, A.E., Safonov, A.A., Fedulov, B.N, Timofeev, M.A., Klenin, Y.G.*, Design of the composite tank-container for multimodal transportations of chemically aggressive fluids and petrochemicals, CAMX 2015 - Composites and Advanced Materials Expo
- [36] *Sergeichev I.V., Fedulov, B.N., Safonov, A.A., Ushakov, A.E., Rozin, N.V., Kornienko, E.I., Izotov, A.V., Klenin, Yu.G.*, Design and manufacturing of the vacuum infused fiberglass hopper car body (2015) International SAMPE Technical Conference, 2015-January.
- [37] *Sergeichev I.V., Fedulov, B.N., Safonov, A.A., Ushakov, A.E., Rozin, N.V., Kornienko, E.I., Izotov, A.V., Klenin, Yu.G.*, Structural design and optimization of vacuum infusion manufacturing process for the fiberglass hopper car body (2014) 16th European Conference on Composite Materials, ECCM 2014
- [38] *Sergeichev I.V., Fedulov, B.N., Safonov, A.A., Ushakov, A.E., Klenin, Yu.G., Izotov, A.V.*, Structural design, strength analysis and numerical modeling of vacuum infusion manufacturing process of composite roof for hopper car (2013) International SAMPE Technical Conference
- [39] *Sergeichev I.V., Ushakov A.E., Safonov A.A., Fedulov B.N., Fedorenko A.N., Brouwer W.D., Timofeev M.A. and Klenin Yu.G.*, Structural design

and strength analysis of the new tank-container with composite vessel for multimodal transportations of chemically aggressive fluids and petrochemical products// Proceedings of 20th International Conference on Composite Materials, Copenhagen, 19-24th July 2015

- [40] *Sergeichev I.V., Fedulov B.N., Safonov A.A., Rozin, N.V.*, Structural Design and Optimization of Vacuum Infusion Manufacturing Process for the Fiberglass Hopper Car Body. Proceedings of 16th European Conference on Composite Materials ECCM16, Seville, Spain, June 22-26, 2014.
- [41] *A. Bragov, A. Konstantinov, A. Lomunov, I. Sergeichev and B. Fedulov*, DYMAT 2009 - 9th International Conference on the Mechanical and Physical Behaviour of Materials under Dynamic Loading, Volume 2, 2009, 1465 - 1470
<https://doi.org/10.1051/dymat/2009207>