

УХТИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

Полугрудова Людмила Степановна

**ИЗМЕНЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ В
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРУЖИНАХ ИЗ СПЛАВА TiNi В
ТЕРМОЦИКЛАХ ПОД НАГРУЗКОЙ**

Специальность: 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого
тела»

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель
кандидат ф.–м.н.,
доцент
ДЕМИНА М.Ю.

Ухта – 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
ГЛАВА I. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ	8
1.1 МАРТЕНСИТНЫЕ ПРЕВРАЩЕНИЯ. МЕХАНИЗМ ЭФФЕКТА ПАМЯТИ ФОРМЫ	8
1.2 ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ФАЗОВЫЙ СОСТАВ СПЛАВА.....	12
1.3. ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В МАТЕРИАЛАХ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ	13
1.3.1. Эффект памяти формы, сформированный пластичностью превращения.....	14
1.3.2. Эффект памяти формы после деформирования в изотермических условиях..	14
1.3.3. Псевдоупругость	16
1.3.4. Обратимая память формы.....	17
1.4. ВЛИЯНИЕ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА СПЛАВА НА ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ МАРТЕНСИТНЫХ ПРЕВРАЩЕНИЙ.....	18
1.5. ОСОБЕННОСТИ ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛОВ С МАРТЕНСИТНЫМИ ПРЕВРАЩЕНИЯМИ	20
1.6. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НА УПРУГИЕ ПОСТОЯННЫЕ СПЛАВОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ	22
1.7. МОДЕЛИ РАСЧЕТА ПОВЕДЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ С ЭФФЕКТОМ ПАМЯТИ ФОРМЫ.....	27
1.7.1. Модель С.А. Абдрахманова.....	28
1.7.2. Модель К. Танаки.....	31
1.7.3. Модель А.А. Мовчана.....	32
1.7.4. Термодинамические модели.....	36
1.7.5. Структурно–аналитическая теория В.А. Лихачева–В.Г. Малинина	38
ГЛАВА II. РАСЧЕТ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРУЖИН РАСТЯЖЕНИЯ ПРИ БОЛЬШИХ ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ	42
2.1. КОНСТРУКТИВНЫЕ РАЗНОВИДНОСТИ И НАЗНАЧЕНИЕ ВИТЫХ ПРУЖИН	42
2.2. ОСНОВНЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРУЖИН	44
2.3. ВНУТРЕННИЕ СИЛОВЫЕ ФАКТОРЫ В ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЯХ ВИТКОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРУЖИНЫ.....	46
2.4. НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВИТКОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРУЖИН	47
2.5. ВЫВОД РАСЧЕТНЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПРУЖИНЕ.....	54
ГЛАВА III. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ПРУЖИН ИЗ НИКЕЛИДА ТИТАНА ПРИ ТЕРМОЦИКЛИРОВАНИИ В УСЛОВИЯХ РАСТЯЖЕНИЯ.....	65
3.1. ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛА. СПОСОБ ФОРМИРОВАНИЯ ПРУЖИНЫ.....	65
3.2. ПАРАМЕТРЫ ПРУЖИН. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ.....	67
3.3. ВЛИЯНИЕ ЖЕСТКОСТИ ПРУЖИНЫ НА УДЛИНЕНИЕ В АУСТЕНИТНОМ СОСТОЯНИИ.....	70
3.4. ИЗМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРУЖИН ПРИ ТЕРМОЦИКЛИРОВАНИИ ПОД ПОСТОЯННОЙ ОСЕВОЙ СИЛОЙ НАТЯЖЕНИЯ	72
3.5. ВЛИЯНИЕ ЖЕСТКОСТИ ПРУЖИНЫ НА УДЛИНЕНИЕ НА ЭТАПАХ ПЛАСТИЧНОСТИ ПРЕВРАЩЕНИЯ И ПАМЯТИ ФОРМЫ.....	79
3.6. ИЗМЕНЕНИЕ ДИАМЕТРА ПРУЖИНЫ ПРИ ТЕРМОЦИКЛИРОВАНИИ ПОД ОСЕВОЙ СИЛОЙ НАТЯЖЕНИЯ	83
3.7. ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПАРАМЕТРА ЖЕСТКОСТИ НА ИЗМЕНЕНИЕ ДИАМЕТРА ПРУЖИНЫ ПРИ ТЕРМОЦИКЛИРОВАНИИ ПОД ОСЕВОЙ СИЛОЙ НАТЯЖЕНИЯ	88
ГЛАВА IV. РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ТЕРМОЦИКЛИРОВАНИИ ПРУЖИН В УСЛОВИЯХ РАСТЯЖЕНИЯ.....	90

