

## ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертационной работе Келлера Ильи Эрнстовича «Особенности развития локализации деформации в металлах с существенной зависимостью от скорости деформации и их описание в рамках теории вязкопластичности», представленной на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела»

**1. Актуальность темы.** Актуальность темы диссертационной работы И.Э. Келлера диктуется необходимостью поиска определяющих уравнений механики, которые бы правильно отображали все наблюдаемые существенные особенности локализации необратимых деформаций в металлах и сплавах в условиях высоких температур. Как хорошо известно, имеется громадный экспериментальный материал, часто еще разрозненный и слабо систематизированный, посвященный локализации необратимых деформаций. Широко известны картины локализованной деформации в образцах из пластичных металлов (начиная с лабораторных наблюдений полос Людерса–Чернова локализованной пластической деформации в прямоугольных пластинах при растяжении) и в огромной протяженности линиях скольжения на разломах литосферных плит. Математическая теория пластичности и геомеханика всегда находили объяснение этому как проявления сложной системы необратимых сдвигов в особых “предельных состояниях” в сочетании с деформационной неустойчивостью самих материалов, которая многими исследователями характеризовалась ниспадающими ветвями механических диаграмм и относилась к области “запредельного поведения”. Ясно, что механика “предельных состояний” и “запредельного поведения” представляет в настоящее время исключительный познавательный и прикладной интерес в качестве составных элементов науки о разрушении твердых тел. Автор выбирает классический подход механики континуума, формулируя в качестве цели исследования указание классов определяющих уравнений, которые с одной стороны в явной форме (с помощью дополнительных параметров термодинамического состояния) не учитывали бы микроструктуру континуума, а с другой – выступали бы как адекватное средство математического представления того комплекса нелинейных механических эффектов, за которым закрепился термин “локализация деформации”. С прикладной точки зрения приоритет при таком подходе должен быть отдан таким формам определяющих уравнений, которые допускают однозначную идентификацию материальных постоянных и функций и приводят к дифференциальным уравнениям такого аналитического типа, который был бы в состоянии выразить все неаналитические особенности решений с локализованными необратимыми деформациями.

**2. Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций.** Автором диссертационной работы изучены и проанализированы результаты других исследователей в области механики локализации деформации в металлах. На основе проведенного анализа указываются методы достижения решений задач, сформулированных как цель работы. К таким методам следует отнести методы теории устойчивости решений задач для уравнений с частными производными при возмущениях начальных условий, методы группового анализа дифференциальных уравнений, численные методы решения уравнений с частными производными.

Основные положения диссертации обосновываются с помощью проведенных в работе доказательств целого ряда теоретических утверждений. Для подтверждения теоретических положений и эффективности предложенного подхода автором выполнено решение ряда прикладных задач, проведено сравнение расчетных и экспериментальных результатов. То же самое можно сказать и в отношении известных решений, полученных ранее другими авторами.

**3. Научная новизна результатов исследования.** Научная новизна проведенных исследований, в основном, заключается в следующем:

1. Получены уравнения слабо-нелинейного приближения для задачи растяжения вязкопластической полосы со свободными границами и выполнен анализ их решений, отвечающих наиболее медленной эволюции.

2. Сформулирован принцип об устойчивости механических состояний, с помощью которого возможно расширение группы симметрий исследуемой системы дифференциальных уравнений, в результате чего найдено два класса определяющих уравнений со степенной и специального вида немотонной зависимостью от скорости деформации, причем в рамках второго класса достигается максимальное (до бесконечномерной) расширение алгебры симметрий.

3. Для определяющих уравнений со степенной зависимостью от скорости деформации установлены двумерные формы решений, обладающих однородными и неоднородными спиральными цилиндрическими симметриями.

4. Для определяющих уравнений со специального вида немотонной зависимостью от скорости деформации развиты элементы теории точного и численного интегрирования двумерных задач, получены новые автомодельные решения, выполнен анализ автосолитонных решений.

**4. Достоверность** результатов диссертационной работы определяется систематическим использованием принципов и методов механики сплошных деформируемых сред, применением методов вычислительной механики континуума, методов группового анализа дифференциальных уравнений и других методов математической физики. В пользу достоверности свидетельствуют постоянное следование данным экспериментальных исследований и не вызывающим возражений теоретическим принципам, а также систематиче-

ское сведение полученных результатов к известным частным и предельным случаям.

**5. Практическая значимость.** Диссертационная работа имеет ярко выраженную теоретическую направленность, однако ряд результатов соискателя представляют прикладной интерес и характеризуется важной практической значимостью. Результаты выполненной соискателем работы могут быть использованы в инженерных расчетах, связанных с численным моделированием процессов горячей обработки металлов давлением и расчетами зон локализации деформаций, существенно влияющих на качество готовых изделий. Практическую ценность могут представлять также точные решения задач вязкопластического течения со спирально-винтовыми симметриями.

