

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОВЕДЕНИЯ
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

ГУЧИНСКИЙ Руслан Валерьевич

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН УСТАЛОСТИ НА ОСНОВЕ
ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ**

Специальность 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель –
заслуженный деятель науки РФ,
доктор технических наук,
профессор Петин С. В.

Санкт-Петербург – 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 КРИТЕРИИ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ, ОСНОВАННЫЕ НА ОПИСАНИИ ПОДРАСТАНИЯ ТРЕЩИН И НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ	11
1.1 Распространение трещин усталости.....	12
1.1.1 Распространение сквозных трещин усталости	12
1.1.2 Эффективная часть цикла нагружения	16
1.1.3 Распространение плоских трещин усталости	20
1.2 Накопление усталостных повреждений при нерегулярном нагружении..	29
1.2.1 Правило линейного суммирования повреждений	30
1.2.2 Нелинейные теории накопления повреждений	32
1.2.3 Теории механики поврежденной среды	34
1.2.4 Конечно-элементное моделирование накопления повреждений....	35
1.3 Выводы по главе.....	39
2 МЕТОДИКА ОЦЕНКИ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН УСТАЛОСТИ	42
2.1 Упругопластическое деформирование при циклическом нагружении и деформационный критерий разрушения	43
2.2 Примеры использования деформационного критерия разрушения для оценки накопления повреждений у вершины трещины	47
2.3 Моделирование зарождения и роста трещины методикой накопления повреждений в элементах материала	50
2.4 Идентичность повреждений.....	57
2.5 Программа конечно-элементного расчета.....	62
2.6 Выводы по главе.....	66
3 МОДЕЛИРОВАНИЕ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ И РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОСТИ МИКРОСТРУКТУРЫ.....	67

3.1 Моделирование разброса долговечности	68
3.2 Использование методики накопления повреждений с учетом неоднородности структуры материала	69
3.3 Результаты моделирования	72
3.4 Выводы по главе.....	78
4 ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ТРЕЩИН.....	80
4.1 Моделирование распространения четверть-эллиптической трещины	80
4.1.1 Описание модели	82
4.1.2 Сопоставление результатов с экспериментальными данными	86
4.2 Моделирование развития полуэллиптической трещины	92
4.2.1 Описание модели	93
4.2.2 Результаты моделирования подрастания трещины с помощью оценки накопления повреждений.....	96
4.2.3 Моделирование эволюции фронта трещины с помощью ЛМР	102
4.3 Выводы по главе.....	105
5 ОЦЕНКА ДОЛГОВЕЧНОСТИ СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ.....	108
5.1 Усталость тавровых сварных соединений.....	109
5.2 Разработка конечно-элементной модели сварного соединения.....	115
5.3 Анализ результатов конечно-элементного моделирования разрушения сварного соединения.....	119
5.4 Моделирование влияния неоднородности материала на развитие трещины	125
5.5 Выводы по главе.....	130
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	132
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	136
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	137
ПРИЛОЖЕНИЕ	155

ВВЕДЕНИЕ

Развитие техники создает условия для совершенствования методов расчета и проектирования на заданный ресурс, методов оценки технического состояния и ресурса в условиях эксплуатации конструкций, деталей машин, подвергающихся действию интенсивных переменных нагрузок. Усилия научного и инженерного сообщества в этой области нашли отражение в сравнительно недавнем, с 1970-х, включении в правила проектирования конструкций в морской технике, мостостроении и других отраслях техники предписаний к расчетам прочности и долговечности узлов конструкций при переменном нагружении («Fatigue strength assessment»), а также приемов оценки остаточного ресурса конструкций при обнаружении признаков усталостного повреждения.

Методической основой расчетов служат в основном критерии разрушения в виде «расчетных кривых усталости», S-N кривых, а оценок остаточного ресурса конструкций – описание подрастания трещин приемами линейной механики разрушения (ЛМР). Особенности испытаний при получении S-N кривых, в частности, неопределенность состояния повреждения, необходимого для применения ЛМР, исключают характеристику усталости как непрерывного процесса. Этим обусловлена необходимость развития методической базы расчетов усталости конструкций, совершенствования приемов расчета, их экспериментальной поддержки.

Актуальность работы. Эффективное проектирование узлов конструкций, подвергающихся действию переменных нагрузок различной природы: магистральных трубопроводов, судов и морских сооружений, самолетов, деталей машин, мостов предполагает использование надежных инструментов оценки ресурса. В правилах проектирования элементов конструкций с учетом усталости обычно формулируются требования, не допускающие появления трещин при эксплуатации. Однако медленное развитие трещины для некоторых видов конструкций позволяет увеличить полный ресурс включением в него стадии развития трещины. Такой принцип проектирования конструкций, сложившийся

около 30 лет назад, носит название «проектирование с допусаемым повреждением» или «Damage tolerant design». Следовательно, важной задачей проектирования, расчетного сопровождения в условиях эксплуатации, является оценка стадии распространения трещины, остаточного ресурса элементов конструкций. Обычно стадия развития трещины рассчитывается приемами ЛМР, использование которых может быть ограничено при отсутствии сингулярности напряжений у вершины трещины. Кроме того, оценка роста плоских трещин усталости с применением аппарата ЛМР в некоторых случаях не подтверждается экспериментально.

Многочисленные экспериментальные работы привели к устойчивой концепции разбиения процесса разрушения от усталости на несколько стадий, для каждой из которых имеется его характерное представление. Фаза зарождения трещины, оцениваемая, как правило, по S-N кривой, завершается образованием видимой макротрещины, развитие которой может быть описано с применением ЛМР. Однако использование S-N критериев разрушения не может дать представление о характере повреждения в виде трещины определенных размеров и формы, необходимой для дальнейшей оценки остаточного ресурса. Из-за условности в установлении размера трещины, начиная с которого возможен расчет остаточного ресурса, создается неопределенность в оценке полного ресурса элемента конструкции. Так как процесс разрушения на всех стадиях управляется одинаковыми механизмами необратимых микросдвигов в структуре материала, актуальным видится развитие подходов, в которых он рассматривается в качестве единого процесса накопления повреждений. Применение деформационного критерия разрушения и метода конечных элементов обеспечивает условия для решения такой проблемы.

Фронт трещины усталости во многих случаях приобретает сложную форму, поэтому важной становится разработка методики прогнозирования развития трещин усталости с криволинейным контуром фронта, которая могла бы служить основой для инженерной оценки остаточного ресурса узлов конструкций.

Степень разработанности темы работы. Разработкой моделей накопления усталостных повреждений занимались А. Palmgren, М. Miner, С.В. Серенсен, В.П. Когаев, В.В. Новожилов, О.Г. Рыбакина, В.М. Волков, S. Marco, W. Starkey, F. Ellyin, С.О. Fakinlede, S. Manson, G. Halford, A. Fatemi. Развитие концепций механики поврежденной среды (МПС) обязано работам Л.М. Качанова, Ю.Н. Работнова, Y. Murakami, J. Lemaitre, J.L. Chaboche, Z. Huang и других.

Разработке деформационных критериев разрушения посвящены работы L.F. Coffin, S.S. Manson, С.В. Серенсена, Н.А. Махутова, и других. Использованием моделей накопления повреждений для описания роста трещин занимались G. Glinka, F. Ellyin, В.В. Болотин, И.А. Волков, Ю.Г. Коротких, С.А. Капустин, А.Н. Бородой, И.К. Королев, С.В. Петин, А.С. Семенов, А.А. Бабкин, R. Peerlings, G. Chalant, J.T.P. Castro, M.A. Meggiolaro, A.C.O. Miranda, Chen L., Cai L., Yao D.

В развитие ЛМР внесли большой вклад Л.И. Седов, Е.М. Морозов, В.З. Партон, Л.И. Слепьян, G. Irvin, P. Paris, H. Westergaard, R. Forman, A. McEvily и другие. Влияние пластичности у вершины трещины на ее развитие изучали A. Head, G. Irvin, D. Dugdale, D. Kujawski, M. Toyosada и другие. Эффект раскрытия трещины был изучен в работах W. Elber, M. Kurihara, Y. Verreman, J. Newman, N.A. Fleck, I.F. Smith, J. Schijve, I.S. Putra. Оценкой распространения плоских трещин усталости с помощью ЛМР занимались J. Newman, I. Raju, K.M. Kuok, X.J. Zheng, M.I. Chipalo, X.J. Zheng, A. Kiciak, S.A. Fawaz, F.P. Brennan, R. Branco, X.B. Lin, R.A. Smith, A. Chahardehi.

Цель и задачи работы. Целью настоящей работы является разработка методики моделирования процесса усталости от начала переменного нагружения до наступления критического состояния элемента конструкции на основе оценки накопления повреждений, для применения которой не требовались бы начальная трещина и сингулярность напряжений у ее вершины.

Для достижения этой цели следовало решить следующие задачи:

1) Представить способ прогнозирования эволюции криволинейного контура фронта трещин усталости и долговечности элементов конструкций на основании данных испытаний стандартных образцов.

2) Учесть эффект раскрытия трещины.

3) Разработать методику моделирования влияния неоднородности структуры материала на сопротивление усталости образцов и элементов конструкций.

4) Разработать алгоритм для численной реализации процедуры моделирования развития трещин.

5) Проверить эффективность предложенного подхода по известным экспериментальным данным для четверть-эллиптической, полуэллиптической трещин и трещины сложной формы в сварном соединении.

Научная новизна работы.

1) Развита методика расчета процесса усталости от начала нагружения до критического состояния элемента конструкции, основанная на конечно-элементном моделировании накопления повреждений с использованием деформационного критерия разрушения и обобщенной циклической кривой.

2) Предложен способ учета эффекта раскрытия трещины с притупленной вершиной.

3) Выполнено моделирование развития трещин усталости с криволинейным контуром фронта в областях развитых пластических деформаций, для которых невозможно применение ЛМР.

Теоретическая значимость. Описание усталости в предложенной модели как непрерывного процесса от начала эксплуатационного нагружения до наступления предельного состояния, определяемого возможными механизмами разрушения конструкций или техническими требованиями, вносит вклад в теорию усталостного разрушения конструкций.

Практическая значимость. В представленной методике стадии развития повреждения не разделяются, что позволяет оценивать не только остаточный, но и полный ресурс элемента конструкции, который может характеризоваться любым заранее определенным критическим размером трещины. Расчеты эволюции

повреждения могут выполняться для любой начальной трещины, а также при ее отсутствии. Для оценки усталостной долговечности элементов конструкций в соответствии с предложенным подходом достаточно располагать результатами испытаний стандартных образцов, поэтому представленная методика позволяет сократить число экспериментальных исследований и проводить их более эффективное планирование. В отличие от аппарата S-N кривых, подход позволяет ликвидировать неопределенность в состоянии повреждения, соответствующего заданному числу циклов.

Методология и методы исследования. В качестве методологической основы для диссертационной работы были использованы элементы теории пластичности, механики поврежденной среды и механики усталостного разрушения. Для численного моделирования дискретного процесса накопления повреждений и роста трещины применялся метод конечных элементов (МКЭ), реализованный в программе ANSYS 14.5. Сопоставительный расчет развития полуэллиптической трещины с помощью ЛМР был выполнен по коэффициентам интенсивности напряжений, полученным с использованием МКЭ, численное решение дифференциальных уравнений выполнялось в программе MathCad 14.

На защиту выносятся следующие положения:

- 1) Разработанный подход к моделированию формирования и развития трещин усталости с учетом эффекта раскрытия и реализованные на его основе алгоритм и программный код;
- 2) Способ определения параметра раскрытия трещины с помощью оценки знака среднего напряжения в элементе перед вершиной трещины, а также определение эффективного размаха полной деформации в направлении, перпендикулярном плоскости трещины;
- 3) Результаты численного анализа подрастания трещин, имеющих форму, близкую к эллиптической, развивающихся от начальных плоских надразов;
- 4) Результаты моделирования пространственной трещины сложной формы в тавровом сварном соединении ограниченной протяженности, распространяющейся от внутренней полости;

- 5) Способ моделирования разрушения образцов при одноосном переменном нагружении, учитывающий развитие макротрещины на поздней стадии развития повреждения и принцип моделирования разброса долговечности.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность полученных в работе результатов обеспечивается применением строгих численных методов, использованием обоснованных допущений при разработке подхода к моделированию трещин, а также сравнением результатов моделирования развития трещин с имеющимися в литературе экспериментальными данными и результатами, полученными при помощи альтернативных подходов.

Материалы диссертационной работы докладывались и обсуждались на: международных научно-практических конференциях «Неделя науки СПбГПУ» (г. Санкт-Петербург, 2010, 2014, 2015), международных школах-конференциях «Актуальные проблемы механики» (г. Санкт-Петербург, 2011, 2014), международной конференции «Современные материалы, конструкции и технологии» (г. Рига, 2013), всероссийской научно-технической конференции «Актуальные задачи развития судостроения и судоходства» (г. Санкт-Петербург, 2015), семинаре кафедры сопротивления материалов СПбПУ (г. Санкт-Петербург, 2016), городском семинаре по механике Института Проблем Машинovedения РАН (г. Санкт-Петербург, 2016).

Публикации. По теме диссертации имеется 13 печатных работ, из них 5 в изданиях, рекомендованных ВАК РФ, 8 в сборниках трудов конференций.

Личный вклад автора. Все представленные в диссертационной работе результаты получены лично автором. Автор принимал участие в подготовке практически всех публикаций по теме диссертационной работы.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка использованной литературы и одного приложения. Список литературы включает 179 наименований. Работа изложена на 162 страницах машинописного текста, содержит 56 рисунков и 2 таблицы.

Автор выражает благодарность д.т.н., проф. С.В. Петинору за оказанную помощь в работе и полезные замечания, к.ф.-м.н. И.К. Королеву, доц. к.т.н. Э.И. Мансыреву, проф. к.т.н. А.И. Фрумену за помощь в освоении программы ANSYS, д.т.н., проф. Б.Е. Мельникову за конструктивные замечания, проф. Ф. Вальтеру и Ш. Сиддику (Technische Universitat Dortmund) за предоставленные экспериментальные данные.

1 КРИТЕРИИ УСТАЛОСТНОГО РАЗРУШЕНИЯ, ОСНОВАННЫЕ НА ОПИСАНИИ ПОДРАСТАНИЯ ТРЕЩИН И НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ

Процесс развития усталости поликристаллических металлических материалов обычно подразделяется на стадию зарождения макротрещины, стадию ее устойчивого развития и стадию ускоренного роста, предшествующую разрушению. Определение границы между двумя первыми стадиями затруднено из-за сложного механизма зарождения повреждений, эволюционирующих в микротрещину. Экспериментальные наблюдения показывают, что начало развития разрушения зависит от структуры материала, уровня напряженности, условий окружающей среды и других факторов. Процесс необратимых повреждений материала при циклическом нагружении начинается с образования полос скольжения на поверхности материала, возникающих вследствие неустойчивости скоплений дислокаций. При продолжающемся нагружении полосы скольжения приводят к огрублению поверхности, образуются интрузии (впадины) и экструзии (возвышения). Как правило, в интрузиях происходит зарождение микротрещин, которые при одноосном нагружении располагается примерно под углом 45° к направлению нагружения в наиболее благоприятно ориентированных к скольжению зернах. При дальнейшем нагружении часть микротрещин растет интенсивнее остальных из-за согласованности в направлении скольжения в смежных зернах. Некоторые микротрещины встречают на своем пути барьеры в виде межзеренных границ и при существенной разориентировке направлений скольжения останавливаются. Затем определяется лидирующая трещина, которая изменяет направление развития на перпендикулярное к направлению нагрузки, по площадкам наибольшего главного напряжения. Этот момент принято считать началом развития макротрещины, переходом из первой стадии распространения трещины во вторую. Оценка долговечности до образования макротрещины может быть выполнена с помощью силового или деформационного критерия разрушения. Однако эти расчеты носят

приближенный характер и не могут дать представление о степени поврежденности и размере образовавшейся макротрещины.

В зависимости от материала и условий нагружения макротрещина формируется, когда микротрещиной охватывается от двух до пяти зерен [121], и перед фронтом трещины формируется сингулярное поле напряжений. Темп роста трещины на второй стадии стабилизируется, поэтому эту стадию часто называют устойчивой. Для оценки скорости развития макротрещины обычно используется аппарат ЛМР. У подрастающей трещины непрерывно оценивается коэффициент интенсивности напряжений (КИН), как правило, с помощью МКЭ. Однако использование такого подхода ограничивается линейно-упругим поведением материала и невозможно при отсутствии сингулярности напряжений у вершины трещины (при зарождении трещины и стадии ускоренного роста перед разрушением). Для применения этого подхода требуется начальная трещина, размер которой можно предсказать только условно по завершению стадии зарождения макротрещины с использованием критерия разрушения. Существующий пробел между двумя первыми стадиями усталостного разрушения может быть частично устранен с помощью комбинированного метода оценки усталостной долговечности [4]. Например, методика, предложенная в работе [144], предполагает совмещение двух механизмов разрушения: силового, определяемого уравнением Пэриса, и механизма накопления повреждений.

1.1 Распространение трещин усталости

1.1.1 Распространение сквозных трещин усталости

Закономерности распространения сквозных трещин усталости, т.е. трещин, развивающихся при плоском напряженном состоянии или плоской деформации, довольно хорошо изучены на основании испытаний на компактных образцах, а

также образцах в виде пластин с различными концентраторами напряжений – отверстиями, выточками и надрезами.

Первые исследования подрастания трещин были проведены в первой половине прошлого столетия. Выражение для скорости распространения трещины впервые получил А. Хед (A. Head) с применением упрощенной модели материала перед вершиной трещины [94]:

$$\frac{da}{dN} = a^{\frac{3}{2}} d^{-\frac{1}{2}} f(\sigma_a), \quad (1.1)$$

где d – размер области пластической деформации, a – длина трещины, $f(\sigma_a)$ – функция амплитуды напряжений и характеристик прочности материала. Основываясь на ограниченных экспериментальных данных, Хед предположил, что размер пластической области остается постоянным, и скорость развития трещины пропорциональна $a^{3/2}$. Позднее Н. Фрост (N. Frost) и Д. Дагдейл (D. Dugdale) [82] предположили пропорциональность скорости размеру пластической зоны и длине трещины.

В 1957 Дж. Ирвин (G. Irvin) ввел КИН как обобщенную характеристику поля напряжений у вершины трещины. Аналитический вывод функций напряжений у вершины центральной трещины в бесконечной пластине получил ранее Х. Вестергард (H. Westergaard) с помощью решения бигармонического уравнения теории упругости и функций комплексного переменного [139] и Л.И. Седов [25]. В 1961 П. Пэрис (P. Paris) высказал следующее предположение: «раз напряжения и деформации в окрестности вершины трещины связаны с КИН и коэффициентом асимметрии цикла нагружения, то с ними связано и всякое событие, происходящее у вершины трещины, в том числе и ее приращение»:

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R), \quad (1.2)$$

где $R = K_{min}/K_{max}$ – коэффициент асимметрии цикла нагружения, $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ – размах КИН в цикле.

На основании анализа опытных данных в стадии устойчивого роста макротрещины (Рисунок 1.1 б) П. Пэрис и Ф. Эрдоган (F. Erdogan) в 1963 придали выражению (1.2) более простой вид, получивший экспериментальное подтверждение и, как следствие, широкое распространение для оценки остаточного ресурса конструкций [134]. Он получил название закона Пэриса-Эрдогана:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m ; \quad (1.3)$$

$$\Delta K = Y\Delta\sigma\sqrt{\pi a} , \quad (1.4)$$

где C , m – параметры, зависящие от свойств материала и условий испытания, Y – функция геометрических характеристик тела с трещиной; для сквозной трещины в пластине $Y = 1$.

Однако эксперимент показывает, что такая зависимость выполняется лишь в устойчивой стадии роста трещины, которая в двойных логарифмических координатах представляется линией с наклоном, определяемым коэффициентом m (Рисунок 1.1б).

В стадии зарождения макротрещины (Рисунок 1.1а) при низких значениях КИН скорость распространения трещины асимптотически стремится к нулю. Это означает существование минимального, *порогового* значения КИН ΔK_{th} . Считается, что при значениях КИН ниже порогового трещина не распространяется. Одно из первых описаний начальной стадии роста трещины было предложено Р. Донахью (R. Donahue) [58]:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K - \Delta K_{th})^m . \quad (1.5)$$

В заключительной стадии роста трещины, предшествующей разрушению, скорость ее распространения резко возрастает (Рисунок 1.1в). При значении КИН, равном *критическому* K_c , реализуется механизм нестабильного разрушения.

Аппроксимация этой стадии роста трещины была предложена Р. Форменом (R. Forman) [77]:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^m}{(1-R)K_c - \Delta K} \quad (1.6)$$

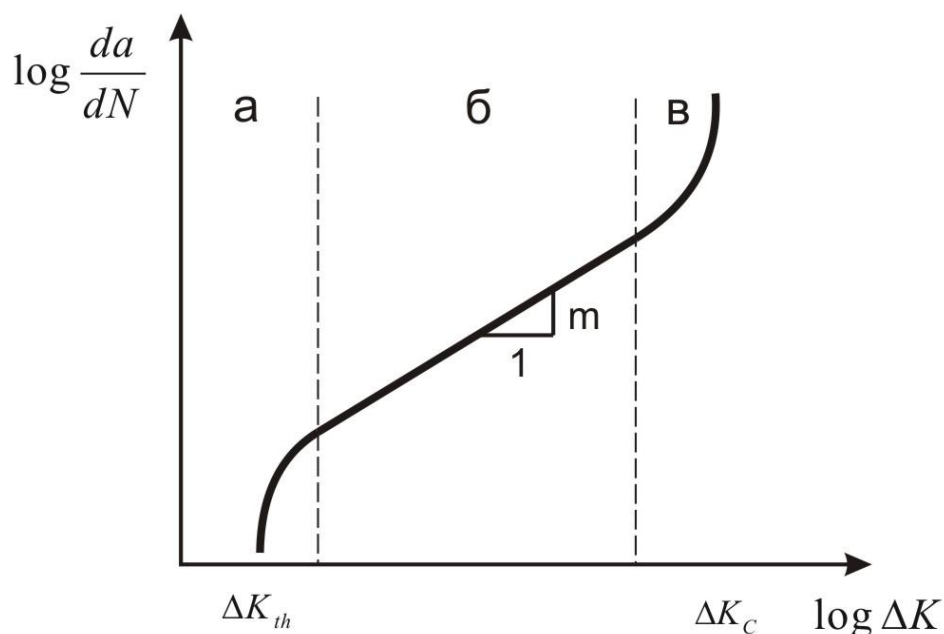


Рисунок 1.1 – Зависимость скорости роста трещины от размаха КИН:

- а) фаза зарождения макротрещины б) стадия устойчивого роста
- в) стадия нестабильного роста и разрушения

Также существуют соотношения, описывающие всю S-образную кривую подрастания трещины, одно из них было представлено А. Макивли (А. McEvily) [120]. В выражении учтены не только все стадии развития трещины, но и асимметрия цикла нагружения:

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K - \Delta K_{th})^m \left(1 + \frac{\Delta K}{K_c - K_{max}} \right) \quad (1.7)$$

Используемые в этих соотношениях КИН, как правило, снабжают индексом I, что соответствует раскрытию трещины по нормальному типу, т.к. испытания обычно проводятся при плоской деформации.

Наряду с КИН, в качестве параметров механики разрушения, связанных с ростом трещин, используются скорость высвобождения энергии и J – интеграл. В линейной постановке последние два параметра тождественны и связаны с КИН простыми зависимостями, поэтому КИН обычно используют для описания роста трещин.

На основании формулы (1.3) возможно моделирование подрастания макротрещины усталости с использованием МКЭ, например [34, 152]. На каждом шаге ее распространения анализируется поле напряжений, и сетка конечных элементов перестраивается в соответствии с ориентацией площадок наибольших главных напряжений. Считается, что поле напряжений перед вершиной трещины имеет признаки особенности (сингулярности), которая заключается в том, что компоненты напряжений перед вершиной трещины обратно пропорциональны корню из расстояния от ее вершины. Для моделирования такого поля и вычисления значений КИН вершина трещины, как правило, окружается сингулярными элементами. Они представляют собой изопараметрические элементы, в которых промежуточный узел на двух сторонах сдвинут на $\frac{1}{4}$ грани в направлении вершины трещины. Данный метод может с успехом использоваться для оценки распространения сквозных трещин. Однако применимость его ограничена предположением о линейно-упругой деформации материала, он оказывается неприемлемым для оценки долговечности при отсутствии сингулярности поля напряжений у вершины трещины, например, на стадии зарождения трещины и при развитии пластической деформации в объеме перед трещиной, исключая сингулярность.

1.1.2 Эффективная часть цикла нагружения

Значительный вклад в понимание механизма подрастания трещин внесло открытие явления неполного раскрытия трещин. Из-за накопленной в предыдущих циклах пластической деформации при разгрузке область вершины трещины закрывается до достижения нулевой нагрузки. Напротив, с повторным

увеличением нагрузки благодаря инерции пластической деформации трещина начинает раскрываться не сразу.

Очевидно, что в фазе устойчивого подрастания трещины при разных значениях минимальной и максимальной нагрузки часть цикла, в пределах которой трещина будет раскрыта (а значит, будет подрастать), будет неодинаковой. В 1971 В. Элбер (W. Elber), основываясь на результатах испытаний тонких алюминиевых пластин, для учета этого явления ввел параметр раскрытия трещины (ПРТ) [66]:

$$U = \frac{S_{\max} - S_{op}}{S_{\max} - S_{\min}} = \frac{\Delta S_{eff}}{\Delta S}, \quad (1.8)$$

где S_{\max} и S_{\min} – наибольшее и наименьшее номинальные напряжения в цикле нагружения, S_{op} – напряжение, при котором трещина открывается (Рисунок 1.2).

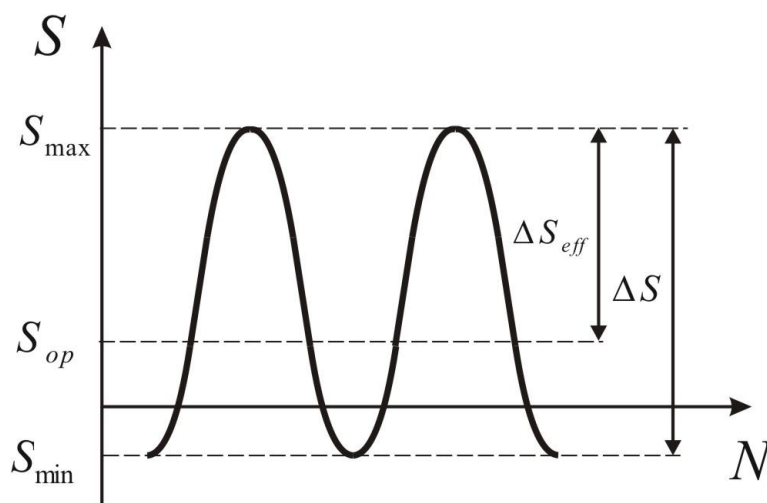


Рисунок 1.2 – Снижение размаха номинальных напряжений до эффективного из-за инерции пластической деформации

Введенный таким образом ПРТ учитывает часть цикла от момента открытия трещины до достижения максимальной нагрузки, хотя корректнее, по-видимому, принимать во внимание всю «эффективную» для развития повреждения часть цикла – от момента открытия трещины до ее закрытия.

Элбер предложил использовать этот параметр для расчета подрастания трещины, вложив его в эффективный размах КИН [65]:

$$\Delta K_{eff} = U \Delta K . \quad (1.9)$$

Согласно Элберу ПРТ может быть приближенно определен так:

$$U = 0,5 + 0,4 K_{min} / K_{max} = 0,5 + 0,4R ; \quad -0,1 \leq R \leq 0,7 ; \quad (1.10)$$

где R – коэффициент асимметрии цикла нагружения.

М. Курихара (М. Kurihara) [103] на основании экспериментальных данных получил следующую оценку ПРТ для стали умеренной прочности в широком диапазоне асимметрии нагрузки:

$$U = \frac{1}{1,5 - R} ; \quad -5 \leq R \leq 0,8 . \quad (1.11)$$

ПРТ меняется по мере подрастания трещины, особенно в начальной стадии. Пока трещина мала, значительное влияние на ее раскрытие может оказывать местное повышение (концентрация) напряжений, в пределах которого она зарождается. В дальнейшем его влияние ослабевает, и подрастание трещины регулируется собственным особым полем напряжений у ее вершины [173]. В стадии распространения макротрещины значения ПРТ, как правило, стабилизируются.

Существует целый ряд экспериментально полученных зависимостей ПРТ от коэффициента асимметрии цикла нагружения для различных материалов [95]. Из-за сложного механизма раскрытия трещины эти данные слабо взаимосвязаны между собой. Помимо коэффициента R , ПРТ также может зависеть от величины нагрузки, концентрации напряжений, размера трещины, свойств материала, шероховатости берегов трещины, образования продуктов окисления. При усталостном разрушении сварных соединений может быть велико воздействие на раскрытие трещины остаточных сварочных напряжений. Эти напряжения зависят от технологии сварки, вида сварного соединения [172], конфигурации детали и других факторов. Оценка влияния остаточных сварочных напряжений на

раскрытие трещины трудоемка ввиду их перераспределения и релаксации по мере роста трещины.

При конечно-элементном моделировании раскрытия трещины с учетом упругопластического деформирования обычно анализируют контактные напряжения или перемещения в узлах, ближайших к вершине трещины (первый и второй узлы берегов трещины за ее вершиной), напряжения в вершине трещины или оценивают общую податливость [153].

При использовании первого способа считается, что трещина в течение очередного цикла открывается, когда в противоположных узлах берегов, ближайших к вершине трещины, напряжения становятся положительными, либо при анализе перемещений отслеживается момент при разгрузке, когда перемещение узлов берегов трещины прекращается. Однако смыкание узлов у вершины трещины не всегда означает ее закрытие: когда берега на периферии от вершины трещины смыкаются, малая область перед ее вершиной все ещё может оставаться открытой.

Для сквозных трещин, фронт которых лежит в плоскости симметрии пластины, возможно имитирование контакта берегов трещины с помощью наложения связей на узлы одного берега, при подрастании трещины эти узлы последовательно освобождаются. Таким способом Дж. Ньюмэн (J. Newman) получил параметры раскрытия центральной трещины, хорошо согласующиеся с опытными данными для алюминиевого сплава в предположении идеального упругопластического поведения материала. Также ему удалось на основании концепции раскрытия трещины объяснить изменение скорости ее развития из-за смены амплитуды нагружения. Было обнаружено, что изменение нагрузки оказывает прямое влияние на раскрытие трещины из-за образующихся остаточных напряжений [128].

Однако в работе [174] было показано, что данный подход неточен, и для определения момента раскрытия трещины следует отслеживать изменение знака узлового напряжения в вершине трещины. Подход, использующий оценку общей

податливости образца, как показывает численный эксперимент, приводит к заниженным значениям ПРТ [153].

Обзор исследований, посвященных конечно-элементному моделированию раскрытия трещины, а также влиянию типа элементов, подробности сетки, принятой модели упрочнения, вида плоского напряженно-деформированного состояния и способа освобождения узлов представлен в работе [157].

Изменяющаяся при циклическом нагружении область пластической деформации перед вершиной трещины оказывает сильное воздействие на раскрытие трещины. В предположении идеального упругопластического поведения материала, когда напряжения ограничены пределом текучести, размер пластической зоны может быть приближенно описан величиной $K_I^2 / (2\pi\sigma_y^2)$, где σ_y – предел текучести. М. Тоёзада (М. Toyosada) предложил использовать для оценки скорости роста трещины вместо эффективного размаха КИН, введенного Элбером, значение, найденное для нагрузки, при которой начинается рост пластической зоны растяжения (ΔK_{RPG}). Эта нагрузка несколько превышает ту, при которой трещина открывается. Такой подход позволяет количественно описать подрастание трещины, напрямую учитывая пластическую деформацию у ее вершины. Кроме того, фаза начала распространения трещины может быть успешно аппроксимирована с помощью уравнения Пэриса без использования порогового значения КИН [168].

1.1.3 Распространение плоских трещин усталости

Усталостные трещины, возникающие в элементах конструкций, обычно имеют сложную форму. Эксперименты показывают, что даже в образцах, испытываемых при плоской деформации (например, при определении трещиностойкости на компактных образцах), фронт трещины практически никогда не сохраняет прямолинейность. Различие в напряженном состоянии по фронту, как правило, приводит к торможению трещины в точках на боковых поверхностях образца, проявлению «туннельного» эффекта [41].

Если скорость распространения трещины невысока, фаза ее подрастания может занимать значительную часть ресурса конструкции. Поэтому вопрос поиска закономерностей развития трещин имеет большое значение для оценки остаточного ресурса элементов конструкций.

Для описания распространения трещин с криволинейным контуром фронта, как правило, используют подход ЛМР, основанный на вычислениях КИН, т.к. многие эксперименты показывают более высокую скорость продвижения трещины в направлении с бóльшим КИН [74, 178]. Применение подхода требует значений КИН для всех реализующихся в процессе разрушения участков фронта трещины. Из-за разнообразия конструкционных элементов в каждом конкретном примере требуется проводить расчет КИН с учетом изменения конфигурации фронта трещины. Гораздо реже в качестве параметра, управляющего скоростью развития трещины, используется раскрытие в ее вершине [45].

Дж. Ньюмэн (J. Newman) и И. Раджу (I. Raju) с помощью МКЭ определили КИН в растягиваемых пластинах с внутренней эллиптической, поверхностной полуэллиптической, угловой четверть-эллиптической и другими трещинами. Рассмотрен большой диапазон соотношений размеров пластин и трещин, получены соответствующие интерполяционные формулы с погрешностью менее 5%. В приложении [162] показывается на примере полуэллиптической трещины, как быстро убывают КИН в поверхностных точках при измельчении сетки конечных элементов, о чем впервые было сообщено в работе [92]. Таким образом, интерполяционные формулы становятся непригодными для параметрических углов φ , меньших $\pi/10$ при отсчете от поверхности (Рисунок 1.3). В работе [102] результаты расчета КИН Ньюмэна и Раджу для полуэллиптической трещины в растягиваемой пластине были дополнены – определены КИН для трещин, распространившихся более чем на 80% толщины пластины. Однако такие расчеты представляют скорее теоретический интерес из-за того, что на заключительных этапах развития трещины ЛМР неприменима.

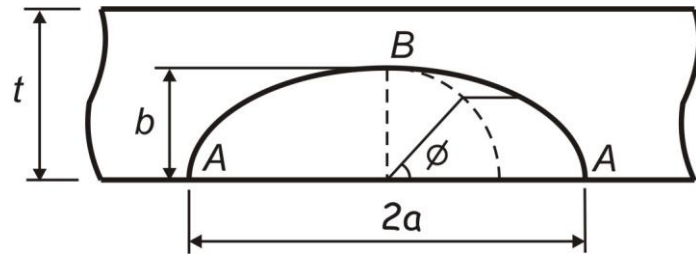


Рисунок 1.3 – Полуэллиптическая трещина

Существуют различные формы представления КИН – через коэффициенты влияния [63, 97, 148] и весовые функции [179]. Преимущество выражения КИН через весовые функции состоит в разделении влияния поля напряжений и размеров образца и трещины. Разработаны разнообразные подходы к определению КИН с помощью метода объемных сил, метода объемных силовых диполей, метода коллокации, метода граничных и конечных элементов. Обширные сведения по КИН для типовых трещин в оболочках, пластинах, объемных телах содержатся в справочнике Ю. Мураками (Y. Murakami) [28].

Имеется два подхода к описанию распространения плоских трещин, базирующихся на ЛМР.

Первый подход основан на определении КИН во всех точках фронта трещины и одновременном интегрировании уравнения Пэриса по различным направлениям ее роста. На каждом шаге итерационной процедуры оцениваются КИН по фронту трещины при разных значениях параметрического угла для заданного значения циклов, вычисляется приращение трещины по определенным направлениям и выстраивается новый контур фронта с коррекцией сетки конечных элементов. Процесс продолжается до тех пор, пока КИН не достигнет значения трещиностойкости либо до исчезновения сингулярности напряжений у вершины трещины.

Еще в 90-х годах прошлого века была разработана методика моделирования подрастания плоской трещины от произвольного плоского дефекта по первому подходу с использованием МКЭ [53]. Стоит отметить, что значительное влияние на результаты моделирования оказывает выбранная величина приращения длины

трещины, т.к. на каждом шаге скорость распространения считается постоянной, в то время как КИН изменяется непрерывно [41].

Анализ КИН, соответствующих нормальному и сдвиговому механизму раскрытия трещины на основе обобщенного МКЭ позволяет воспроизводить эволюцию сложных пространственных траекторий развития трещин [137]. Совершенствование программных средств и вычислительных алгоритмов позволило полностью автоматизировать процесс подрастания трещины с перестроением сетки конечных элементов и изменением граничных условий [35, 41, 47, 132, 154].

Экспериментальное подтверждение первого подхода встречается довольно редко. Одна из немногих опытных проверок применимости уравнения Пэриса для прогнозирования фронта и скорости распространения плоских трещин приведена в работе [74]. Рассмотрен рост двух несимметричных четверть-эллиптических трещин, развивающихся в алюминиевой пластине со сквозным отверстием от дефектов, полученных с помощью электроэрозии. Выполнен расчет КИН методом конечных элементов для разных соотношений размеров трещины и отверстия (получено более 5,5 млн. значений КИН) при растяжении и изгибе пластины (заявленная точность – 0,1%). Для моделирования фронта трещины использованы максимальные значения КИН в окрестностях поверхностных точек. Предсказания фронта по уравнению Пэриса в нескольких случаях качественно согласуются с экспериментальными данными, но при этом долговечность оценивается консервативно.

Примечательно, что в случае начального эллиптического дефекта форма фронта трещины искажается при оценке его эволюции по первому подходу, кривизна контура фронта уменьшается [107].

Применение метода граничных элементов в комбинации с МКЭ позволяет моделировать распространение трещин с депланацией фронта. Выгодная особенность использования комбинированного метода состоит в возможности сохранения сетки конечных элементов. Из-за того, что метод граничных элементов использует только ограничивающие поверхности, модифицируется

лишь гранично-элементная модель трещины посредством переноса узлов [135]. Недостаток этого метода – применимость только к задачам, в которых рассматривается линейно-упругое деформирование материала.

С помощью МКЭ возможно моделирование трещины тремя способами. Во-первых – без перестроения сетки, для этого было предложено вводить для узлов элементов, в пределах которых развивается трещина, специальные функции перемещений, при этом применяется расширенный МКЭ (XFEM) [125, 165]. Такой подход делает возможным моделирование развития трещин с произвольным очертанием фронта, распространяющихся независимо от положения границ элементов. Однако имеются сопутствующие сложности – необходимы очень подробная сетка у вершины трещины и использование специальных конечных элементов. Во-вторых – с частичным перестроением сетки, в этом случае в конечно-элементной модели присутствует блок элементов, в пределах которого происходит развитие трещины и, соответственно, изменение сетки [57, 117, 156]. Наконец, наименее рациональный способ заключается в полном неструктурированном перестроении сетки. Однако некоторые эмпирические исследования показывают невозможность использования КИН в рамках первого подхода даже для качественного описания конфигурации фронта трещины [50].

Второй подход предполагает оценку скорости распространения трещины только по двум основным направлениям – внутрь и по поверхности. При этом считается, что фронт сохраняет эллиптичность и изменяется лишь соотношение длин полуосей. Замечено, что в таких случаях после начальной неустойчивой стадии изменение этого соотношения стабилизируется [42, 123, 147, 160]. Т.е. зачастую конфигурация исходного дефекта оказывает влияние на очертание фронта только на начальной стадии роста трещины, впоследствии ее развитие асимптотически стремится к своему «предпочтительному» сценарию [124, 132].

На основании анализа распространения полукруглых трещин в статье [36] выводится соотношение параметров C уравнения (1.3) в двух направлениях равное $0,9^m$, где m – показатель степени в уравнении Пэриса. При этом форма

подрастающей трещины оказывается слабо зависящей от материала. Указанное соотношение использовано для оценки эволюции фронта полуэллиптической трещины в пластинах из стали, титанового и алюминиевого сплава под действием растяжения и изгиба.

В общем случае параметр C уравнения (1.3) оказывается зависимым от параметрического угла ϕ (Рисунок 1.3), размеров трещины и от нагрузки. Это делает интегрирование неудобным, из-за того что его приходится выполнять изолированно в каждом направлении роста трещины. При использовании «среднеквадратических» значений КИН (1.12) становится возможным сохранить постоянным значение C по двум основным направлениям при моделировании полуэллиптического фронта [20, 42, 50]. Для заданного приращения длины трещины в одном направлении определяется соответствующее этому приращению число циклов. Затем для него вычисляется увеличение трещины в перпендикулярном направлении и выстраивается новый эллиптический контур фронта.

$$K_{rmsA}^2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} K^2(\phi) \sin^2(\phi) d\phi; \quad K_{rmsB}^2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} K^2(\phi) \cos^2(\phi) d\phi. \quad (1.12)$$

Почти во всех исследованиях, посвященных распространению плоских трещин, КИН определяются в предположении плоской деформации по всему фронту трещины, хотя о таком допущении уместно говорить лишь для внутренней точки, в наружных же точках развивается плоское напряженное состояние. В поверхностных точках фронта значения КИН убывают при измельчении сетки, поэтому расчет скорости распространения трещины в соответствующем направлении, базирующийся на экстраполированном значении КИН, представляется не вполне обоснованным. Очевидно, что считать напряженное состояние плоским во всех промежуточных точках некорректно. Вместо интенсивности напряжений в линейной постановке, по-видимому, уместнее использовать параметр G – интенсивность освобождающейся упругой энергии, инвариантный к виду напряженного состояния [166]. Для расчета

приращений трещины в разных направлениях по скорости высвобождения энергии возможно применение J -интеграла. После вычисления параметра G вдоль контура трещины определяется скорость распространения трещины:

$$V(s) = \alpha \left(\frac{G(s)}{G_c} \right)^\beta, \quad (1.13)$$

где s – координата, зависящая от положения точки на контуре, α и β – параметры, зависящие от свойств материала, $G(s)$, G_c – текущая и критическая интенсивность освобождающейся упругой энергии.

Прогнозирование роста полуэллиптической трещины этим методом [83] показало результаты, сходные с полученными ранее с использованием КИН [36].

Один из недостатков вышеназванных исследований – неучет влияния раскрытия трещины на эффективный размах КИН. Между тем, для плоской задачи это явление достаточно хорошо изучено со времен опубликования работы Элбера [66]. Неполное раскрытие трещины в течение части цикла, отвечающей растяжению, является причиной замедленного роста трещины в соответствующем направлении. Причем однозначной зависимости ПРТ от вида нагружения, параметрического угла, коэффициента асимметрии цикла нагружения и размеров трещины пока не получено. В точках A на поверхности трещины (Рисунок 1.3) в растягиваемой пластине развивается плоское напряженное состояние, поэтому размер пластической области в их окрестности обычно больше, чем для внутренней точки B . Это приводит к раскрытию трещины в поверхностных точках при большем напряжении [147], и, соответственно, к меньшей «эффективной» части цикла нагружения. В экспериментах на компактных образцах с полуэллиптической трещиной под действием совместного растяжения и изгиба получены стабильные значения $U = 0,85$ для внутренней точки и $0,75$ для наружных точек, при $b/a = 0,87 \pm 0,09$ и $R = 0,01$ [76].