4.1. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ТЕРМОЦИКЛИРОВАНИИ ПОД ПОСТОЯННОЙ ОСЕВОЙ СИЛОЙ НАТЯЖЕНИЯ	90
4.2. ИЗМЕНЕНИЕ ОСЕВОЙ И УГЛОВОЙ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ТЕРМОЦИКЛИРОВАНИИ ПОД ПОСТОЯННОЙ ОСЕВОЙ СИЛОЙ НАТЯЖЕНИЯ	104
4.3. СВЯЗЬ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ТЕРМОЦИКЛИРОВАНИИ ПОД ПОСТОЯННОЙ ОСЕВОЙ СИЛОЙ НАТЯЖЕНИЯ	112
4.4. ТРАЕКТОРИИ НАПРЯЖЕНИЙ И ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ ТЕРМОЦИКЛИРОВАНИИ ПОД ПОСТОЯННОЙ ОСЕВОЙ СИЛОЙ НАТЯЖЕНИЯ	120
4.5. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДИКИ И ПОЛУЧЕННЫХ РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ПРУЖИНЫ ИЗ НИКЕЛИДА ТИТАНА	127
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	131
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	135

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИИ

α_0, α – начальный и текущий угол подъема прутка пружины;
 d – диаметр прутка пружины;
 d_0 – диаметр цилиндрической оправки;
 D_0, D – начальный и текущий внешний диаметр пружины;
 R, r – радиус оси винтового бруса, радиус его круглого поперечного сечения;
 l_0 – длина пружины;
 l – длина оси винтового бруса;
 δ – удлинение пружины;
 δ^A – удлинение пружины в аустените;
 P – осевая сила натяжения пружины;
 E, G – модуль продольной упругости и модуль сдвига;
 σ, τ – нормальное и касательное напряжения;
 γ, ε – сдвиговая и осевая деформация;
 c – жесткость пружины;
 g – геометрический параметр жесткости пружины;
 h – шаг винтовой линии;
 $M_{изг}, M_{кр}$ – изгибающий и крутящий моменты;
 J_p – полярный момент инерции круглого сечения;
 W_x, W_p – момент сопротивления изгибу и кручению;
 C – индекс пружины;
 n_0, n – начальное и текущее число рабочих витков пружины;
 θ – угол закручивания оси прутка пружины;
 ρ_0, ρ – исходный и конечный радиус кривизны пространственного стержня;
 ρ_g – радиус волокна поперечного сечения винтового бруса;
 k_g, k_n – поправочный коэффициент для касательного напряжения внутреннего и наружного волокна пружины.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время все более широкое распространение получают конструкционные материалы нового поколения, называемые интеллектуальными или «умными» материалами (ИМ) [1–2]. Регистрирующая, исполнительная, вычислительная или управляющая функции, присущие ИМ, создают способность регистрировать внешние воздействия, обрабатывать их и осуществлять контроль над ними в режиме реального времени. При этом результирующим действием ИМ может быть либо самостоятельная перестройка своей структуры, либо передача данных для обработки в управляющий центр [3]. К числу интеллектуальных материалов относятся материалы с эффектом памяти формы (ЭПФ) [4–7]. Эффект памяти формы представляет собой восстановление формы конструктивного элемента, которую ему предварительно придали, при последующем нагреве элемента, при этом возможно восстановление деформации до $6\div 8\%$ [8–10]. Если ограничить восстановление формы деформированного материала, то возникают реактивные напряжения величиной $600\div 700$ МПа, при том, что предел текучести сплавов с памятью формы соответствует 80 МПа. Именно эти деформации и усилия и используются при создании исполнительных механизмов, основанных на современных ИМ с памятью формы [11–15]. Основными характеристиками ИМ на основе материалов с ЭПФ являются: чувствительность; переключаемость; активация; адаптивность; память и восстановление; энергоемкость; демпфирование.