## **6. Структура работы и основное научное содержание разделов работы.**

Рукопись диссертации состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации составляет 330 страниц. Список литературы содержит 518 наименования работ отечественных и зарубежных авторов.

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цель и задачи исследования, научная новизна и практическая ценность полученных результатов. Кратко излагается содержание глав.

Значительную часть **первой главы** (с. 28-100) занимает обзор научных публикаций, посвященных экспериментальным данным и моделям локализации деформаций при одноосных испытаниях металлов, механическое поведение которых обнаруживает существенную зависимость от скорости деформации. Подробно описаны источники по механике структурной сверхпластичности, моделям нелинейных диссипативных систем (обычно ассоциируемые со сверхпластичностью), процессам распространения зон локализации деформации. Внимание уделяется также ряду альтернативных точек зрения на механизм волнового распространения локализованной деформации. Заканчивается первая глава формулировкой упрощающих предположений и собственно формулировкой задачи (с. 102-106) о плоской деформации вязкопластической среды с конечной тензорно-линейной зависимостью девиатора тензора напряжений от тензора скорости деформации и не уточняемой пока функциональной связью между интенсивностями указанных тензоров.

Во **второй главе** обсуждается проблема устойчивости растянутой вязкопластической полосы по отношению к малым возмущениям свободных границ. Здесь предпринимается попытка объяснения качественных различий локализации деформации при одноосном растяжении вязкопластической полосы соображениями устойчивости данного процесса в зависимости от локального параметра чувствительности к скорости деформации. При этом доказана эквивалентность критерия устойчивости А.А. Ильюшина и критерия устойчивости А.Ю. Ишлинского.

В **третьей главе** методом многих масштабов выводится уравнение эволюции малых возмущений свободной границы вязкопластической полосы при ее растяжении. Показано, что это уравнение имеет экспоненциально-автомодельное решение, форма которого удовлетворяет линейному дифференциальному уравнению второго порядка, которое заменами приводится к уравнению параболического цилиндра. Получено уравнение медленной эволюции малых возмущений свободной границы. Численным моделированием установлено, что найденный класс профилей свободной границы характеризуется наиболее медленной эволюцией среди прочих локализованных профилей той же амплитуды.

В **четвертой главе** рассматриваются наиболее удобные с аналитической точки зрения формы дифференциальных уравнений, составляющих формулировку задачи о течении вязкопластического материала. Эти формы могут быть получены введением функции тока или функции напряжений. Обсуждаются переход к комплексным представлениям и возможность частичного интегрирования уравнений. Найдены представления уравнений в изостатической координатной сетке. С помощью подстановок Леви получена однородная квазилинейная система дифференциальных уравнений равновесия и совместности скоростей деформации, для которой решена задача групповой классификации по функции  $\tau = \tau(\xi)$ , характеризующей зависимость интенсивности напряжений от интенсивности скорости деформации. В случае степенной зависимости построены алгебры Ли для плоского и пространственного случаев и системы одномерных оптимальных подалгебр.

В **пятой главе** проводится исследование полученной в четвертой главе системы дифференциальных уравнений равновесия и совместности скоростей деформации в плане поиска условий ее полной интегрируемости в характеристических координатах. Под полной интегрируемостью понимается возможность приведения квазилинейной системы дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка к двум линейным дифференциальным уравнениям в частных производных второго порядка. Показано, что материальная функция  $\tau = \tau(\xi)$ , обеспечивающая полную интегрируемость, обладает характерной N-образной формой. При этом система дифференциальных уравнений равновесия и совместности скоростей деформации имеет переменный тип. В области гиперболичности определены инварианты Римана и осуществляется приведение исходной системы к паре телеграфных уравнений. Найдены центрированные автомодельные решения. В области эллиптичности в специальных комплексных переменных удается привести исходную систему к системе двух телеграфных уравнений.

Заключение содержит выводы по результатам диссертационного исследования и перспективы развития предложенных соискателем подходов.

## **7. Замечания.**

1. Существенно затрудняет прочтение работы используемая соискателем терминология. Такой термин как “лагранжев текущий подход” (с. 107, 121) нельзя признать общепринятым. Термин “вязкопластичность” не совсем

точно отражает механическое поведение исследуемых сред; суть дела лучше выражается предложенным Л. Прандтлем понятием “обобщенная вязкость”. Такие обороты речи как “Рассмотрена запись уравнений в изостатических координатах, в качестве которых всегда выступают свободные границы” (с. 19 автореферата) нарушают академический стиль изложения.

2. На с. 160 речь идет о точечных симметриях дифференциальных уравнений и многообразии, определяемом дифференциальным уравнением. Не могу согласиться с утверждением соискателя о том, что точечные симметрии “приводят к тождественным трансформациям указанного многообразия”. Группа симметрий действует на точки упомянутого многообразия так, что они его никогда не покидают. Не совсем корректное определение точечных симметрий дифференциальных уравнений дается на с. 4 автореферата.