Однако имеются экспериментальные данные, свидетельствующие о большем ПРТ в поверхностных точках трещины при изгибе тонкой пластины и

симметричном цикле нагружения (b и a соизмеримы) [123], при пульсирующем изгибе возможно даже полное раскрытие трещины в наружных точках [149]. Также на примере полуэллиптической трещины малых размеров (глубиной до 5 мм) показано, что ПРТ изменяется с подрастанием трещины (Рисунок 1.4). В конце фазы устойчивого развития трещины значения U , как правило, стабилизируются, однако в начальной стадии весьма неустойчивы и приводят к различному темпу ее роста по двум направлениям. В заключительной стадии значение U обычно увеличивается из-за развитых пластических деформаций в уменьшающемся рабочем сечении.

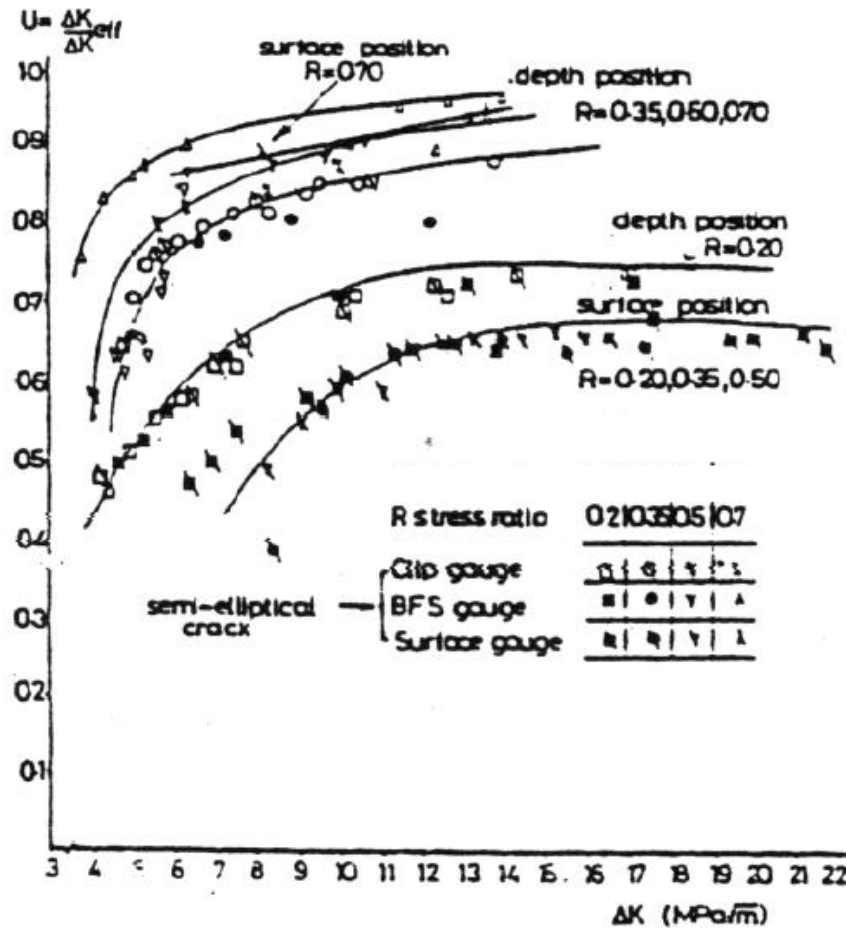


Рисунок 1.4 – Зависимость ПРТ от КИН во внутренней и наружных точках полуэллиптической трещины [160]

Остаточные сварочные напряжения могут оказывать значительное влияние на раскрытие трещины, особенно в многоциклового области усталости. Например,

при развитии трещины в сварном соединении от внешней границы основного и наплавленного металла (weld toe) при пульсирующем растяжении, трещина остается полностью раскрытой длительное время [91]. Указанное явление происходит благодаря растягивающим остаточным напряжениям, развивающимся на внешней поверхности соединения. Эти напряжения могут значительно ускорять развитие трещины, поэтому необходимо рассматривать их при расчете КИН [16], учитывая перераспределение и релаксацию по мере роста трещины. Из-за своей неоднородности остаточные напряжения могут существенно влиять и на контур фронта трещины [46, 166, 167].

Также на ПРТ оказывают воздействие коэффициент асимметрии цикла нагружения, агрессивная среда, поверхностная обработка и другие факторы.

Сложным и малоизученным до сих пор представляется распространение плоских трещин при нерегулярном нагружении. Обычно нерегулярное нагружение сводится к нагружению с постоянной амплитудой с помощью правила линейного суммирования повреждений и S-N кривой. На основании принципа тождества повреждения вводится размах эквивалентных напряжений, который в дальнейшем используется для расчета эквивалентных КИН [64]:

$$\Delta\sigma_{eq} = \left(\sum_i p_i \Delta\sigma_i^m \right)^{1/m}, \quad (1.14)$$

где p_i – частота повторения напряжений $\Delta\sigma_i$, m – параметр S-N кривой.

Замечено, что однократные перегрузки, приводящие к образованию остаточных сжимающих напряжений у вершины трещины, способны вызывать эффект ее торможения. Экспериментально подтверждено, что, несмотря на «перемешивание» уровней нагружения, имеется значительный разброс в скорости распространения трещины для одинаковых по длительности нерегулярных нагружений. Предпринимались попытки моделирования этого рассеяния посредством варьирования коэффициента C уравнения (1.3) [177].

Все соотношения для скорости развития трещины, основанные на зависимости от значений КИН, обладают неоднозначностью в размерности констант. Размерность константы C в уравнении (1.3) целиком зависит от значения безразмерной константы m , т.к. размерности скорости роста трещины и КИН определены однозначно. Это обстоятельство ставит под сомнение физическую обоснованность уравнения Пэриса. Также это уравнение критикуется из-за использования ЛМР для оценки процесса разрушения пластичных материалов, который управляется необратимой пластической деформацией у вершины трещины.

Различие в напряженных состояниях по фронту трещины делает сомнительным интегрирование уравнение Пэриса по любому направлению, кроме «внутреннего», перпендикулярного внешней поверхности. Оценки конфигурации фронта, основанные на среднеквадратичных КИН, также имеют приближенный характер, т.к. эксперименты показывают, что фронт трещины не всегда сохраняет свою эллиптическую форму.

Моделирование слияния нескольких трещин с применением уравнения Пэриса затруднено, особенно если их фронты расположены под некоторым углом друг к другу [166].

1.2 Накопление усталостных повреждений при нерегулярном нагружении

Элементы конструкций на протяжении жизненного цикла могут подвергаться значительному числу переменных по амплитуде внешних воздействий. Это обстоятельство делает затруднительным прогноз ресурса конструкции, т.к. при расчетах долговечности приходится использовать данные лабораторных испытаний стандартных образцов при нагружении с постоянной амплитудой. Обзор подходов к оценке долговечности при нерегулярном нагружении на основании испытаний гладких образцов был представлен, например, в работах [71, 161].

1.2.1 Правило линейного суммирования повреждений

Осознание того факта, что эволюция усталостного повреждения имеет накопительный характер, привело к появлению гипотезы о линейном суммировании повреждений.

Впервые идея линейного суммирования была высказана А. Пальмгренем (A. Palmgren) в 1924 [133], математическое же ее выражение получило широкое распространение благодаря работе М. Майнера (M. Miner) [122]:

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i}, \quad (1.15)$$

где n_i – число циклов при определенном уровне нагрузки, N_i – число циклов до разрушения образца при этой нагрузке (режиме нагружения), определяемое с помощью критерия разрушения.

Согласно правилу линейного суммирования повреждение при нестационарном нагружении равно сумме парциальных повреждений на каждом режиме. При этом считается, что разрушение наступает, когда параметр повреждения D достигает значения 1.

Экспериментальные данные показывают, что правило линейного суммирования может использоваться при последовательностях нагружения с большим числом перемен уровня нагрузки, в которых режимы интенсивных нагрузок случайным образом перемешаны с режимами малоинтенсивных нагрузок. Также некоторые результаты испытаний образцов из циклически упрочняющихся алюминиевых сплавов демонстрируют, что правило линейного суммирования повреждений применимо при однократной или двукратной смене уровня нагрузки [113].

Однако, несмотря на простоту формулировки, правило линейного суммирования повреждений обладает существенным недостатком – оно обычно не выполняется в случае небольшого числа перемен уровня нагрузки.

Еще в конце 30-х годов прошлого века было экспериментально показано, что парциальные повреждения оказываются зависимыми от порядка приложения нагрузок. Причем «чувствительность к истории нагружения» может отличаться для гладких образцов и образцов с концентраторами напряжений [112]. Причина этого явления заключается в инерционности пластической деформации [23, 113]. Например, когда амплитуда нагрузки скачкообразно переходит к более высокому значению, размах деформаций не сразу достигает нового значения, и некоторое время материал продолжает деформироваться по схеме первого режима. Разрушение при такой последовательности нагружения происходит при большем числе циклов в сравнении со значением, получаемым по правилу линейного суммирования, которое не учитывает запаздывание пластической деформации. Описанное поведение материала может трактоваться как эффект «тренировки».

Со времен введения правила линейного суммирования повреждений Пальмгрена – Майнера, появилось множество теорий накопления повреждений, которые можно разделить на шесть категорий: теории линейного накопления; нелинейного накопления с разбиением процесса повреждения на две стадии; методы преобразования усталостной кривой; подходы, основанные на подрастании трещин; модели континуальной механики разрушения; энергетические теории [71].

Из ранних работ, большинство из которых развивали правило линейного суммирования, можно отметить работу Х. Френча (H. French) [80], впервые показавшего эффект перегрузки на предел усталости при нерегулярном нагружении. В 50-х годах Л. Коффин (L. Coffin) с коллегами [55, 115] применили деформационный критерий разрушения к правилу линейного суммирования повреждений.

Итак, явные недостатки этого правила состоят в независимости от уровня нагрузки и нечувствительности к последовательности нагружения из-за формального определения величины повреждения.

1.2.2 Нелинейные теории накопления повреждений

Предпринимая попытку учесть инерционный характер накопления повреждений, С. Марко (S. Marco) и В. Штарки (W. Starkey) (1954) [116] ввели зависимость парциальных повреждений от уровня нагрузки, тем самым предложив первую нелинейную теорию накопления повреждений:

$$D = \sum_i \left(\frac{n_i}{N_i} \right)^{x_i}, \quad (1.16)$$

где x_i – константа, зависящая от уровня нагрузки.

Ф. Элайн (F. Ellyin) [67] обобщил нелинейную теорию, предложив в качестве показателя степени в (1.16) функцию повреждения $f(\psi;p)$, где p – параметр материала, ψ – повреждающий параметр. В качестве параметра ψ могут выступать, например, напряжение, пластическая или полная деформация, энергетические затраты на пластическое деформирование за цикл или различные комбинации этих величин. Предложены различные виды функции $f(\psi;p)$, например, $1/(\sigma_a - \sigma_e)$ [163] или $1/\log(\sigma_a - \sigma_e)$ [93], где σ_a – амплитуда напряжения, σ_e – амплитуда напряжения, соответствующего пределу усталости материала. Также существуют версии функции $f(\psi;p)$, где в качестве повреждающего параметра выступает энергия (работа пластической деформации) за цикл нагружения, например, в работе [100], где на основании экспериментальных данных рассматривается критерий накопления повреждений для нагружения с однократной сменой амплитуды нагрузки.

С. Мэнсон (S. Manson) [114] предложил подход к оценке поврежденности, предполагающий разделение процесса повреждения на две стадии – зарождения и распространения трещины, парциальные повреждения по правилу линейного суммирования при этом рассматриваются независимо на каждой стадии.

Для двухступенчатого нагружения в экспериментах С. Мэнсона и Дж. Халфорда (G. Halford) на образцах из нержавеющей стали 316 и сплава 188 была обоснована следующая оценка повреждения [90]:

$$d_i = \sqrt[k]{\left(p \frac{n_i}{N_i}\right)^k + (1 - p^k) \left(\frac{n_i}{N_i}\right)^{kq}}, \quad (1.17)$$

где k, p – постоянные, $q = BN^\beta$, B, β – параметры материала.

Методика, основанная на постепенном снижении предела усталости по мере накопления повреждений, была предложена в работах [44, 60]. Развитие этих моделей позволило учесть влияние температуры, скорости нагружения и ползучести на процесс усталости.

Подходы, рассматривающие длину трещины как меру повреждения, были развиты Ф. Шенли (F. Shanley), С. Валлурри (S. Valluri) [33, 170] и другими. Формально можно трактовать параметр повреждения как отношение текущего значения длины трещины к ее критической длине. Такой подход, однако, соответствует весьма грубому приближению к действительности. В фазе устойчивого роста длина трещины едва ли может рассматриваться в качестве меры повреждения, т.к. на поврежденность влияют остаточное поле напряжений при вершине трещины, изменение структуры, а также окружающие магистральную трещину независимо образовавшиеся микротрещины. Ф. Диаз (F. Diaz) обратил внимание на значимость накопленного повреждения в окрестности вершины трещины для ее последующего подрастания. С помощью анализа цифровых изображений непрерывно в течение испытания компактного образца велось наблюдение за эволюцией пластической области [129]. Результаты экспериментов показали, что скорость подрастания трещины в пределах поврежденной пластической области концентратора напряжений больше, чем в областях с меньшим накопленным повреждением.

1.2.3 Теории механики поврежденной среды

Начиная с работы Л.М. Качанова [12] получила распространение механика поврежденной среды (МПС). В этом разделе механики предполагается, что повреждение равномерно распределено по элементарному представительному объему материала, что дает возможность использования механики сплошной среды. Л.М. Качанов впервые ввел параметр повреждения для описания текущего состояния дефектов материала. В качестве дефектов могут выступать не только микрополости на границах включений и матрицы, микродефекты, поры, но и усталостные микротрещины, в отличие от механики разрушения, где рассматривается только одна магистральная трещина.

Развитием подходов МПС занимались Ю.Н. Работнов, Ю. Мураками (Y. Murakami), Ж. Леметр (J. Lemaitre) [106] и другие.

Среди критериев МПС для одноосного напряженного состояния можно выделить критерий Ж.Л. Шабоша (J.L. Chaboche), получивший широкое распространение [49]:

$$D = 1 - \left[1 - \left(\frac{n}{N_f} \right)^{\frac{1}{1-\alpha(\sigma_a)}} \right]^{\frac{1}{\beta+1}}, \quad (1.18)$$

где α – функция напряженного состояния, β – параметр материала. К преимуществам этого критерия следует отнести: учет асимметрии цикла нагружения и влияния истории нагружения; описание поврежденности при смене уровня нагрузки с интенсивного до уровня, меньшего предела усталости; возможность использования при высокотемпературной усталости и ползучести.

3. Хуан (Z. Huang) [59] применил модель Шабоша для оценки суммарного повреждения при малоцикловой и гигацicloвой усталости элементов конструкций под действием термомеханических нагрузок. Модель хорошо описывает полученные авторами экспериментальные данные, предсказывая

снижение сопротивления усталости на гигацикловом отрезке из-за увеличения интенсивности предшествующего нагружения в малоцикловой области. Однако применимость этих результатов ограничена крайне высокой частотой нагружения.

В работе [104] модель МПС была использована для определения числа циклов до образования трещины в стыковом сварном соединении. В соответствии с этой моделью материал рассматривается как упругая матрица с упругопластическими «включениями». К достоинствам подхода следует отнести возможность учета остаточных сварочных напряжений. Авторами показано, что с увеличением нагрузки их влияние на долговечность снижается, а при возрастании числа перемен нагрузки правило линейного суммирования дает более адекватную оценку поврежденности. Уязвимые места данной работы – отождествление свойств основного и наплавленного металла и косвенный учет градиента напряжений.

Н.А. Махутов и Н.К. Веретимус [19] исследовали эволюцию полей накопленных повреждений в зонах концентрации напряжений. Важно, что в модели распространения макротрещины принято во внимание изменение свойств материала из-за непрерывно изменяющегося поля повреждений, окружающего вершину трещины. К недостаткам модели стоит отнести линейное описание совместного накопления усталостных и квазистатических повреждений.

1.2.4 Конечно-элементное моделирование накопления повреждений

Одним из наиболее эффективных численных методов моделирования накопления повреждений и сопутствующего зарождения трещин является МКЭ. Он позволяет описывать деградацию материала в рамках механики сплошной среды. В то же время имеется возможность моделирования несплошностей, возникающих по мере накопления повреждений. Существует два механизма её реализации: во-первых – при помощи расщепления узлов по фронту трещины, во-вторых – выключением из работы целых элементов на пути распространения трещины путем искусственного уменьшения их жесткости. Исследованием

процесса развития трещины в связи с накоплением повреждений занимались Г. Глинка (G. Glinka), Ф. Элайн (F. Ellyin) и другие [26, 51, 68, 84]. Применимость методики накопления повреждений для моделирования распространения трещины также была проиллюстрирована, например, в статьях [15, 136].

Для моделирования начальной стадии распространения трещины усталости В.В. Болотин предложил вероятностный подход, основанный на присвоении элементам микроструктуры случайно распределенных характеристик сопротивления усталостному повреждению [39]. Транскристаллическая и межкристаллическая трещины при таком подходе представлялись весьма грубо – как последовательность разрушенных элементов-зерен и соседних пар элементов соответственно. В качестве критерия разрушения использовался силовой критерий в виде S-N кривой, что не вполне корректно для описания повреждения на микроуровне, которое тесно связано с пластической деформацией. Подход В.В. Болотина может применяться также для прогнозирования развития плоских трещин усталости [2].

Большинство работ по численному моделированию накопления повреждений базируется на соотношениях МПС. Среди отечественных ученых, занимающихся этим вопросом в связи с термосиловым нагружением – И.А. Волков, Ю.Г. Коротких, С.А. Капустин.

В работе [29] представлены результаты моделирования распространения плоской трещины в образце с концентратором напряжений с учетом совместной реализации пластического и хрупкого разрушения. Разрушение моделировалось последовательным «выключением» узлов на пути развития трещины во избежание перестроения сетки конечных элементов. Введено снижение сопротивления материала из-за накопленного повреждения с помощью уменьшения модуля Юнга и модуля сдвига.

А.Н. Бородой применен математическую модель МПС И.А. Волкова и Ю.Г. Коротких для моделирования разрушения образца с концентратором напряжений при неизотермическом переменном нагружении с учетом нелинейности накопления повреждений [3]. Адекватно описан процесс

зарождения трещины, однако вызывает вопросы обоснованность применения формулы Пэриса при малоцикловой усталости. Также явно прослеживается, что траектория трещины подчиняется конфигурации сетки.

Для плоского напряженного состояния вопрос влияния топологии сетки на траекторию распространения трещины был частично разрешен при помощи использования специальной двухуровневой ячеистой сетки [15], однако для случая трехмерной задачи эффективных инструментов отслеживания траектории трещины пока не найдено.

При конечно-элементном моделировании накопления повреждений возникает еще одна важная проблема – влияние подробности сетки на скорость распространения трещины. Измельчение сетки приводит к локализации процесса повреждения во всё меньших объемах, поэтому число циклов до образования трещины и время её распространения уменьшаются. Если размер конечного элемента в области вершины трещины устремить к нулю, то она будет зарождаться и распространяться мгновенно, показывая формально хрупкое разрушение, не соответствующее действительности (Рисунок 1.5). На это обратил внимание Р. Пирлингс (R. Peerlings) [136], предложивший для устранения чувствительности скорости распространения трещины к подробности сетки введение в определяющие уравнения МПС градиентов деформаций высшего порядка. Следует также учитывать, что размер повреждающегося элемента не может быть меньше размера нескольких зерен, в противном случае применение МПС лишено смысла, т.к. возникающие дефекты некорректно считать равномерно распределенными по элементу.

Полагая повреждение связанным с размахом пластической деформации степенной зависимостью, Л. Ю (L. Xue) воспроизвел образование «чашечки» в испытаниях на растяжение, а также постепенный переход к сдвиговой моде разрушения в компактном образце (Рисунок 1.6), экспериментально обнаруживаемый в образцах небольшой толщины [175, 176]. Использовалась модель материала с поверхностью текучести в виде шестиконечной звезды в октаэдрической плоскости главных деформаций. Повреждение материала

моделировалось с применением нелинейного закона накопления повреждений. Внимание в основном акцентировалось на форме фронта, полученного при статической нагрузке, повреждение при переменном нагружении в этих работах не рассматривалось.

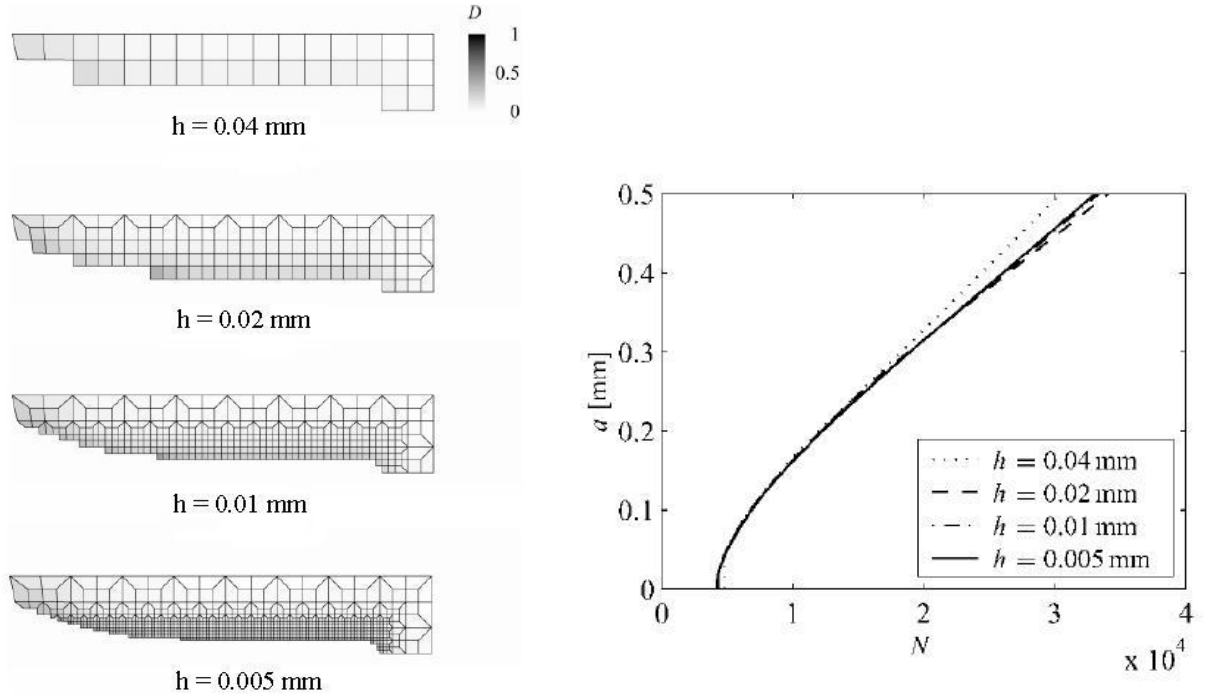


Рисунок 1.5 – Влияние измельчения сетки на скорость распространения моделируемой трещины [136]

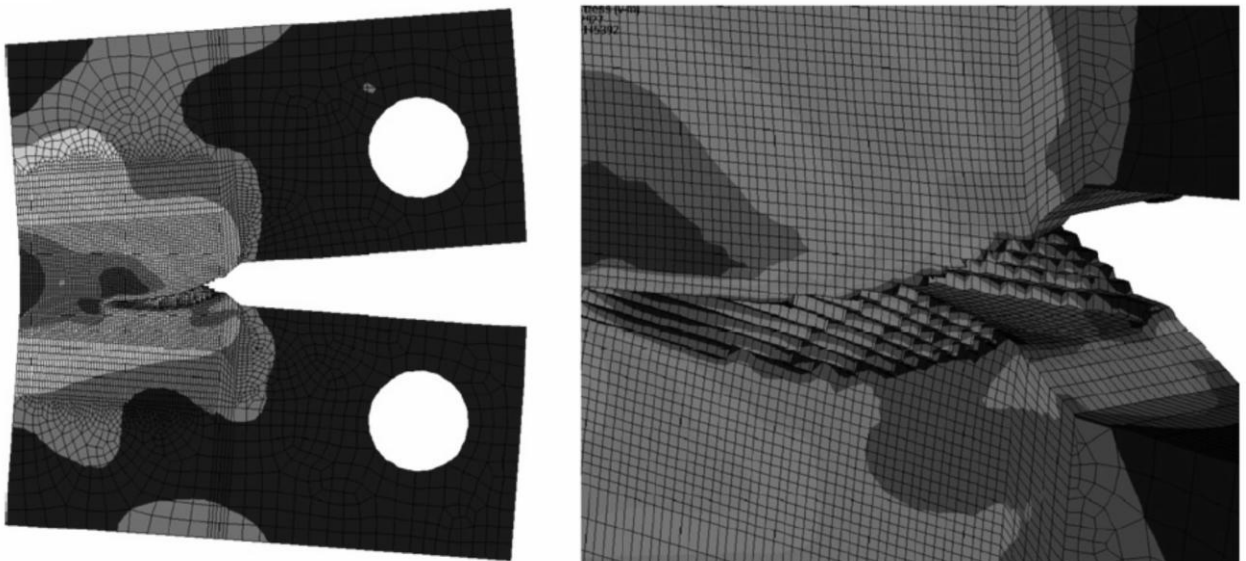


Рисунок 1.6 – Модель трещины в компактном образце [175]

Несмотря на большое количество развитых теорий, на сегодняшний день не существует универсального критерия накопления усталостного повреждения, который бы учитывал все факторы, связанные с разрушением от усталости: чувствительность к истории нагружения, нелинейность накопления повреждений, влияние перегрузок, многостадийность процесса разрушения, сопутствующие ползучесть и повышение температуры, образование микротрещин в приповерхностном слое и последующее их слияние, влияние асимметрии нагружения и т.д.

В современных правилах расчета усталости, однако, с успехом применяется правило линейного суммирования повреждений из-за его простоты и удовлетворительного качества оценки долговечности элементов конструкций при нерегулярном нагружении.

1.3 Выводы по главе

Как показывает анализ публикаций, посвященных зарождению и распространению трещин усталости с криволинейным контуром фронта, совершенная теория, единообразно описывающая этот процесс, отсутствует.

Если для моделирования развития сквозных трещин усталости, поля напряжений у вершины которых обладают сингулярностью, можно признать удовлетворительным применение подхода ЛМР, то использование закона Пэриса в двумерном случае редко приводит к корректным оценкам формы фронта трещины и долговечности. Обычно предполагается, что плоская трещина сохраняет свою эллиптическую форму, что не всегда подтверждается экспериментом. Несмотря на очевидное достоинство методики ЛМР, заключающееся в ясном представлении о характере повреждения, она обладает рядом недостатков. Во-первых, подход ЛМР не учитывает пластическую деформацию, ведущий фактор, связанный с необратимыми изменениями в структуре материала и разрушением. Во-вторых, для оценок ресурса необходима

начальная трещина, иначе не предоставляется возможность оценить КИН. В-третьих, на заключительной стадии развития трещины, когда на первый план выходит грубое пластическое деформирование и исчезает сингулярность напряжений у вершины трещины, применение аппарата ЛМР некорректно. Наконец, остается неясной возможность учета накопленного повреждения в ходе истории нагружения. Предполагается, что последний недостаток может быть устранен с помощью теорий накопления повреждений.

Однако все теории усталостного разрушения, основанные на идее накопления повреждений и феноменологически верно описывающие процесс усталости, имеют один существенный недостаток – они не определяют однозначно поврежденное состояние элемента конструкции при исчерпании ресурса. Это может быть образование сквозной трещины, достижение КИН значения трещиностойкости, разрушение при значительной пластической деформации из-за уменьшения несущей способности элемента конструкции, либо усталостное разрушение, сопровождающееся потерей устойчивости из-за изменяющихся граничных условий. Соответственно, более ясную количественную оценку повреждения до реализации того или иного сценария разрушения в виде определенных размеров и формы трещины дают критерии, основанные на законе Пэриса (раздел 1.1).

Из-за возникающих затруднений при использовании аппарата ЛМР, актуальным остается рассмотрение альтернативных способов описания распространения трещин с криволинейным контуром фронта, например при помощи моделирования накопления повреждений.

Целью настоящей работы является разработка методики моделирования процесса усталости от начала переменного нагружения до наступления критического состояния элемента конструкции на основе оценки накопления повреждений, для применения которой не требовались бы начальная трещина и сингулярность напряжений у ее вершины.

Для достижения этой цели следовало решить следующие задачи:

- 1) Представить способ прогнозирования эволюции криволинейного контура фронта трещин усталости и долговечности элементов конструкций на основании данных испытаний стандартных образцов.
- 2) Учесть эффект раскрытия трещины.
- 3) Разработать методику моделирования влияния неоднородности структуры материала на сопротивление усталости образцов и элементов конструкций.
- 4) Разработать алгоритм для численной реализации процедуры моделирования развития трещин.
- 5) Проверить эффективность предложенного подхода по известным экспериментальным данным для четверть-эллиптической, полуэллиптической трещин и трещины сложной формы в сварном соединении.

2 МЕТОДИКА ОЦЕНКИ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН УСТАЛОСТИ

Расчет ресурса элементов конструкций подразумевает разделение процесса усталостного разрушения на две значимые для определения долговечности стадии – зарождения и роста трещины усталости. Оценка ресурса в пределах стадии зарождения трещины обычно выполняется с помощью аппарата S-N кривых или с использованием деформационного критерия разрушения для малоциклового усталости. Согласно первому подходу используется значение местного «опасного» напряжения, которое, как правило, связывается с номинальным напряжением. Применение деформационного критерия требует определения местной упругопластической деформации, которая может быть приближенно вычислена на основании стандартных рекомендаций правил при решении упругой задачи, либо с помощью прямого конечно-элементного упругопластического анализа.

Стадия распространения трещины может занимать значительную часть общей долговечности, поэтому для отдельных конструкций возможно ее частичное включение в полный ресурс. Эта стадия обычно описывается на основании экспериментально полученных зависимостей между скоростью трещины и КИН. Применение приемов ЛМР, однако, ограничено на заключительной стадии роста трещины, и для него требуется начальная трещина [9, 89, 141].

Ни один из подходов, оценивающих стадию зарождения трещины, не определяет однозначно степень повреждения области концентрации напряжений в виде конкретного размера трещины, необходимого для дальнейшей оценки её роста. Между тем, развитие усталостного повреждения подчиняется на всех стадиях одинаковым механизмам эволюции скоплений дислокаций и необратимых микросдвигов, поэтому разделение процесса развития повреждений на несколько стадий не вполне феноменологически корректно. При существующем пробеле в описании процесса разрушения от усталости на стыке

двух стадий целесообразной представляется разработка единой для всех стадий методики, основанной на расчете упругопластических деформаций и моделировании накопления повреждений. Предполагается, что такая методика может применяться на любой стадии развития повреждений и не обладает чувствительностью к сингулярности напряжений у вершины трещины.

2.1 Упругопластическое деформирование при циклическом нагружении и деформационный критерий разрушения

Закономерности циклического деформирования металлов обычно изучаются на основании испытаний образцов при одноосном напряженном состоянии. Известно, что при разгрузке образца из упругопластического состояния и при последующей нагрузке того же знака диаграмма деформирования выходит на уровень напряжений, соответствующий монотонному нагружению. Сопутствующее увеличение предела пропорциональности и сокращение пластической деформации при разрыве отвечает явлению деформационного упрочнения. Если после разгрузки нагружение выполняется в обратном направлении, т.е. растяжение сменяется сжатием, то для изотропного материала можно ожидать, что предел пропорциональности при сжатии будет таким же, как при растяжении. Однако экспериментально установлено, что неупругое деформирование при сжатии происходит несколько раньше (Рисунок 2.1). Снижение предела пропорциональности при обратном нагружении носит название *эффекта Баушингера*. Приблизительно упругий участок в напряжениях может быть описан аппроксимацией Мазинга [118], предполагающей его равенство удвоенному пределу пропорциональности при монотонном нагружении (Рисунок 2.1). При разгрузке из точки **3** и повторном растяжении диаграмма деформирования возвращается к точке начала первой разгрузки **1**, образуя замкнутую кососимметричную относительно горизонтальной оси фигуру, называемую диаграммой циклического деформирования или петлей гистерезиса.

Эта диаграмма характеризуется размахом напряжения и полной относительной деформации. Размах полной деформации состоит из упругой и пластической части, последняя равняется ширине петли гистерезиса. При повторении циклов растяжения-сжатия «новая» диаграмма деформирования материала практически полностью повторяет предыдущие и для циклически стабильных материалов приобретает устойчивый характер в пределах первых нескольких десятков циклов.

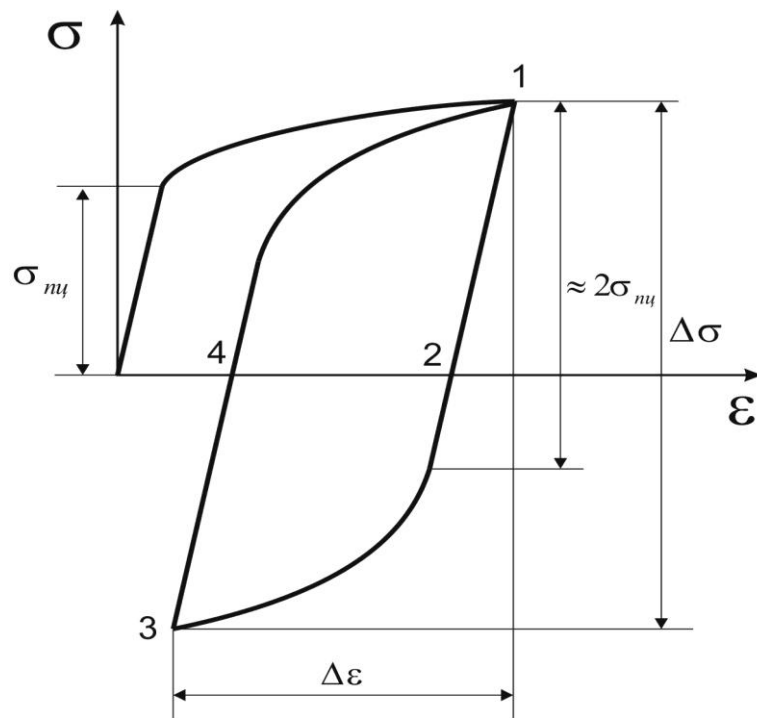


Рисунок 2.1 – Образование диаграммы циклического деформирования

При ином уровне амплитуды нагружения диаграмма деформирования меняет свою форму, поэтому для описания упругопластического циклического поведения материала проводят серию экспериментов при различных нагрузках и получают семейство петель гистерезиса. Объединяя все петли одной точкой реверса можно построить *обобщенную циклическую кривую*. При наложении петель гистерезиса крайней точкой противоположные точки реверса образуют кривую зависимости размахов напряжений и деформаций. Объединяя нулевые точки можно получить график функции в амплитудах (Рисунок 2.2) Также зависимость циклических напряжений и деформаций может быть представлена в табличной форме [17, 22,

139] или в виде аппроксимирующей функции. Наиболее распространена аппроксимация обобщенной циклической кривой Рэмберга-Осгуда, разделяющая упругую и пластическую составляющие деформации [62]:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} + \left(\frac{\Delta \sigma}{2A'} \right)^{1/n'}, \quad (2.1)$$

где $\Delta \varepsilon$, $\Delta \sigma$ – размахи деформаций и напряжений, E – модуль Юнга, A' , n' – коэффициенты упрочнения.

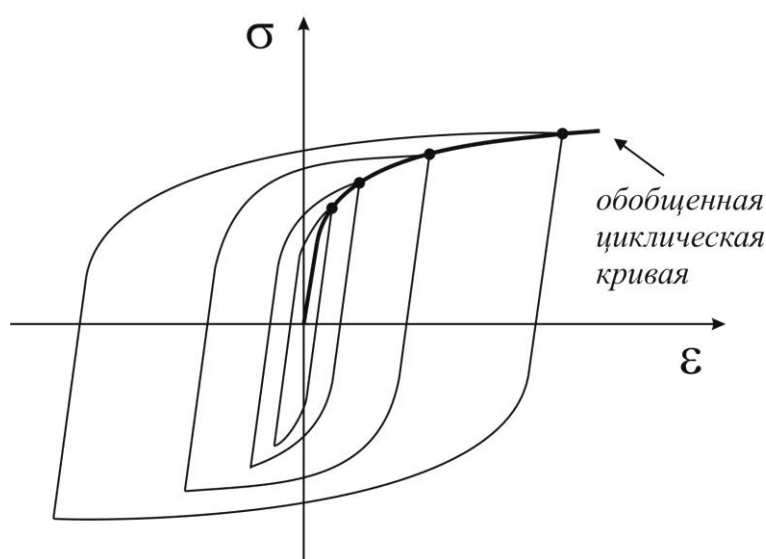


Рисунок 2.2 – Построение обобщенной циклической кривой

При разных уровнях циклической нагрузки, связанной с параметрами петли гистерезиса (размахом напряжения, пластической или полной деформации), число циклов до разрушения гладкого образца будет различным. Эмпирические зависимости между долговечностью и одним из параметров петли гистерезиса легли в основу силовых и деформационных критериев разрушения. Изучив поведение стали и некоторых сплавов при больших колебаниях температуры и, как следствие, развитой пластической деформации, Л. Коффин (L. Coffin) вывел следующую закономерность [54]:

$$\Delta \varepsilon_p = CN^{-a}, \quad (2.2)$$

где $\Delta\varepsilon_p$ – амплитуда пластической деформации, C , α – параметры материала, N – число циклов до появления макротрещины в образце, устанавливаемое во время испытания по искажению петель гистерезиса.

Коффин предполагал, что $\alpha = 0,5$ для большинства материалов, а параметр $C = -0,5 \ln(1-\psi)$, где ψ – относительное остаточное сужение площади поперечного сечения образца при разрыве, определяемое при монотонном нагружении. Дальнейшие испытания показали, что параметры C и α существенно зависят от материала.

Проведя несколько экспериментов при одинаковом размахе деформаций, Коффин выяснил, что разброс долговечности незначителен в малоцикловой области (при амплитуде напряжения выше предела текучести и при значениях долговечности, как правило, меньших 10^4), и уравнение (2.2) хорошо описывает экспериментальные данные. Практическое применение критерия Коффина несколько затруднено из-за необходимости выделения пластической деформации из полной. Использование в критерии разрушения пластической деформации феноменологически обоснованно, т.к. её связь с процессом усталости подтверждена многочисленными экспериментальными наблюдениями за эволюцией необратимых микросдвигов при циклическом нагружении. В работе [21] критерий (2.2) был обобщен для произвольного напряженного состояния и нагружения.

В многоцикловой области доля упругой составляющей в полной деформации увеличивается, на макроуровне она также вносит вклад в развитие повреждения из-за развития микропластической деформации, а следовательно, должна быть учтена в критерии разрушения. Считая упругую деформацию также зависимой от числа циклов, С. Мэнсон (S. Manson) предложил новую версию деформационного критерия [17, 22]:

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_p + \Delta\varepsilon_e = CN^{-\alpha} + BN^{-\beta}, \quad (2.3)$$

который, как правило, записывается через амплитуду полной деформации:

$$\Delta\varepsilon / 2 = (\sigma'_f / E)(2N_f)^b + \varepsilon'_f(2N_f)^c, \quad (2.4)$$

где E – модуль Юнга, σ'_f и ε'_f – коэффициенты усталостной прочности и пластичности, b и c – показатели степени, N_f – количество перемен нагрузки, полуциклов.

В малоцикловой области второе слагаемое, отвечающее упругой деформации, малó по сравнению с первым, поэтому критерий Мэнсона здесь соответствует критерию Коффина. Напротив, в многоцикловой области уменьшается вклад первого слагаемого, представляющего пластическую деформацию. Расчет долговечности по критерию Мэнсона заставляет прибегать к итерациям из-за невозможности напрямую выразить число циклов до образования макротрещины через размах деформаций.

Деформационный критерий может использоваться не только для обработки результатов испытаний гладких образцов, но и для оценки повреждения материала у вершины трещины в элементе конструкции. Обычно в этом случае выбирается критерий Коффина [32, 48, 52], немногочисленные известные примеры таких расчетов рассматриваются в следующем параграфе. Однако для областей материала, находящихся в некотором отдалении от вершины трещины, упругая и пластическая составляющие деформации могут быть соизмеримы, что делает целесообразным для расчета повреждения применение критерия Мэнсона, учитывающего вклад макроупругой (микропластической) деформации в процесс разрушения.

2.2 Примеры использования деформационного критерия разрушения для оценки накопления повреждений у вершины трещины

Одна из первых идей приложения деформационного критерия и обобщенной циклической кривой к оценке скорости роста трещины была предложена в [84]. Вводилось предположение о том, что в пределах пластической области при

вершине трещины упругопластические деформации распределены равномерно. Эта область была выбрана в качестве шага подрастания трещины. В работах Ф. Элайна (F. Ellyin) область пластической деформации разбивалась на несколько частей, размер которых мог бы характеризовать приращение трещины [68].

Чен Л. (Chen L.), Цай Л. (Cai L.) и Яо Ди (Yao D.) предложили обновленную модель накопления повреждений, в которой скорость подрастания трещины оценивалась по результатам малоцикловых испытаний гладких образцов [52]. Повреждение элементов материала рассчитывалось при помощи критерия (2.2) по правилу линейного суммирования (1.15). Величина приращения трещины выбиралась равной размеру пластической области у её вершины. Для описания упругопластического поведения материала использовались зависимости, представленные в работах [101, 126, 150]:

$$\Delta\varepsilon_p(r) = \frac{2\sigma_{yc}}{E} \left(\frac{r_c}{r} \right)^{1/(1+n)} \quad (2.5)$$

$$r_c = \frac{1}{4\pi k^2(1+n)} \left(\frac{\Delta K}{\sigma_{yc}} \right)^2, \quad (2.6)$$

где E – модуль Юнга, σ_{yc} – циклический предел пропорциональности, k – коэффициент напряженного состояния, n – параметр упрочнения, r – расстояние от рассматриваемого узла до вершины трещины, $\Delta\varepsilon_p$ – амплитуда пластической деформации, r_c – осредненный размер области пластической деформации при циклическом нагружении, ΔK – размах КИН.

Для устранения предполагаемой сингулярности деформаций (2.5) предложено заменить по Ирвину величину r на $r+x_I$, тем самым, переместив вершину трещины во внутреннюю область материала на x_I [126].

В случае плоского напряженного состояния скорость развития трещины хорошо согласуется с экспериментальными данными. Для плоской трещины вводится предположение о сохранении полуэллиптической формы фронта, а расчет повреждения выполняется только в двух основных направлениях ее роста [32]. В модели используются не только данные малоцикловых испытаний, но и

интерполяционные формулы для определения значений КИН для полуэллиптической трещины в растягиваемой пластине, полученные в [36]. В соответствии с (2.6) размер пластической области при циклическом нагружении связывается с размахом КИН, что не совсем феноменологически корректно, поэтому не вполне ясны преимущества заявленной модели по сравнению с более простым в использовании уравнением Пэриса. Также предложенный подход не учитывает влияние микропластической деформации на величину повреждения, что ограничивает его применение в многоцикловой области.