Благодаря уникальным свойствам, сплавы с ЭПФ нашли эффективное применение при производстве [16–29]:

- исполнительных силовых приводов;
- тепловых двигателей для преобразования геотермальной, солнечной и низкокачественной тепловой энергии в механическую;

- высокогерметичных разъемных и неразъемных соединений трубопроводов различного назначения;
- соединительных элементов различных конструкций и назначения;
- автоматических датчиков, клапанов, переключателей, предохранителей, регуляторов;
- разворачивающихся антенн и мачт, силовых устройств типа съемников, домкратов, стяжек и т.п.;
- специализированных прессов статического нагружения;
- медицинской техники.

Однако, несмотря на столь широкие возможности сплавов с ЭПФ, на сегодняшний день их применение ограничивается лишь отдельными нишами рынка. Это связано с решением фундаментальных и прикладных задач: получения и обработки высококачественных и недорогих материалов; точного прогнозирования и моделирования их поведения; оптимального проектирования; управления микроструктурой и температурами фазовых превращений; четкого понимания эффектов гистерезиса, фазовой нестабильности, старения, деградации и усталости этих сплавов [30]. Как правило, сплавы с памятью формы на стадии изготовления имеют вид прутка, слитка, ленты или проволоки. Затем в результате сложных процессов термомеханической обработки им придается необходимая форма элемента устройства или конструкции в виде пластины, цилиндра, пружины или более сложной геометрической формы. Пружины из никелида титана, как сплава, отличающегося низкой плотностью и высокой коррозионной стойкостью, имеют преимущество перед другими формами элементов вследствие достаточно хорошей изученности свойств самого материала и понимания механики упругого поведения пружины.

Пружины, выполненные из традиционных конструкционных материалов, рассматриваются как упругие тела, предназначенные для накопления энергии под действием нагрузки и способные превращать накопленную энергию в обратимой форме после прекращения действия

нагрузки [31–32]. Пружина, как составная часть, применяется в разнообразных механизмах для возбуждения движения, благодаря обратному ходу, измерения усилий, демпфирования толчков и ударов. Функции, выполняемые пружинами из сплавов с ЭПФ, могут быть расширены вследствие уникальных свойств самих материалов, поэтому важной задачей является определение как технологических характеристик пружин: совершаемых усилий и перемещений, так и напряжений и деформаций, возникающих при изменении нагрузки и температуры. Существующие теоретические модели пружин основаны на методе плоских сечений и предполагают, что при деформировании пружины перемещения невелики, угол наклона витка не превышает 12° , диаметр пружины практически не изменяется [33–34]. При таких допущениях значимым из действующих в поперечном сечении силовых факторов является только крутящий момент, продольной и поперечной силами, изгибающим моментом можно пренебречь [35–39].

В существующих теоретических моделях, описывающих поведение материалов с памятью формы, используется достаточно большое количество констант и функций, соответствующих данному материалу в рамках конкретной модели, которые авторы модели либо совсем не предоставляют, либо предоставляют только некоторые из них. Практически все модели записаны в терминах малых деформаций, хотя обратимое деформирование материалов с памятью формы может достигать порядка 10%.

В связи с этим целью работы являлся расчетно–экспериментального анализ напряженно–деформированного состояния пружин из никелида титана при термоциклировании под действием осевой силы натяжения.

В работе были поставлены следующие задачи:

1. Разработка методики оценки напряжений и деформаций, возникающих в пружине при больших удлинениях, основанной на экспериментальных методах прикладной механики, классическом курсе сопротивления материалов и дифференциальной геометрии.

2. Разработка экспериментальной методики исследования процесса деформирования цилиндрической пружины из никелида титана при термоциклировании через температурные интервалы мартенситных превращений под действием осевой силы натяжения.
3. Экспериментальное исследование влияния растягивающей силы P и геометрического параметра жесткости g на перемещение свободного конца пружины $\delta(T)$ в процессе термоциклирования под нагрузкой.
4. Экспериментальное исследование влияния силы натяжения на диаметр витка пружины при теплосменах и получение расчетных зависимостей диаметра витка от температуры и нагрузки $D(T, P)$ для пружин разной жесткости.
5. Расчет по разработанной методике температурных зависимостей осевой $\varepsilon(T)$, сдвиговой $\gamma(T)$ деформаций, нормального $\sigma(T)$ и касательного $\tau(T)$ напряжений, действующих в опасных точках поперечного сечения пружины.
6. Анализ влияния осевой силы натяжения и геометрического параметра жесткости пружины на расчетные зависимости $\sigma(\varepsilon)$ и $\tau(\gamma)$.