3. На с. 7 автореферата говорится о “максимальном расширении группы симметрий до бесконечномерной”. Стоит отметить, что сама по себе однопараметрическая группа симметрий дифференциального уравнения (или системы дифференциальных уравнений) не обладает никакой размерностью. Но соответствующая ей алгебра Ли является векторным пространством (конечной или бесконечной размерности).

4. Много вопросов вызывает постановка основной для всей диссертационной работы задачи (с. 102-106 диссертации). Даже принимая тезис соискателя о том, что под вязкопластической средой им понимается совсем не то, что обычно характеризуется термином “вязкопластическое тело”, остается неясным механическое поведение при разгрузке, особенно если вести речь о допускаемых в исследовании процессах с падающей интенсивностью касательных напряжений и возрастающей интенсивностью скорости деформации. В работе нет никаких указаний на этот предмет. Может быть более правдоподобным следует считать, что происходит мгновенное переключение на процесс совершенно иной энергетической природы, как только происходит падение интенсивности касательных напряжений? Разгрузка часто объясняет наблюдаемые картины локализации необратимых деформаций приходом волны разгрузки, которая обгоняет фронт пластической волны, не давая развиваться пластическим деформациям за пределами строго локализованных зон.

5. В формулировку основной задачи входит одно дополнительное кинематическое граничное условие (1.68), выставляемое на свободной границе в актуальном состоянии. Обычно на свободной поверхности предписывается равенство нулю вектора напряжения на плоских элементах, составляющих поверхность. Это граничное условие является “естественным”. Кинематическое граничное условие (1.68) не позволяет материальным точкам, однажды достигнувшим граничной поверхности, в дальнейшем ее покинуть. Не задаваясь вопросом как в действительности обеспечить выполнение такого предписания и всегда ли такие вязкопластические течения реализуемы, могу лишь заметить, что тем самым исключаются течения с перемешиванием, т.е. течения наиболее сложной кинематической природы. Подобное граничное условие широко используется в гидродинамике идеальной жидкости и позволяет отделить существенно поверхностные волны (гравитационные или

капиллярные) от волновых движений более сложной природы. Волновые движения на поверхности идеальной жидкости могут генерироваться начальным отклонением свободной поверхности от первоначальной плоской формы. Поскольку сила тяжести и силы поверхностного натяжения стремятся “вернуть” возмущенную поверхность в исходное состояние, то возникают незатухающие поверхностные бегущие волны. В вязкопластической среде в отсутствие реакции упругого восстановления, тяжести и поверхностного натяжения нет никакого реалистичного физического механизма генерирования поверхностной волны в рамках того класса течений, которыми ограничивается диссертационное исследование.

6. Еще одно замечание касается неоднократно повторяемой в работе мысли о том, что степенной и N-образный законы в определяющих зависимостях для нелинейно-вязких сред играют особую роль. Известна, например, позиция Л. Прандтля, который считал наиболее приемлемым закон гиперболического синуса. Степенной закон для нелинейно-вязких течений (установившейся ползучести) металлов  $\dot{\epsilon} = B\sigma^m$  подтверждается экспериментально на второй стадии ползучести с показателями  $m$  от 3 до 7 (сообщается также о возможных значениях вплоть до 15). Ясно, что тогда модуль нелинейной вязкости (коэффициент вязкости), представляющий собой производную

$$\frac{d\sigma}{d\dot{\epsilon}},$$

неограниченно возрастает с падением скорости деформации, что физически неприемлемо. По-видимому, физически неприемлемым будет и негладкий N-образный закон. Ряд доводов в его пользу приводится в разделе 1.2.5 диссертационной работы; тем не менее аномальное поведение коэффициента вязкости, предсказываемое N-образным законом, не укладывается в рамки обычных физических представлений о вязкости.

### **8. Заключение.**

Диссертация И.Э. Келлера, представленная на соискание ученой степени доктора физико-математических наук, является законченной научно-квалификационной работой, выполненной на достаточно высоком научном уровне. Полученные автором результаты представляются достоверными, выводы и заключения – в достаточной степени обоснованными. Основное содержание диссертации опубликовано в ведущих научных изданиях. Работа была апробирована на научных конференциях и симпозиумах различного уровня, включая международные. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации. Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 01.02.04.

Диссертационная работа соответствует всем критериям положения «О порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013 г. В целом можно констатировать, что в работе И.Э. Келлера разработаны теоретические положения, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение в области механики локализации деформации в металлах, определяющие законы которых характеризуются нелинейной зависимостью от скорости деформации.



Учитывая изложенное выше, считаю, что И.Э. Келлер заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела».

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук, профессор, в.н.с., лаборатория моделирования в механике деформируемого твердого тела, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук



Радаев Юрий Николаевич

Почтовый адрес: 119526, Москва, просп. Вернадского 101, корп. 1

Телефон: 8 495 434 35 92

E-mail: [radayev@ipmnet.ru](mailto:radayev@ipmnet.ru) [y.radayev@gmail.com](mailto:y.radayev@gmail.com)