В работе [48] представлен алгоритм для приближенной оценки подрастания трещины, основанный на определении накопленных повреждений у вершины трещины, которая моделируется конечным радиусом, чтобы избежать сингулярности деформаций (2.5). Отмечается, что притупление вершины трещины экспериментально подтверждено, а бесконечно малый радиус – следствие математической модели трещины. Как и вышеуказанных работах, используется идея о разбиении повреждаемой области на участки и изолированном поцикловом подсчете накопленного повреждения с помощью критерия Мэнсона. Однако влияние истории нагружения рассмотрено косвенно – посредством введения поправки на среднее напряжение в упругую часть критерия Мэнсона. Поле деформаций определяется приближенно по правилу Нейбера. Стоит отметить, что для приведенной в работе последовательности нагружения, в которой малоинтенсивные размахи напряжения чередуются с интенсивными, влияние истории нагружения в значительной мере сглаживается.

Возможность моделирования стадии устойчивого роста трещины при плоском напряженном состоянии с использованием МКЭ и накопления повреждений в узлах, лежащих на пути ее распространения, показана в работе [31]. Трещина была получена расщеплением узлов, повреждение которых оценивалось деформационным критерием (2.3) и правилом линейного суммирования повреждений. Предполагалось, что повреждение осредняется в пределах пластической области, а шаг приращения трещины равен ее размеру. Однако моделирование трещины бесконечно тонким разрезом, по-видимому, не

совсем корректно, так как эксперименты обнаруживают притупление вершины трещины при переменном нагружении. Поэтому присутствие сингулярности напряжений на периферии от вершины трещины спорно. Также описанные модели, основанные на расчете повреждений у вершины трещины, не учитывают эффект раскрытия трещины (параграф 1.1.2).

2.3 Моделирование зарождения и роста трещины методикой накопления повреждений в элементах материала

В соответствии с предлагаемым автором подходом область распространения трещины разбивается на конечные элементы одинакового размера. После достижения в элементах критического повреждения, оцениваемого деформационным критерием разрушения и правилом линейного суммирования повреждений, их податливость увеличивается на несколько порядков. Эти элементы формируют фронт растущей трещины. Упругопластическое поведение каждого элемента материала перед вершиной трещины описывается обобщенной циклической кривой и критерием Мизеса, используется модель кинематического упрочнения и предположение о циклической стабильности материала. Расчеты выполняются с учетом геометрической нелинейности, так как на заключительном этапе подрастания трещины податливость элемента конструкции может значительно увеличиваться.

Предполагается, что конечные элементы материала представляют некоторое число зерен с приблизительно одинаковой ориентацией плоскостей скольжения. Деформирование каждого элемента подчиняется закономерностям механики сплошных сред, т.е. все элементы обладают одинаковыми макросвойствами материала. В МПС такой элемент соответствует понятию «элементарный представительный объем». Разбиение материала у вершины трещины на элементы для расчета повреждения довольно распространено [32, 48, 52, 68, 84, 110, 130] и, по-видимому, его впервые предложил Х. Нейбер (H. Neuber) [127]. Похожую

идею высказал П. Форсайт (P. Forsyth) на основании наблюдений структуры материала при развитии трещины усталости: «микроструктурные особенности металлов приводят к делению фронта трещины на сегменты, которые можно рассматривать как элементарные блоки, работающие с некоторой степенью независимости от соседних блоков, однако находящиеся под общим влиянием макротрещины» [78]. Принцип фрагментации материала на элементы может использоваться для оценки разброса долговечности с помощью статистического моделирования их характеристик сопротивления переменному нагружению или механических свойств [98, 143]. В ряде работ принято упрощенное представление поведения элемента материала перед вершиной трещины как деформирование образца при одноосном напряженном состоянии [48].

Определенные трудности вызывает выбор размера элемента. Ранее при моделировании трещины вырезом конечного радиуса предлагалось принимать размер элемента материала равным радиусу скругления кончика трещины [78]. Величину радиуса было рекомендовано принимать равной расстоянию от вершины трещины вне пределов пластической области, на котором развивается среднее напряжение, равное пределу усталости. При этом величина радиуса не должна превосходить 0,1 длины трещины [171]:

$$\rho = \frac{1,633}{2\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\Delta \sigma_{fl}} \right)^2, \quad (2.7)$$

где ΔK_{th} – размах порогового КИН, $\Delta \sigma_{fl}$ – предел усталости.

По-видимому, одним из основных условий, определяющих размер элементов, может быть однородность распределения по нему поврежденности. Очевидно, что повреждение материала в пределах области пластической деформации нельзя считать равномерно распределенным. Поэтому размер элементов должен быть меньше размера пластической зоны. С другой стороны, если за величину элемента принимать размер зерна, то необходимо учитывать анизотропию материала, сложный характер взаимодействия на межзеренных границах, а также использовать специальные элементы, которые могли бы

отражать форму зерна. В этом случае нельзя считать напряжения и деформации равномерно распределенными по элементу. Поэтому с точки зрения автора оптимален размер элемента от одного до несколько зерен, составляющий некоторую часть (например, 0,2 у Ф. Элайна [68]) от размера пластической области.

Элементы материала, лежащие на пути распространения трещины, находятся в разных условиях нагружения, даже в случае, когда узел конструкции подвергается переменному нагружению с постоянной амплитудой. Области материала, находящиеся в непосредственной близости от вершины трещины, деформируются интенсивнее и, следовательно, больше повреждаются, чем области на периферии. Согласно предлагаемой методике моделирования развития разрушения любой элемент в течение каждого цикла нагружения получает повреждение, определяемое размахом циклической деформации в направлении, перпендикулярном плоскости фронта трещины. Процесс развития трещины усталости заключается в последовательном удалении элементов материала в соответствии с законом накопления повреждений и выбранным критерием разрушения. Разрушение элемента материала моделируется путем искусственного уменьшения его жесткости на несколько порядков по сравнению с окружающим материалом. Размер элемента определяет шаг приращения трещины в конкретной точке фронта. Способ удаления конечных элементов широко применяется при расчетном моделировании хрупкого и квазихрупкого разрушения [29, 70, 169], гораздо реже – при знакопеременном нагружении в случае развития трещины усталости [15, 136].

Для проведения многошагового упругопластического расчета в программе ANSYS используется опция мультилинейного кинематического упрочнения (MKIN), учитывающая эффект Баушингера. Выбор вида упрочнения объясняется тем, что он хорошо описывает циклическое поведение материалов, для которых справедлив критерий пластичности Мизеса. Однако предложенный подход не исключает возможности использования при моделировании изотропной или комбинированной модели поведения материала и других критериев пластичности.

На начальном шаге расчета рассчитывается поле деформаций в направлении, перпендикулярном плоскости фронта трещины, для всех элементов, лежащих в предполагаемой области распространения трещины, в которых развивается пластическая деформация. Эти элементы могут лежать в вершине начального выреза, либо, при его отсутствии, в области концентрации напряжений, тогда в качестве индикатора начала разрушения может использоваться предварительно введенная неоднородность в сопротивлении материала переменному нагружению. Затем с помощью деформационного критерия Мэнсона (2.4) устанавливается число циклов до разрушения каждого элемента N_i^1 (здесь и далее нижний индекс соответствует номеру элемента, верхний – номеру шага расчета), и из них выбирается наименьшее значение $\min\{n_i^1\}$, соответствующее наиболее напряженному элементу. Для всех элементов вычисляется накопленное на первом шаге повреждение, у наиболее деформируемого элемента оно становится равным единице:

$$d_i^1 = \frac{\min\{n_i^1\}}{N_i^1}. \quad (2.8)$$

После начального шага выполняется расчет обновленного напряженно-деформированного состояния и определяется число циклов до разрушения следующего элемента с учетом накопленного им повреждения на первом шаге расчета. Когда трещина достигает определенного элемента, его повреждение становится критическим. Элемент выключается из работы, перераспределяя усилия на окружающие его элементы. Значение повреждения элемента вычисляется как сумма повреждений, накопленных им за все предшествующие циклы. Критерий разрушения каждого элемента, описываемый правилом линейного суммирования повреждений, может быть представлен так:

$$d_i^j = \sum_j \frac{\min\{n_i^j\}}{N_i^j} = \sum_j \frac{\min\{N_i^j(1 - d_i^{j-1})\}}{N_i^j} = 1, \quad (2.9)$$

где $\min\{n_i^j\}$ – число циклов до разрушения наиболее «слабого» элемента на j -м шаге процедуры, определяемое его накопленным повреждением d_i^{j-1} за $j-1$ шагов, N_i^j – число циклов до разрушения i -го элемента на j -м шаге, вычисляемое на основании деформационного критерия разрушения (2.4) без учета накопленного повреждения.

С развитием повреждения элементы материала у вершины трещины утрачивают способность сопротивляться нагрузке, их упругие характеристики снижаются, изменяется циклическая диаграмма деформирования, что подтверждается испытаниями образцов при крайне малоцикловой усталости [106]:

$$\tilde{E}_i^j = (1 - d_i^j)E, \quad (2.10)$$

где d_i^j – скалярная величина текущего повреждения элемента материала.

Увеличение податливости материала, связанное с его разрыхлением, по-видимому, характерно лишь для сильно поврежденных областей у вершины трещины. При таком состоянии материала перед разрушением накопление повреждений может происходить с увеличивающейся интенсивностью. Изучение накопления повреждений в областях материала с различной интенсивностью деформирования требует дальнейших экспериментальных исследований.

Поцикловый анализ напряженно-деформированного состояния для оценки текущей скорости подрастания трещины вызывает значительные вычислительные трудности, особенно в многоцикловой области. Поэтому предполагается, что в течение числа циклов до разрушения очередного элемента напряженно-деформированное состояние при вершине трещины не меняется.

В начальной стадии развития трещины элементы разрушаются при самой низкой амплитуде деформирования, поэтому число циклов до разрушения первых элементов довольно велико, и скорость роста трещины в начальной фазе невысока. С распространением трещины в пределах пластической зоны оказывается все большее число элементов материала, их амплитуды нагружения

возрастают, и трещина растет с увеличивающейся скоростью. Расчет продолжается до достижения критического состояния конструкции, например, появления сквозной трещины или реализации условий хрупкого разрушения.

Одно из преимуществ данного подхода состоит в том, что стадии образования и подрастания трещины не разделяются и рассматриваются в качестве единого процесса, управляемого постепенным накоплением повреждений.

При последовательном разрушении материала и продвижении трещины в элементах перед вершиной трещины происходит деформирование с возрастающей интенсивностью. Поэтому важно рассмотреть характер накопления повреждений для такого вида нагружения. Из результатов испытаний образцов при одноосном напряженном состоянии известно, что в случае ступенчатого перехода от малоинтенсивного к более интенсивному переменному нагружению, а также при нагружении в обратной последовательности, величина деформации с некоторым запозданием достигает нового значения [23, 113]. Следовательно, правило линейного суммирования повреждений может приводить к заниженному прогнозу долговечности и усталостной прочности при возрастании амплитуды нагружения.

Элементы материала перед вершиной трещины испытывают монотонно возрастающее нагружение, в котором по мере ее подрастания меняется масштаб деформации. В таком случае, можно предполагать, что инерция пластической деформации при развитии трещины и плавно увеличивающемся нагружении элементов материала не успевает проявиться настолько явно, как в случае грубого, ступенчатого увеличения амплитуды нагрузки. Значит, правило линейного суммирования повреждений может быть подходящим для оценки повреждения элементов при распространении трещины. Для проверки этого предположения необходимо проведение испытаний стандартных образцов с монотонно увеличивающейся амплитудой деформации.

Моделирование эффекта раскрытия трещины

Существует множество экспериментальных данных, подтверждающих, что смена амплитуды нагрузки приводит к ускорению или замедлению темпа развития трещины [76, 80]. Влияние истории нагружения на рост трещины определяется, прежде всего, эффектом раскрытия трещины, связанным с инерционностью развития пластической деформации у вершины трещины и формированием остаточных напряжений при разгрузке. Эволюция повреждения, по-видимому, не может происходить в течение части цикла, когда трещина закрыта. Из-за этого некоторая доля размаха деформации (нагрузки) оказывается «неэффективной» для развития разрушения. Для описания влияния неполного раскрытия трещины в данной работе вводится корректирующий коэффициент раскрытия U , идентичный ПРТ, предложенному Элбером [66]:

$$\Delta \varepsilon_{eff} = U \Delta \varepsilon \quad (2.11)$$

Использование эффективного размаха деформации в контексте неполного раскрытия трещин в предшествующих работах применялось для оценки долговечности на стадии образования макротрещины при нерегулярном нагружении, при этом вводилось консервативное допущение о равенстве деформации раскрытия и закрытия трещины [110].

Экспериментальное определение параметра U для плоских трещин вызывает значительные сложности из-за труднодоступности внутренних точек фронта. Кроме того, на ПРТ оказывают влияние факторы, которые трудно поддаются описанию и моделированию – депланация фронта, шероховатость поверхностей берегов, образование продуктов окисления у вершины трещины.

В работе [174] было показано, что при моделировании сквозной трещины при помощи МКЭ момент закрытия трещины соответствует точке изменения знака узлового напряжения в вершине трещины в направлении, перпендикулярном плоскости ее фронта (Рисунок 2.3а). Численное изучение контакта берегов трещины позволило установить применимость этого

соображения и к процессу раскрытия полуэллиптических трещин [158]. Тем не менее, значения ПРТ оказались несколько завышенными по сравнению с экспериментальными.

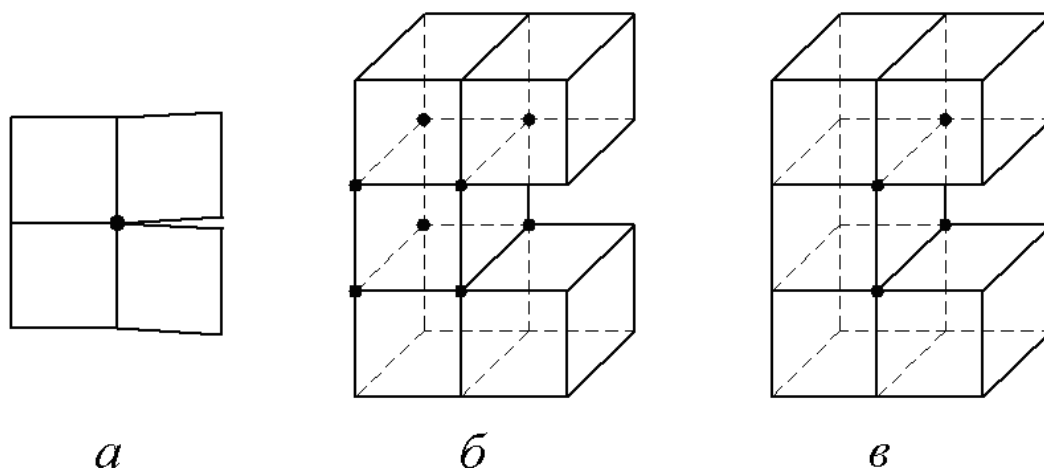


Рисунок 2.3 – Определяющие узлы для вычисления ПРТ

Когда вершина плоской трещины моделируется прямоугольной возможно определение момента закрытия трещины по изменению знака среднего перпендикулярного плоскости фронта напряжения в узлах элемента, лежащего перед вершиной (Рисунок 2.3б) либо только в узлах вершины трещины (Рисунок 2.3в). Результаты моделирования развития полуэллиптической трещины, изложенные в четвертой главе, показали, что последний способ дает лучшее приближение к экспериментальны данным.

2.4 Идентичность повреждений

При оценке усталостной долговечности элементов конструкций с концентраторами напряжений из-за значительного разброса значений числа циклов до разрушения возникает потребность в большом числе экспериментов при разных условиях нагружения. Поэтому естественным является стремление к сведению набора необходимых экспериментов к минимально затратным

стандартным испытаниям гладких образцов для оценки долговечности конструкций по их результатам. При этом нужно поставить условия, при которых повреждение образцов с концентраторами напряжений было бы эквивалентно повреждению гладких образцов. В данной работе предполагается такая идентичность на протяжении всего процесса усталостного разрушения. Она заключается в том, что увеличению податливости образца при одноосном напряженном состоянии соответствует уменьшение жесткости элемента материала перед вершиной трещины при той же интенсивности деформирования.

Тенденция к оценке долговечности элементов конструкций по результатам испытаний гладких образцов обозначилась во второй половине XX века. Попытку установить соотношение между пределами усталости гладких образцов и образцов с концентраторами напряжений предприняли В.П. Когаев и С.В. Серенсен [1, 13, 27]. Выделив факторы, влияющие на сопротивление усталости элементов конструкций (концентрация напряжений, абсолютные размеры, асимметрия нагружения), они предложили «статистическую теорию подобия усталостного разрушения», основанную на теории прочности «наиболее слабого звена» Вейбулла. Эта теория была подтверждена многочисленными экспериментальными исследованиями [119]. В соответствии с ней вводится величина критерия подобия усталостного разрушения (образования видимой макротрещины), равная частному периметра рабочего сечения элемента и относительного градиента наибольших главных напряжений. Предполагается, что для всех образцов, имеющих разные очертания концентраторов, масштаб, виды нагружения, но одинаковый критерий подобия, функция распределения предела усталости будет идентичной. Тогда возможно соотнести пределы усталости гладкого образца и детали конструкции:

$$\frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1d}} = 2K_t / \left(1 + \left[\frac{1}{88,3} \cdot \frac{L}{\bar{G}} \right]^{-v_c} \right), \quad (2.12)$$

где K_t – теоретический коэффициент концентрации напряжений; $\frac{L}{G}$ – критерий подобия усталостного разрушения, мм^2 ; $88,3 \text{ мм}^2$ – значение критерия подобия для гладкого образца диаметром $7,5 \text{ мм}$ при изгибе с кручением; v_c – параметр материала, зависящий от его чувствительности к концентрации напряжений и масштабному фактору.

Основной недостаток теории подобия усталостного разрушения состоит в неопределенности физической оценки повреждения (размера трещины) в элементе конструкции. Между тем, размер трещины крайне важен для дальнейших расчетов ее подрастания. Применение выражения (2.12) делает возможным ориентировочное прогнозирование стадии зарождения трещины для определенных видов образцов, характеризующихся масштабным фактором, связанным с конкретным гладким образцом. Теория устанавливает подобие разрушения для разных образцов, предполагающее формирование макротрещины видимого размера ($0,1 - 0,5 \text{ мм}$). Следует отметить, что при рассмотрении различных элементов конструкций с одинаковым значением критерия подобия в контексте данной теории уместнее, однако, говорить не о подобии усталостного разрушения, а о его примерной идентичности с определенной вероятностью. В сущности использование критерия подобия позволяет установить соотношение между пределами усталости геометрически подобных образцов, что эквивалентно использованию эффективного коэффициента концентрации напряжений и параметра, учитывающего масштабный эффект при анализе долговечности с помощью S-N кривых.

Теория подобия усталостного разрушения, очевидно, не подразумевает идентичности повреждений в системе «образец-конструкция». Сложность установления такого соответствия возникает из-за градиента напряжений (деформаций) у вершины трещины.

В стадии зарождения трещины, когда накопление повреждений в существенной степени зависит от начальной концентрации напряжений, оценка повреждения крайне затруднена. Согласно упрощенному подходу, на котором

основано большинство правил по расчету усталостной долговечности, предполагается, что поведение материала в области пластической деформации концентратора напряжений эквивалентно сопротивлению усталости гладкого образца. Следовательно, при использовании местных значений напряжений (деформаций) возможно приближенное определение числа циклов до формирования трещины на основании малоцикловых испытаний стандартных гладких образцов, например с цилиндрической рабочей частью. При этом отсутствует идентичность повреждений в системе «образец-конструкция». Если степень повреждения гладкого образца определяется точно (обычно по разрушению либо искажению петель гистерезиса в финальной части испытания), то оценка повреждения элемента конструкции при том же уровне напряжений (деформаций) неоднозначна и, как правило, вводится консервативное допущение о «разрушении» пластической области. Главная причина этого явления – отсутствие эквивалентности напряженных состояний в образце и элементе конструкции, в области концентрации напряжений распределение напряжений (деформаций) в существенной степени неоднородно.

В стадии устойчивого развития трещины, когда ее подрастание контролируется собственной пластической областью у вершины, влияние начального концентратора напряжений уменьшается. Поэтому оценка долговечности элемента конструкции на этой стадии может быть выполнена с высокой степенью точности на основании испытаний стандартных компактных образцов или пластин с надрезами по методике ЛМР (Рисунок 2.4). На этой стадии хорошо выражена идентичность повреждений в системе «образец-конструкция».

Длительности стадий зарождения и развития трещины усталости могут быть неодинаковы для различных конструкций, поэтому актуальной для инженерного применения представляется разработка подходов к оценке усталостной долговечности, рассматривающих две стадии в качестве единого процесса накопления повреждений.

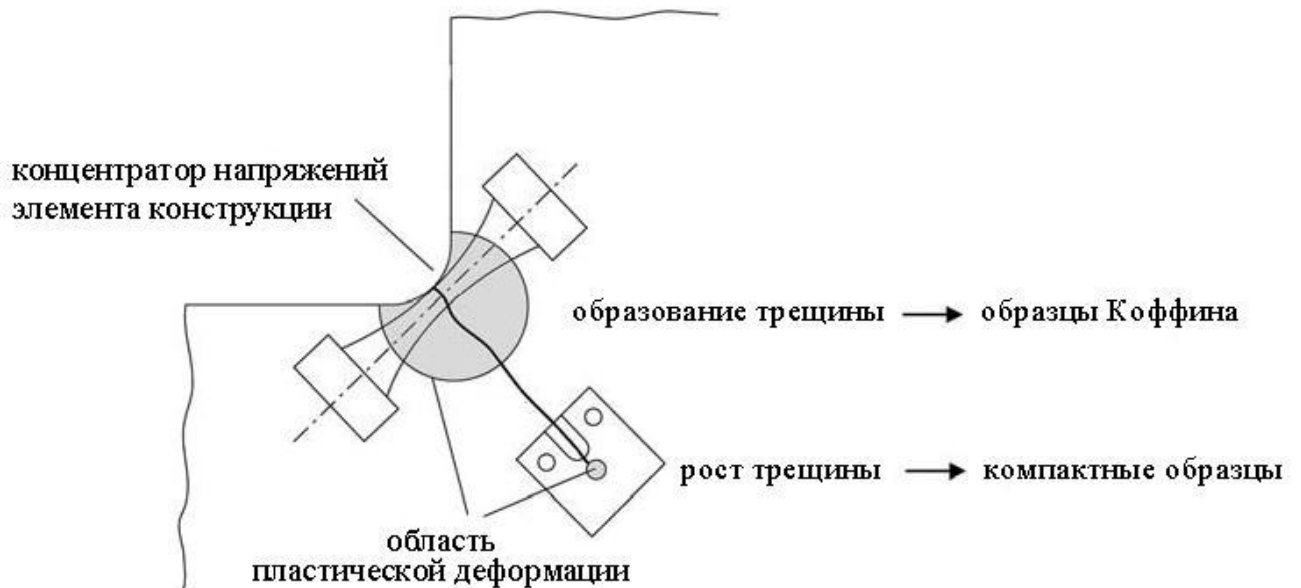


Рисунок 2.4 – Использование различных образцов для изолированного описания стадий образования и роста трещин усталости в элементе конструкции [99]

В соответствии с разработанным в данной работе подходом предлагается разбиение области распространения трещины на конечные элементы материала, при этом реализуется идентичность повреждения в системе «образец-конструкция» от начала развития усталостного повреждения до достижения макротрещиной критического размера. Она выражается в том, что разрушению гладкого образца при однородном напряженном состоянии соответствует разрушение элемента материала перед вершиной трещины при том же уровне напряженности и приращение трещины на размер этого элемента, определяющее формирование ее фронта. Установление идентичности повреждений в таком виде предполагает, что напряженное состояние элемента материала однородно, т.е. фактически градиентное поле деформаций заменяется эквивалентным дискретно-постоянным полем с помощью осреднения значений деформаций в узлах элемента. Рассматривая известные подходы в данном направлении, можно заключить, что предположение о фрагментации области пластической деформации перед вершиной трещины на несколько элементов [68] приводит к более выраженной тождественности повреждений, чем допущение об однородном распределении деформаций в пределах пластической области [84].

2.5 Программа конечно-элементного расчета

Для реализации предложенного подхода к моделированию распространения плоских трещин усталости в конечно-элементном комплексе ANSYS на основании разработанного алгоритма была написана программа автоматического расчета накопленного в элементах повреждения и последовательного изменения их податливости при циклическом нагружении. Программа была разработана на языке параметрического моделирования APDL (ANSYS Parametric Design Language).

Расчет начинается с определения числа элементов **n_elem**, находящихся в области распространения трещины, задания необходимых скалярных параметров и основных массивов (Таблица 2.1). В первые столбцы массивов **g0** и **g1** заносятся номера элементов, в первую плоскость **g0** – номера их узлов для определения осредненных по элементу деформаций.

Таблица 2.1 – Основные массивы

Название массива и его параметры	Описание
cycle(n_elem,1,1)	Вектор для записи долговечности
g0(n_elem,9,6)	Трехмерный массив для сохранения значений деформаций в узлах и элементах
g1(n_elem,8,1)	Смешанный двумерный массив для определения текущих значений повреждения
u(n_elem,10,3)	Трехмерный массив для определения ПРТ
num_cycles(n_elem,1,1)	Вектора для нахождения минимального числа циклов до разрушения каждого элемента
cycle(n_elem,1,1)	

После нагружения на каждом шаге определяются те элементы с неединичным повреждением, в которых обнаружилась пластическая деформация (условный критерий $\varepsilon_p > 10^{-5}$). Для этого во вторую плоскость **g0** при нагружении записываются значения пластической деформации в направлении,

перпендикулярном фронту трещины, а для элементов с имеющейся пластической деформацией – значения полной деформации в третью плоскость **g0**. Во вторую плоскость массива **u** заносятся значения напряжений того же направления для последующего вычисления ПРТ.

Затем выполняется нагружение обратного направления (разгрузка при пульсирующем нагружении) и для элементов, обнаруживших пластическую деформацию во время первой нагрузки, в пятую плоскость **g0** записываются значения пластической деформации. Одновременно рассчитываются напряжения в третьей плоскости **u**.

На основании предположения о смене знака напряжений в вершине трещины при ее закрытии определяется ПРТ в восьмом столбце **g1**. Также во второй столбец **g1** заносятся размахи пластической деформации. Считается, что повреждаются элементы, у которых размах пластической деформации $\Delta\varepsilon_p > 10^{-6}$, для них в четвертой плоскости **g0** определяются полные деформации при разгрузке, а в третий столбец **g1** записываются эффективные значения размаха полной деформации.

Четвертый столбец **g1** занимают значения числа циклов до разрушения при определенном значении $\Delta\varepsilon_{eff}$, вычисляемые на основании критерия Мэнсона (2.3). Для этого зависимость $N = f(\Delta\varepsilon_{eff})$ аппроксимируется в виде двух функций отдельно для малоцикловой и многоцикловой областей (предполагается, что погрешность оценки долговечности с помощью аппроксимирующих функций менее 5%).

Далее в седьмом столбце **g1** определяется число циклов до разрушения каждого элемента с учетом накопленного к текущему шагу повреждения. Для элементов, в которых пластическая деформация не развивалась, число циклов до разрушения предполагается бесконечно большим и принимается равным 10^{50} . Сортировка значений N для всех элементов с помощью массивов **num_cycles** и **cycle** позволяет определить N_{min} – минимальное число циклов до разрушения, заносимое в пятый столбец **g1**, и соответствующий ему элемент, который

выйдет из строя в текущем шаге расчета. В шестом столбце **g1** для каждого элемента выполняется суммирование повреждений.

Затем перед следующим циклом расчета изменяются свойства материала из-за накопленного повреждения в соответствии с (2.9). Элементам материала с повреждением, равным 1, присваивается модуль Юнга на 5 порядков меньший по сравнению с основным материалом. В массив **cycle** записывается текущее число циклов на данном шаге, большее на N_{min} , чем на предыдущем (Рисунок 2.5).

С каждым следующим шагом процедура расчета повторяется для видоизмененного напряженно-деформированного состояния до заранее определенного критического состояния, соответствующего, например, достижению трещиной определенной длины a_{cr} в каком-либо направлении. Принципиальная блок-схема предложенного алгоритма представлена на рисунке 2.5, входные и выходные данные из-за их большого числа не показаны. Предполагается, что на каждом шаге вычисления выполняются для всех рассматриваемых i – элементов. Программный код на языке APDL приведен в приложении.

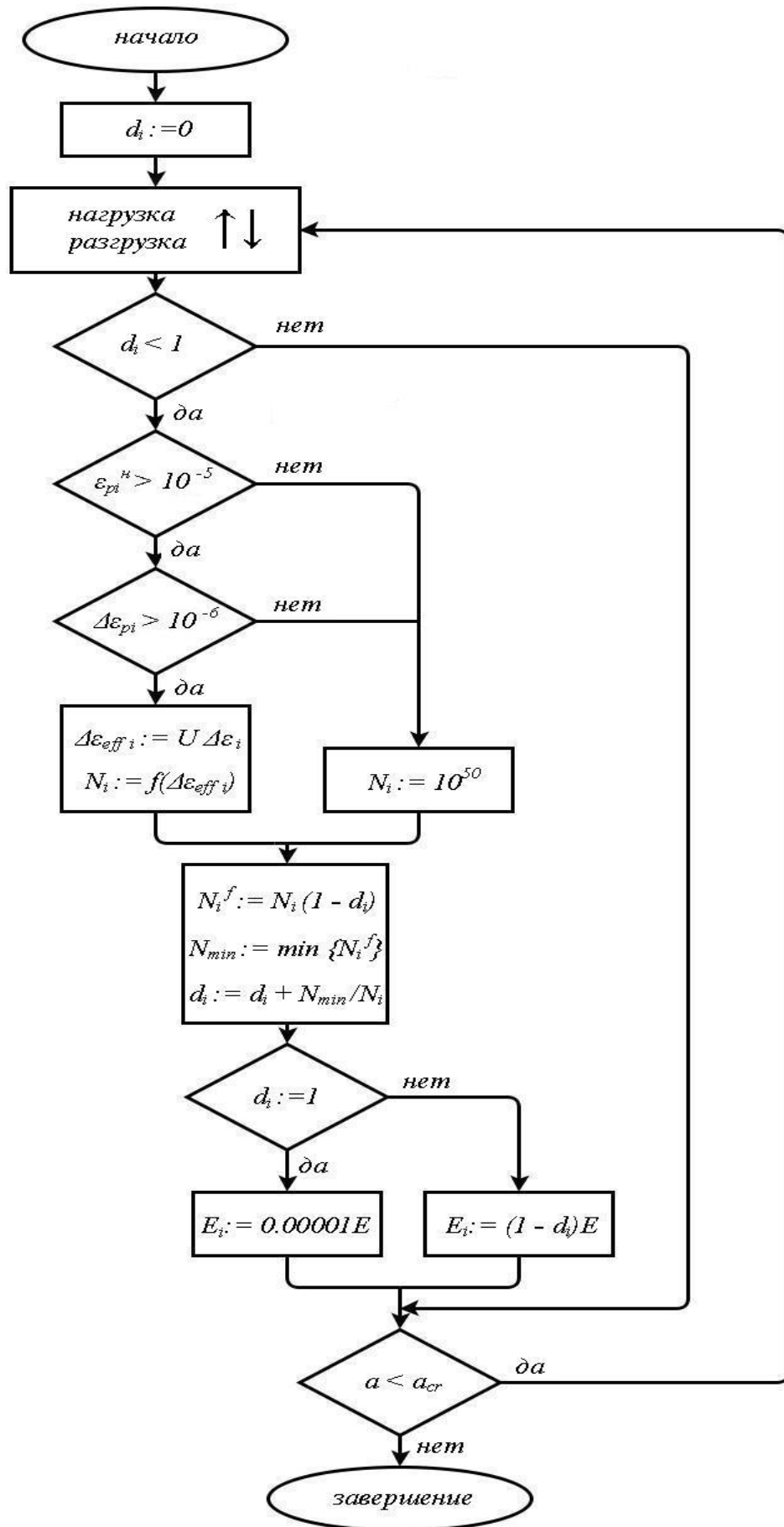


Рисунок 2.5 – Принципиальная блок-схема для оценки повреждения материала

2.6 Выводы по главе

Предложена схема моделирования зарождения и распространения плоских трещин усталости с помощью конечно-элементного моделирования накопления повреждений. Для использования данной схемы достаточно располагать свойствами циклического упругопластического деформирования материала (обобщенная циклическая кривая) и деформационным критерием разрушения, которые могут быть получены в результате испытаний стандартных образцов при одноосном напряженном состоянии. При этом хорошо выражена идентичность повреждений в системе «образец-конструкция».

Впервые идея применения правила линейного суммирования повреждений для оценки подрастания трещин усталости была сформулирована достаточно давно, однако лишь недавно она получила развитие для моделирования распространения сквозных [15, 136] и, в данной работе, плоских трещин.

Одно из важных преимуществ использования методики накопления повреждений заключается в возможности моделирования процесса разрушения при отсутствии ярко выраженного начального дефекта, необходимого для расчета подрастания трещины с применением КИН. В качестве причины возникновения трещины может выступать, например, местная неоднородность в сопротивлении материала усталостному разрушению.

Предложенный подход объединяет фазы зарождения и распространения трещины усталости, рассматривая их в виде единого процесса накопления повреждений. Такое представление процесса разрушения феноменологически корректно, т.к. он управляется одинаковыми механизмами необратимых сдвигов на всех стадиях. Так как сетка конечных элементов не перестраивается при подрастании трещины, сохраняется информация о текущей поврежденности элементов материала. На основании анализа напряжений у вершины трещины учитывается влияние раскрытия трещины на процесс ее развития введением в критерий разрушения эффективного размаха полной деформации в направлении, перпендикулярном плоскости фронта трещины.

3 МОДЕЛИРОВАНИЕ НАКОПЛЕНИЯ ПОВРЕЖДЕНИЙ И РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ С УЧЕТОМ НЕОДНОРОДНОСТИ МИКРОСТРУКТУРЫ

Разрушение образцов при переменном одноосном нагружении связано с постепенным накоплением повреждений в их рабочей части. Из-за отсутствия концентрации напряжений в пределах большей части долговечности это накопление повреждений может происходить без видимого образования макротрещины, в отличие от развития повреждения в образцах с концентраторами напряжений и узлах конструкций. На заключительной стадии испытания поверхность рабочей части огрубляется, и происходит стремительное развитие трещины. Податливость образца значительно увеличивается, петли циклического деформирования искажаются, и испытание завершается.

Так как стадия развития трещины при разрушении образца очень мала по сравнению со стадией ее образования, как правило, предполагается, что напряженное состояние остается однородным на протяжении всего испытания. Для описания усталостной прочности стандартных образцов обычно используют получаемые в эксперименте силовые, деформационные и энергетические критерии разрушения.

Для моделирования процесса разрушения на уровне микроструктуры получила широкое распространение МПС [106]. В соответствии с основными принципами МПС элементам материала присваивается параметр поврежденности, имеющий тензорную или скалярную форму, который напрямую связан со степенью деградации элементов материала. Эволюция поврежденности оценивается обычно с применением характеристик напряженно-деформированного состояния, сопряженных с разрушением. Например, полагая повреждение связанным степенной зависимостью с размахом пластической деформации, возможно моделирование образования «чашечки» в испытаниях на монотонное растяжение [176].

3.1 Моделирование разброса долговечности

Результаты испытаний на усталостную долговечность обычно характеризуются довольно широким разбросом, особенно в многоцикловой области. Для корректного прогноза ресурса конструкций необходимо располагать расчетной S-N кривой материала, соответствующей низкой вероятности разрушения. Экспериментальное получение S-N кривой времязатратно и дорого, поэтому актуальным представляется моделирование разброса долговечности. Экспериментально показано, что основные причины разброса числа циклов до разрушения – неоднородность микроструктурных свойств материала и влияние начальных дефектов [105, 109, 159]. Следовательно, результирующий разброс долговечности закладывается на ранних стадиях развития повреждения, до образования видимой макротрещины. Моделирование зарождения трещины с учетом микроструктурных особенностей может выполняться при помощи МКЭ. Например, в [40] начальная неоднородность свойств элементов материала была задана разным сопротивлением элементов накоплению повреждений в соответствии с распределением Вейбулла для случайных величин. Однако была рассмотрена задача о плоском напряженном состоянии, и влияние пластической деформации не учитывалось.

Результаты моделирования начальной стадии разрушения, полученные А. Ринальди (A. Rinaldi), показали, что правило линейного суммирования повреждений может эффективно использоваться для прогнозирования разброса долговечности при моделировании микроструктуры. В предложенной им модели межзеренные границы представлялись в виде линейно-упругих пружин с варьирующимся сопротивлением усталости, описываемым S-N кривой. Соответственно, предполагалось интергранулярное образование трещины [145]. Разработаны и более сложные способы моделирования накопления повреждений в микроструктуре, например, с применением Voronoi Finite-Element Method и метода вариации модуля Юнга [21].

В многоцикловой области усталости моделирование процесса разрушения, как правило, заканчивается, когда повреждение какого-либо элемента материала достигает критического значения. В малоцикловой области стадия подрастания трещины может быть более выраженной, поэтому актуально развитие способов моделирования повреждения, которое не ограничивается стадией зарождения трещины.

В данной главе описано моделирование накопления повреждений в цилиндрической рабочей части образцов из стали С45 с учетом неоднородного сопротивления усталости элементов материала, которое завершается образованием плоской макротрещины.

3.2 Использование методики накопления повреждений с учетом неоднородности структуры материала

Предложенный в данной работе подход позволяет моделировать влияние неоднородности сопротивления материала переменному нагружению на экспериментально обнаруживаемый разброс долговечности. Область предполагаемого развития повреждения разбивается на ряд конечных элементов примерно равного размера. Для изучения чувствительности решения к размеру элементов в настоящей работе анализируются три различные по подробности сетки. Элементы разделяются на два типа – перлит и феррит, соотношение между фракциями которых определяется на основании анализа микроструктуры. Элементы этих двух типов случайно распределены в пределах рабочей части образца и отличаются разным циклическим упрочнением.

В соответствии с экспериментальными данными испытывались несколько образцов из стали С45 по симметричному циклу ($R = -1$) при частоте 63 Гц на резонансной машине RUMUL-Testronic (Рисунок 3.1). Целью испытаний было получение ориентировочной S-N кривой ускоренным методом RAPID [24]. Для приближенного определения предела усталости сначала проводилось испытание с

постепенно увеличивающейся амплитудой напряжения, в течение которого велась запись изменения температуры, пластической деформации и разности потенциалов в противоположных областях рабочей части образца. При достижении амплитудой напряжения 340 МПа происходило резкое увеличение значений температуры и пластической деформации, поэтому эта амплитуда считалась равной пределу усталости. Далее в соответствии с методом RAPID на основании оценочного предела усталости были назначены амплитуды напряжения, при которых в дальнейшем проводились испытания для построения S-N кривой. Также с использованием оборудования PixelFerber был проведен анализ микроструктуры поверхности, показавший преобладание двух фаз – феррита и перлита. По результатам исследования поверхности средний размер зерна перлита равен 30 мкм, процентное содержание феррита – 16,16%. Данные перечисленных в этом параграфе экспериментов были предоставлены Ш. Сиддиком (S. Siddique), TU Dortmund University.

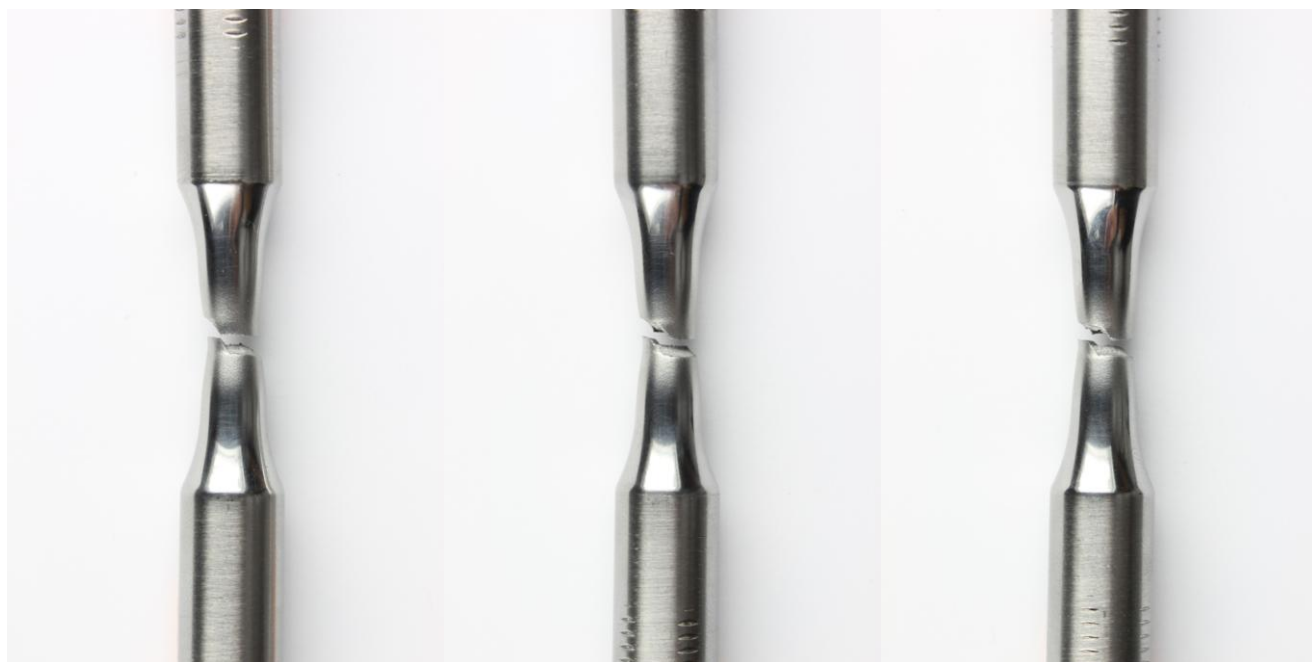


Рисунок 3.1 – Образцы из стали C45 после разрушения
(с разрешения TU Dortmund University)

Из-за недостатка экспериментальных данных о циклическом разупрочнении стали С45 ее поведение описывалось в предположении циклической стабильности. Константы аппроксимации (2.1) обобщенной циклической кривой $n' = 0,157$; $A' = 1530$ МПа были приняты для элементов перлита по результатам испытаний похожей по статическим свойствам стали 20MnCr5 (модуль Юнга $E = 1,94 \times 10^5$ МПа, условный предел текучести $\sigma_{y,0.2\%} = 695$ МПа, предел прочности $\sigma_u = 960$ МПа, относительное остаточное удлинение при разрыве $\varepsilon_{pl,u} = 14\%$) из-за отсутствия прямых экспериментальных данных о циклическом поведении рассматриваемой высокопрочной стали С45 ($E = 1,92 \times 10^5$ МПа; $\sigma_{y,0.2\%} = 721$ МПа; $\sigma_u = 942$ МПа; $\varepsilon_{pl,u} = 16\%$) [108]. На основании измерений твердости известно, что феррит обладает более выраженными пластическими свойствами, чем перлит. В данном расчете предполагалось, что элементы феррита имеют циклический предел пропорциональности в два раза ниже значения для основных элементов перлита. Для более корректного описания циклических свойств двух фаз необходимы экспериментальные исследования сопротивления усталости микроструктуры. Усталостная прочность элементов материала описывалась деформационным критерием Коффина-Тавернелли [139]:

$$\Delta\varepsilon = CN^{-b} + 2\sigma_{-1} / E, \quad (3.1)$$

где $\Delta\varepsilon$ – размах полной деформации в цикле, σ_{-1} – предел усталости (был принят равным 340 МПа по результатам испытания с увеличивающейся амплитудой [24]), константы $C = 0,157$; $b = 0,4$ были назначены условно из-за отсутствия экспериментальных данных.

Последовательно удаляемые элементы в соответствии с процедурой, описанной во второй главе, образуют фронт трещины, которая быстро приводит к разрушению образца. Причиной зарождения трещины в данном случае служит неоднородность свойств материала. Первые разрушающиеся элементы определяют положение поперечного сечения рабочей части, в котором происходит дальнейшее развитие плоского фронта трещины в направлении,

перпендикулярном оси образца. Расчет прекращается, когда трещина достигает примерно трети поперечного сечения, и податливость образца значительно увеличивается.

3.3 Результаты моделирования

Анализ напряженного состояния при статическом нагружении показывает, что в центральной области рабочей части образца напряженное состояние можно считать однородным с большой степенью точности (Рисунок 3.2). Поэтому для дальнейшего моделирования накопления повреждений была выбрана центральная половина рабочей части образца длиной 6 мм. Для выявления зависимости развития повреждения образца от размера элементов было разработано три конечно-элементные сетки со средним размером элементов 375; 187,5 и 125 микрон соответственно (Рисунок 3.3).

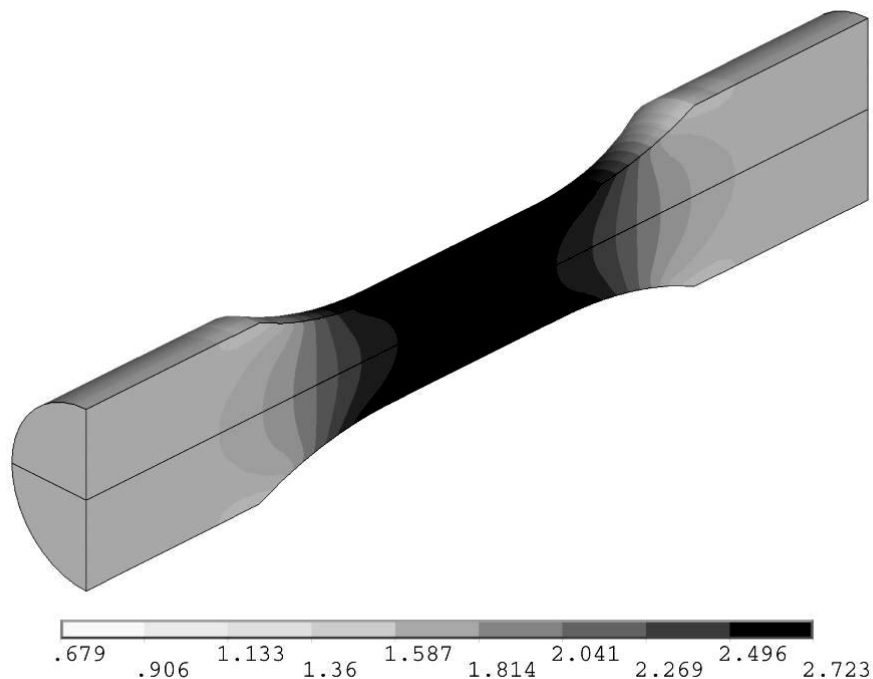


Рисунок 3.2 – Распределение осевых нормальных напряжений по продольному сечению образца при номинальном напряжении 1 МПа

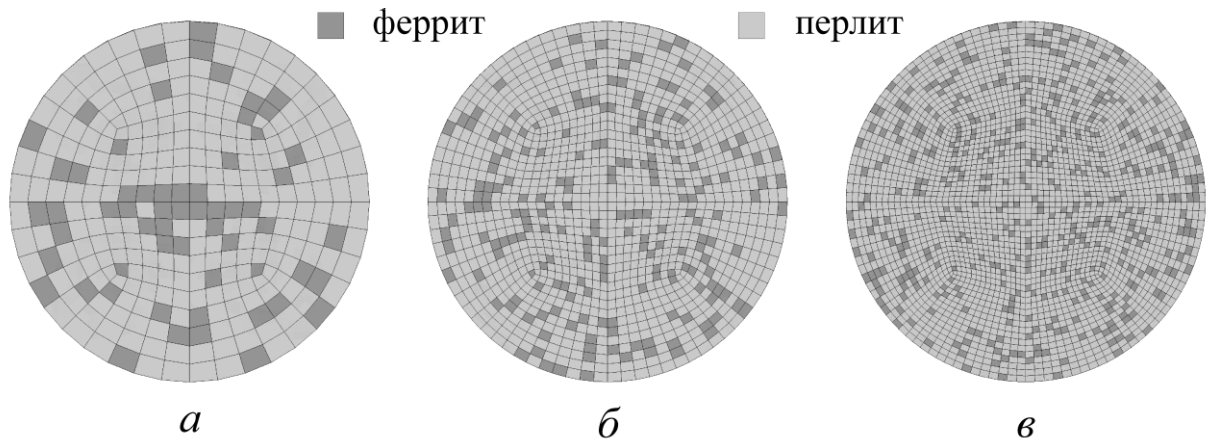


Рисунок 3.3 – Примеры случайного распределения элементов материала по поперечному сечению

Для построения моделей были использованы восьмиузловые изопараметрические элементы из библиотеки программного комплекса ANSYS 14.5. Изучение микроструктуры выявило содержание 16,16% ферритовой фракции в поперечном сечении [24], поэтому конечно-элементные модели включают соответствующую долю элементов феррита, случайно распределенных по объему рабочей части. Для каждой модели анализировалось пять распределений элементов материала.

После продолжительного периода накопления повреждений выявляется первый разрушающийся элемент. Источником разрушения служит одно из скоплений элементов феррита из-за их предполагаемой большей податливости. Трещина сильно влияет на напряженно-деформированное состояние элементов в ее окрестности. Максимальные напряжения локализуются у вершины трещины, ускоряя процесс ее развития, растяжение-сжатие по симметричному циклу ($R = -1$) начинает дополняться знакопеременным изгибом (Рисунок 3.4).

При приближении трещины к произвольному элементу интенсивность его деформирования возрастает из-за увеличения податливости окружающего материала. Петли циклического деформирования, изначально следующие обобщенной циклической кривой, начинают искажаться. На рисунке 3.5 показаны наиболее характерные петли гистерезиса для элемента материала, расположенного в центральной части поперечного сечения образца, по которым

можно констатировать его постепенное разупрочнение по мере приближения трещины.

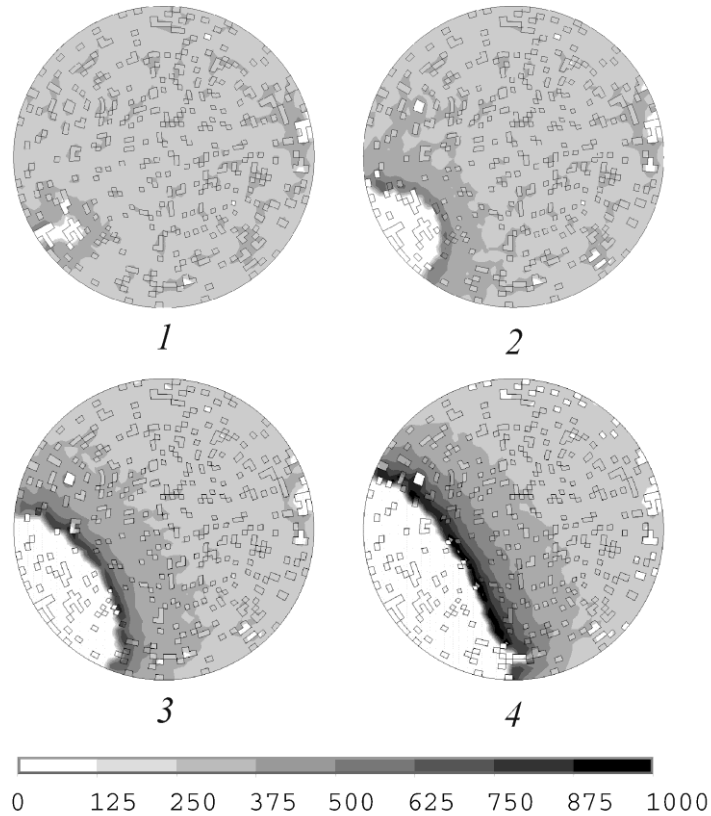


Рисунок 3.4 – Поля осевых напряжений при развитии трещины на возрастающей части цикла нагружения для распределения элементов (ε), МПа

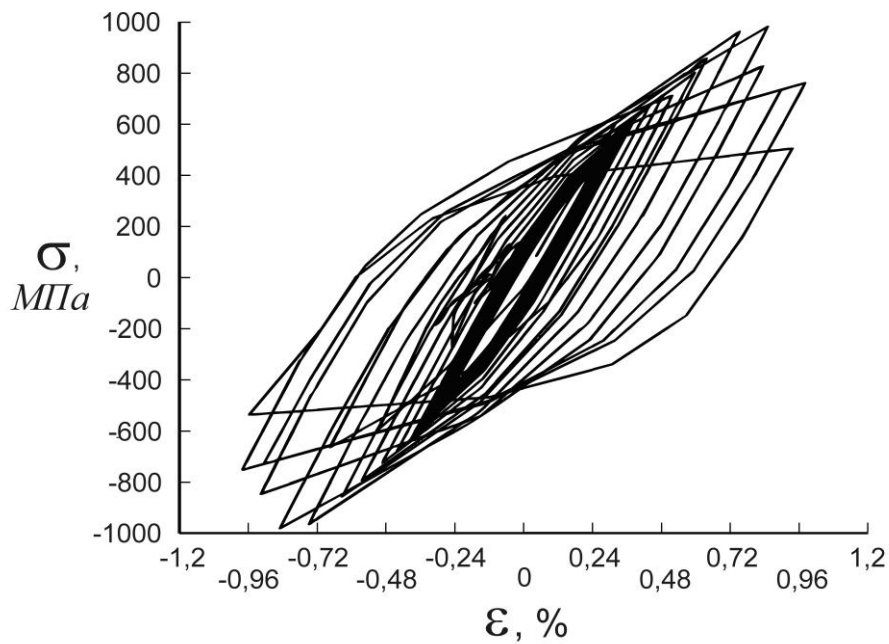


Рисунок 3.5 – Характерные петли гистерезиса для элемента центральной части образца, $\sigma_a = 420$ МПа

Расположение областей зарождения трещины, как и ожидалось, значительно отличается для разных образцов из-за случайного распределения свойств материала в рабочей части. Результаты моделирования показывают, что наиболее часто разрушение начинается в приповерхностном слое материала, постепенно развиваясь наружу и внутрь образца. В некоторых случаях происходит образование внутренней трещины, которое сходно с эффектом «Fish Eye», характерным для гигацикловой усталости (Рисунок 3.6а).

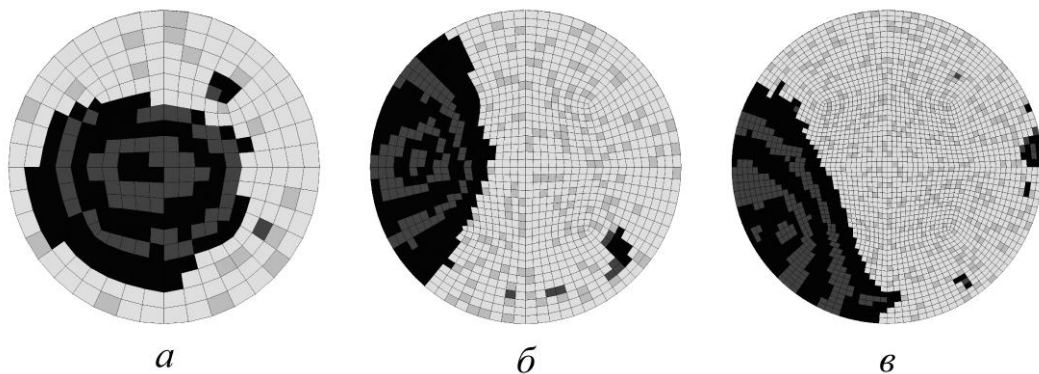


Рисунок 3.6 – Эволюция контура фронта трещины ($\sigma_a = 370$ МПа)

При измельчении сетки, ведущем к более реалистичному и равномерному распределению элементов материала, наблюдаются множественные очаги зарождения трещин. Однако после некоторой начальной стадии определяется доминирующая макротрещина, и накопление повреждений во второстепенных очагах приостанавливается. Разрушение нескольких начальных элементов для большинства моделируемых образцов наступает при достижении примерно 80% общей долговечности. При этом отношение площади трещины A_{cr} к начальной площади поперечного сечения образца A_0 может составлять около 0,01, затем оно быстро увеличивается (Рисунок 3.7). Из-за развития разрушения с возрастающей интенсивностью на завершающей стадии окончание испытания при $A_{cr}/A_0 = 1/3$ практически не влияет на число циклов до разрушения. Соответственно, об общей долговечности с точностью более 97% можно судить в момент, когда трещина достигает 10% от площади поперечного сечения.

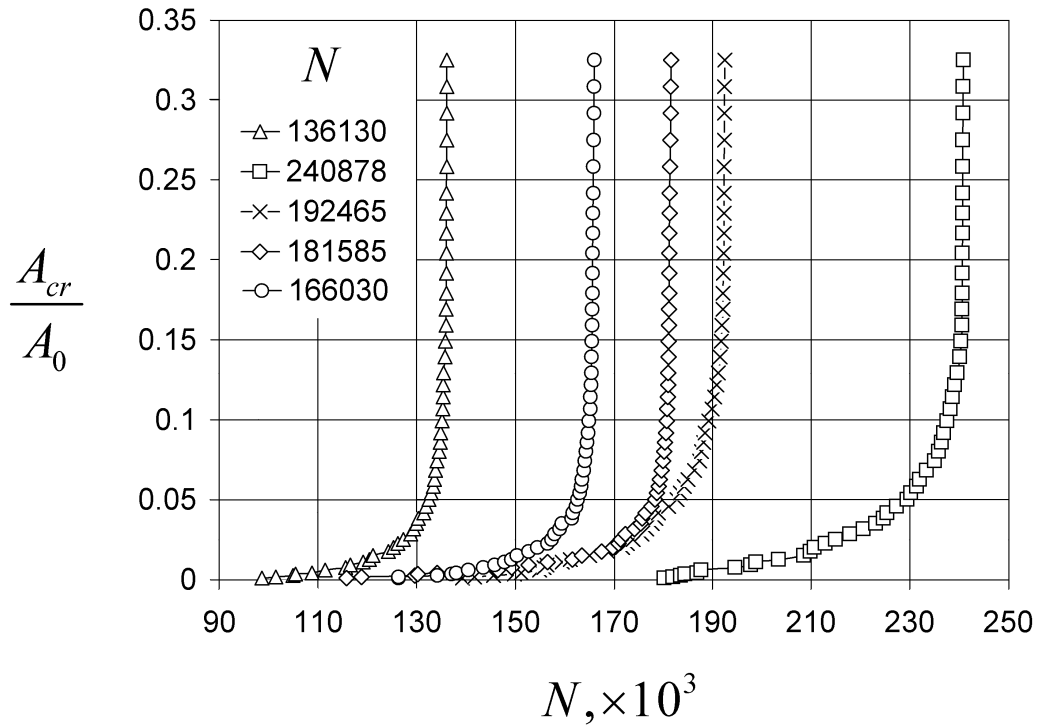


Рисунок 3.7 – Увеличение относительной площади трещины для $\sigma_a = 370$ МПа и пяти распределений элементов материала типа (б)

Моделирование разрушения выполнялось при четырех значениях амплитуды напряжения. Для каждой конечно-элементной модели рассматривалось 5 распределений элементов материала. Результаты моделирования показали, что наибольший разброс следует ожидать при низких напряжениях, в многоцикловой области. Напротив, в малоцикловой области рассеяние долговечности незначительно, что, в целом, соответствует экспериментальным результатам рассеяния. Результаты моделирования хорошо согласуются с ограниченными экспериментальными данными по долговечности для наибольшей и наименьшей амплитуд напряжения (Рисунок 3.8). Полученные данные не позволяют, однако, судить о реальном масштабе разброса из-за ограниченности числа рассмотренных моделей и условности описания неоднородности свойств материала.

Полученный при моделировании разброс долговечности, во-первых, зависит от условно введенного различия в циклическом упрочнении двух фаз. Меньшая разница свойств двух фаз приведет к сокращению разброса долговечности. Действительное различие в упрочнении феррита и перлита может быть

установлено с помощью экспериментального исследования микроструктуры. Во-вторых, диапазон долговечности, полученный при моделировании, будет расширяться при увеличении числа рассматриваемых конечно-элементных моделей. Среднее значение числа циклов при фиксированной амплитуде нагружения в первую очередь зависит от констант критерия разрушения элементов материала. В соответствии с критерием (3.1) константа « b » значительно сильнее влияет на долговечность, чем константа « C ». Например, при изменении значения « C » на 10% долговечность изменяется примерно на 30%, а при вариации показателя степени « b » в тех же пределах долговечность может изменяться в 2,5 – 4 раза. Корректные параметры критерия могут быть получены только в результате стандартных экспериментов.

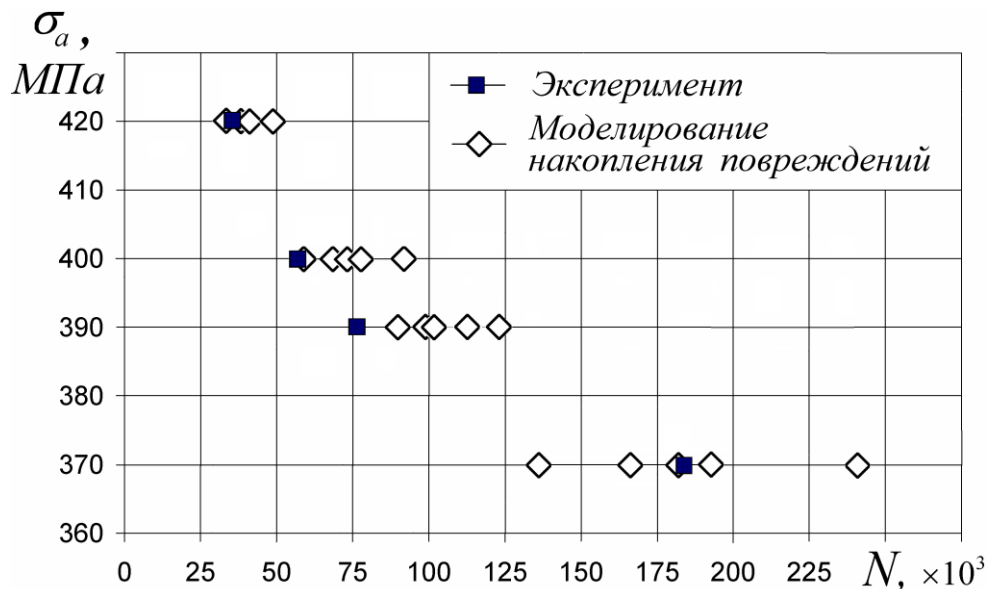


Рисунок 3.8 – Сравнение экспериментальной и полученной при моделировании долговечности для пяти распределений элементов материала типа (б)

Анализ подробности сетки для доступных по вычислительным соображениям размеров конечных элементов позволяет заключить, что среднее значение долговечности практически не меняется, когда средний размер элемента находится в пределах 125 – 187,5 микрон (Рисунок 3.9). Из-за малого числа моделей оценка статистических характеристик рассеяния долговечности не выполнялась.

Результаты данной главы представлены в работах [6, 24, 56].

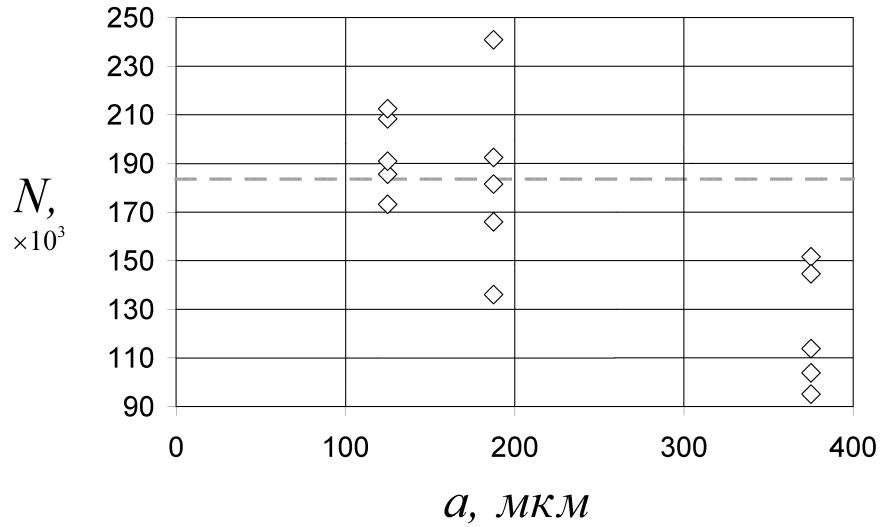


Рисунок 3.9 – Зависимость значений долговечности, полученных при моделировании (маркеры), от размера конечных элементов для $\sigma_a = 370$ МПа, пунктирная линия – экспериментальное значение 183554 циклов

3.4 Выводы по главе

Для моделирования развития повреждения, вызывающего зарождение и рост трещины усталости в образцах, испытываемых на растяжение-сжатие по симметричному циклу, была применена методика оценки накопления повреждений. Экспериментально обнаруживаемая неоднородность свойств материала была учтена условно в виде различий в сопротивлении усталости фракций феррита и перлита. Предполагалось, что трещина в начальной стадии распространяется перпендикулярно оси образца, ее развитие после разрушения трети поперечного сечения образца не рассматривалось из-за пренебрежимо малого влияния на долговечность. В отличие от других работ, посвященных моделированию разброса долговечности, рассчитывалось подрастание двумерной

трещины, а также учитывалось влияние пластической деформации – ключевого фактора, связанного с процессом разрушения.

На примере развития разрушения в цилиндрических образцах была проиллюстрирована возможность моделирования трещины усталости при отсутствии начального надреза, необходимого для использования подходов ЛМР. В качестве причины возникновения трещины в данном случае выступала неоднородность микроструктуры, трещина зарождалась в скоплении элементов с более низким циклическим пределом пропорциональности. Согласование результатов моделирования с экспериментальными данными подтверждает возможность применения методики накопления повреждений для оценки влияния неоднородности сопротивления материала циклическому нагружению на разброс долговечности. По результатам моделирования стадия развития трещины в образце с цилиндрической рабочей частью короче стадии ее зарождения примерно в 4-5 раз.

Уточнение параметров обобщенной циклической кривой и деформационного критерия разрушения требует дальнейших испытаний серий стандартных образцов при различных постоянных амплитудах нагружения и статистической обработки результатов. Для более обоснованного моделирования неоднородности микроструктуры необходима оценка различий в сопротивлении усталости различных фаз материала, например с помощью измерений микротвердости.

Работа выполнена в рамках сотрудничества с Department of Materials Test Engineering (TU Dortmund University).

4 ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ТРЕЩИН

4.1 Моделирование распространения четверть-эллиптической трещины

Болтовые и заклепочные соединения находят широкое применение в авиапромышленности и строительных конструкциях для механического скрепления элементов конструкций. Такие соединения служат барьером на пути распространения трещин усталости, возникших в одном из элементов, поэтому имеют некоторое преимущество перед сварными соединениями при сопротивлении переменным нагрузкам. Возникновение трещин, которые начинают развиваться от отверстий для заклепок и болтов, типично для таких соединений.

Известно, что накопление усталостных повреждений в некоторых случаях может приводить к быстрому «нестабильному» разрушению конструкции. Развитие множественных трещин от заклепочных отверстий в соединении внахлестку двух листов обшивки фюзеляжа стало одной из основных причин авиапроисшествия, произошедшего в 1988 году с самолетом Boeing 737 авиакомпании Aloha Airlines. Из-за внезапного распространения трещины усталости, которая достигла размера в 4,5 м, самолет потерял во время полета 35 м² фюзеляжа, в результате чего пассажиры оказались в условиях аномальной температуры и скорости ветра.

Инженерный расчет болтовых и заклепочных соединений обычно выполняется по безопасному подходу, при этом предполагается, что максимальное напряжение в области концентрации напряжений не превышает предела усталости, и подразумевается, что развития трещины не происходит. Однако во многих случаях длительное время распространения трещины позволяет включить стадию ее развития, т.е. остаточный ресурс в общий ресурс конструкции. На этой идее основан широко используемый принцип проектирования конструкций с допускаемым повреждением (Damage Tolerant

Concept). Для оценки остаточного ресурса элементов конструкций с отверстиями под болтовые и заклепочные соединения необходим расчет распространения трещины усталости. Усталостное разрушение в таких соединениях начинается, как правило, с образования угловой (четверть-эллиптической) трещины в области концентрации напряжений у отверстия [155].

Оценка развития четверть-эллиптических трещин обычно выполняется с помощью МКЭ методикой ЛМР. В двух основных наружных направлениях роста трещины постоянно рассчитываются значения КИН и интегрируется уравнение Пэриса [107]. Как правило, считается, что фронт сохраняет эллиптическую форму, что не всегда подтверждается при проведении эксперимента. Анализ роста трещины приемами ЛМР предполагает присутствие начальной трещины определенного размера, после которого ее развитие можно считать устойчивым. Этот размер трещины в современных расчетных нормах выбирается условно. Например, правила проектирования авиационных конструкций JSSG-2006 предписывают принимать размер начальной трещины равным 1,27 мм для наиболее напряженной внутренней стороны отверстия. Если толщина пластины меньше этого размера, то трещина считается сквозной и не формирующей криволинейный контур фронта. В случае подрастания четверть-эллиптической трещины критическим состоянием конструкции считается выход трещины на кромку пластины, противоположную области начала ее развития.

Отверстия под болтовые и заклепочные соединения часто подвергают холодному расширению, которое препятствует росту трещин усталости. Холодное расширение – минимально затратный способ поверхностного упрочнения отверстий, оно применяется как в конструкциях новых воздушных судов, так и при их плановом ремонте. Остаточные сжимающие напряжения, вызванные таким приемом упрочнения, могут существенно исказить эллиптический фронт трещины, замедляя ее рост в поверхностных областях [75].

В данном параграфе приводится описание результатов моделирования распространения угловых четверть-эллиптических трещин в алюминиевой

пластине, развивающихся от начальных надрезов, и их сопоставление с экспериментальными данными.

4.1.1 Описание модели

При проведении эксперимента образец в виде пластины из алюминиевого сплава 7075-T651 со сквозным отверстием и начальными электроэрозионными надрезами (Рисунок 4.1) испытывался при пульсирующем растяжении с максимальным номинальным напряжением 70 МПа и частотой 10 Гц на гидравлической машине. В течение испытания амплитуда номинального напряжения периодически понижалась на 20% в пределах нескольких сотен циклов для выявления текущего контура фронта на поверхности трещины. Такое незначительное уменьшение нагрузки по данным натурных испытаний не оказывало заметного влияния на долговечность. Эксперимент проводился до достижения трещиной кромки пластины, противоположной исходному надрезу, для того, чтобы избежать повреждения полученных отметок при возможном контакте берегов трещины. После завершения испытания поверхность разрушения анализировалась с помощью стереоскопа для выявления последовательности контуров фронта трещины [74].

Размеры образца, выбранные в работе [74], исключают влияние концевых эффектов, трещина в начальной стадии роста находится под воздействием области концентрации напряжений отверстия ($L = 305$ мм; $W = 51$ мм; $t = 6,35$ мм; $r = 3,175$ мм). В соответствии со схемой образца (Рисунок 4.1) была разработана «твердотельная» модель его половины из семи блоков (Рисунок 4.2). Схематично изображенные связи означают закрепление по соответствующему направлению всех узлов рассматриваемой плоскости. В дальнейшем эта модель использовалась для оценки развития трещин от симметричных надрезов. Для одиночной трещины, распространяющейся от начального широкого надреза, использовалась полная модель. Базовая конечно-элементная модель половины образца состоит из 56035 восьмиузловых изопараметрических элементов SOLID 45 и

характеризуется достаточно мелкой сеткой в области предполагаемого подрастания трещины. Размер элементов, повреждение которых анализировалось, равен 90 микрон. Начальные надрезы размерами $1,2 \times 1,2$ мм моделировались с помощью присвоения пренебрежимо малой жесткости элементам, лежащим в пределах надрезов (Рисунок 4.3, светлые элементы). Отклонения фронта трещины при ее развитии не предполагалось, т.к. экспериментальные данные свидетельствуют о том, что он остается плоским и перпендикулярным к направлению нагрузки.

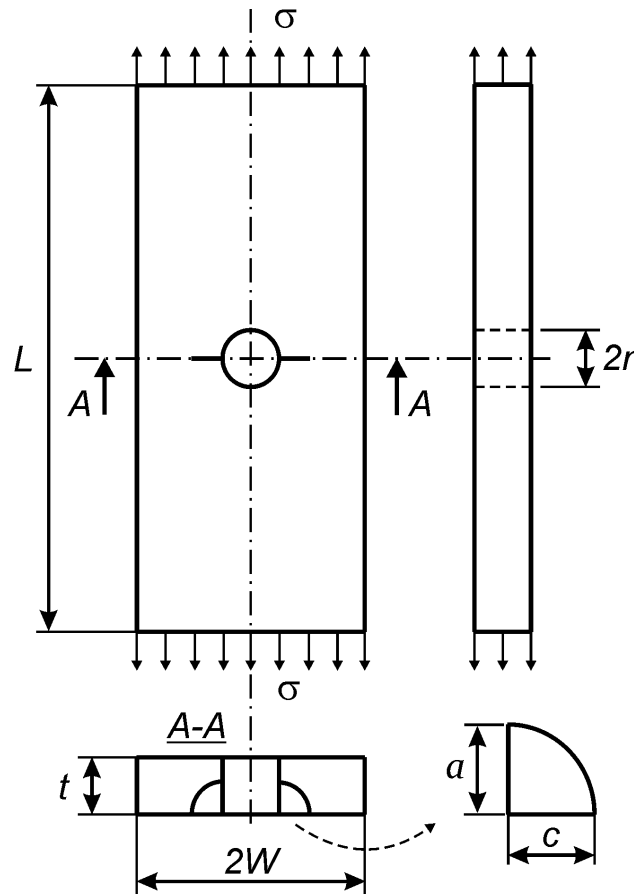


Рисунок 4.1 – Образец с двумя угловыми четверть-эллиптическими трещинами

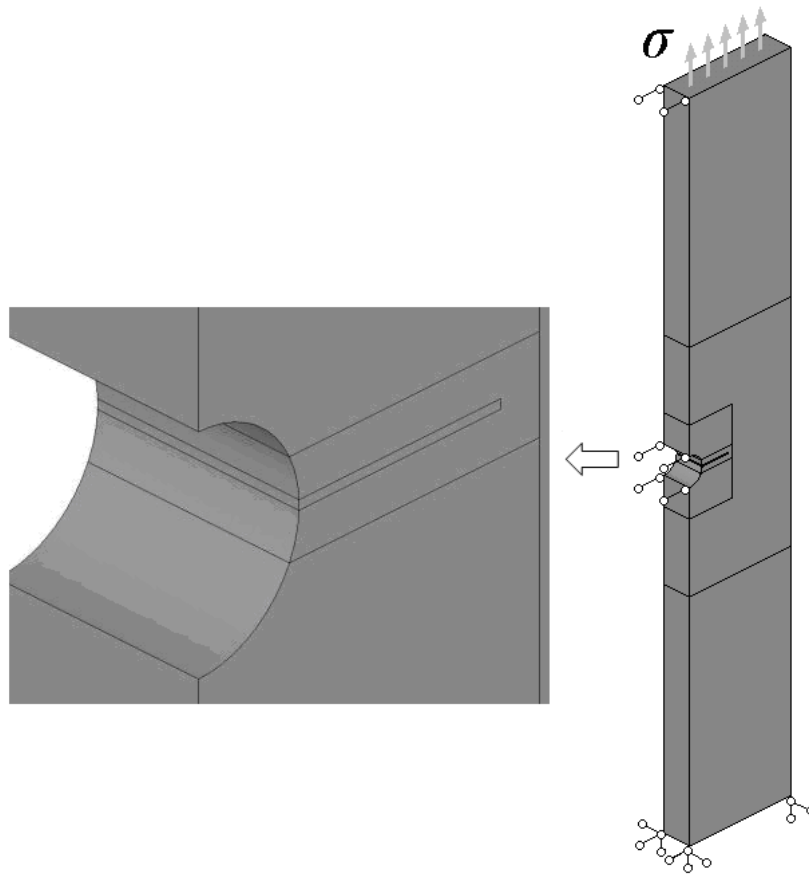


Рисунок 4.2 – «Твердотельная» модель половины образца

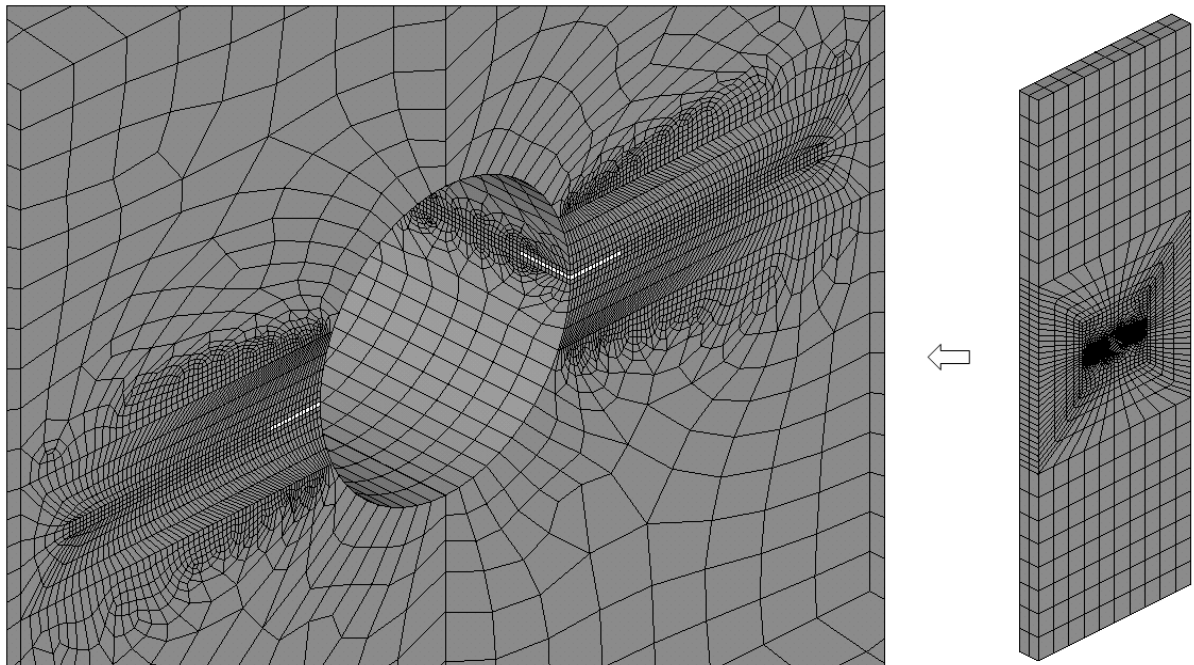


Рисунок 4.3 – Конечно-элементная модель образца
с двумя симметричными надрезами $1,2 \times 1,2$ мм

Упругопластические циклические свойства алюминиевого сплава 7075-T651 представлены обобщенной циклической кривой, принятой в форме аппроксимации Рэмберга-Осгуда (2.1), рисунок 4.4. Усталостная прочность элементов материала задается деформационным критерием Коффина-Мэнсона (2.3). Используемые параметры материала были взяты из литературных данных, описывающих испытания, выполненные в соответствии со стандартами ASTM Standards E8 and E606 [37]: $n' = 0,074$; $A' = 852$ МПа; $E = 70$ ГПа; $\sigma'_f = 1231$ МПа; $\varepsilon'_f = 0,26$; $b = -0,122$; $c = -0,806$. Критерий (2.3) для определения числа циклов до разрушения в зависимости от размаха полных деформаций был аппроксимирован двумя функциями отдельно для малоцикловой и многоцикловой областей по методу наименьших квадратов с погрешностью, меньшей 2%:

$$\left[\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 10^3 \leq N < 2 \cdot 10^5 \\ \Delta \varepsilon = 0,031N^{-0,23} + 2,16 \cdot 10^{-3} \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot 10^5 \leq N \leq 5 \cdot 10^7 \\ \Delta \varepsilon = 0,0187N^{-0,13} + 1,59 \cdot 10^{-4} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (4.1)$$

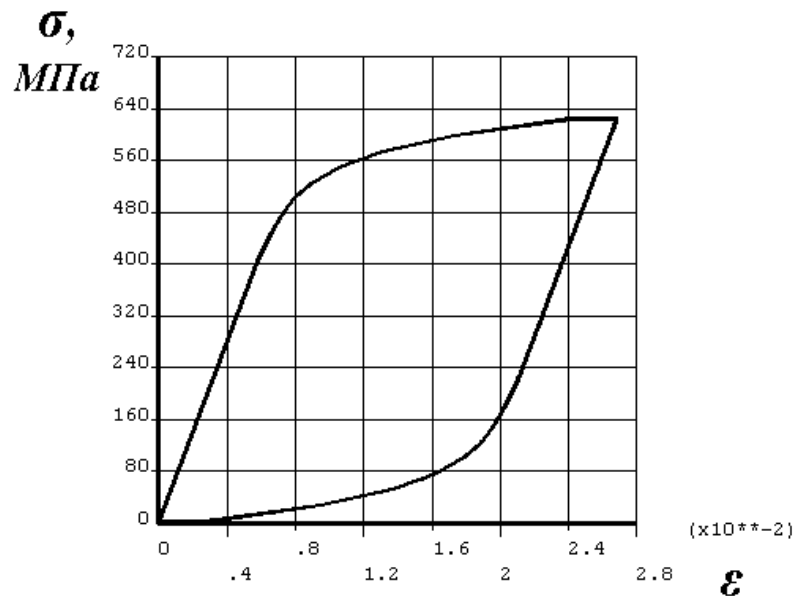


Рисунок 4.4 – Обобщенная циклическая кривая для
алюминиевого сплава 7075-T651

4.1.2 Сопоставление результатов с экспериментальными данными

В соответствии с изложенным во второй главе подходом на каждом шаге развития трещины, т.е. после выхода из строя очередного элемента материала, рассчитываются напряжения для определения ПРТ во всех точках фронта (Рисунки 4.5, 4.6), а также деформации, перпендикулярные плоскости трещины, для вычисления числа циклов до разрушения следующего элемента. При достижении критического значения накопленного повреждения элемент выключается из работы в соответствии с (2.9), и выполняется оценка обновленного поля напряжений и деформаций. При таком дискретном моделировании возможно наблюдение за текущей формой контура фронта при любом значении числа циклов. Например, на рисунке 4.7 представлен ряд из девяти контуров фронта при значениях долговечности, составляющих 36, 47, 56, 62, 69, 72, 81, 90, 97% от общей долговечности, соответствующей выходу трещины на поверхность пластины, противоположную начальному надрезу.

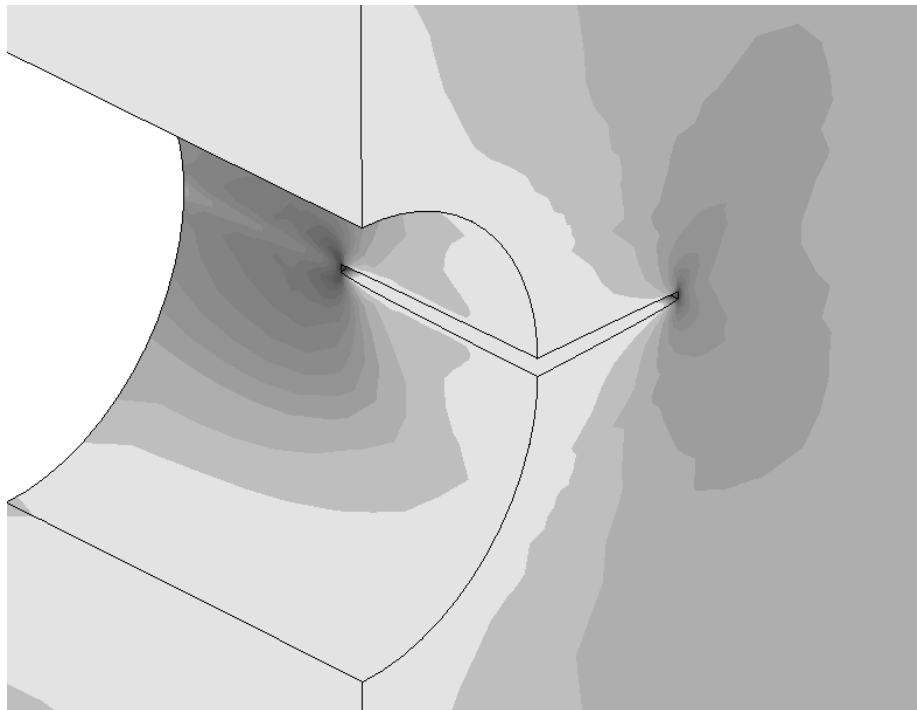


Рисунок 4.5 – Поле наибольших главных напряжений в окрестности вершины трещины: $a = 3,5$ мм; $c = 2,45$ мм

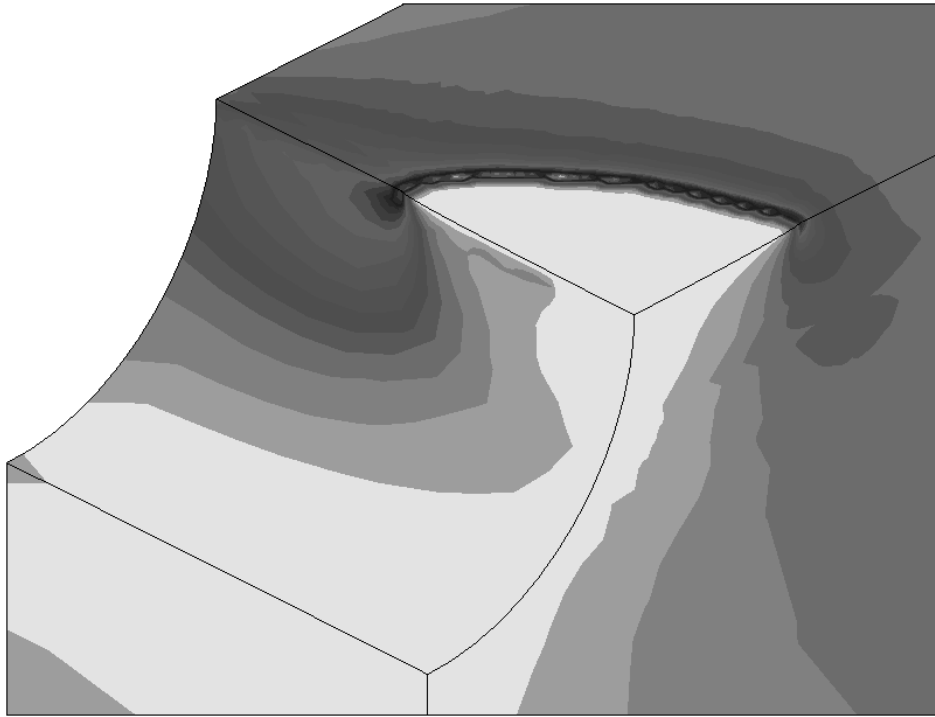


Рисунок 4.6 – Поле наибольших главных напряжений в разрезе по плоскости фронта трещины: $a = 3,5$ мм; $c = 2,45$ мм

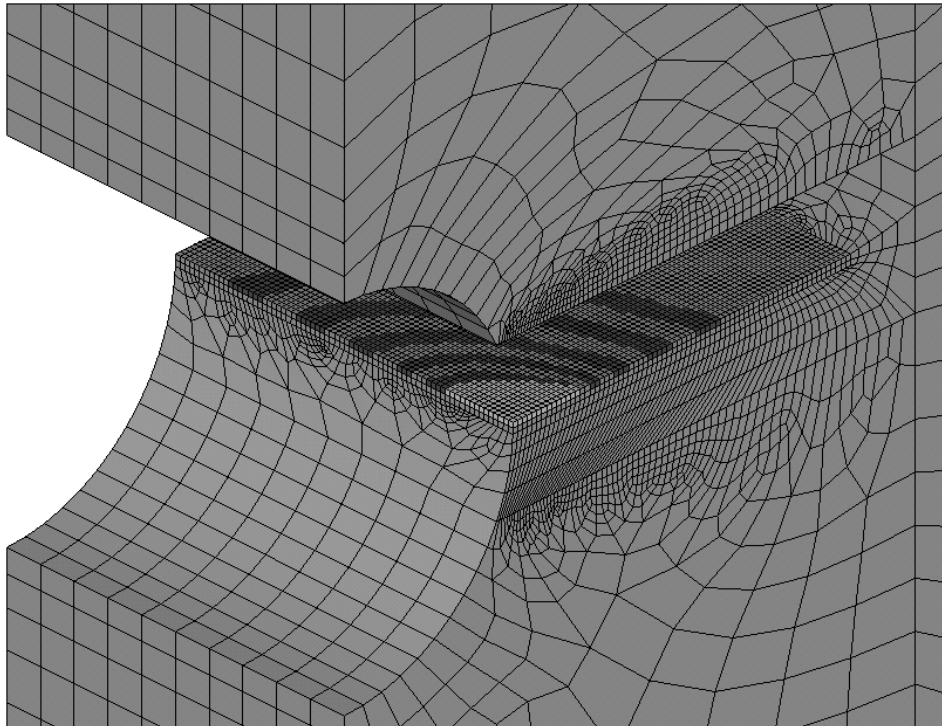


Рисунок 4.7 – Эволюция контура фронта трещины, полученная с помощью моделирования накопления повреждений (часть модели не показана)

В работе [74] эволюция контура фронта трещины оценивалась методикой ЛМР без учета эффекта раскрытия трещины. Из-за того, что начальный надрез не обладал эллиптической формой, анализ выполнялся от трещины с приблизительно установившимся четверть-эллиптическим контуром фронта по истечении первых нескольких тысяч циклов, начиная с ее ширины $c = 1,7$ мм. В расчете использовались значения КИН, представленные в двух независимых работах. Результаты прогноза роста трещины не оказались одновременно приемлемыми по ее фронту (Рисунок 4.8) и долговечности. Период распространения установившейся трещины до ее выхода на внешнюю поверхность, определенный при использовании КИН, полученных с применением сингулярных элементов (Newman and Raju, 21534 цикла), переоценивает обнаруживаемое в эксперименте число циклов (13470), с другой стороны, по фронту имеется хорошее соответствие. Напротив, при более выраженном согласовании по числу циклов (9610) фронт трещины, определенный с применением КИН по методике экстраполяции STRIPE, слабо согласуется с экспериментальными данными [74].

В настоящей главе дается прогноз развития трещины от начального надреза с применением методики оценки накопления повреждений. Преимущество данного подхода заключается в возможности моделирования подрастания трещины от начального надреза произвольной формы. Долговечность, в пределах которой происходило развитие трещины между двумя контрольными фронтами, оказалась меньше найденного экспериментально значения (10930), а фронт получился немного менее искривленным (Рисунок 4.8). Увеличение ширины трещины при ее распространении удовлетворительно согласуется с экспериментальными результатами (Рисунок 4.9).

Известно, что остаточные напряжения из-за своего неравномерного распределения могут существенно влиять на форму фронта, часто приводя к искривлению контура фронта эллиптических трещин у поверхности [75, 76]. Экспериментальные данные показывают, что при развитии рассматриваемой трещины отмечается замедление ее роста в точках на поверхности (Рисунок 4.8).

При этом по мере подрастания трещины влияние остаточных напряжений снижается из-за их постепенной релаксации. В некоторых образцах обнаруживается значительное искажение четверть-эллиптического фронта (Рисунок 4.10б), вызванное, очевидно, остаточными напряжениями, появившимися после изготовления образцов [74].

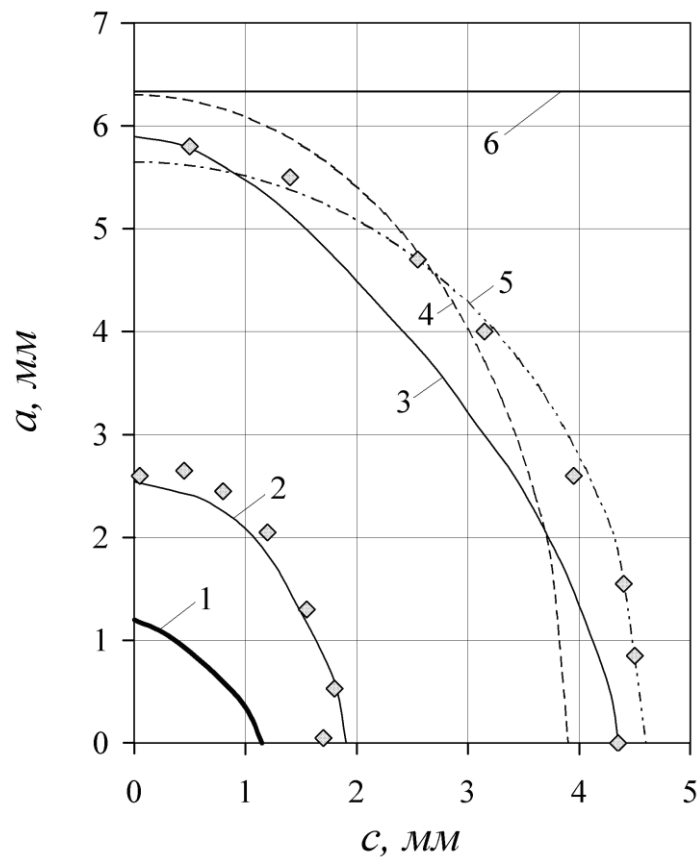


Рисунок 4.8 – Сравнение оценок фронта трещины, развивающейся от начального надреза 1, полученных с помощью: 2, 3 – моделирования накопления повреждений, 4 – ЛМР по методике STRIPE [74], 5 – ЛМР с использованием сингулярных элементов (Newman and Raju, [74]). 6 – кромка пластины.

Маркеры – экспериментальные данные [74]

В конечно-элементном расчете не принималось во внимание влияние остаточных напряжений в поверхностных точках, поэтому скорость распространения трещины несколько превысила экспериментальное значение, и трещина достигла противоположной кромки пластины при несколько меньшем числе циклов по сравнению с экспериментальным (Рисунок 4.9), а фронт оказался

менее искривленным. При учете воздействия остаточных напряжений можно получить адекватный прогноз фронта угловой трещины.

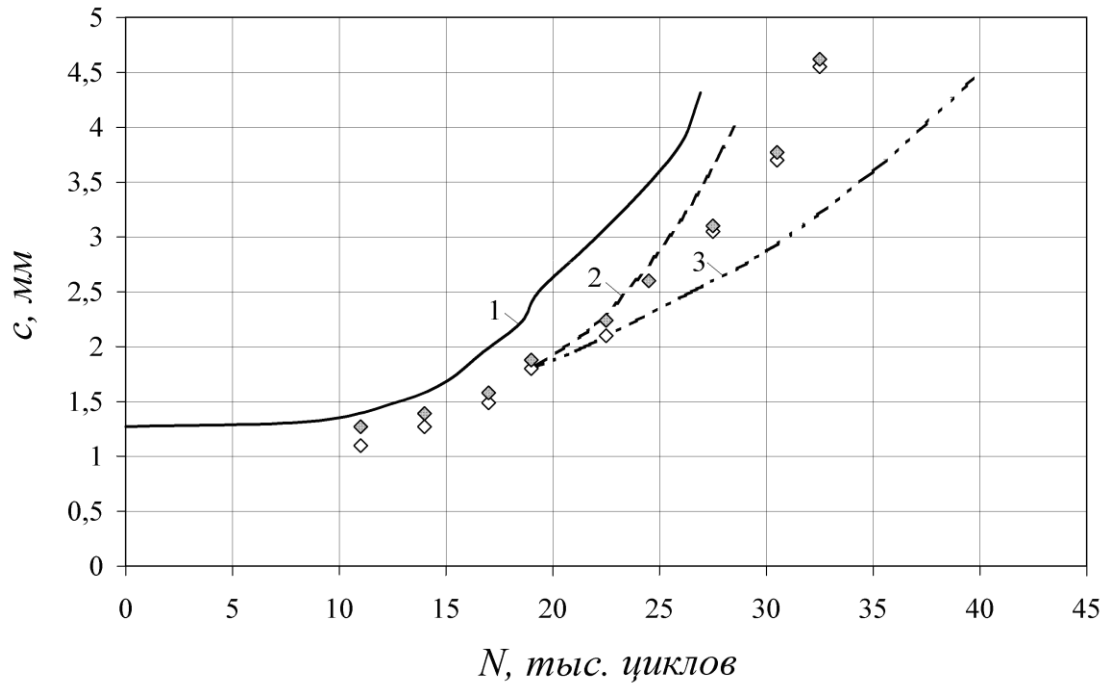


Рисунок 4.9 – Зависимость ширины трещины от числа циклов, полученная с помощью: 1 – моделирования накопления повреждений, 2 – ЛМР по методике STRIPE [74], 3 – ЛМР с применением сингулярных элементов (Newman and Raju, [74]). Маркеры – экспериментальные данные для двух симметричных трещин [74]

Оценка раскрытия трещины в различных точках фронта показала, что величины ПРТ мало отличаются от единицы, по-видимому, из-за особенностей пластического деформирования высокопрочного алюминиевого сплава. По этой причине трещина остается практически полностью открытой во время подрастания, и оценки ее распространения при помощи ЛМР удовлетворительно согласуются с опытными данными без учета эффекта раскрытия.

Для нескольких образцов в эксперименте обнаружилась принципиальная невозможность применения КИН для расчета распространения трещины. В образце с начальным широким надрезом $0,6 \times 6$ мм (Рисунок 4.10а) трещина начала рост от нового дефекта на контуре надреза, и ее дальнейшее подрастание оказалось практически нечувствительным к его начальной форме. В образце с полукруглым надрезом $3,175 \times 3,175$ мм (Рисунок 4.10б) развитие разрушения

началось с неоднородного образования четырех трещин по контуру надреза, которые впоследствии при слиянии сформировали контур неправильной формы. В то же время аппарат ЛМР предполагает равномерное развитие трещины от таких надрезов по всем направлениям с разной интенсивностью. Использование методики оценки накопления повреждений позволяет моделировать обнаруживаемое в эксперименте поведение трещины. Получаемая в результате моделирования эволюция контура фронта трещины от начального надреза $0,6 \times 6$ мм (Рисунок 4.11) удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными (Рисунок 4.10а). Неучет влияния остаточных напряжений, приводящих к торможению трещины в поверхностном слое, приводит к менее искривленной форме фронта по сравнению с наблюдаемой в эксперименте. Количественная оценка остаточных напряжений и разработка подходов к учету их влияния на процесс роста трещин усталости при моделировании определяют направления для дальнейших исследований.

Результаты моделирования четверть-эллиптической трещины представлены в работе [8].

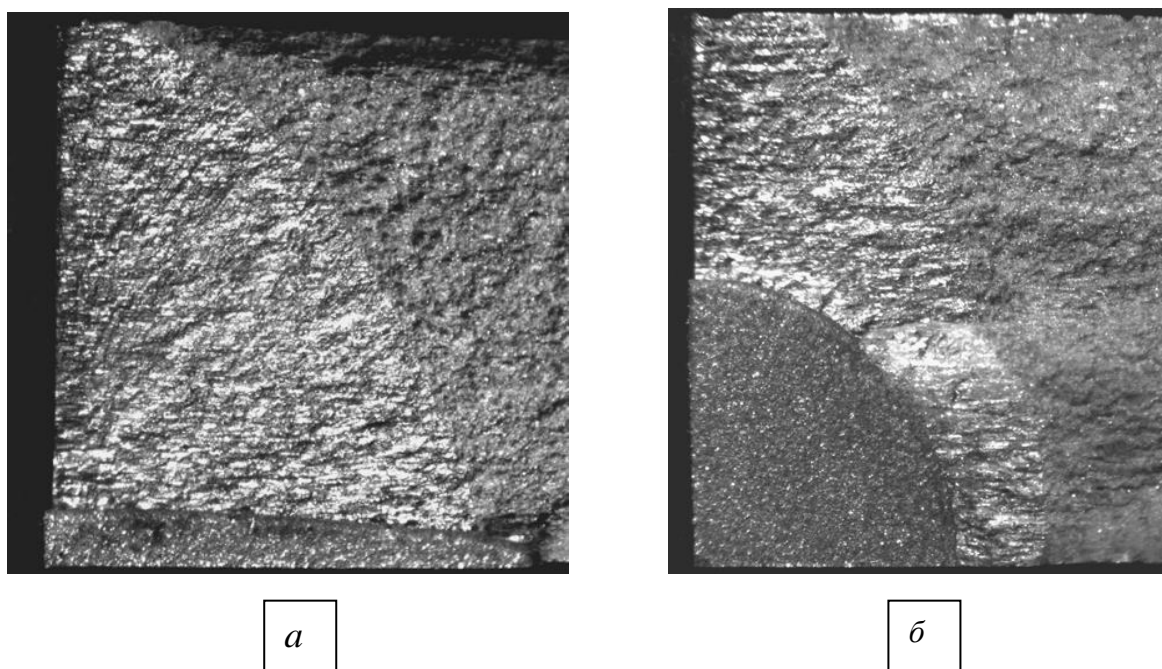


Рисунок 4.10 – Поверхности разрушения, показывающие развитие трещин от различных надрезов [74]

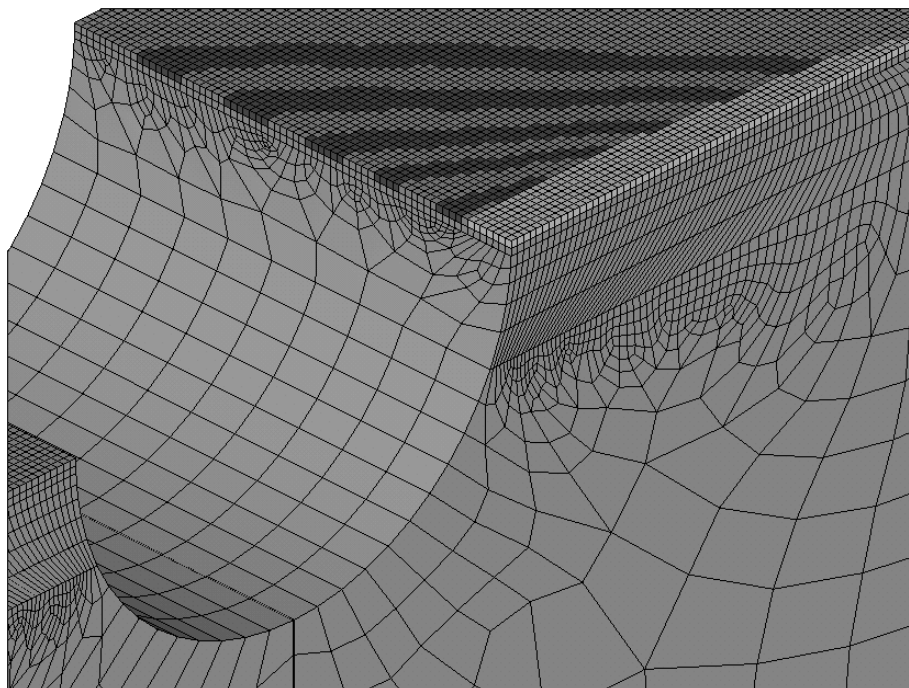


Рисунок 4.11 – Эволюция фронта трещины, развивающейся от начального протяженного надреза $0,6 \times 6$ мм

4.2 Моделирование развития полуэллиптической трещины

Распространение приповерхностных полуэллиптических трещин усталости – актуальная тема для теоретического и экспериментального изучения. Такие трещины могут появляться в сосудах под давлением [148], трубопроводах, в сварных соединениях на границе основного и наплавленного металла [104, 117, 153], в областях концентрации напряжений осей железнодорожных колесных пар [177] и других конструкциях. В качестве источников возникновения полуэллиптических трещин могут выступать дефекты материала, коррозионные язвы, полости в сварных соединениях. Из экспериментальных исследований известно, что приповерхностные трещины по мере роста изменяют свою форму. Однако при одновременном действии растяжения и изгиба фронт трещины, как правило, сохраняет примерную полуэллиптическую форму, если не наблюдается

эффект торможения трещины в поверхностных точках [50]. Это делает возможным применение упрощенного способа оценки скорости роста трещины по двум направлениям по методике ЛМР (см. главу 2).

В данной главе выполняется моделирование развития полуэллиптической трещины от начального надреза в компактном образце при помощи оценки накопления повреждений с учетом эффекта раскрытия трещины и сравнение результатов с данными, полученными подходом ЛМР и экспериментально.

4.2.1 Описание модели

При проведении эксперимента испытывался компактный образец (Рисунок 4.12) при пульсирующем растяжении ($P_{min} = 1,3$ кН; $P_{max} = 25$ кН), содержащий начальный электроэрозионный надрез толщиной 0,2 мм, шириной 1,88 мм и глубиной 2,6 мм в плоскости, перпендикулярной направлению нагружения. Размеры образца были подобраны так, чтобы исключалось влияние концентрации напряжений в местах скруглений на область развития трещины. Образец выдерживался при температуре 650⁰С в течение часа и затем был охлажден для ликвидации остаточных напряжений. Выполнены уникальные измерения ПРТ во внутренней точке двух полуэллиптических трещин при помощи стержней, установленных в каналах, просверленных в направлении нагружения. Также тензодатчиками были выполнены измерения ПРТ в поверхностных точках [76].

В соответствии с размерами образца, представленными в работе [76], была разработана конечно-элементная модель, половина которой состоит из 46569 восьмиузловых элементов SOLID 45 и двадцатиузловых элементов SOLID95 из библиотеки программного комплекса ANSYS 14.5 (Рисунок 4.13). Размер элемента в области развития трещины выбирался равным толщине исходного электроэрозионного надреза 0,2 мм. В отдалении от трещины сетка была укрупнена с помощью блока элементов SOLID95 для уменьшения общего числа элементов. Начальный заостренный надрез включен в модель через элементы

пренебрежимо малой жесткости (Рисунок 4.13, темные элементы). Фронт трещины согласно данным эксперимента задавался перпендикулярным направлению нагружения.

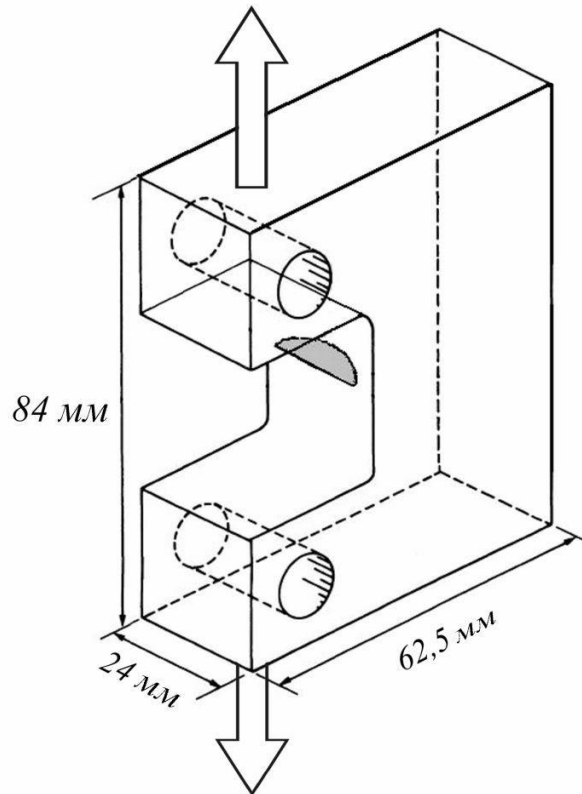


Рисунок 4.12 – Компактный образец с полуэллиптической трещиной [76]

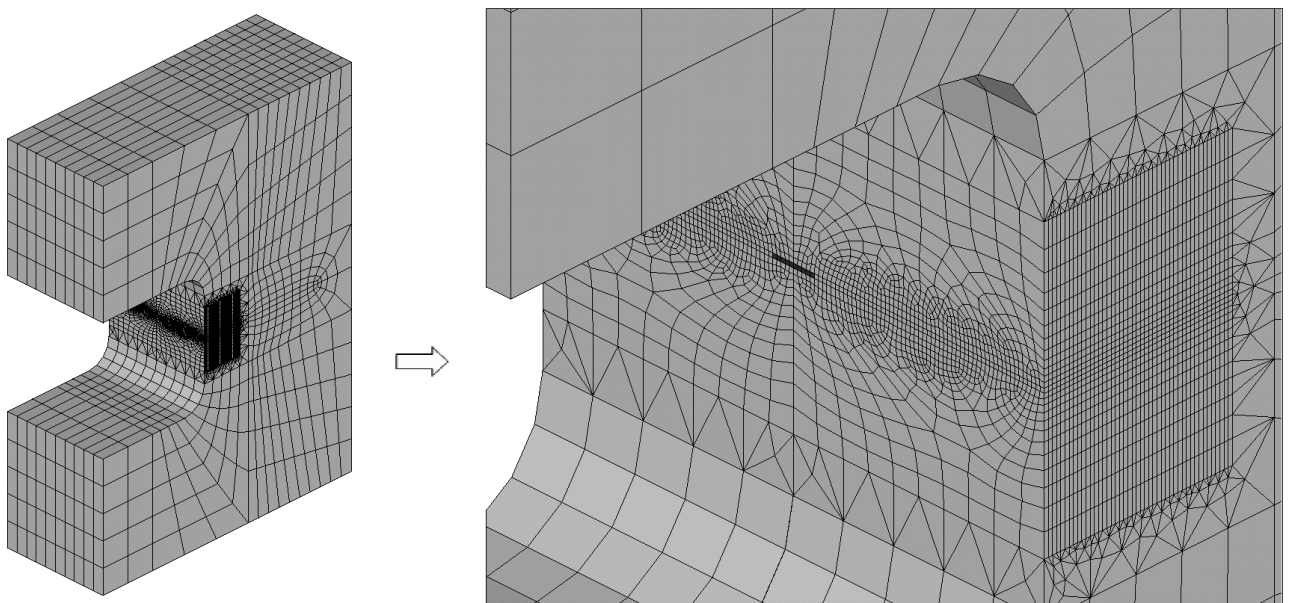


Рисунок 4.13 – Полная конечно-элементная модель компактного образца

Упругопластическое поведение элементов материала описывается обобщенной циклической кривой, получаемой по результатам стандартных испытаний образцов при однородном напряженном состоянии (Рисунок 4.14), использованы данные работы [146]. Для сопоставления приведена монотонная кривая деформирования, в соответствии с эффектом Баушингера циклический предел пропорциональности меньше предела текучести примерно в два раза. Закон накопления повреждений был принят в нелинейной форме (1.16), количественное описание параметра нелинейности x_i приводится в пункте 4.2.2. Параметры критерия (2.3) рассматриваемого в данном разделе материала – стали BS 4360 50D по результатам стандартных испытаний: $C = 0,622$; $\alpha = 0,618$; $B = 0,006$; $\beta = 0,14$ [146]. Для выражения числа циклов через размах полной деформации использована аппроксимация двумя функциями с помощью метода наименьших квадратов (погрешность менее 5%):

$$\left[\begin{cases} 10^3 \leq N < 1,1 \cdot 10^5 \\ \Delta \varepsilon = 0,894 N^{-0,55} + 1,85 \cdot 10^{-3} \\ 1,1 \cdot 10^5 \leq N \leq 6 \cdot 10^6 \\ \Delta \varepsilon = 0,0784 N^{-0,29} + 5,653 \cdot 10^{-4} \end{cases} \right. \quad (4.2)$$

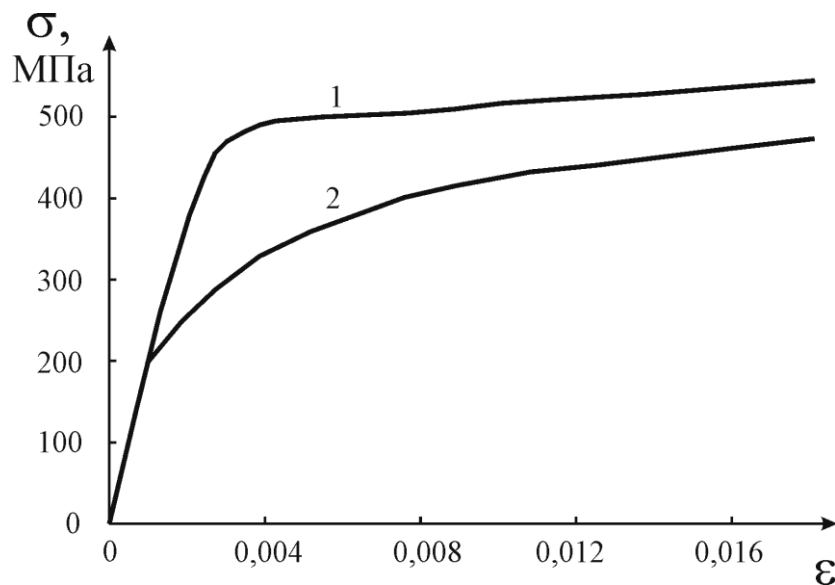


Рисунок 4.14 – Монотонная (1) и обобщенная циклическая (2) кривая деформирования стали BS 4360 50D [146]

4.2.2 Результаты моделирования подрастания трещины с помощью оценки накопления повреждений

При развитии трещины постоянно рассчитывается напряженно-деформированное состояние элементов у вершины трещины, и делается заключение о ликвидации очередных элементов с использованием эффективного размаха деформации (2.11) и критерия разрушения Коффина-Мэнсона (2.3). Наиболее напряженные элементы располагаются посередине сторон начального надреза, от них начинается распространение трещины (Рисунок 4.15а). В финальной стадии подрастания трещины ее фронт становится близким к полуэллиптическому, а распределение наибольших главных напряжений – более равномерным по контуру фронта, при этом наибольшие главные напряжения возрастают примерно в два раза (Рисунок 4.15б). При приближении трещины к боковым кромкам образца в областях материала между ее фронтом и свободными поверхностями значительно возрастают пластические деформации.

Для расчета эффективного размаха деформации требуется определение ПРТ для элементов, лежащих в вершине трещины. Предполагается, что трещина открывается, когда среднее напряжение в направлении, перпендикулярном плоскости ее фронта, по восьми или четырем узлам элемента вершины трещины становится положительным (см. параграф 2.3). Для сопоставления двух вариантов оценки ПРТ был выполнен их расчет с помощью МКЭ во внутренней и наружных точках двух полуэллиптических трещин, для которых имелись экспериментальные данные (Таблица 4.1) [87]. Величины полуосей трещины a и c – это ее глубина и половина ширины, соответственно.

По результатам моделирования можно заключить, что предпочтительно рассчитывать ПРТ, отслеживая перемену знака среднего напряжения по четырем узлам элемента в вершине трещины, в направлении, перпендикулярном плоскости ее фронта. Хорошее согласование с данными эксперимента служит признаком первостепенного воздействия на раскрытие трещины остаточных напряжений, вызванных пластической деформацией. Незначительные расхождения в значениях

ПРТ (около 6%) могут быть объяснены сложным механизмом раскрытия трещины, а также отсутствием полноценных экспериментальных данных.

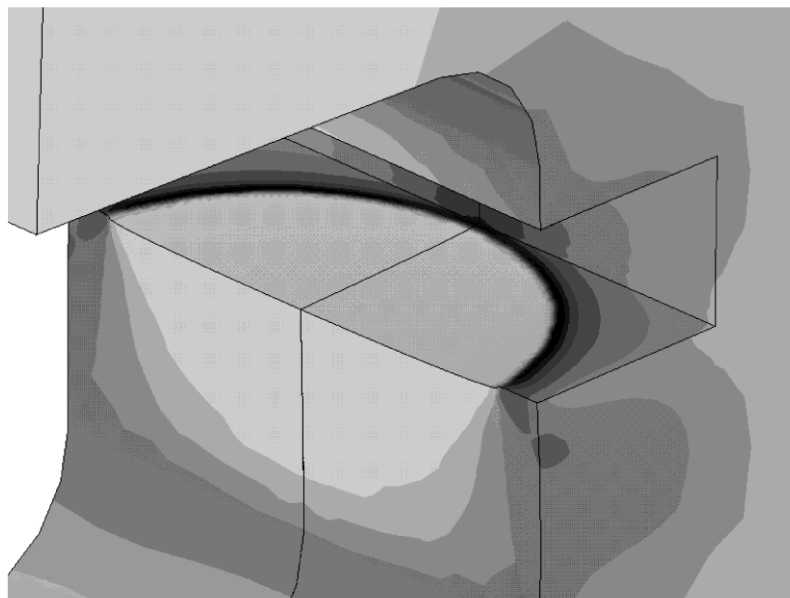
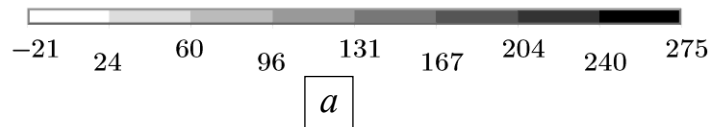
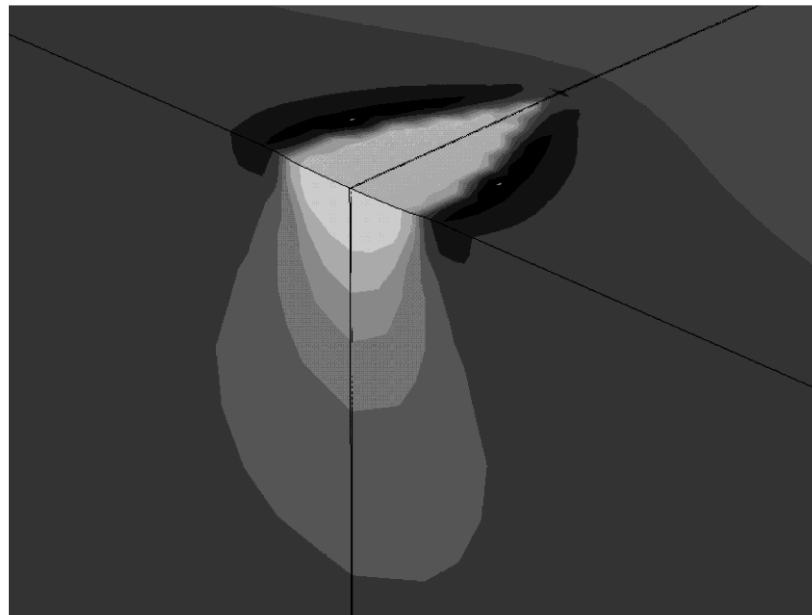


Рисунок 4.15 – Поле наибольших главных напряжений, МПа: (а) – в области начального надреза, (б) – перед фронтом конечной трещины

Таблица 4.1 – Определение параметра раскрытия трещины, U

№	Размеры трещины, мм	Положение точки	Эксперимент [76]	Число определяющих узлов в модели	
				8	4
			Значение ПРТ		
1	$a = 3,8$ $c = 4$	Внутри, U_a	0,83	0,92	0,88
		На поверхности, U_c	0,73	0,75	0,73
2	$a = 6,2$ $c = 8$	Внутри, U_a	0,87	0,90	0,86
		На поверхности, U_c	0,76	0,75	0,71

Накопление повреждений предполагалось нелинейным в соответствии с (1.16). Параметр нелинейности был назначен исходя из сравнения экспериментального и полученного при моделировании числа циклов до момента перегрузки. Скорость распространения трещины в обоих направлениях соответствует экспериментальным данным для параметра $x_i = 0,5$, поэтому это значение было принято для дальнейшего моделирования роста трещины при отсутствии перегрузки. Практически значение параметра нелинейности следует определять по данным эксперимента на стандартных образцах с возрастающей амплитудой нагружения.

Полученный контур фронта трещины соответствует опытным данным – в начальной стадии происходит его резкое выпрямление, а форма становится близкой к полуэллиптической (Рисунок 4.16). Зависимость между глубиной и шириной трещины, полученная с помощью конечно-элементного моделирования накопления повреждений при отсутствии перегрузки, монотонна (Рисунок 4.17, квадратные маркеры) и, в целом, соответствует прогнозируемой прямой (Рисунок 4.17, пунктирная линия).

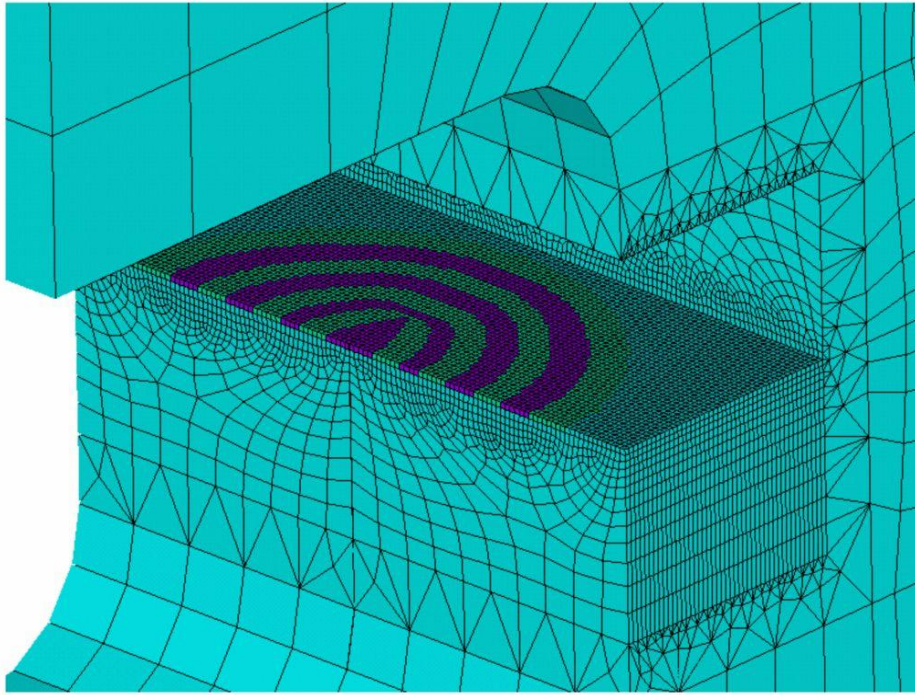


Рисунок 4.16 – Эволюция фронта полуэллиптической трещины
(часть модели не показана)

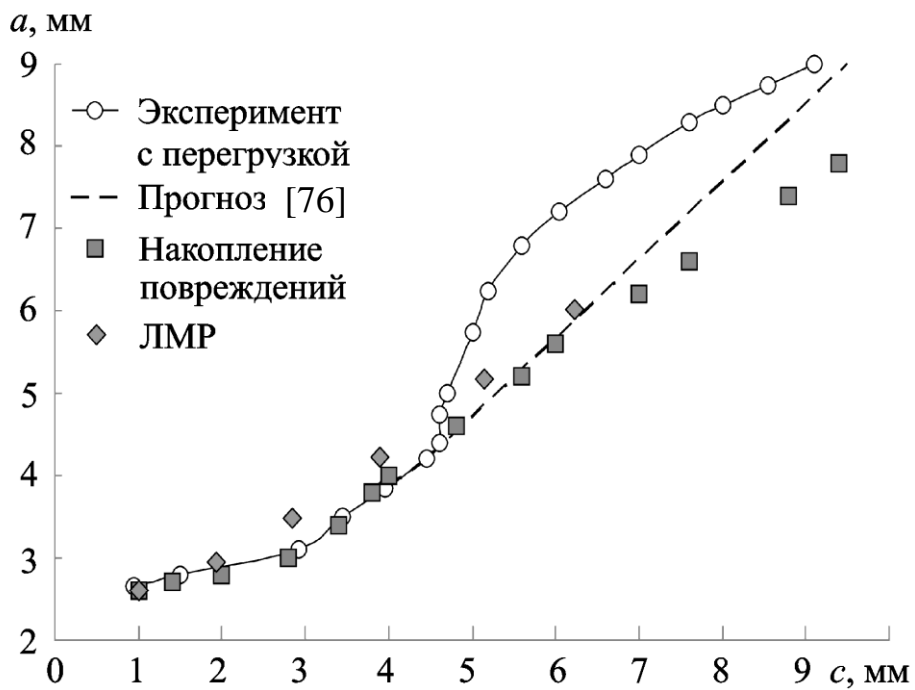


Рисунок 4.17 – Зависимость глубины трещины a от половины ширины c

При проведении эксперимента была выполнена однократная перегрузка: когда трещины достигла ширины 8 мм, максимальное значение нагрузки было превышено в два раза. Известно, что перегрузка вызывает остаточные напряжения

в окрестности вершины трещины, которые оказывают воздействие на ее дальнейший рост [61, 43]. Из-за значительных остаточных сжимающих напряжений раскрытие трещины после перегрузки происходит менее интенсивно, поэтому скорость ее роста уменьшается (Рисунок 4.18, заполненные маркеры). Перегрузка также влияет и на соотношение размеров трещины (Рисунок 4.17, пустые маркеры). В работе [76] имеется прогноз распространения трещины без перегрузки (Рисунок 4.17, пунктирная линия).

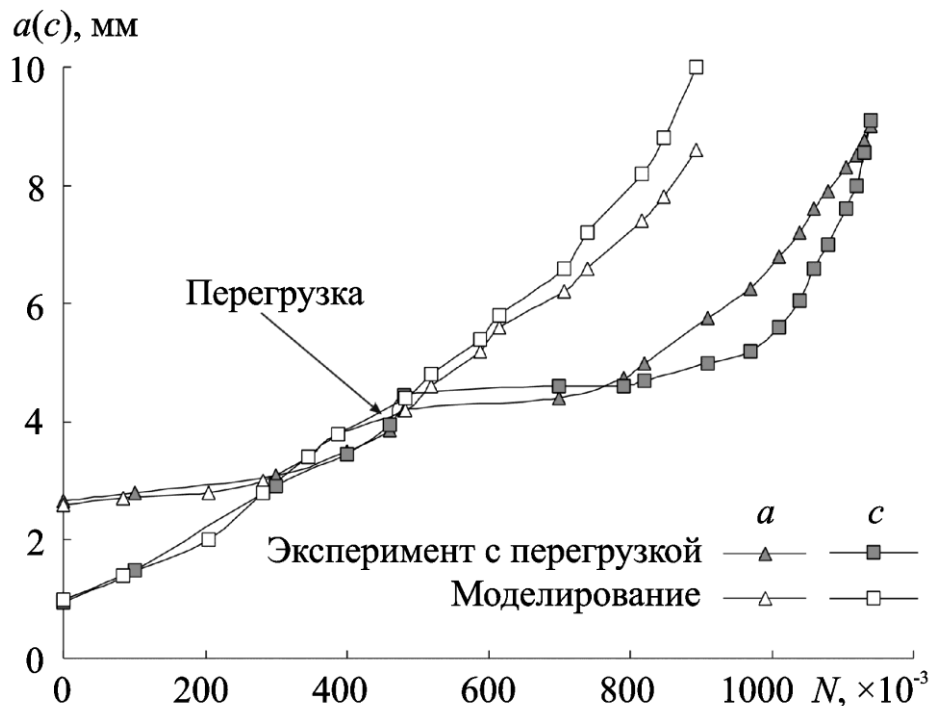


Рисунок 4.18 – Развитие глубины и половины ширины трещины

Наклон графиков функций размеров трещины в зависимости от числа циклов соответствует темпу роста трещины в двух направлениях (Рисунок 4.18). После приложения перегрузки наклон графика значительно уменьшается, что означает резкое падение скорости подрастания трещины в обоих направлениях из-за тормозящего действия остаточных сжимающих напряжений. Этот эффект сильно выражен на протяжении примерно 300000 циклов после перегрузки, затем скорость снова начинает интенсивно расти. Поэтому в зависимости, построенной по результатам моделирования накопления повреждений при отсутствии

перегрузки, нет участка торможения трещины. Результаты моделирования показывают, что при приложении однократной перегрузки время развития трещины до достижения полушириной s девяти миллиметров увеличивается примерно на 30%.

Во многих экспериментальных работах содержатся данные о стабилизации отношения размеров полуэллиптической трещины по мере ее развития после некоторой начальной фазы [41, 124, 160]. Следовательно, форма начального надреза может не влиять на эволюцию фронта такой трещины. Эффект выравнивания фронта был проиллюстрирован в данной работе на примере развития двух трещин от начальных надрезов разной конфигурации (Рисунок 4.19). Результаты моделирования показали, что при рассматриваемом виде нагружения, сочетающем растяжение и изгиб, контур фронта довольно скоро приобретает полуэллиптическую форму. Отношение размеров трещин, развивающихся от разных надрезов, быстро закрепляется на уровне $\approx 0,87$ и затем практически не меняется (Рисунок 4.20).

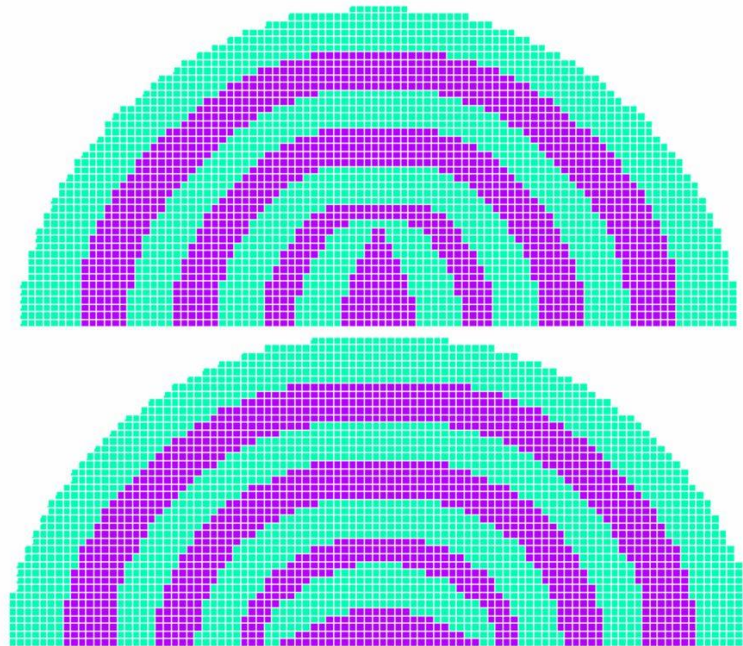


Рисунок 4.19 – Выравнивание контура фронта с развитием трещины

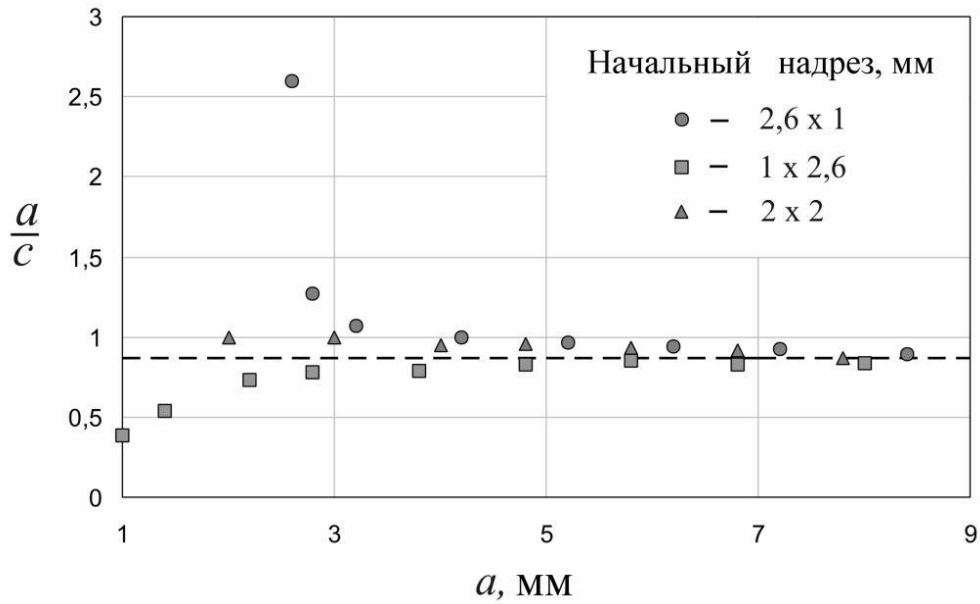


Рисунок 4.20 – Стабилизация отношения размеров трещины

4.2.3 Моделирование эволюции фронта трещины с помощью ЛМР

Оценка распространения трещин усталости обычно выполняется приемами ЛМР, для этого, используются значения КИН в различных точках фронта трещины. Если трещина развивается от плоского начального надреза произвольной формы, для построения фронта трещины следует рассмотреть множество направлений ее подрастания, каждое из которых ассоциируется с задачей о плоской деформации. В случае, если фронт трещины остается полуэллиптическим, можно ограничиться двумя основными направлениями ее развития – внутренним и наружным. Для них постоянно по мере роста трещины рассчитываются значения эффективных КИН по моде нормального отрыва, а развитие трещины может быть описано с помощью системы двух дифференциальных уравнений Пэриса:

$$\begin{cases} \frac{da}{dN} = C(\Delta K_{a_{eff}})^m \\ \frac{dc}{dN} = C(\Delta K_{c_{eff}})^m \end{cases}, \quad (4.3)$$

где $C = 1,48 \times 10^{-8}$; $m = 2,86$ – константы материала – стали BS 4360 50D [146].

Часть образца, содержащая трещину, деформируется под действием растяжения и изгиба. Следовательно, используя принцип линейной суперпозиции и определение эффективного КИН, предложенное В. Элбером [66], на основании (1.8), можно записать:

$$\Delta K_{a_{eff}} = U_a (\Delta K_{aT} + \Delta K_{aB}), \quad \Delta K_{c_{eff}} = U_c (\Delta K_{cT} + \Delta K_{cB}), \quad (4.4)$$

$$U = \frac{K_{max} - K_{op}}{K_{max} - K_{min}}, \quad (4.5)$$

где ΔK_T и ΔK_B – размахи КИН при растяжении и изгибе; K_{max} , K_{min} , K_{op} – максимальное, минимальное значения КИН в цикле и КИН при раскрытии трещины, соответственно, которые определяются отдельно для внутренней и наружных точек. По результатам эксперимента в поверхностных точках трещины фаза ее раскрытия короче, чем во внутренней точке, а значения ПРТ практически не меняются при подрастании трещины (Таблица 4.1), поэтому для упрощенного вычисления эффективных КИН предполагалось, что эти значения постоянны: $U_a = 0,85$; $U_c = 0,745$.

Для определения величин размахов КИН при нагружении растяжением и изгибом были использованы интерполяционные формулы для пластины конечных размеров с поверхностной полуэллиптической трещиной, полученные при помощи МКЭ с погрешностью не более 5% [28]:

$$\begin{aligned} \Delta K_T &= \frac{\Delta \sigma_T \sqrt{\pi a}}{E(k)} \left[M_1 + M_2 \left(\frac{a}{t} \right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{t} \right)^4 \right] g_1 f_{\phi 1} f_w \\ \Delta K_B &= H \frac{\Delta \sigma_B \sqrt{\pi a}}{E(k)} \left[M_4 + M_5 \left(\frac{a}{t} \right)^2 + M_6 \left(\frac{a}{t} \right)^4 \right] g_2 f_{\phi 2} f_w \end{aligned}, \quad (4.6)$$

где $E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \left(1 - \frac{a^2}{c^2}\right) \sin^2 \varphi} d\varphi$ – полный эллиптический интеграл второго рода;

$$f_w = \sqrt{\sec \left(\frac{\pi c}{2W} \sqrt{\frac{a}{t}} \right)}.$$

Зависимости M_{1-6} от отношения c/a ; H и $g_{1,2}$ от c/a , a/t , φ ; $f_{\phi_{1,2}}$ от c/a и φ приведены в [28]. Параметрический угол φ отсчитывается от наружного направления роста трещины в плоскости ее фронта, $0 \leq \varphi \leq \pi$. Размеры сечения центральной части образца: $t = 37$ мм, $W = 12$ мм. Размахи номинальных напряжений при растяжении и изгибе $\Delta\sigma_T = \Delta P / 2Wt = 26,7$ МПа; $\Delta\sigma_B = 3\Delta PL / Wt^2 = 136,3$ МПа были определены с помощью теории плоского изгиба ($\Delta P = 23,7$ кН; $L = 31,5$ мм). Как показывает конечно-элементный анализ, влияние концентрации напряжений в областях компактного образца с переходной геометрией на расчетные напряжения незначительно из-за удаленности мест скруглений от области развития трещины.

С помощью аппроксимаций (4.6) могут быть вычислены значения размахов КИН для любого значения параметрического угла, определяющего направление развития трещины. При решении системы (4.3) использовалась зависимость эффективного размаха КИН $\Delta K_{a_{eff}}$ во внутренней точке от размеров трещины, отвечающая значению $\varphi = \pi / 2$, а также аналогичная функция $\Delta K_{c_{eff}}$ в наружных точках, соответствующая $\varphi = 0$.

Система уравнений (4.3) содержит в правой части функции размеров трещины a и c от числа циклов для заданных геометрических размеров образца и двух параметрических углов. Поэтому далее в программе Mathcad 14 выполнялось численное решение системы (4.3) с учетом граничных условий, которые определяются известными начальными размерами трещины $a_0 = 1$ мм; $c_0 = 2,6$ мм. Единственное решение в виде двух функций – глубины и полуширины трещины в зависимости от числа циклов, позволяет проследить эволюцию полуэллиптического фронта трещины. Однако построение графика функции $a(c)$ возможно только до достижения полушириной трещины величины 6 мм из-за ограничений в применимости интерполяционных зависимостей ($c/W < 0,5$).

Соотношение между размерами трещины, полученное при помощи ЛМР, удовлетворительно согласуется с данными эксперимента и с результатами моделирования накопления повреждений (Рисунок 4.17) с учетом принятых предположений (постоянство ПРТ при развитии трещины, форма начального надреза в виде полуэллипса, неизменность параметров уравнения Пэриса, точность интерполяционных зависимостей). Из-за ограничений в использовании аппарата ЛМР невозможно моделирование развития поздней стадии подрастания трещины при ее приближении к боковым поверхностям образца и значительном увеличении пластической деформации материала.

Результаты моделирования полуэллиптической трещины изложены в работах [10, 87, 88].

4.3 Выводы по главе

В первом параграфе представлены результаты моделирования развития угловых трещин четверть-эллиптической формы от нескольких начальных надрезов в области концентрации напряжений у отверстия в алюминиевой пластине при пульсирующем растяжении. Моделирование выполнялось до выхода трещин на противоположную исходному надрезу кромку пластины при помощи подхода, основанного на оценке накопления повреждений с использованием обобщенной циклической кривой и деформационного критерия разрушения с учетом эффекта раскрытия трещины. Фронт трещины в соответствии с экспериментальными данными предполагался плоским.

Полученная эволюция фронта и скорость распространения трещины от серповидного надреза хорошо согласуются с результатами эксперимента. Так как для оценки скорости роста трещины с помощью ЛМР должна использоваться начальная трещина установившейся четверть-эллиптической формы, результаты сопоставляются после достижения трещиной ширины 1,7 мм. Фронт трещины, полученный при моделировании накопления повреждений, оказывается менее

искривленным, чем обнаруживаемый в эксперименте из-за неучета остаточных напряжений, которые замедляют развитие трещины у свободной поверхности. Соответственно, оценка скорости трещины в этом случае приводит к консервативным результатам. Преимущество методики анализа накопления повреждений перед подходом ЛМР в данном случае проиллюстрировано возможностью моделирования трещины от начального плоского надреза произвольной формы.

При подрастании трещины от начального широкого серповидного надреза использование ЛМР приводит к некорректному прогнозу фронта трещины, в то время как моделирование накопления повреждений позволяет получить эволюцию фронта, качественно согласующуюся с экспериментальными данными.

Во втором параграфе выполнена оценка распространения приповерхностной трещины от начального надреза, подтвердившая экспериментально обнаруживаемое на ранней стадии развития «стремление» ее фронта к предпочтительной полуэллиптической форме.

Допущение о раскрытии трещины в момент смены знака средних напряжений по элементу в вершине трещины в направлении, перпендикулярном плоскости ее фронта (по аналогии с плоской задачей), приводит к значениям ПРТ, хорошо согласующимся с результатами эксперимента. Небольшие расхождения могут быть следствием комплексного механизма раскрытия трещины и недостатка экспериментальных значений ПРТ. Кроме основного воздействия на эффект раскрытия трещины остаточных напряжений, вызванных пластичностью, имеется второстепенное влияние изменяющейся шероховатости поверхности, процесса окисления, неполного контакта берегов, которые трудно поддаются экспериментальному изучению и моделированию.

Расчет эффективных КИН с использованием корректных ПРТ позволяет использовать уравнение Пэриса для приемлемого прогнозирования начальной фазы развития полуэллиптической трещины. На поздней стадии распространения трещины, при ее приближении к боковым кромкам образца, происходит рост пластических деформаций и потеря сингулярности напряжений в окрестности

вершины трещины, поэтому оценки фронта трещины и скорости ее развития становятся неточными. В отличие от расчета методикой ЛМР использование моделирования накопления повреждений позволяет прогнозировать рост трещины при развитой пластической деформации материала вплоть до выхода трещины на боковые поверхности образца.

При комбинированном внешнем нагружении в виде суперпозиции растяжения и изгиба развитие полуэллиптической трещины оказывается малочувствительным к форме начального надреза. Показано, что на поздней стадии роста трещины отношение глубины и половины ширины трещины становится фиксированным.

Для уточнения закономерности накопления повреждений в элементах материала с различной интенсивностью деформирования, а также для оценки влияния повреждения на уменьшение сопротивления материала требуются дальнейшие экспериментальные исследования.

5 ОЦЕНКА ДОЛГОВЕЧНОСТИ СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Расчеты долговечности сварных соединений отличаются спецификой, связанной с разнообразием свойств основного металла, металла зоны термического влияния, узкой зоны сплавления и наплавленного металла, а также с остаточными сварочными напряжениями. Ресурс сварных соединений описывается на основе силовых критериев – расчетных S-N кривых. В существующих стандартах по расчетам усталостной долговечности приведены рекомендации к выбору характерного напряжения для типовых сварных соединений и условий нагружения [72]. Однако полученное таким образом число циклов не может ставиться в соответствие конкретным размерам и форме образующейся трещины, которые необходимы для дальнейшего расчета ее подрастания по методике ЛМР. Помимо этого, определение характерных напряжений и оценка поврежденности сварного соединения крайне осложнены в случае швов сложной пространственной формы, например, в трубчатом соединении (Рисунок 5.1) [140].

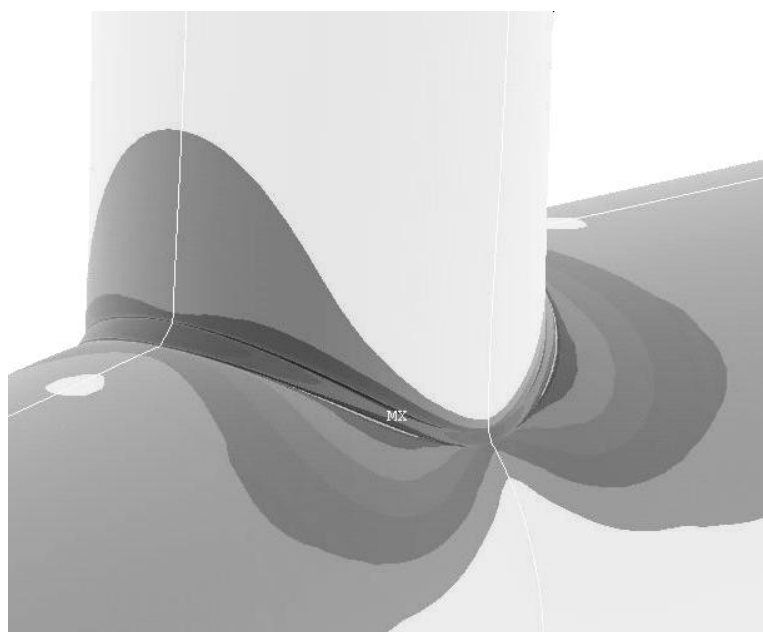


Рисунок 5.1 – Эквивалентные напряжения (по Мизесу) в окрестности сварного соединения при растяжении вертикальной трубы

Предложенная методика моделирования накопления повреждений позволяет прогнозировать зарождение и подрастание трещин в сварных соединениях произвольной формы. В данной главе методика проиллюстрирована расчетом подрастания трещины в тавровом сварном соединении, развивающейся от внутренней полости в области с незначительными остаточными напряжениями.

При развитии повреждения от внешней границы основного и наплавленного металла в начальной фазе циклического деформирования следует принимать во внимание влияние остаточных сварочных напряжений с учетом их перераспределения и релаксации.

5.1 Усталость тавровых сварных соединений

Тавровые сварные соединения широко применяются в конструкциях кранов, морских сооружений, судов, мостов и т.п. (Рисунок 5.2).



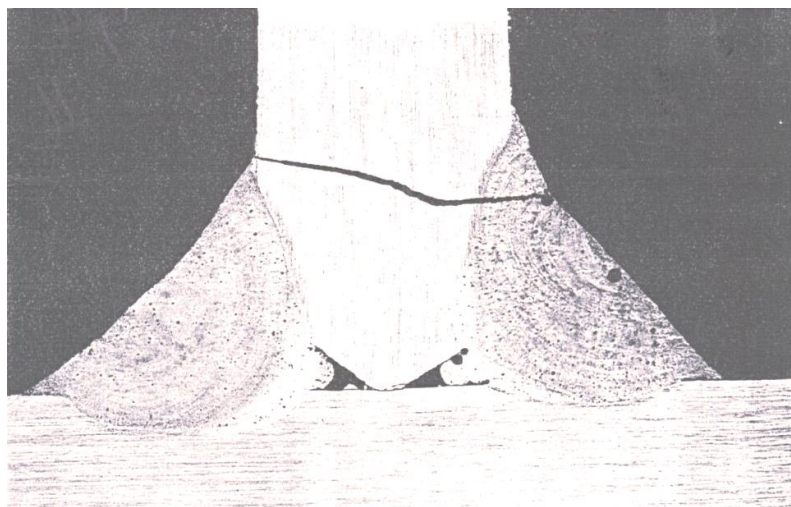
Рисунок 5.2 – Заваренная трещина усталости в сварном шве у окончания кницы на кромке ребра жесткости в конструкции корпуса танкера [86]

При выполнении таврового соединения с неполным проплавлением зазора между свариваемыми элементами может сохраниться полость, вызывающая значительное местное повышение напряжений. Поток напряжений при изгибе или

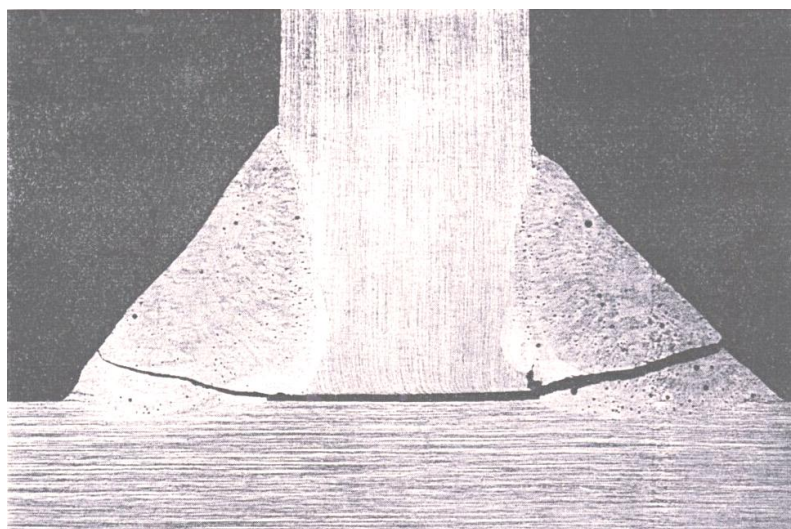
растяжении привариваемого элемента локализуется в материале сварного шва, поэтому полость может стать причиной начала усталостного разрушения, которое трудно обнаружить при периодических осмотрах. Симметричная разделка кромок присоединяемой пластины может обеспечить частичное или даже полное проникновение наплавленного металла вглубь соединения. Однако зачастую такая обработка экономически нецелесообразна, поэтому оценка ресурса сварных соединений с неполным проплавлением – важная задача для разработки правил проектирования металлических конструкций с учетом усталостной долговечности.

Большинство трещин усталости в тавровых сварных соединениях возникает в месте перехода основного металла к наплавленному у внешней поверхности соединения (Рисунок 5.3а), поэтому правила проектирования в основном сосредоточены на оценке ресурса при этом сценарии разрушения [72]. Однако рекомендации правил большей частью основаны на применении S-N кривых, которое предполагает использование для расчета долговечности характерных напряжений в опасной точке при отсутствии трещины и не предусматривает анализа подрастания трещины. Такой подход подразумевает идентичность зарождения и распространения трещины усталости во всех образцах с неполным проплавлением, так как используется единственное значение напряжения, отвечающее за весь процесс разрушения. Некоторые нормативные документы предписывают использование эффективного напряжения в виде комбинации нормальных и касательных напряжений в плоскости ожидаемого распространения трещины [131]. Тавровые соединения, как правило, представлены в нормативных документах в виде однородно нагруженных соединений большой протяженности, для которых возможно сведение к задаче о плоской деформации. Для расчета остаточного ресурса международным институтом сварки (IIW) и ассоциацией классификационных обществ (IACS) рекомендуется применение методики ЛМР [72, 96]. В таком расчете обычно оцениваются значения КИН по мере роста трещины вдоль предполагаемой траектории развития, и определяются ее приращения с помощью уравнения (1.3). Используемая для вычисления значений

КИН конечно-элементная модель должна предполагать возможность постоянного перестроения сетки по мере роста трещины.



a



б

Рисунок 5.3 – Трещины усталости, развившиеся от:
(*a*) – внешней границы основного и наплавленного металла;
(*б*) – внутренней полости (непровара)

В случае неравномерного нагружения (например, при изгибе) сварного соединения ограниченной протяженности при возникновении трещины у внутренней полости выбор характерного напряжения и оценка распространения

трещины заметно усложняются. Для определения областей зарождения трещины необходим трехмерный конечно-элементный анализ полей напряжений. Затем по приращениям трещины в различных направлениях следует определять форму фронта до ее выхода на внешнюю поверхность сварного шва с последовательным перестроением сетки конечных элементов. Однако пластическое деформирование материала подавляет сингулярность поля напряжений и исключает использование КИН на заключительном этапе роста трещины. Современные нормативные документы не содержат прямых рекомендаций к расчету подрастания таких трещин [72, 96, 131].

Распространение трещин усталости в тавровых и крестообразных сварных соединениях с неполным проплавлением может начинаться у внешней поверхности (Рисунок 5.3а) либо у краев внутренней полости в корне шва (Рисунок 5.3б). Развитие конкретного сценария разрушения зависит от геометрических размеров соединения (в первую очередь – от соотношения размеров полости и привариваемой детали, при относительной ширине непровара 0,4 и меньше трещины образуются на внешней поверхности сварного шва [111]), формы наплавленного металла и вида нагружения [131]. Изучение полей напряжений в угловых и тавровых сварных соединениях показывает, что с увеличением относительной ширины полости наиболее вероятным становится развитие разрушения, начинающегося у внутренней полости, например в конструкциях скулового кия корабля [5]. В этой работе была определена долговечность такого сварного соединения расчетом подрастания плоской трещины методикой ЛМР с учетом пластической деформации у кончика трещины.

При возникновении и росте трещины от внешней поверхности для расчета ресурса используются стандартные рекомендации правил расчета усталости и соответствующие S-N кривые. Размеры трещины, отвечающие исчерпанию ресурса, таким расчетом не определяются. Если трещина развивается от внутренней полости соединения, фаза зарождения трещины мала по сравнению с фазой ее подрастания из-за того, что полость может рассматриваться как

начальная трещина. В действительности полость обладает сложной формой и имеет притупленные вершины, поэтому фаза образования трещины может отличаться от образца к образцу в зависимости от конфигурации полости. Установить форму полости в отдельном образце крайне затруднительно, однако понятно, что больший размер полости приводит к более короткой стадии зарождения трещины. Ресурс соединения в этом случае консервативно может определяться фазой распространения трещины.

По мере развития трещины в наплавленном металле расчетная высота сварного шва уменьшается, а номинальные напряжения увеличиваются. Однако даже при невысоких номинальных напряжениях у вершины трещины возникает область пластической деформации, приводящая к постепенной потере сингулярности поля напряжений. Поэтому применение ЛМР ограничено некоторой длиной трещины. Эта длина может быть определена условно, например, по достижению номинальным напряжением предела текучести материала сварного шва, либо приближенно принята равной 0,7 расчетной высоты шва. Конечно-элементный анализ протяженного таврового соединения показывает, что оба критерия приводят к сопоставимым значениям усталостной долговечности [38, 138].

В работе [138] была выполнена оценка сопротивления усталости таврового сварного соединения ограниченной протяженности с неполным проплавлением на примере изгибаемой сосредоточенной нагрузкой консольной пластины (Рисунок 5.4).

Данные испытаний подобного соединения [81] (Рисунок 5.5), а также расчет МКЭ показали, что распространение трещины происходило от внутренней полости. Анализ поля напряжений при отсутствии повреждения позволил установить предполагаемую траекторию развития трещины и значения КИН по контуру полости. Полученные по методике ЛМР значения долговечности удовлетворительно согласовались с экспериментальными данными [73]. Однако хорошее соответствие было получено только при низких номинальных

напряжениях, когда пластическая деформация была невелика, и сохранялась сингулярность напряжений у вершины трещины.

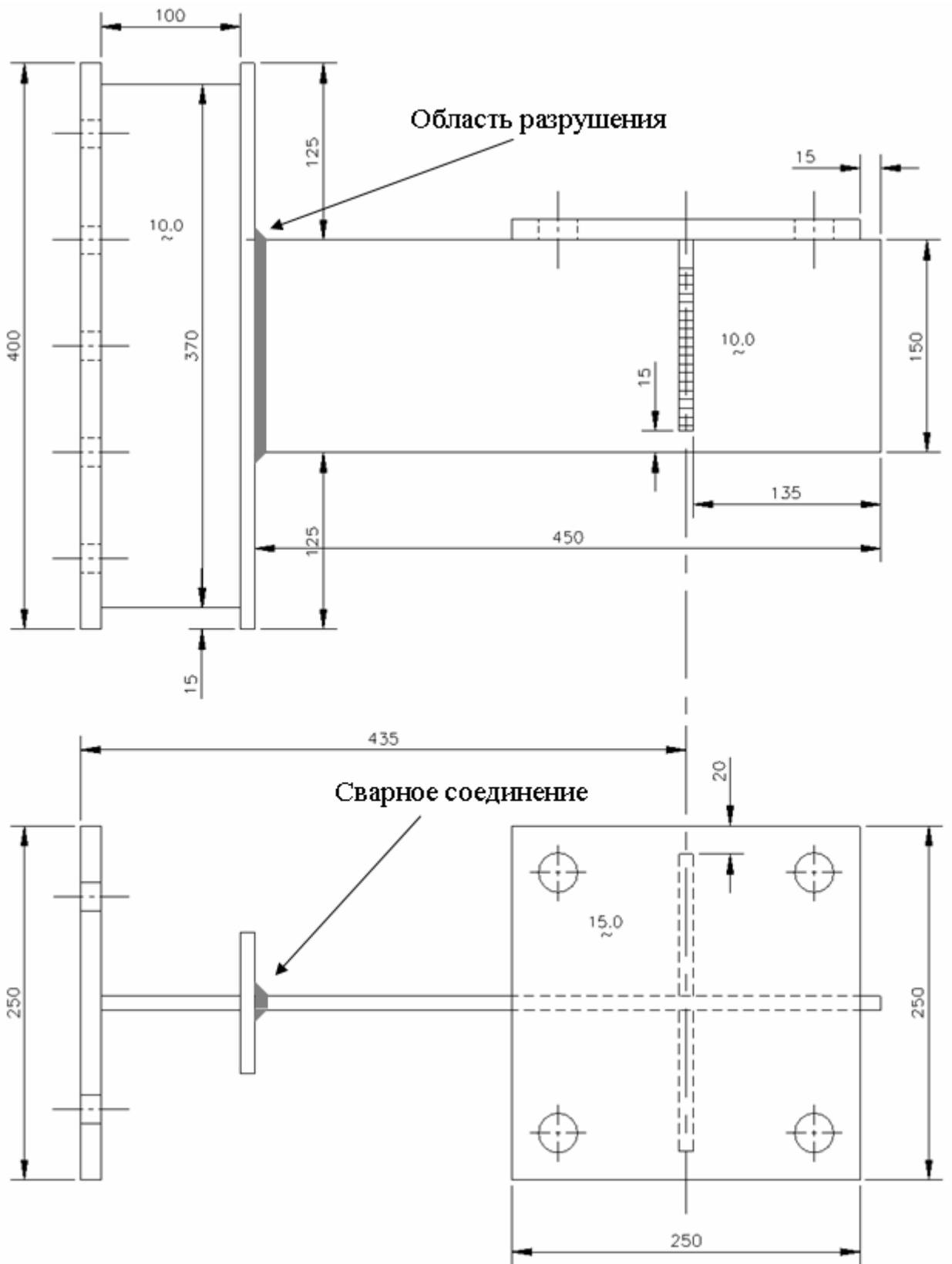


Рисунок 5.4 – Образец в виде консольной пластины [73]

Вследствие известных ограничений методики ЛМР, она не может выступать в качестве универсальной для оценки остаточного ресурса конструкций. Поэтому целесообразно применение модели роста трещины, основанной на анализе накопления повреждений.



Рисунок 5.5 – Трещина в тавровом сварном соединении, образующаяся у торцевой и боковой кромки внутренней полости [81]

5.2 Разработка конечно-элементной модели сварного соединения

Для моделирования распространения пространственной трещины из полости таврового соединения ограниченной протяженности была построена «твердотельная» модель образца (Рисунок 5.6) по имеющимся размерам (Рисунок 5.4). Сечение сварного шва моделировалось треугольным с высотой катета 7 мм, в соответствии с его средним размером на основании экспериментальных данных [73]. Из-за того, что сценарий развития трещины от внешней поверхности сварного шва не рассматривался, внешние скругления

наплавленного металла не моделировались. Предполагалось, что основная пластина жестко закреплена, а присоединенная пластина передает нагрузку от действующего на консоль пульсирующего усилия. Из-за симметрии соединения рассчитывалась его половина.

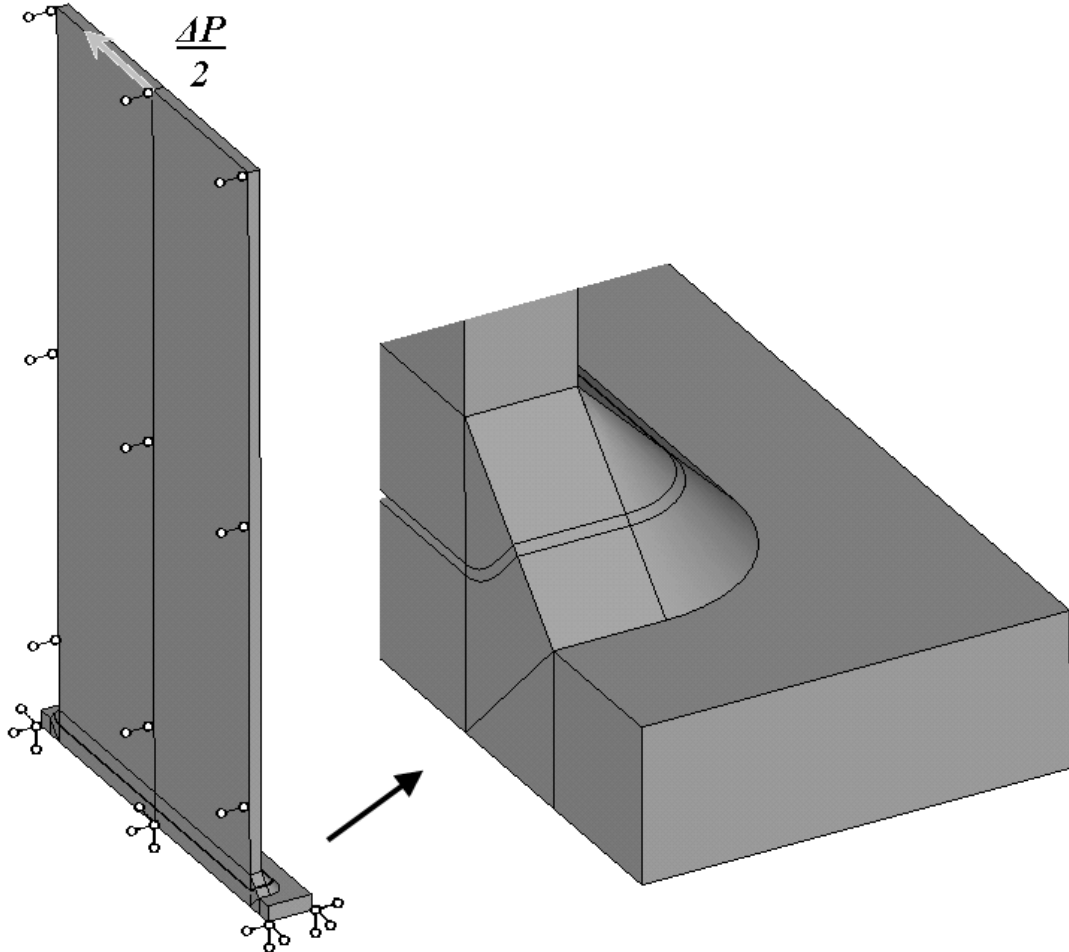


Рисунок 5.6 – «Твердотельная» модель половины образца с нагрузкой и граничными условиями

Расчет развития пространственной трещины усталости подразумевает оценку ее траектории. Наибольшее распространение для предсказания траектории трещины получил постулат Дж. Си (G. Sih), предполагающий подрастание трещины в направлении площадок наибольших главных напряжений [69]. В случае протяженного таврового сварного соединения, когда задача может быть сведена к рассмотрению плоской деформации, определение траектории трещины может быть выполнено с помощью последовательного расчета поля наибольших

главных напряжений при развитии трещины с перестроением сетки конечных элементов. Для сварного соединения ограниченной протяженности при изгибе консоли задача усложняется из-за одновременного роста нескольких трещин – у боковых и торцевого краев полости (Рисунок 5.5). Приближенный анализ эволюции фронта такой трещины был выполнен в работе [138]. Данные численного эксперимента показывают, что в начальной стадии фронт трещины параллелен плоскости полости, затем траектория развития трещины несколько отклоняется от линии расчетной высоты шва. На основании полученных результатов была построена конечно-элементная модель (Рисунок 5.7) для оценки распространения трещины с использованием методики расчета накопления повреждений, в которой сетка конечных элементов подчинена предполагаемой траектории трещины. Сетка была сгущена к области подрастания трещины, чтобы обеспечить приемлемый расчет поля напряжений и деформаций, и укрупнена к периферии от этой области для сокращения времени расчета. Область фронта трещины была разбита на десять одинаковых элементов в направлении от внутренней полости до внешней поверхности шва. Размер этих элементов составлял 0,5 мм и равнялся толщине внутренней полости. Консервативно предполагалось, что длина и ширина полости эквивалентны размерам сечения присоединенной пластины [142].

Для конечно-элементной модели использовался изопараметрический элемент SOLID 45 гексаэдрического типа из библиотеки конечных элементов программного комплекса ANSYS 14.5. Элемент имеет восемь узлов с тремя поступательными степенями свободы, напряжения и деформации распределены линейно по его граням. Возможны вырожденные модификации элемента в виде треугольной призмы и пирамиды, применение которых, однако, не рекомендуется. Модель включает около 57000 элементов и 72000 узлов.

Упругопластическое поведение материала сварного шва описывается обобщенной циклической кривой, которая получается на основании записи петель гистерезиса при испытаниях стандартных образцов. Для циклически стабильной малоуглеродистой стали ВСт3 с пределом текучести $\sigma_y = 240$ МПа и пределом

прочности $\sigma_u = 390$ МПа обобщенная циклическая кривая была аппроксимирована десятью точками (Рисунок 5.8).

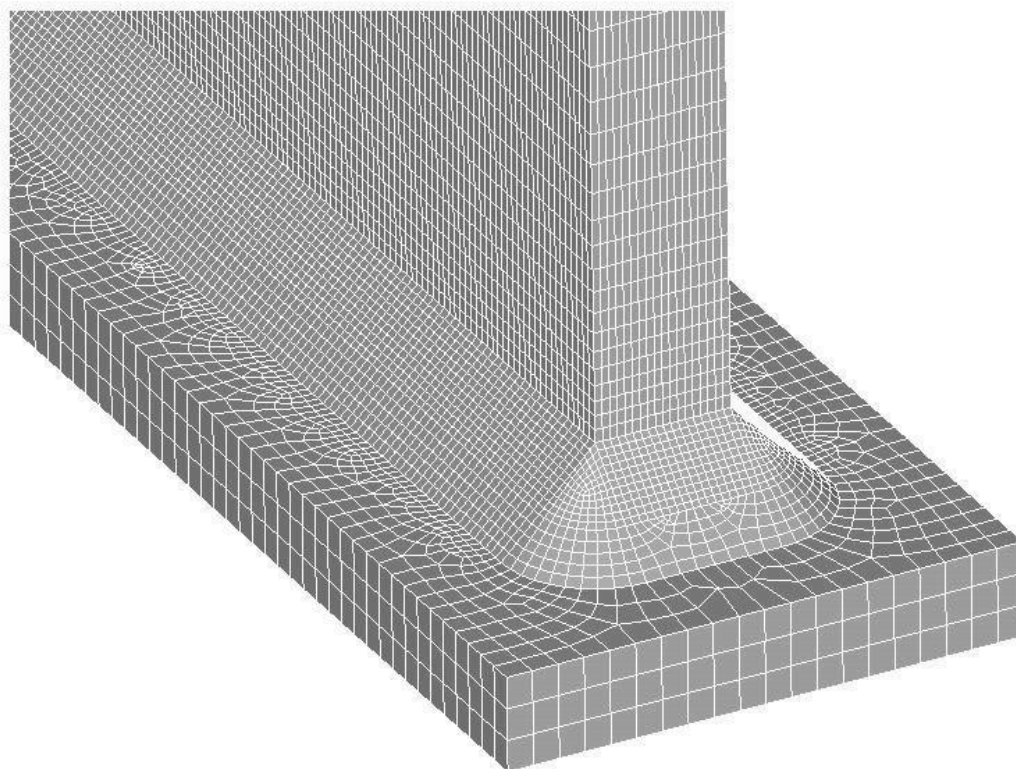


Рисунок 5.7 – Конечно-элементная модель сварного соединения

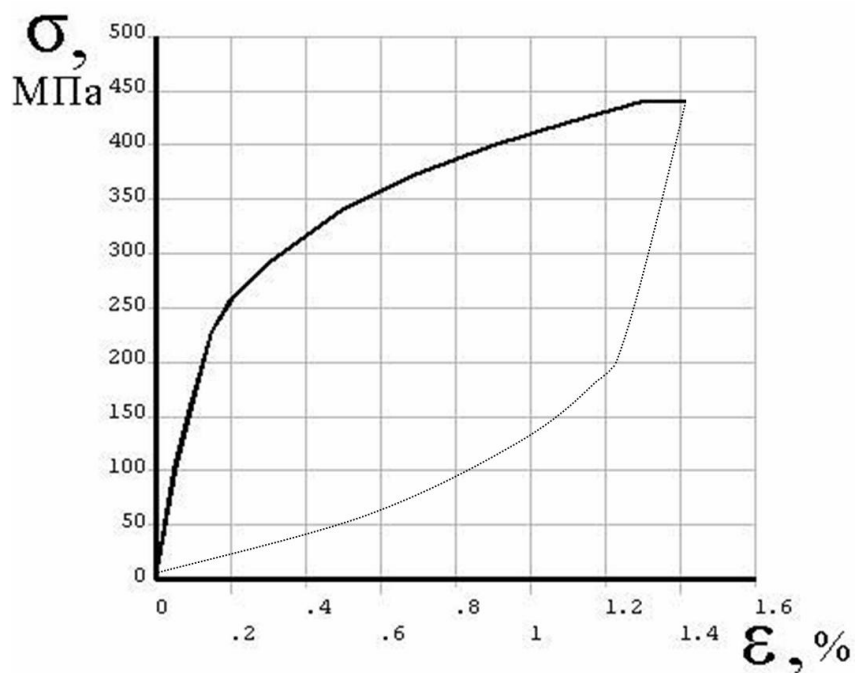


Рисунок 5.8 – Обобщенная циклическая кривая малоуглеродистой стали ВСт3

При начальном нагружении поведение материала подчиняется монотонной диаграмме деформирования. После пластической деформации элемента материала при последующей разгрузке его свойства изменяются, проявляется эффект Баушингера, и поведение материала описывается обобщенной циклической кривой. Однако сопоставительный расчет показывает, что использование обобщенной кривой при начальном нагружении практически не влияет на эволюцию фронта трещины и значения долговечности (расхождения менее 1%). Поэтому монотонная кривая для описания свойств материала не вводилась. Число циклов до разрушения элементов материала определялось в соответствии с правилом линейного суммирования повреждений и критерием (2.3), где константы $C = 0,636$; $B = 0,015$; $\alpha = 0,654$; $\beta = 0,17$ были приняты на основании литературных данных [139]. Для расчета числа циклов до разрушения элементов материала в зависимости от размаха полных деформаций выражение (2.3) было аппроксимировано двумя функциями по методу наименьших квадратов с погрешностью, меньшей 1,2%:

$$\left[\begin{cases} 10^3 \leq N < 8 \cdot 10^4 \\ \Delta \varepsilon = 0,31584N^{-0,5} + 1,5027 \cdot 10^{-3} \\ 8 \cdot 10^4 \leq N \leq 5 \cdot 10^7 \\ \Delta \varepsilon = 0,03844N^{-0,25} + 2,911 \cdot 10^{-4} \end{cases} \right. \quad (5.1)$$

5.3 Анализ результатов конечно-элементного моделирования разрушения сварного соединения

Для оценки развития трещины усталости в тавровом сварном соединении ограниченной протяженности с непроваром использовалась схема, основанная на моделировании накопления повреждений, описанная во второй главе. По результатам расчета поля пластических деформаций и повреждений элементов

материала был выполнен анализ эволюции фронта пространственной трещины до ее выхода на внешнюю поверхность соединения и распространения вдоль шва.

Как показал расчет напряжений в окрестности полости (Рисунок 5.9), наиболее напряженные элементы материала располагаются у окончания боковых кромок и на торцевой кромке полости. Эти элементы определяют начало одновременного распространения трех трещин (Рисунок 5.10) от внутренней полости. С появлением трещин на контуре их фронта напряжения становятся наибольшими (Рисунок 5.11).

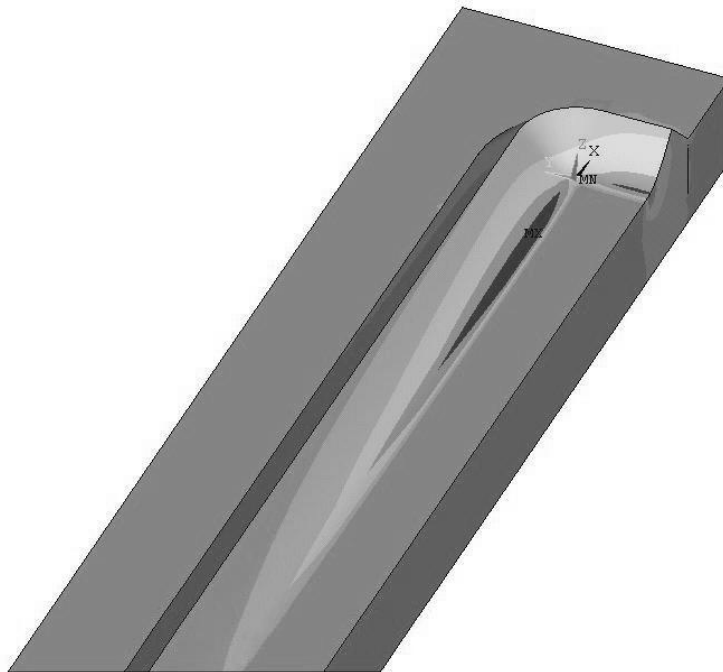
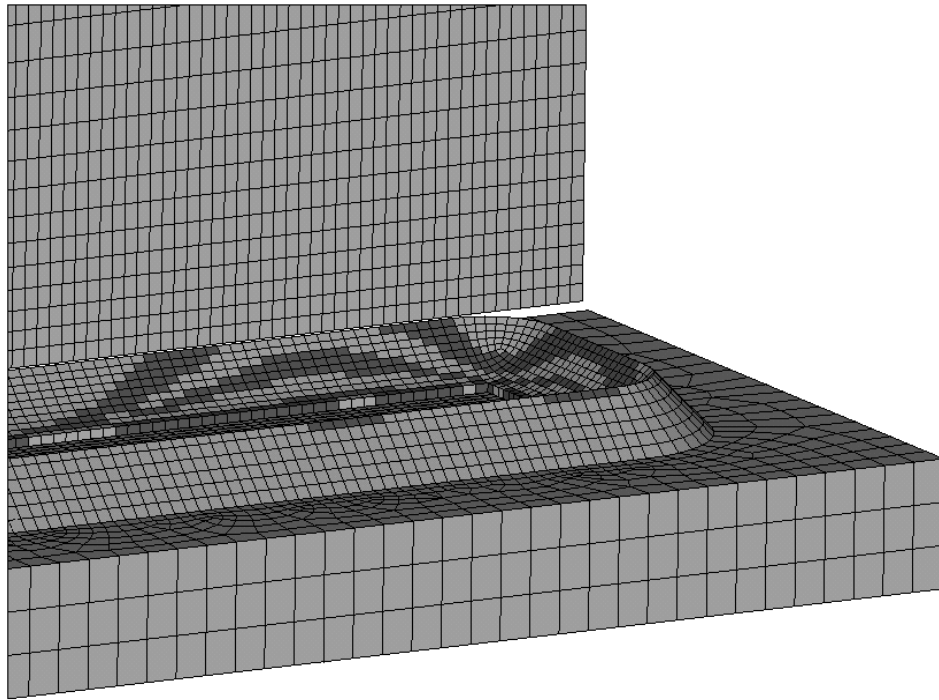


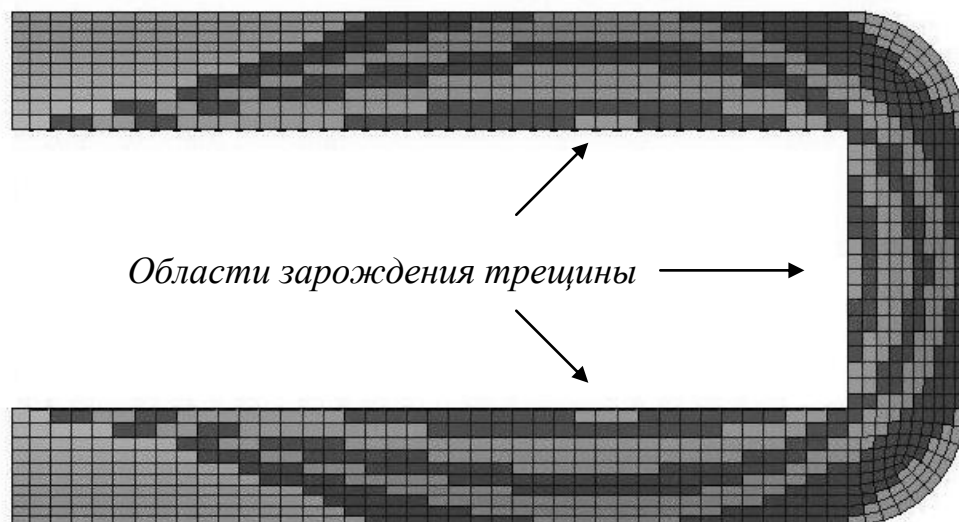
Рисунок 5.9 – Поле наибольших главных напряжений в окрестности полости (разрез по фронту трещины)

Элементы материала, лежащие на периферии от полости в области ожидаемого распространения трещины на начальной стадии развития трещины деформируются упруго и не получают повреждений. На рисунке 5.12 показаны петли гистерезиса для одного из таких элементов, расположенного примерно посередине расчетной высоты сварного шва. По мере приближения трещины к элементу размах его деформаций увеличивается, возникает пластическая деформация, формируются петли циклического деформирования, и элемент начинает повреждаться. Накопленное повреждение и близкое расположение

трещины приводят к увеличению податливости элемента, петли гистерезиса становятся более выраженными по мере распространения трещины (Рисунок 5.12). Когда повреждение элемента становится равным единице, его податливость увеличивается на несколько порядков, и он продолжает формирование фронта трещины.



а) объемный вид



б) вид сверху

Рисунок 5.10 – Эволюция фронта трещины

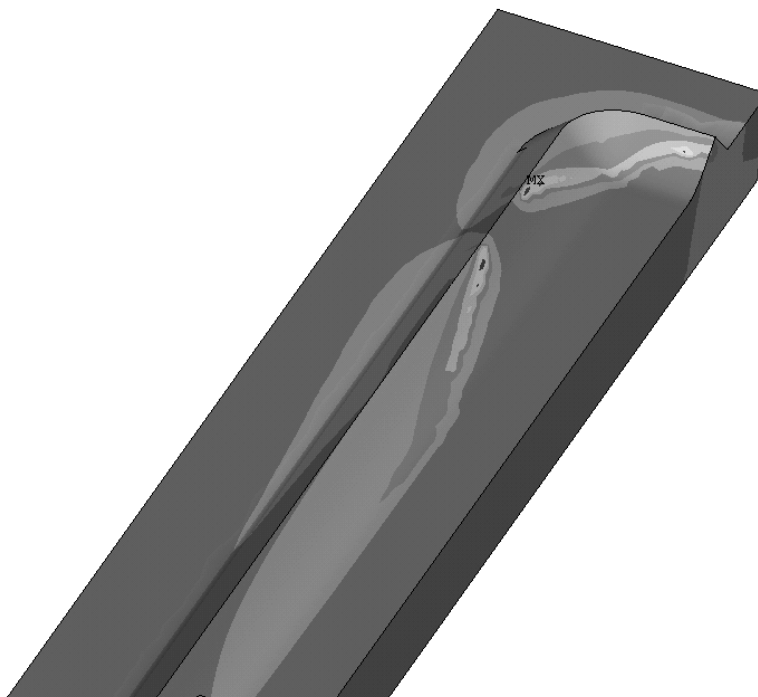


Рисунок 5.11 – Поле наибольших главных напряжений в окрестности вершины трещины при ее выходе на внешнюю поверхность соединения

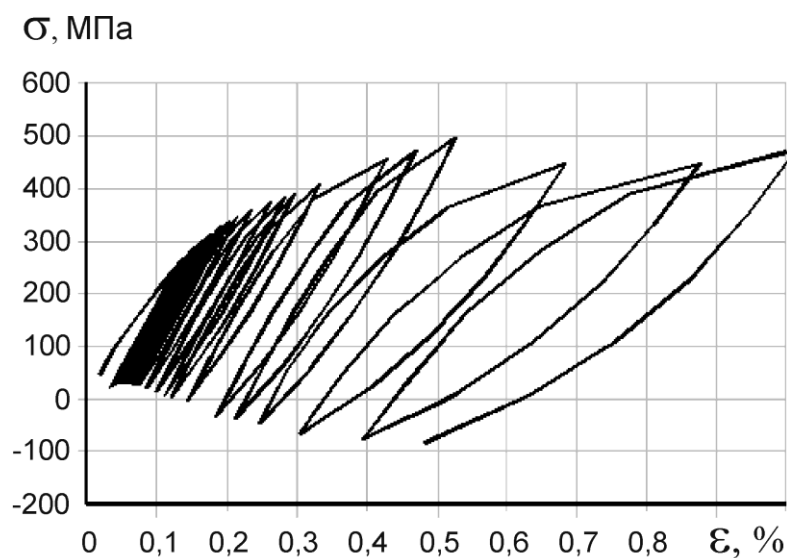


Рисунок 5.12 – Петли циклического деформирования для элемента, лежащего в средней части расчетной высоты сварного шва

Согласно конечно-элементному расчету наиболее интенсивно развивались и первыми вышли на поверхность сварного шва трещины на боковых участках соединения. Полученная расчетом эволюция фронта трещины хорошо согласуется

с экспериментальными данными (Рисунок 5.5) и результатами численного анализа подобного соединения, в котором, однако, рассматривалась модель без трещины при пульсирующем растяжении пластины [38, 138].

Контуры фронта трещины, показанные на рисунке 5.10, соответствуют 32, 57, 85, 94, 98 и 99% ресурса сварного соединения для случая, когда величина пульсирующего усилия $\Delta P = 48,33$ кН. Эволюция фронта оказалась практически идентичной для различных нагрузок. Однако скорость подрастания трещин, а значит, и значения долговечности, находились в сильной зависимости от интенсивности нагружения. Полученные значения усталостной долговечности сварного соединения с непроваром приведены на рисунке 5.13. Номинальные напряжения S у сварного шва вычислены по элементарной балочной теории. Для сравнения также показаны результаты, полученные методикой ЛМР [38], и данные натурального эксперимента, в котором было проведено шесть испытаний для разных нагрузок. Окончание эксперимента определялось достижением трещиной размера около 2 см после ее выхода на внешнюю поверхность сварного шва, как на рисунке 5.11 [73].

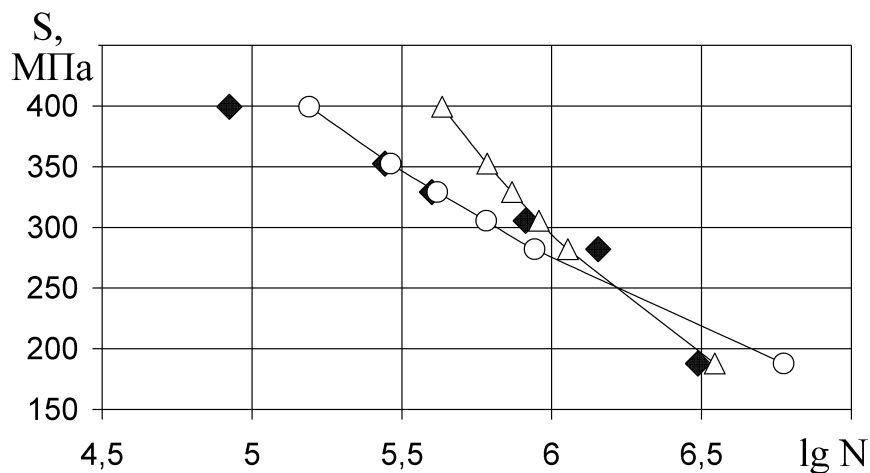


Рисунок 5.13 – Ресурс сварного соединения: ○ – моделирование накопления повреждений; Δ – ЛМР [38]; ◆ – экспериментальные данные [73]

Значения долговечности, полученные при помощи методики расчета повреждений в элементах материала, лучше согласуются с экспериментальными данными, чем значения, вычисленные по методике ЛМР, особенно при высоких

номинальных напряжениях. Следует отметить, что испытания серии образцов при определенной нагрузке всегда приводят к разбросу значений долговечности, которые для подобных соединений могут отличаться в несколько раз [79]. Рассеяние возникает из-за различий в форме и объеме наплавленного металла, особенно в переходных границах с основным металлом, в конфигурации внутренней полости для различных образцов, в меньшей степени – из-за неоднородности в сопротивлении материала переменному нагружению. Эти различия носят случайный характер и сильно зависят от процесса изготовления образцов. Для уточненной оценки долговечности и фронта трещины необходимо располагать более детальными сведениями о размерах и форме сварного шва и внутренней полости, которые могут быть получены, например, методами ультразвукового сканирования.

При использовании предложенного подхода не были приняты во внимание остаточные сварочные напряжения. Известно, что из-за неоднородного распределения эти напряжения могут оказывать существенное влияние на эволюцию фронта трещины усталости [46, 166]. Имеются экспериментальные данные, показывающие, что на начальной стадии развития трещина, распространяющейся от границы основного и наплавленного металла, на внешней поверхности шва может оставаться практически полностью раскрытой [91, 172]. Однако в случае распространения трещины из полости непровара сварочные напряжения имеют второстепенное значение. В окрестности полости наблюдаются незначительные сжимающие напряжения, основные же растягивающие сварочные напряжения сосредоточены на внешней поверхности сварного соединения [11]. При подрастании трещины с развитием пластических деформаций у ее вершины, а затем и во всей рабочей части сечения, происходит постепенное перераспределение и релаксация остаточных сварочных напряжений, поэтому их влияние в данной работе не учитывается. Предложенная методика моделирования возникновения и подрастания трещин усталости позволяет в случае необходимости учитывать сварочные напряжения с помощью термомеханического конечно-элементного расчета.

Изложенные результаты моделирования распространения трещины в тавровом сварном соединении представлены в работах [7, 86, 141, 142].

5.4 Моделирование влияния неоднородности материала на развитие трещины

В предложенной для моделирования трещин усталости схеме свойства элементов материала перед вершиной трещины считались одинаковыми. В действительности однородность свойств материала, часто предполагающаяся в инженерных расчетах, отвечает осреднению реальных свойств микроструктуры материала. Повреждаемые элементы материала перед вершиной трещины также могут обладать различным сопротивлением переменному нагружению вследствие разориентировки плоскостей скольжения в зернах, влияния начальных дефектов в структуре материала, индивидуального характера скопления дислокаций на межзеренных границах.

Моделирование развития сквозной трещины усталости с учетом переменных свойств элементов материала возможно с использованием теории наиболее слабого звена Вейбулла (W. Weibull) [68]. Эта теория первоначально была предложена для описания статистической природы сопротивления разрушению хрупких материалов, однако позднее она также применялась для анализа рассеяния долговечности в испытаниях на усталость [27]. Основная идея этой теории состоит в следующем. В ненапряженном состоянии материал содержит различные по форме, размерам и ориентации дефекты, существование которых предположил А. Гриффит (A. Griffith) для объяснения низкой экспериментальной прочности хрупких материалов. Для развития трещины от этих дефектов требуется разная интенсивность напряжения. Поэтому потеря несущей способности образца или разрушение «цепи» определяется наиболее «слабым звеном», для развития трещины от которого необходимо наименьшее напряжение.

Предложенный в настоящей работе подход допускает моделирование неоднородности свойств поликристаллического материала [14]. Предполагается, что область развития трещины представляет собой «цепь» элементов материала с различным сопротивлением циклическому нагружению. Переменное сопротивление может выражаться, например, разной податливостью и деформационным упрочнением, либо различным критерием разрушения. Разнообразие свойств элементов может приводить к их непоследовательному разрушению, образованию пустот на месте элементов с низким сопротивлением и дальнейшему «прорыву» трещины к ним. Такое скачкообразное подрастание трещины соответствует действительному характеру ее продвижения с преодолением различных микроструктурных барьеров в виде, например, межзеренных границ или включений.

Из-за случайного распределения свойств микроструктуры материала сопротивление элементов переменному нагружению может быть описано подходящим законом распределения. В таком случае накопленное повреждение выражается в виде случайной убывающей функции координаты, отсчитываемой от вершины трещины.

Для иллюстрации влияния неоднородности свойств материала на подрастание трещины в сварном соединении с неполным проплавлением элементам были присвоены различные константы B критерия разрушения (2.3) в соответствии с нормальным распределением Гаусса. Константа B для пяти разных материалов условно варьировалась в пределах 0,001 – 0,029 при среднем значении 0,015. Для каждого типа материала была получена аппроксимация деформационного критерия разрушения аналогично (5.1). Элементы в области подрастания трещины случайным образом были отнесены к одному из пяти материалов с различными свойствами. Рассмотрены четыре случайных распределения материалов по элементам (Рисунок 5.14). Наибольшее распространение в соответствии с нормальным распределением получил третий материал – в среднем 44% от числа всех элементов, наименьшее – первый и пятый – около 4%. Каждое из четырех распределений, полученное взаимной

перестановкой первого и пятого, а также второго и четвертого материалов, было использовано для решения двух задач. Результаты расчета долговечности для восьми случаев при каждом уровне нагрузки приведены на рисунке 5.15, темными маркерами показаны экспериментальные данные.

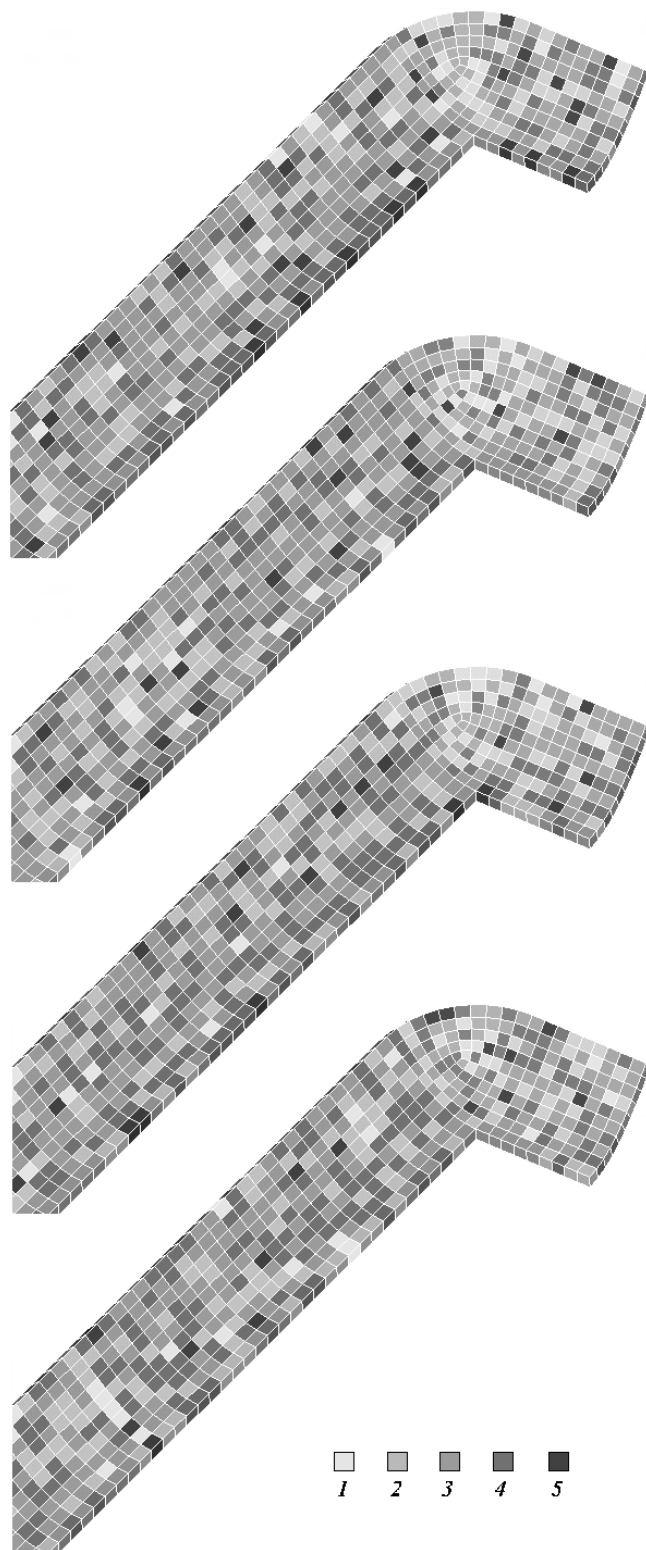


Рисунок 5.14 – Варианты распределения элементов материала

Выбор распределений элементов делался неслучайно. В верхнем распределении на рисунке 5.14 темные элементы с высоким сопротивлением усталости сконцентрированы у мест образования трещины. В этом случае первыми разрушаются элементы, лежащие на некотором отдалении от контура полости. Такому распределению соответствуют продолжительная стадия зарождения трещины и высокая долговечность. При вышеописанной смене материалов для того же распределения фаза зарождения и долговечность напротив невелики. Поэтому разброс значений числа циклов на рисунке 5.15 определяется в первую очередь этим характерным распределением. Распределения, изображенные на рисунке 5.14, были выбраны, чтобы приблизительно оценить величину диапазона долговечности, не рассматривая большого количества распределений и не проводя статистическую обработку результатов.

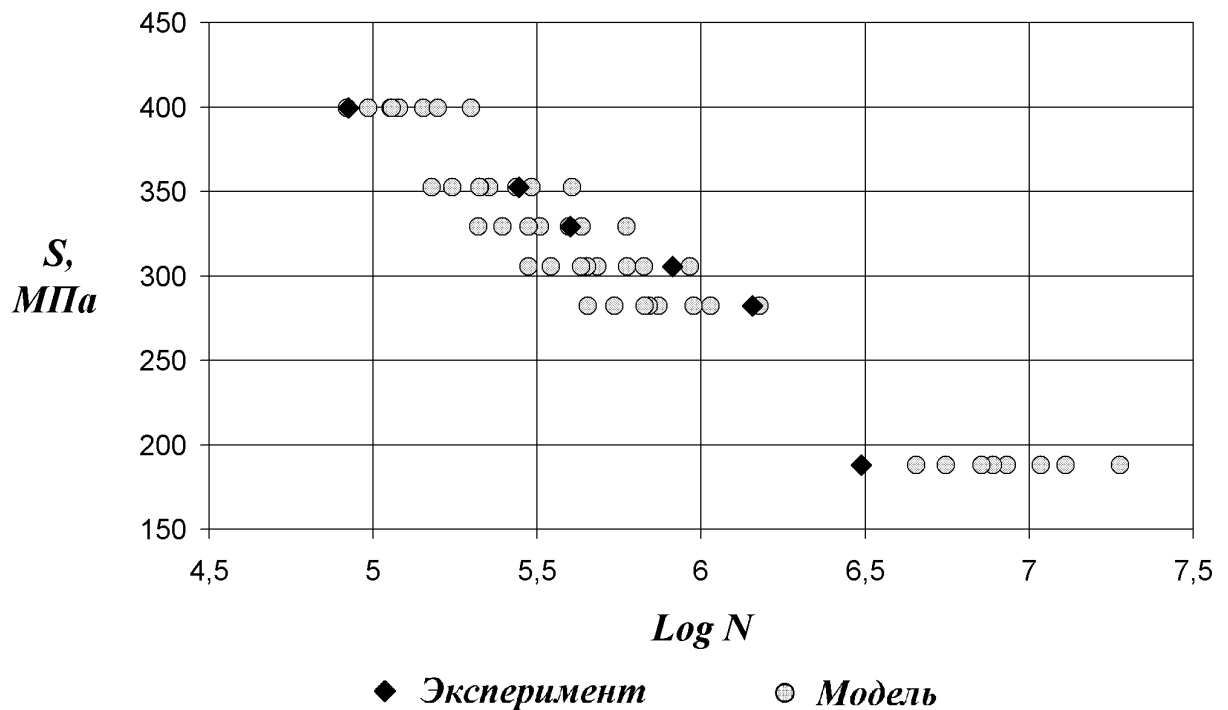


Рисунок 5.15 – Разброс долговечности сварного соединения

Для разных распределений элементов материала скорость подрастания трещины различна. Число разрушенных элементов при развитии трещины пропорционально ее площади, использование которой для анализа скорости роста

пространственных трещин, по-видимому, более представительно по сравнению с длиной в каком-либо направлении. Сравнение зависимостей площади трещины от числа циклов позволяет заключить, что фаза зарождения и начального развития трещины в существенной степени зависит от характера распределения элементов материала, лежащих в наиболее напряженных областях на краю полости. Из-за небольших начальных размеров фронта трещины он может локализоваться в областях сильного или слабого сопротивления материала переменному нагружению. По мере роста трещины, после разрушения около 40% элементов, что соответствует продвижению трещины примерно на 0,4 расчетной высоты сварного шва, контур фронта становится нечувствительным к местной неоднородности свойств элементов, влияние которой осредняется. Начиная с этой стадии развитие трещины единообразно для любого распределения свойств по элементам (Рисунок 5.16). Остаточный ресурс соединения к этому моменту становится равным примерно двум миллионам циклов для всех рассматриваемых распределений элементов при пульсирующей нагрузке $\Delta P = 22,748$ кН (площадь A_0 соответствует моменту выхода трещины на внешнюю поверхность соединения). Эти результаты подтверждаются экспериментальными исследованиями стандартных образцов, которые показывают, что разброс долговечности в серии одинаковых образцов практически полностью определяется стадией зарождения трещины [105, 159, 164].

Результаты моделирования хорошо согласуются с опытными данными, экспериментальная долговечность находится в пределах моделируемого рассеяния практически для всех значений нагрузки. При переходе к многоцикловой области наблюдается значительное расширение разброса долговечности, что соответствует характеру рассеяния при стандартных усталостных испытаниях. Однако условная схема моделирования случайного распределения свойств материала не может обеспечить получение действительного разброса долговечности, обязанного, прежде всего, различиям в размерах и форме внутренней полости, а также в очертаниях наплавленного металла.

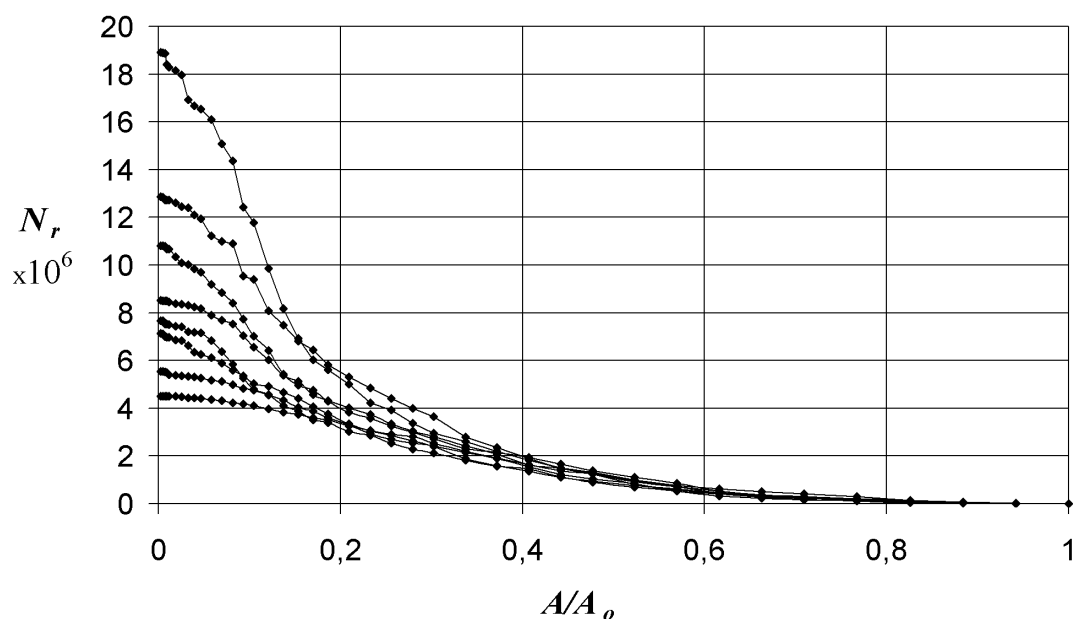


Рисунок 5.16 – Уменьшение остаточного ресурса соединения с ростом трещины
для $\Delta P = 22,748$ кН

Изложенные результаты моделирования развития трещины с учетом неоднородности структуры материала представлены в работе [85].

5.5 Выводы по главе

В современных нормативных документах по оценке ресурса при проектировании и эксплуатации отсутствуют прямые рекомендации к расчету усталостной долговечности сварных тавровых соединений ограниченной протяженности с непроваром. Для определения долговечности такого соединения в данной работе была применена схема моделирования зарождения и подрастания пространственной трещины усталости, основанная на правиле линейного суммирования повреждений. Возникающая в сварном шве трещина моделировалась с помощью деформационного критерия разрушения с учетом упругопластического циклического поведения материала, описываемого обобщенной циклической кривой.

Расчет МКЭ показал, что трещина начала развиваться от внутренней полости, вызванной неполным проплавлением сварного шва, что подтверждается экспериментальными данными для подобных соединений. Применение схемы накопления повреждений позволило смоделировать зарождение, последующие подрастание и слияние трещин до выхода единой трещины на внешнюю поверхность сварного соединения. Важно, что такой подход, в отличие от аппарата ЛМР, позволяет оценивать эволюцию фронта трещины до любой стадии ее роста при развитой пластической деформации. Однако на заключительной стадии распространения трещины, когда перестает преобладать мода ее нормального раскрытия, требуется отдельное рассмотрение траектории трещины во избежание перестроения сетки конечных элементов.

Моделирование случайного сопротивления элементов материала переменному нагружению позволило оценить разброс значений долговечности соединения. Но вследствие условности определения случайных свойств элементов, отсутствия информации о конфигурации внутренней полости и наплавленного металла, создаются предпосылки для возможного расширения границ долговечности.

В расчете не были рассмотрены остаточные сварочные напряжения. Однако анализ температурных напряжений в подобных соединениях показывает, что сварочные напряжения у кромки внутренней полости малы [11], а, следовательно, их влияние на образование трещины незначительно. Развитие пластической зоны перед вершиной трещины при ее подрастании к внешней поверхности шва приводит к перераспределению и релаксации остаточных сварочных напряжений, поэтому их влияние не учитывается.

Результаты моделирования эволюции фронта трещины и расчетная долговечность соединения при разных уровнях нагрузки хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными. Особенно важно полученное соответствие для высоких номинальных напряжений, когда вследствие значительной пластической деформации ограничено применение ЛМР.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлена методика моделирования процесса усталостного разрушения от начала нагружения до достижения предельного состояния детали конструкции, учитывающая формирование и развитие в заданном направлении трещины усталости с криволинейным контуром фронта. В сравнении с принятыми приемами расчета усталости как двустадийного процесса с применением разных моделей: S-N модели – для характеристики начала разрушения (с неопределенным описанием повреждения), аппарата ЛМР – для оценки эволюции плоских трещин, предложенный подход, основанный на оценке накопленного повреждения в элементах материала, обладает рядом преимуществ. Во-первых, при его использовании не требуется начальная трещина определенной конфигурации, при ее отсутствии причиной зарождения трещины может выступать исходная неоднородность материала. Фазы образования и развития трещины не разделяются и рассматриваются в качестве единого процесса вплоть до финальной стадии разрушения (появление сквозной трещины, условия для реализации сценария хрупкого разрушения и т. д.). Во-вторых, при расчете повреждения учитывается пластическая деформация, связанная с процессом накопления необратимых сдвигов в структуре материала, в том числе микропластическая деформация в отдельных структурных элементах при макроупругой деформации элемента конструкции. В-третьих, имеется возможность моделирования подрастания трещины при значительных пластических деформациях, когда исчезает сингулярность напряжений у ее вершины, и применение ЛМР становится некорректным. Непрерывный анализ процесса повреждения элементов материала позволяет учесть повреждение, накопленное в пределах перемещающейся области пластической деформации за время предшествующего нагружения. При использовании предложенного подхода сохраняется информация о поврежденности материала, которая теряется при перестроении сетки конечных элементов, необходимом для анализа развития трещины по методике ЛМР. Наконец, предложенный подход позволяет

практически решить принципиально важную проблему идентичности повреждения материала образца и «критической» области конструкции.

В соответствии с задачами диссертационной работы можно сделать следующие выводы:

1) Для моделирования развития усталостного разрушения элемента конструкции по разработанному подходу достаточно располагать обобщенной циклической кривой и деформационным критерием разрушения, которые могут быть получены при лабораторных экспериментах на стандартных образцах. Использование этих данных позволяет значительно сократить число испытаний элементов конструкций и проводить их более эффективное планирование;

2) Эффект раскрытия трещины при моделировании трещины усталости удалением элементов материала может быть описан с помощью эффективного размаха полной деформации в направлении, перпендикулярном плоскости фронта, вычисляемой для элементов на контуре фронта трещины. При этом значение ПРТ определяется как часть цикла нагружения, в пределах которой среднее по элементу напряжение в направлении, перпендикулярном плоскости фронта, положительно;

3) Результаты усталостных испытаний образцов и узлов конструкций характеризуются разбросом долговечности, отражающим влияние начальной неоднородности поликристаллической структуры материала. В современных правилах в качестве расчетных используют кривые усталости, соответствующие малой вероятности разрушения. Поэтому важная задача состоит в оценке разброса, которая может быть выполнена с помощью моделирования различий в свойствах материала. На примере трещин, развивающихся в цилиндрических образцах и в сварном соединении, было показано, что неоднородность свойств может проявляться в неодинаковом сопротивлении переменному нагружению элементов материала, например, в их разном циклическом упрочнении или в различии параметров критерия разрушения;

4) В результате работы был разработан алгоритм, реализованный в виде программного кода, в котором с помощью многомерных массивов выполняется

анализ параметров, необходимых для расчета поврежденности элементов материала – напряжений, деформаций, ПРТ, числа циклов до разрушения каждого элемента. Использование программного кода позволяет выполнять расчеты зарождения и подрастания трещин усталости с криволинейным контуром фронта в элементах конструкций, если имеется предварительная оценка траектории их развития;

5) Представленный подход был использован для анализа распространения плоских трещин эллиптической формы, развивающихся от начальных надрезов, трещины сложной формы в сварном соединении ограниченной протяженности с неполным проплавлением, а также трещин, завершающих процесс накопления повреждений в образцах, испытываемых при одноосном переменном нагружении без начального надреза. Результаты моделирования во всех случаях хорошо согласуются с опубликованными экспериментальными данными.

Перспективы дальнейшей разработки темы

Параметр поврежденности элементов материала подвержен влиянию их размера, поэтому для оценки долговечности представляет интерес изучение сходимости решения, зависящего от подробности сетки конечных элементов. Ограниченный по вычислительным соображениям анализ сходимости был выполнен в третьей главе при моделировании разрушения цилиндрических образцов. Размер элементов материала в области развития трещины может зависеть от величины пластической области и среднего размера компонентов поликристаллической структуры материала. Результатом такой работы, по-видимому, могут стать рекомендации к выбору размера элемента в зависимости от вида соединения, нагружения и материала. Для снижения чувствительности расчета к подробности сетки можно также вводить зависимость свойств элемента, например, характера накопления повреждений, от его абсолютных размеров и размеров области, в которой развивается повреждение. Параметры этой зависимости могут быть определены по результатам испытаний с монотонно увеличивающейся амплитудой нагружения геометрически подобных стандартных

образцов. Это предложение, вероятно, может стать путем решения проблемы масштабного эффекта в разработанной процедуре.

Предварительные численные эксперименты по предложенной методике показывают, что значение ПРТ после однократной перегрузки уменьшается, что согласуется с известными экспериментальными данными. Моделирование развития трещин при нерегулярном нагружении требует описания влияния инерции пластической деформации на параметры обобщенной циклической кривой, которое может быть выполнено только экспериментально.

Для построения конечно-элементной модели узла конструкции в соответствии с предложенной методикой необходимо располагать предварительной ориентацией траектории развития трещины, получаемой с помощью анализа площадок наибольших главных напряжений. Альтернативным способом моделирования подрастания трещин усталости с учетом их изменяющейся траектории, по-видимому, может быть использование расширенного МКЭ (XFEM).

Экспериментальные данные свидетельствуют о возможности определения параметров деформационного критерия Мэнсона с помощью характеристики (числа) твердости по Бринеллю [151], следовательно, можно предполагать существование подобной закономерности и на микроуровне. Поэтому проведение лабораторных исследований микроструктуры, например, с измерением микротвердости, может быть полезным для более обоснованного выбора параметров сопротивления переменному нагружению элементов материала при моделировании его неоднородности и оценке разброса долговечности образцов и элементов конструкций.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

КИН – коэффициент интенсивности напряжений;

ЛМР – линейная механика разрушения;

МКЭ – метод конечных элементов;

МПС – механика поврежденной среды;

ПРТ – параметр раскрытия трещины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Агамиров, Л.В. Расчетное обоснование кривой усталости элементов конструкций на базе критерия подобия усталостного разрушения / Л.В. Агамиров // Вестник машиностроения. – 2000. – №11. – С. 27–31.
2. Бабкин, А.А. Прогнозирование роста приповерхностных усталостных трещин : дис. ... канд. техн. наук : 01.02.06 / Бабкин Артем Александрович. – М., 2000. – 99 с.
3. Бородой, А.Н. Численный анализ полей напряжений и развития дефектов при малоцикловом нагружении элементов конструкций с концентраторами : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 01.02.04. / Бородой Александр Николаевич. – Орел, 2012. – 24 с.
4. Волков, В.М. Объединенная модель образования и роста усталостных трещин в концентраторах напряжений / В.М. Волков, А.А. Миронов // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. – 2005. – №67. – С. 20–25.
5. Гучинский, Р.В. Оценка долговечности сварного соединения конструкций скулового киля корабля приемами механики разрушения / Р.В. Гучинский, С.В. Петин // XXXIX Неделя науки СПбГПУ: матер. межд. науч.–практ. конф. Инженерно-технические науки. Ч. 1. – СПб., 2010. – С. 368–369.
6. Гучинский, Р.В. Оценка рассеяния усталостной долговечности при помощи моделирования неоднородности накопления повреждений / Р.В. Гучинский, С.В. Петин // Неделя науки СПбПУ: материалы науч. форума с междунар. участием. Институт прикладной математики и механики. – СПб., 2015. – С. 72–75.
7. Гучинский, Р.В. Оценка усталостной долговечности сварного соединения с помощью конечно–элементного моделирования накопления повреждений / Р.В. Гучинский, С.В. Петин // Тез. докл. Всерос. науч.–техн. конф. «Актуальные задачи развития судостроения и судоходства». – СПб., 2015. – С. 53–55.

8. Гучинский, Р.В. Прогнозирование развития четвертьэллиптической трещины усталости с помощью конечно–элементного моделирования накопления повреждений / Р.В. Гучинский, С.В. Петинов // Журнал Сиб. фед. ун-та. Серия: техника и технологии. – 2015. – Т. 8, №7. – С. 890–900.
9. Гучинский, Р.В. Распространение пространственных трещин усталости и его конечно–элементное моделирование / Р.В. Гучинский, С.В. Петинов // Сб. молод. науч.–практ. конф. в рамках Недели науки СПбПУ, Институт прикладной математики и механики. – СПб., 2014. – С. 9–12.
10. Гучинский, Р.В. Численное моделирование распространения полуэллиптической трещины усталости на основании оценки накопления повреждений / Р.В. Гучинский, С.В. Петинов // Вычисл. мех. спл. сред. – 2015. – Т. 8, №4. – С. 376–385.
11. Карзов, Г.П. Физико-механическое моделирование процессов разрушения / Г.П. Карзов, Б.З. Марголин, В.А. Швецова // СПб. : Политехника, 1993. – 391 с.
12. Качанов, Л.М. О времени разрушения в условиях ползучести / Л.М. Качанов // Известия Академии наук СССР. Отделение технических наук. – 1958. – №8. – С. 26–31.
13. Когаев, В.П. Расчет на прочность при напряжениях, переменных во времени / В.П. Когаев. – М. : Машиностроение, 1977. – 232 с.
14. Королев, И.К. Конечно–элементное моделирование накопления повреждений и развития усталостной трещины в материале со стохастическим распределением сопротивления элементов микроструктуры / И.К. Королев, С.В. Петинов, А.Б. Фрейдин // Труды ЦНИИ им. академика А.Н.Крылова. – 2010. – №53. – С. 59– 66.
15. Королев, И.К. Численное моделирование накопления повреждений и развития усталостной трещины в упругих материалах / И.К. Королев, С.В. Петинов, А.Б. Фрейдин // Вычисл. мех. спл. сред. – 2009. – Т. 2, №3. – С. 34-43.
16. Манжула, К.П. О параметрах краевой трещины при действии внешней нагрузки и остаточных напряжений / К.П. Манжула // Современное

- машиностроение: наука и образование: материалы 4-й Межд. науч.-практ. конф. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2014. – С. 699–706.
17. Федоров, А.С. Условный предел текучести и единая безразмерная диаграмма циклического деформирования металлов / А.С. Федоров // Механика стержневых систем и сплошных сред: Межвуз. сб. ЛИСИ. – 1980. – №13. – С. 13–18.
 18. Махутов, Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность / Н.А. Махутов. – М. : Машиностроение, 1981. – 272 с.
 19. Махутов, Н.А. Исследование полей накопленных повреждений при циклическом нагружении / Н.А. Махутов, Н.К. Веретимус // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2000. – Т. 66, №8. – С. 46–49.
 20. Новожилов, В.В. Исследование распространения поверхностных трещин при циклических нагружениях / В.В. Новожилов, О.Г. Рыбакина // Механическая усталость металлов: Матер. VI Междунар. коллоквиума. – Киев, 1983. – С. 231–239.
 21. Новожилов, В.В. Перспективы построения критерия прочности при сложном нагружении / В.В. Новожилов, О.Г. Рыбакина // Инженерный журнал. Механика Твердого Тела. – 1966. – №5. – С. 103–111.
 22. Петин, С.В. Основы инженерных расчетов усталости судовых конструкций / С.В. Петин. – Л. : Судостроение, 1990. – 224 с.
 23. Петин, С.В. Пластические деформации при программном нагружении / С.В. Петин // Тр. НТО Судпрома. – 1967. – Вып. 99. – С. 125–129.
 24. Прогнозирование усталостной долговечности металлов с учетом неоднородности микроструктуры / Р.В. Гучинский, С.В. Петин, Ш. Сиддик и др. // Науч.-техн. вед. СПбГПУ. – 2015. – №4(231). – С. 134–143.
 25. Седов, Л.И. Механика сплошной среды / Л.И. Седов // М. : Наука, 1970. – Т. 2. – 568 с.
 26. Семенов, А.С. Описание роста усталостной макротрещины на основе концепции нелокальных континуальных повреждений / А.С. Семенов,

- А.И. Носиков, Б.Е. Мельников // Науч.-техн. вед. СПбГПУ. – 2002. – №3(29). – С. 179–189.
27. Серенсен, С.В. Несущая способность и расчеты деталей машин на прочность / С.В. Серенсен, В.П. Когаев, В.К. Шнейдерович. – М. : Машиностроение, 1972. – 452 с.
28. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений / Под ред. Ю. Мураками. – М. : Мир, 1990. – Т. 2. – 1013 с.
29. Численное моделирование процессов зарождения и развития трещин на основе соотношений механики поврежденной среды / С.А. Капустин, В.А. Горохов, В.Ю. Пантелеев и др. // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. – 2009. – №71. – С. 36–44.
30. A new finite element fatigue modeling approach for life scatter in tensile steel specimens / A. Warhadpande, B. Jalalahmadi, T.S. Slack et al. // Int. J. Fatigue. – 2010. – V. 32, №4. – P. 685–697.
31. A new method of numerical simulation for behavior of fatigue crack propagation based on low cycle fatigue damage / X.W. Huang, L.X. Cai, C. Bao et al. // J. Eng. Mech. – 2011. – V. 28, №10. – P. 202–208.
32. A theoretical model of semi-elliptic surface crack growth / K. Shi, L. Cai, L. Chen et al. // Chin. J. Aeronaut. – 2014. – V. 27, №3. – P. 730–734.
33. A theory of fatigue based on unbonding during reversed slip: Report P-350 / Shanley F.R. – Santa Monica: The Rand Corporation, 1952.
34. Alshoaibi, A.M. Adaptive finite element modeling of fatigue crack propagation / A.M. Alshoaibi // Int. J. Mater. Sci. and Applications. – 2013. – V.2, №3. – P. 104-108.
35. An evaluation of 3D crack growth using ZENCRACK / DSTO Aeronaut. Maritime Res Lab; J. Hou, M. Goldstraw, S. Maan et al. – DSTO-TR-1158, 2001. – 40 p.
36. Analyses of surface cracks in finite plates under tension or bending loads: NASA TP-1578 / I.S. Raju, J.C.Jr. Newman. – 1979. – 46 p.

37. Application of bi-linear log-log S-N model to strain-controlled fatigue data of aluminum alloys and its effect on life predictions / A. Fatemi, A. Plaseied, A.K. Khosrovaneh et al. // *Int. J. Fatigue*. – 2005. – V. 27, №9. – P. 1040–1050.
38. Assessment of fatigue strength of weld root in ship structure: an approximate procedure / A.I. Frumen et al. // *Науч.–техн. проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения: Труды VI Междунар. конф.* – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та. – СПб, 2005. – С. 537–544.
39. Bolotin, V.V. Early fatigue crack growth as the damage accumulation process / V.V. Bolotin, I.L. Belousov // *Prob. Eng. Mech.* – 2001. – V. 16, №4. – P. 279-287.
40. Bolotin, V.V. Probabilistic model of early fatigue crack growth / V.V. Bolotin, A.A. Babkin, I.L. Belousov // *Prob. Eng. Mech.* – 1998. – V. 13, №3. – P. 227-232.
41. Branco, R. Finite element modelling and analysis of crack shape evolution in mode-I fatigue middle cracked tension specimens / R. Branco, F.V. Antunes // *Eng. Fract. Mech.* – 2008. – V. 75, №10. – P. 3020–3037.
42. Brennan, F.P. An experimental and analytical study of fatigue crack shape control by cold working / F.P. Brennan, S.S. Ngiam, C.W. Lee // *Eng. Fract. Mech.* – 2008. – V. 75, №3–4. – P. 355–363.
43. Broek, D. Elementary engineering fracture mechanics / D. Broek. – Hague: Martinus Nijhoff Publishers, 1984. – 469 p.
44. Bui-Quoc, T. An interaction effect consideration in cumulative damage on a mild steel under torsion loading / T. Bui-Quoc // *Proc. of the 5th Int. Conf. on Fract.* – 1981. – V. 5. – P. 2625–2633.
45. Burke-Veliz, A. Finite element modelling of fatigue crack growth in multi-layered architectures: PhD thesis / A. Burke-Veliz. – Southampton, 2009. – 281 p.
46. Cai, C.Q. A normalized area-compliance method for monitoring surface crack development in a cylindrical rod / C.Q. Cai, C.S. Shin, // *Int. J. Fatigue*. – 2005. – V. 27, №7. – P. 801–809.
47. Carter, B.J. Automated 3-D crack growth simulation / B.J. Carter, P.A. Wawrzynek, A.R. Ingraffea // *Int. J. Numer. Meth. Eng.* – 2000. – V. 47, №1-3. – P. 229–253.

48. Castro, J.T.P. Fatigue crack growth predictions based on damage accumulation calculations ahead of the crack tip / J.T.P. Castro, M.A. Meggiolaro, A.C.O. Miranda // *Comput. Mater. Sci.* – 2009. – V. 46, №1. – P.115–123.
49. Chaboche, J.L. A differential law for nonlinear cumulative fatigue damage / J.L. Chaboche // *In Materials and Building Research, Paris Institut Technique du Batiment et des Travaus Publies, Annales de l'ITBTP.* – 1977. – HS №. 39. – P. 117-124.
50. Chahardehi, A. Surface crack shape evolution modeling using an RMS SIF approach / A. Chahardehi, F.P.Brennan, S.K. Han // *Int. J. Fatigue.* – 2010. – V. 32, №2. – P. 297–301.
51. Chalant, G. Model of fatigue crack propagation by damage accumulation at the crack tip / G. Chalant, L. Remy // *Eng. Fract. Mech.* – 1983. – V.18, №5. – P. 939-952.
52. Chen, L. A new method to predict fatigue crack growth rate of materials based on average cyclic plasticity strain damage accumulation / L. Chen, L. Cai, D. Yao // *Chin. J. Aeronaut.* – 2013. – V. 26, №1. – P. 130–135.
53. Chipalo, M.I. A finite element technique for the investigation of the shape development of planar cracks with initially irregular profiles / M.I. Chipalo, M.D. Gilchrist, R.A. Smith // *Int. J. Mech. Sci.* – 1990. – V.32, №3. – P. 243–251.
54. Coffin, L.F. A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal / L.F. Coffin // *Trans. ASME.* – 1954. – V. 76. – P. 931–950.
55. Coffin, L.F., Design aspects of high–temperature fatigue with particular reference to thermal stresses / L.F. Coffin // *Trans. of the ASME.* – 1956. – V. 78. – P. 527-532.
56. Comparison of fatigue life assessment by analytical, experimental and damage accumulation modelling approach for steel SAE 1045 / M. Imran, S. Siddique, R. Guchinsky et al. // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 2016. – V. 39. – DOI: 10.1111/ffe.12426.
57. Cook, G. The application of 3D finite element analysis to engine life prediction / G. Cook, C. Timbrell, B. Browning // *Symposium on "Turbine Engine and*

- Airframe Sustainment", AeroMat 2001 – 12th Advanced Aerospace Materials & Processes Conf. & Exhibition. – Long Beach, CA, 2001.
58. Crack opening displacement and the rate of fatigue crack growth / R.J. Donahue, H.M. Clark, P. Atanmo et al. // *Int. J. Fract. Mech.* – 1972. – V. 8, №2. – P. 209-219.
 59. Cumulative fatigue damage in low cycle fatigue and gigacycle fatigue for low carbon–manganese steel / Z.Y. Huang, D. Wagner, C. Bathias et al. // *Int. J. Fatigue.* – 2011. – V. 33, №2. – P. 115–121.
 60. Cumulative fatigue damage under strain controlled conditions / T. Bui–Quoc, J. Dubuc, A. Bazergui et al. // *J. Mater.* – 1971. – V. 63. – P. 718–737.
 61. Davidson, D.L. Fatigue crack tip plasticity associated with overloads and subsequent cycling / D.L. Davidson, J.Jr. Lankford // *J. Eng. Mater. Technol.* – 1976. – V. 98, №1. – P. 17–23.
 62. Description of stress–strain curves by three parameters: technical report №902 NACA / Ramberg W.; Osgood W.R. – Washington, 1943. – 28 p.
 63. El Hakimi, A. Numerical and analytical study of severity of cracks in cylindrical and spherical shells / A. El Hakimi, P. Le Grogneq, S. Hariri // *Eng. Fract. Mech.* – 2008. – V. 75, №5. – P. 1027–1044.
 64. Elber, W. Equivalent constant–amplitude concept for crack growth under spectrum loading / W. Elber // *ASTM STP 595.* – 1976. – P. 236–250.
 65. Elber, W. The significance of fatigue crack closure / W. Elber // *Damage tolerance in aircraft structures, ASTM STP 486: American Society for Testing and Materials.* – Philadelphia, 1971. – P. 230–242.
 66. Elber, W. Fatigue crack closure under cyclic tension / W. Elber // *Eng. Fract. Mech.* – 1970. – V. 2, №1. – P. 37–45.
 67. Ellyin, F. Fatigue damage, crack growth and life prediction / F. Ellyin. – London: Chapman & Hall, 1996. – 470 p.
 68. Ellyin, F. Probabilistic simulation of fatigue crack growth by damage accumulation / F. Ellyin, C.O. Fakinlede // *Eng. Fract. Mech.* – 1985. – V. 22, №4. – P. 697-712.

69. Erdogan, F. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear / F. Erdogan, G.C. Sih // *J. Basic Eng.* – 1963. – V. 85. – P. 519–527.
70. Fan, R. The rs–method for material failure simulations / R. Fan, J. Fish // *Int. J. Numer. Meth. Eng.* – 2008. – V. 73, №11. – P. 1607–1623.
71. Fatemi, A. Cumulative fatigue damage and life prediction theories: a survey of the state of the art for homogeneous materials / A.Fatemi, L. Vang // *Int. J. Fatigue.* – 1998. – V. 20, №1. – P. 9–34.
72. Fatigue analysis of welded components: designer’s guide to the structural hot-spot stress approach / Niemi E., Fricke W., Maddox S.J. – Woodhead Publishing, 2006. – 56 p.
73. Fatigue strength of load–carrying box fillet weldment in ship structure / W.S. Kim et al. // *Proc., 8th Int. Symposium PRADS–2001.* – Shanghai, 2001. – V. 2. – P. 1161–1167.
74. Fawaz, S.A. Experimental verification of stress intensity factor solutions for corner cracks at a hole subject to general loading / S.A. Fawaz, B. Andersson, J.C.Jr. Newman // *Proc. of the 22nd Symposium of the Int. Committee on Aeron. Fatigue, 7–9 May 2003.* – Lucerne, 2003.
75. Fawaz, S.A. Fatigue crack growth in riveted joints: Ph.D. Thesis / S.A. Fawaz. – Delft, 1997. – 230 p.
76. Fleck, N.A. Closure behaviour of surface cracks / N.A. Fleck, I.F.C. Smith, R.A. Smith // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1983. – V. 6, №3. – P. 225–239.
77. Forman, R.G. Numerical analysis of crack propagation in cyclic–loaded structures / R.G. Forman, V.E. Kearney, R.M. Engle // *J. Basic Eng.* – 1967. – V. 89, №3. – P. 459–464.
78. Forsyth, P.J.E. Unified description of micro and macroscopic fatigue crack behavior / P.J.E. Forsyth // *Int. J. Fract.* – 1983. – V. 5, №1. – P. 3–14.
79. FPSO Fatigue Capacity Phase II: Task 2.3: Report on Experimental Investigation of Root Cracking at Fillet Welds Around Attachments Ends / O. Doerk. – UNI Hamburg–Harburg, 2003. – 25 p.

80. French, H.J., Fatigue and hardening of steels / H.J. French // Trans. of the ASST. – 1933. – V. 21, №10 – P. 899–946.
81. Fricke, W. Fatigue strength investigation and assessment of fillet–welds around stiffener and bracket toes / W. Fricke, O. Doerk, L. Gruenitz // Proc. of Special FPSO Conf. of OMAE. – Houston, 2004. – 13 p.
82. Frost, N.E. The propagation of fatigue cracks in test specimens / N.E. Frost, D.S.Dugdale // J. Mech. Phys. Solids. – 1958. – V. 6, №2. – P. 92–110.
83. Galdos, R. A finite element technique to simulate the stable shape evolution of planar cracks with an application to a semi–elliptical surface crack in a bimaterial finite solid / R. Galdos // Int. J. Numer. Meth. Eng. – 1997. – V. 40, №5. – P. 905-917.
84. Glinka, G. A Cumulative model of fatigue crack growth / G. Glinka // Int. J. Fatigue. – 1982. – V. 4, № 2. – P. 59–67.
85. Guchinsky, R.V. Fatigue assessment of the fillet-welded joint including the material inhomogeneity / R.V. Guchinsky, S.V. Petinov // Университетский научный журнал. – 2016. – №17. – С. 22–34.
86. Guchinsky, R.V. Fatigue of fillet–welded joint assessment by the FEA simulation of damage accumulation / R.V. Guchinsky, S.V. Petinov // Proc. of XXXIX Int. Summer School–Conf. APM 2011. – St.Petersburg, 2011. – P. 205–212.
87. Guchinsky, R.V. Finite–element modeling of the semi–elliptical fatigue crack growth using damage accumulation approach / R.V. Guchinsky, S.V. Petinov // Proc. of XLII Int. Summer School–Conf. APM 2014. – St.Petersburg, 2014. – P. 301–311.
88. Guchinsky, R.V. Numerical modeling of the surface fatigue crack propagation including the closure effect / R.V. Guchinsky, S.V. Petinov // Int. J. Comput. Meth. Eng. Sci. Mech. – 2016. – V. 17. – DOI: 10.1080/15502287.2015.1125402.
89. Guchinsky, R.V. Two–dimensional surface fatigue crack propagation and its finite element simulation / R.V. Guchinsky, S.V. Petinov // Appl. Mech. Mater. – 2015. – V. 725–726. – P. 654–660.

90. Halford, G.R. Reexamination of cumulative fatigue damage laws / G.R. Halford, S.S. Manson // In Structure Integrity and Durability of Reusable Space Propulsion Systems. – 1985. – NASA CP–2381. – P. 139–145.
91. Han, M.K. Fatigue life prediction of ship welded material / M.K. Han, M. Ramulu // Key Eng. Mater. – 2005. – V. 297–300. – P. 1565–1571.
92. Hartranft, R.J. An approximate three–dimensional theory of plates with application to crack problems / R.J. Hartranft, G.C. Sih // Int. J. Eng. Sci. – 1970. – V. 8, №8. – P. 711–729.
93. Hashin, Z. A cumulative damage theory of fatigue failure / Z. Hashin, A. Rotem // Mater. Sci. Eng. – 1978. – V. 34. – P. 147–160.
94. Head, A.K. The growth of fatigue crack / A.K. Head // Philosophical Magazine. – 1953. – V. 44, №7. – P. 924–938.
95. Hudak, Jr.S.J. The dependence of crack closure on fatigue loading variables / Jr.S.J. Hudak, D.L. Davidson // Mech. of Closure, ASTM STP 982. – 1987. – P. 121–138.
96. IACS: common structural rules for double hull oil tankers [электронный ресурс]. – London, Int. Association of Classification Societies, 2012. – URL: <http://www.iacs.org.uk>. (22.02.2016).
97. Keeney, J.A. Stress intensity factor influence coefficients for semi–elliptical inner surface flaws in clad pressure vessels / J.A. Keeney, J.W., Bryson // ASTM STP 1256, Fract. Mech. – 1995. – V. 26. – P. 430–443.
98. Korolev, I.K. FEM simulation of fatigue damage in a polycrystalline silicon structure / I.K. Korolev, S.V. Petinov, A.B. Freidin // Proc. VI Intern. Conf. on Reliability of Mater. and Struct. RELMAS–2008. – St.Petersburg, 2008. – P. 177–181.
99. Krupp, U. Crack propagation: microstructural aspects, in fatigue crack propagation in metals and alloys: microstructural aspects and modelling concepts / U. Krupp. – Weinheim: Wiley–VCH Verlag GmbH & Co, 2007. – 314 p.

100. Kujawski, D. A cumulative damage theory of fatigue crack initiation and propagation / D. Kujawski, F. Ellyin // *Int. J. Fatigue*. – 1984. – V. 6, №2. – P. 83-88.
101. Kujawski, D. On the size of plastic zone ahead of crack tip / D. Kujawski, F. Ellyin // *Eng. Fract. Mech.* – 1986. – V. 25, №2. – P. 229–236.
102. Kuok, K.M. The SIF for deep semi-elliptical surface crack in finite thickness plates determined by the nodal displacement method / K.M. Kuok, K.P. Kou // *Proc. 15th ASCE Eng. Mech. Division Conf.* – 2002. – 8 p.
103. Kurihara, M. Current research of fatigue cracks / M. Kurihara, A. Kato, M. Kawahara // *The Japanese Society of Materials Science, MRS*, 1. – 1985. – P. 217-233.
104. Lautrou, N. Fatigue crack initiation life estimation in a steel welded joint by the use of a two-scale damage model / N. Lautrou, D. Thevenet, J.-Y. Cognard // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 2009. – V. 32, №5 – P. 403–417.
105. Laz, P.J. A probabilistic total fatigue life model incorporating material inhomogeneities, stress level and *Fract. Mech.* / P.J. Laz, B.A. Craig, B.M. Hilberry // *Int. J. Fatigue*. – 2001. – V. 23, №1. – P. 119–127.
106. Lemaitre, J. Engineering damage mechanics. Ductile, creep, fatigue and brittle failures / J. Lemaitre, R. Desmorat. – Berlin – Heidelberg : Springer-Verlag, 2005. – 380 p.
107. Lin, X.B. Fatigue shape analysis for corner cracks at fastener holes / X.B. Lin, R.A. Smith // *Eng. Fract. Mech.* – 1998. – V. 59, №1. – P. 73–87.
108. Lopez, Z. Correlations among tensile and cyclic deformation properties for steels and implications on fatigue life predictions: master thesis / Z. Lopez. – Toledo, 2012. – 117 p.
109. Luo, J. A probabilistic methodology for fatigue life prediction / J. Luo, P. Bowen // *Acta Mater.* – 2003. – V. 51, №12. – P. 3537–3550.
110. Lynn, A.K. Computer simulation of variable amplitude fatigue crack initiation behaviour using a new strain-based cumulative damage model / A.K. Lynn, D.L. DuQuesnay // *Int. J. Fatigue*. – 2002. – V. 24, №9. – P. 977–986.

111. Maddox, S.J. An analysis of fatigue cracks in fillet welded joints / S.J. Maddox // *Int. J. Fract.* – 1975. – V. 11, №2. – P. 221–243.
112. Manson, S.S. A proposed new relation for cumulative fatigue damage in bending / S.S. Manson, A.J. Nachtigall, J.C. Freche // *Proc. ASTM.* 1961. – V. 61. – P. 679-703.
113. Manson, S.S. Fatigue: A complex subject – some simple approximations / S.S. Manson // *Exper. Mech.* – 1965. – V. 5, №7. – P. 193–226.
114. Manson, S.S. Interfaces between fatigue, creep, and fracture / S.S. Manson // *Int. J. Fract. Mech.* – 1966. – V. 2, №1. – P. 328–363.
115. Manson, S.S. Interpretive report on cumulative fatigue damage in the low-cycle range / S.S. Manson // *Welding J. Research.* – 1964. – V. 43. – P. 344–352.
116. Marco, S.M. A concept of fatigue damage / S.M. Marco, W.L. Starkey // *Trans. of the ASME.* – 1954. – V. 76. – P. 627–632.
117. Martinsson, J. Automatic 3D crack propagation in complex welded structures / J. Martinsson // *The 15th European Conf. of Fract.* – 2004.
118. Masing, G. Eigenspannungen und verfestigung beim messing / G. Masing // *Proc. 2nd Int. Congress of Appl. Mech.* – Zurich, 1926. – P. 332–335.
119. Massanet, C. *Revue universelle des mines de la metallurgie* / C. Massanet // Paris. – 1955. – Ser. 9, t. XI. – P. 203–232.
120. McEvily, A.J. On the threshold for fatigue–crack growth / A.J. McEvily, J. Groeger // *4th Int. Conf. on Fract.* – Waterloo, 1977. – V.2. – P. 1293–1298.
121. Miller, K.J. Metal fatigue – past, current and future / K.J. Miller // *Proc. Institution of Mech. Engineers, Part C: J. Mech. Eng. Sci.* – 1991. – V. 205, №5. – P. 291-304.
122. Miner, M.A., Cumulative damage in fatigue / M.A. Miner // *J. Appl. Mech.* – 1945. – V. 67. – P. 159–164.
123. Misumi, M. Effect of shot–peening on surface crack propagation in plane bending fatigue / M. Misumi, T. Ohhashi, M. Ohkubo // *Advances in Surface Treatment.* – 1986. – V. 3. – P. 55–74.

124. Modeling of crack path evolution in round bars under cyclic tension and bending / J. Toribio, J.C. Matos, B. González et al. // Proc. of 4th Int. conf. on fatigue crack paths. – Gaeta, 2012. – P. 513–520.
125. Moës, N. A finite element method for crack growth without remeshing / N. Moës, J. Dolbow, T. Belytschko // Int. J. Numer. Meth. Eng. – 1999. – V. 46, №1. – P. 131–150.
126. Morrow, J. Fatigue properties of metals / J. Morrow // Society of automotive engineers. – 1968. – P. 21-30.
127. Neuber, H. Theory of stress concentration for shear–strained prismatic bodies with arbitrary nonlinear stress–strain law / H. Neuber // ASME, J. Appl. Mech. – 1961. – V. 28, №4. – P. 544–551.
128. Newman, J.C.Jr. A finite–element analysis of fatigue crack closure / J.C.Jr. Newman // ASTM STP 590. – Philadelphia, 1976. – P. 281–301.
129. Nondestructive evaluation of the fatigue damage accumulation process around a notch using a digital image measurement system / F.V. Diaz, A.F. Armas, G.H. Kaufmann et al. // Opt. Laser. Eng. – 2004. – V. 41, №3. – P. 477–487.
130. Noroozi, A.H. A two parameter driving force for fatigue crack growth analysis / A.H. Noroozi, G. Glinka, S. Lambert // Int. J. Fatigue. – 2005. – V. 27, №10–12. – P. 1277–1296.
131. NORSOK Design of steel structures: (A standard. Annex C: fatigue strength analysis). – Oslo: Norwegian Technology Standards Institution Oscarsgt, 1998. – 488 p.
132. Numerical modelling of fatigue crack growth in shafts under tension and bending / R. Branco, F.V. Antunes, J.D. Costa et al. // Proc. of the 3rd Int. conf. on integrity, reliability and failure. – Porto, 2009. – Chap. XVIII. – P. 553–565.
133. Palmgren, A. Die lebensdauer von kugellagern / A. Palmgren // Veifahrenstechnik. – 1924. – V. 68. – P. 339–341.
134. Paris, P. A critical analysis of crack propagation laws / P. Paris, F. Erdogan // J. Basic Eng. – 1963. – V. 85, №4. – P. 528–534.

135. Park, J.H. Growth simulation for 3D surface and through-thickness cracks using SGBEM-FEM alternating method / J.H. Park, G.P. Nikishkov // *J. Mech. Sci. Technol.* – 2011. – V.25, №.9. – P. 2335–2344.
136. Peerlings, R.H.J. Gradient-enhanced damage modeling of high-cycle fatigue / R.H.J. Peerlings, W.A.M. Brekelmans, R. de Borst // *Int. J. Numer. Meth. Eng.* – 2000. – V. 49, №12 – P. 1547–1569.
137. Pereira, J. Three-dimensional crack growth with hp-generalized finite element and face offsetting methods / J. Pereira, C. Duarte, X. Jiao // *Comput. Mech.* – 2010. – V. 46, №3. – P. 431–453.
138. Petinov, S.V. Assessment of fatigue strength of weld root in ship structure: an approximate procedure / S.V. Petinov, W.S. Kim, Y.M. Paik // *Ship and Offshore Struct. J.* – 2006. – V. 1, №1. – P. 55–60.
139. Petinov, S.V. Fatigue analysis of ship structures / S.V. Petinov. – New-York: Backbone Publishing Co., 2003. – 262 p.
140. Petinov, S.V. Fatigue assessment of tubular structures / S.V. Petinov, R.V. Guchinsky // *Инженерно-строительный журнал.* – 2013. – №1(36). – С. 39–47.
141. Petinov, S.V. Fatigue crack growth assessment by FEA-based simulation of damage accumulation / S.V. Petinov, R.V. Guchinsky, I.K. Korolev // *Proc. of the Int. Conf. "Innovative Mater., Struct. and Technologies"*, Riga Technical University. – Riga, 2014. – P. 133–138.
142. Petinov, S.V. Fatigue of fillet-welded joint assessment by the FEA simulation of damage accumulation / S.V. Petinov, R.V. Guchinsky // *Инженерно-строительный журнал.* – 2011. – №4(22). – С. 5–9.
143. Petinov, S.V. FEM modeling of the aluminium alloy microplasticity / S.V. Petinov, T.I. Letova, N.S. Yermolaeva // *Advanced Light Alloys and Composites.* – 1998. – V. 59. – P. 427–432.
144. Petinov, S.V. Modeling of fatigue process by combining the crack initiation and growth / S.V. Petinov, T.I. Letova, R.V. Guchinsky // *Proc. of XLII Int. Summer School–Conf. APM 2014.* – 2014. – P. 133–139.

145. Prediction of scatter in fatigue properties using discrete damage mechanics / A. Rinaldi, P. Peralta, D. Krajcinovic et al. // *Int. J. Fatigue*. – 2006. – V. 28, №9. – P. 1069–1080.
146. Properties and service performance. Studies of the mechanism of history effects in fatigue and corrosion fatigue: Report of Office for Official Publications of the European Communities / Rudd W., Shuter D. – Luxembourg, 1997. – 172 p.
147. Putra, I.S. Crack opening stress measurements of surface cracks in 7075–T6 aluminium alloy plate specimen through electron fractography / I.S. Putra, J. Schijve // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1992. – V. 15, №4. – P. 323–338.
148. Raju, I.S. Stress–intensity factor influence coefficients for internal and external surface cracks in cylindrical vessels / I.S. Raju, J.C.Jr. Newman // *Aspects of Fract. Mech. in Pressure Vessels and Piping*. – 1982. – V. 58. – P. 37–48.
149. Reytier, M. Fatigue crack growth of large cracked plates of martensitic P91 steel at 550°C / M. Reytier // *OMMI*. – 2004. – V. 3, №2. – P. 1–10.
150. Rice, J.R. Stresses due to a sharp notch in a work–hardening elastic–plastic material loaded by longitudinal shear / J.R. Rice // *J. Appl. Mech.* – 1967. – V. 34, №2. – P. 287–298.
151. Roessle, M.L. Strain–controlled fatigue properties of steels and some simple approximations / M.L. Roessle, A. Fatemi // *Int. J. Fatigue*. – 2000. – V. 22, №6. – P. 495–511.
152. Rossmanith, H.P. Teaching and education in fracture and fatigue / H.P. Rossmanith / *Teaching Fract. Mech. to Graduate Students with Workstation–Based Simulation*. – London : E & FN Spon, 1996. – P. 169–174.
153. Sarzosa, D.F.B. Fatigue crack growth assessments in welded components including crack closure effects: Experiments and 3–D numerical modeling / D.F.B. Sarzosa, L.B. Godefroid, C. Ruggieri // *Int. J. Fatigue*. – 2013. – V. 47. – P. 279–291.
154. Schollmann, M. Development of a new software for adaptive crack growth simulations in 3–D structures / M. Schollmann, M. Fulland, H.A. Richard // *Eng. Fract. Mech.* – 2003. – V. 70, №2. – P. 249–268.

155. Shin, C.S. Some aspect of corner fatigue crack growth from holes / C.S. Shin // *Int. J. Fatigue.* – 1991. – V. 13, №3. – P. 233–240.
156. Shu, Y. A software tool for the fatigue growth analysis of multiple 3D cracks from fastener holes / Y. Shu, Y. Li, Z. Fan // *13th Int. Conf. on Fract.* – Beijing, 2013. – 10 p.
157. Singh, K.D. A short summary on finite element modelling of fatigue crack closure / K.D. Singh, M.R. Parry, I. Sinclair // *J. Mech. Sci. Technol.* – 2011. – V. 25, №12. – P. 3015–3024.
158. Skinner, Jr.J.D. Finite element predictions of plasticity–induced fatigue crack closure in three–dimensional cracked geometries: master thesis / Jr.J.D. Skinner. – Mississippi, 2001. – 119 p.
159. Sobczyk, K. Random microstructural effects on fatigue accumulation / K. Sobczyk, B.F. Spencer // *Int. J. Fatigue.* – 1995. – V. 17, №8. – P. 521–530.
160. Soboyejo, W.O. An investigation of crack closure and the propagation of semi–elliptical fatigue cracks in Q1N pressure vessel steel / W.O. Soboyejo, J.F. Knott // *Int. J. Fatigue.* – 1995. – V. 17, №8. – P. 577–581.
161. Socie, D.F. Review of contemporary approaches to fatigue damage analysis / D.F. Socie, J.D. Morrow // *Risk and Failure Analysis for Improved Performance and Reliability.* – 1980. – Ch. 8. – P. 141–194.
162. Stress–intensity factor equations for cracks in three–dimensional finite bodies / NASA TM 83200; Newman J.C.Jr., Raju I.S. – Hampton VA: Langley Research Center, 1981. – 54 p.
163. Subramanyan, S. A cumulative damage rule based on the knee point of the S–N curve / S. Subramanyan // *J. Engng. Mater. Technol., Trans. of the ASME.* – 1976. – V. 98. – P. 316–322.
164. The accumulation of fatigue damage in aircraft materials and structures / National Aerospace Laboratory NLR; J. Schijve. – AGARDograph №157, 1972. – 125 p.
165. The numerical simulation of fatigue crack growth using extended finite element method / I.V. Singh, B.K. Mishra, S. Bhattacharya et al. // *Int. J. Fatigue.* – 2012. – V. 36, №1. – P. 109–119.

166. Timbrell, C. State of the art in crack propagation / C. Timbrell, R. Chandwani, G. Cook // *Journee Scientifique 2004: Les methodes de dimensionnement en fatigue.* – Fribourg, 2004. – 35 p.
167. Toribio, J. Micro and macro analysis of the fatigue crack growth in pearlitic steels / J. Toribio, B. Gonzalez, J.C. Matos // *Cincia e Tecnologia dos Materiais.* – 2008. – V. 20, №1–2. – P. 68–74.
168. Toyosada, M. Fatigue crack propagation for a through thickness crack: a crack propagation law considering cyclic plasticity near the crack tip / M. Toyosada, K. Gotoh, T. Niwa // *Int. J. Fatigue.* – 2004. – V. 26, №9. – P. 983–992.
169. Unosson, M. Failure modelling in finite element analyses: Element erosion with crack–tip enhancement / M. Unosson, L. Olovsson, K. Simonsson // *Finite Elements in Analysis and Design.* – 2006. – V. 42, №4. – P. 283–297.
170. Valluri, S.R. A unified engineering theory of high stress level fatigue / S.R. Valluri // *Aerospace Eng.* – 1961. – V. 20. – P. 18–19.
171. Vázquez, J. On the estimation of fatigue life in notches differentiating the phases of crack initiation and propagation / J. Vázquez, C. Navarro, J. Domínguez // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 2009. – V. 33, №1. – P. 22–36.
172. Verreman, Y. Early development of fatigue cracking at manual fillet welds / Y. Verreman, B. Nie // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1996. – V. 19, №6. – P. 669–681.
173. Verreman, Y. Mechanically short crack–growth from notches in a mild–steel / Y. Verreman, G. Espinosa // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 1997. – V. 20, №2. – P. 129–142.
174. Wu, J. A study of fatigue crack closure by elastic–plastic finite element analysis for constant–amplitude loading / J. Wu, F. Ellyin // *Int. J. Fract.* – 1996. – V. 82, №1. – P. 43–65.
175. Xue, L. Damage accumulation and fracture initiation in uncracked ductile solids subject to triaxial loading / L. Xue // *Int. J. Solids Struct.* – 2007. – V. 44, №16. – P. 5163–5181.

176. Xue, L. Ductile fracture initiation and propagation modeling using damage plasticity theory / L. Xue, T. Wierzbicki // *Eng. Fract. Mech.* – 2008. – V. 75, №1. – P. 3276–3293.
177. Yasniy, O. Probabilistic modelling of fatigue crack growth in railway axle / O. Yasniy, Yu. Pyndus, A. Sorochak et al. // *18th European Conf. on Fracture: Fract. Mater. Struct. from Micro to Macro Scale. Book of Abst.* – Dresden, 2010. – P. 373.
178. Yuan, H. Investigation on 3D fatigue crack propagation in surface-cracked specimens / H. Yuan, X. Li, J.Y. Sun // *Theor. and Appl. Mech. Letters.* – 2013. – V. 3, №4. – P. 2–041002.
179. Zheng, X.J. Weight function and stress intensity factors for internal surface semi-elliptical crack in thick-walled cylinder / X.J. Zheng, A. Kiciak, G. Glinka // *Eng. Fract. Mech.* – 1997. – V. 58, №3. – P. 207–221.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Программный код для реализации алгоритма моделирования подрастания трещины усталости с криволинейным контуром фронта на языке APDL (на примере развития полуэллиптической трещины):

```

/batch
/PREP7

*get,n_elem,ELEM,0,count      ! вывод количества выделенных элементов
*dim,cycle,ARRAY,n_elem,1,1  ! массив для количества циклов
*dim,g1,ARRAY,n_elem,8,1
*dim,g0,ARRAY,n_elem,9,6

*do,i,1,n_elem              ! сортировка
*get,g1(i,1,1),elem,0,num,min ! присвоение минимального номера элемента
esel,u,,,g1(i,1,1)         ! выбор всех остальных номеров
*enddo

*do,i30,1,n_elem
  g0(i30,1,1)=g1(i30,1,1)
  ESEL,S, , ,g0(i30,1,1)
  NSLE,S
  *do,i31,1,8
    *get,g0(i30,1+i31,1),node,0,num,min ! присвоение минимального номера узла
    nsel,u,,,g0(i30,1+i31,1)         ! выбор всех остальных номеров
  *enddo
*enddo

*dim,num_cycles,,n_elem ! массивы для выявления n_min
*dim,old,,n_elem

ALLSEL,ALL

p1=25 ! параметры нагрузки
p2=1.3
m=0.5 ! показатель степени в законе накопления повреждений (1 = линейное)

sub=5          ! substeps number

/SOL
NSUBST,sub,sub,sub ! для вывода петель гистерезиса
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,ALL
RESCONTRL,DEFINE,ALL,ALL,1

```

```
*dim,ll,ARRAY,8,1,1
```

```
ll(1,1,1)=4
ll(2,1,1)=1.5*4
ll(3,1,1)=4.5*4
ll(4,1,1)=9*4
ll(5,1,1)=10*4
ll(6,1,1)=13*4
ll(7,1,1)=19*4
ll(8,1,1)=26*4
```

```
*dim,U,ARRAY,n_elem,10,3 ! массив для определения ПРТ
```

```
n=5 !кол-во ликвидированных элементов, «циклов»
```

```
k=0 !кол-во предварительно ликвидированных элементов
```

```
cc=0
```

```
*do,w,1,8 ! начало главного цикла
```

```
l=ll(w,1,1) !кол-во ликвидируемых элементов в «цикле»
*if,w,gt,1,then
k=k+ll(w-1,1,1)*n
*endif
kk=5*(w-1) !кол-во заполненных строк в массиве cycle
```

```
/SOL
```

```
*do,i3,1,n
```

```
FLST,2,5,1,ORDE,2 ! нагрузка
```

```
FITEM,2,6187
```

```
FITEM,2,-6191
```

```
F,P51X,FY,0.001*p1/11
```

```
FLST,2,1,1,ORDE,1
```

```
FITEM,2,6184
```

```
F,P51X,FY,0.0005*p1/11
```

```
FLST,2,5,1,ORDE,2
```

```
FITEM,2,6495
```

```
FITEM,2,-6499
```

```
F,P51X,FY,-0.001*p1/11
```

```
FLST,2,1,1,ORDE,1
```

```
FITEM,2,6490
```

```
F,P51X,FY,-0.0005*p1/11
```

```
SOLVE
```

```
/POST1
```

```
*if,w,lt,5,then
```

```
SET, , ,1, ,10*(w-1)+2*i3-1, ,
```

```
*elseif,w,ge,5,then
```

```

SET, , 1, , 2+10*(w-1)+2*i3-1, ,
*endif
RSYS,11

r2=0

*do,i15,1,n_elem

*if,g1(i15,6,1),lt,1, then

    *set,g0(i15,1,2),0
    *do,i9,1,8
        *get,g0(i15,i9+1,2),node,g0(i15,i9+1,1),EPPL,Z ! EplZ в узле
        *set,g0(i15,1,2),g0(i15,1,2)+0.125*g0(i15,i9+1,2) !среднее арифм. в 1 столб 2 пл-ти
    *enddo

    *set,g0(i15,1,3),0
    *if,g0(i15,1,2),gt,1e-5,then !если материал получил Epl>1e-5
        *do,i91,1,8
            *get,g0(i15,i91+1,3),node,g0(i15,i91+1,1),EPPO,Z ! полная деформация в узле
            *set,g0(i15,1,3),g0(i15,1,3)+0.125*g0(i15,i91+1,3)
        *enddo
    *endif

    r2=r2+1
    U(r2,1,1)=g0(i15,1,1)

    U(r2,1,2)=0
    *do,r3,1,8
        *get,U(r2,r3+1,2),node,g0(i15,r3+1,1),S,Z !plane 2-напр. при нагрузке
        U(r2,1,2)=U(r2,1,2)+0.125*U(r2,r3+1,2)
    *enddo

*endif

ALLSEL,ALL
*enddo

/SOL

PARSAV,ALL,'par','txt',' '
ANTYPE,,REST,10*(w-1)+2*i3-1,sub,0
PARRES,NEW,'par','txt',' '

```

```

*do,i41,1,n_elem

  *if,g1(i41,6,1),le,0.05,then
    MPCHG,1,g1(i41,1,1)
  *elseif,g1(i41,6,1),le,0.15,then
    MPCHG,2,g1(i41,1,1)
  *elseif,g1(i41,6,1),le,0.25,then
    MPCHG,3,g1(i41,1,1)
  *elseif,g1(i41,6,1),le,0.35,then
    MPCHG,4,g1(i41,1,1)
  *elseif,g1(i41,6,1),le,0.45,then
    MPCHG,5,g1(i41,1,1)
  *elseif,g1(i41,6,1),le,0.55,then
    MPCHG,6,g1(i41,1,1)
  *elseif,g1(i41,6,1),le,0.65,then
    MPCHG,7,g1(i41,1,1)
  *elseif,g1(i41,6,1),le,0.75,then
    MPCHG,8,g1(i41,1,1)
  *elseif,g1(i41,6,1),le,0.85,then
    MPCHG,9,g1(i41,1,1)
  *elseif,g1(i41,6,1),le,0.95,then
    MPCHG,10,g1(i41,1,1)
  *else
    MPCHG,11,g1(i41,1,1)
  *endif

*enddo

```

```

FLST,2,5,1,ORDE,2  ! разгрузка
FITEM,2,6187
FITEM,2,-6191
F,P51X,FY,0.001*p2/11

```

```

FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,6184
F,P51X,FY,0.0005*p2/11

```

```

FLST,2,5,1,ORDE,2
FITEM,2,6495
FITEM,2,-6499
F,P51X,FY,-0.001*p2/11

```

```

FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,6490
F,P51X,FY,-0.0005*p2/11

```

```

SOLVE

```

```

FINISH

```

```
/POST1
```

```
SET, , , 1, , 10*(w-1)+2*i3-0.8, ,
```

```
RSYS,11
```

```
*do,i55,1,n_elem
*if,g1(i55,6,1),lt,1, then
  *if,g0(i55,1,2),gt,1e-5,then
    *set,g0(i55,1,6),0

    *do,i99,1,8
      *get,g0(i55,i99+1,6),node,g0(i55,i99+1,1),EPPL,Z
      *set,g0(i55,1,6),g0(i55,1,6)+0.125*g0(i55,i99+1,6)
    *enddo
  *endif

*endif
*enddo
ALLSEL,ALL
```

```
SET, , , 1, , 10*(w-1)+2*i3, ,
```

```
RSYS,11
```

```
r2=0
```

```
*do,i5,1,n_elem
*if,g1(i5,6,1),lt,1, then

  r2=r2+1

  U(r2,1,3)=0
  *do,r3,1,8
    *get,U(r2,r3+1,3),node,g0(i5,r3+1,1),S,Z !plane 3 – напр. при разгрузке
    U(r2,1,3)=U(r2,1,3)+0.125*U(r2,r3+1,3)
  *enddo

  *if,U(r2,1,3),lt,0,then
    g1(i5,8,1)=U(r2,1,2)/(U(r2,1,2)-U(r2,1,3)) ! ППТ
    U(r2,10,1)=g1(i5,8,1)
  *else
    g1(i5,8,1)=1
    U(r2,10,1)=g1(i5,8,1)
  *endif
```

Allsel,all

```

*if,g0(i5,1,2),gt,1e-5,then ! если пл. деф. после нагрузки >1e-5
  *set,g0(i5,1,5),0

  *do,i991,1,8
    *get,g0(i5,i991+1,5),node,g0(i5,i991+1,1),EPPL,Z ! EplZ в узле после разгрузки
    *set,g0(i5,1,5),g0(i5,1,5)+0.125*g0(i5,i991+1,5)
  *enddo
  *set,g1(i5,2,1),g0(i5,1,6)-g0(i5,1,5) ! размах пл. деф. – во 2 столбец g1

  *if,g1(i5,2,1),gt,1e-6,then

  *set,g0(i5,1,4),0
    *do,i2,1,8
      *get,g0(i5,i2+1,4),node,g0(i5,i2+1,1),EPTO,Z ! деформация в узле после разгрузки
    *set,g0(i5,1,4),g0(i5,1,4)+0.125*g0(i5,i2+1,4)
  *enddo

  *set,g1(i5,3,1),g1(i5,8,1)*(g0(i5,1,3)-g0(i5,1,4))

```

ALLSEL,ALL

! Аппроксимация критерия Мэнсона

```

  *if,g1(i5,3,1),lt,0.0001,then
    *SET,g1(i5,4,1),10e10

    *elseif,g1(i5,3,1),lt,0.0034
      *SET,g1(i5,4,1),0.5*(0.08734/(2*g1(i5,3,1)-0.00060156))**(1/0.3)

    *elseif,g1(i5,3,1),lt,0.021
      *SET,g1(i5,4,1),0.5*(0.89413/(2*g1(i5,3,1)-0.00185053))**(1/0.55)

    *endif

  *else
    *SET,g1(i5,4,1),1e50
  *endif
  *else
    *SET,g1(i5,4,1),1e50
  *endif
  *set,g1(i5,7,1),g1(i5,4,1)*(1-g1(i5,6,1))**(1/m) ! 7 столбец – значения  $N*(1-d)^{(1/m)}$ 
  *endif
*enddo

```

ALLSEL,ALL


```

*VFILL,num_cycles,RAMP,0,0, ! сортировка массива
*do,i100,1,n_elem
  *if,g1(i100,6,1),lt,1, then
    *set,num_cycles(i100,1),g1(i100,7,1)
  *endif
*enddo
*moper,old(1),num_cycles(1,1),sort,num_cycles(1,1)

  *set,n_min,num_cycles(k+i3*1,1) ! выбор минимального N (строка – кол-во ликвид. элементов)

  *do,i6,1,n_elem
    *if,g1(i6,6,1),lt,1, then
      *set,g1(i6,5,1),n_min ! заполнение 5 столбца значениями n_min
      *if,g1(i6,4,1),eq,1e50, then
        *set,g1(i6,6,1),g1(i6,6,1)
      *else
        *set,g1(i6,6,1),g1(i6,6,1)+(g1(i6,5,1)/g1(i6,4,1))*m ! 6 столбец –  $d=d(i-1)+(n\_min/Ni)^m$ 
      *endif
    *endif
  *enddo
/SOL

PARSAV,ALL,'par','txt',' '
ANTYPE,,REST,10*(w-1)+2*i3,sub,0 ! (Очищает параметры и материалы)
PARRES,NEW,'par','txt',' '

  *do,i4,1,n_elem

    *if,g1(i4,6,1),le,0.05,then
      MPCHG,1,g1(i4,1,1)
    *elseif,g1(i4,6,1),le,0.15,then
      MPCHG,2,g1(i4,1,1)
    *elseif,g1(i4,6,1),le,0.25,then
      MPCHG,3,g1(i4,1,1)
    *elseif,g1(i4,6,1),le,0.35,then
      MPCHG,4,g1(i4,1,1)
    *elseif,g1(i4,6,1),le,0.45,then
      MPCHG,5,g1(i4,1,1)
    *elseif,g1(i4,6,1),le,0.55,then
      MPCHG,6,g1(i4,1,1)
    *elseif,g1(i4,6,1),le,0.65,then
      MPCHG,7,g1(i4,1,1)
    *elseif,g1(i4,6,1),le,0.75,then
      MPCHG,8,g1(i4,1,1)
    *elseif,g1(i4,6,1),le,0.85,then
      MPCHG,9,g1(i4,1,1)
    *elseif,g1(i4,6,1),le,0.95,then
      MPCHG,10,g1(i4,1,1)
    *else
      MPCHG,11,g1(i4,1,1)
    *endif
  *enddo

```

```
ALLSEL,ALL
```

```
*set,cc,cc+n_min
```

```
*set,cycle(kk+i3,1),cc
```

```
*enddo
```

```
/PREP7
```

```
*if,w,eq,1,then
```

```
SAVE,'1','db','C:\192.168.252.57\Ruslan.Guchinsky' ! сохранение файлов на каждом шаге
```

```
*elseif,w,eq,2,then
```

```
SAVE,'2','db','C:\192.168.252.57\Ruslan.Guchinsky'
```

```
*elseif,w,eq,3,then
```

```
SAVE,'3','db','C:\192.168.252.57\Ruslan.Guchinsky'
```

```
*elseif,w,eq,4,then
```

```
SAVE,'4','db','C:\192.168.252.57\Ruslan.Guchinsky'
```

```
*elseif,w,eq,5,then
```

```
SAVE,'5','db','C:\192.168.252.57\Ruslan.Guchinsky'
```

```
*elseif,w,eq,6,then
```

```
SAVE,'6','db','C:\192.168.252.57\Ruslan.Guchinsky'
```

```
*elseif,w,eq,7,then
```

```
SAVE,'7','db','C:\192.168.252.57\Ruslan.Guchinsky'
```

```
*elseif,w,eq,8,then
```

```
SAVE,'8','db','C:\192.168.252.57\Ruslan.Guchinsky'
```

```
*endif
```

```
*enddo ! конец главного цикла
```