ГЛАВА I. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

В данной главе рассмотрены закономерности термоупругих мартенситных превращений, основные термомеханические эффекты, наблюдаемые для материалов с эффектом памяти формы. Рассмотрены некоторые существующие теории расчета поведения материалов с эффектом памяти формы. Изучены теоретические основы расчета винтовых цилиндрических пружин, выведены основные геометрические соотношения. Проведен анализ внутренних силовых факторов, возникающих в поперечных сечениях витков цилиндрической пружины.

1.1 Мартенситные превращения. Механизм эффекта памяти формы

Мартенситное превращение – один из фундаментальных способов перестройки кристаллической решетки в отсутствие диффузии. Мартенситные превращения обнаружены во многих кристаллических материалах: чистых металлах, многочисленных сплавах, ионных, ковалентных и молекулярных кристаллах [40–42]. Наиболее полно изучены мартенситные превращения в сплавах на основе железа, в частности в связи с закалкой стали. Мартенситные превращения (часто в сочетании с диффузионным перераспределением компонентов и изменением атомного порядка) составляют основу многочисленных структурных превращений, благодаря которым с помощью термической и механической обработки осуществляется направленное изменение свойств кристаллических материалов.

Долгое время неупругую деформацию считали полностью необратимой. В начале 60–х годов XX в. был открыт обширный класс металлических материалов, у которых элементарный акт неупругой деформации осуществляется за счет структурного превращения. Такие материалы обладают обратимостью неупругой деформации [10–11, 43–44]. Явление самопроизвольного восстановления формы – эффект памяти формы (ЭПФ) – может наблюдаться как в изотермических условиях, так и при температурных изменениях [10–11]. При теплосменах такие металлические материалы могут многократно обратимо деформироваться. К металлам с памятью формы относятся сплавы Ti–Ni эквиатомного состава (примерно 50:50 % (ат.)), обычно называемые нитинолом или никелидом титана, нитинол–55 (с железом), никелид титана ТН–1, ТН–1К, ВТН–27, сплавы титана ВТ–16, ВТ23 (термообработка по специальному режиму, в 2–3 раза дешевле и в 1,5 раза легче никелида титана), сплав на основе титана с 28–34% марганца и 5–7% кремния, терфенол (магнитострикционный сплав, гасит колебания при низкочастотных вибрациях), сплавы на основе меди, такие как тройные сплавы Cu–Al–Ni и Cu–Zn–Al и двойные композиции Fe–Ni, Cu–Al, Co–Ni, Ni–Al [10–11]. Из большого числа сплавов с ЭПФ

наиболее перспективными для практического применения являются никелиды титана Ti–Ni и более дешевые сплавы на основе меди.

При высокой температуре в аустенитном состоянии Ti–Ni имеет кубическую решетку. При охлаждении сплав переходит в мартенситную фазу, в которой ячейки решетки становятся скошенными параллелепипедами. При нагреве аустенитная фаза восстанавливается, а с ней восстанавливается и первоначальная форма изделия из сплава с памятью формы. Изменение формы – главная особенность мартенситного превращения, с которой связан эффект «памяти» сплавов, условие необходимое, но недостаточное для проявления «памяти». Свободная энергия кристаллов мартенсита меньше, чем исходной фазы, что стимулирует развитие мартенситного перехода [10, 45]. Переход тормозится из-за возникновения границы раздела старой и новой фаз и повышения свободной энергии. Растущие кристаллы мартенситной фазы деформируют окружающий объем, который сопротивляется этому. Возникает упругая энергия, препятствующая дальнейшему росту кристаллов. Когда эта энергия превышает предел упругости, происходит интенсивная деформация материала в окрестности границы раздела фаз и рост кристаллов прекращается. В сталях процесс проходит практически мгновенно (отдельные кристаллы мартенсита вырастают до конечных размеров). Обратный переход мартенсита в аустенит (высокотемпературная фаза, бездиффузионная сдвиговая перестройка решетки затруднена), идет при высоких температурах, когда в мартенсите растут кристаллы аустенита без перехода к исходной форме (атомы не попадают на свои прежние места). В сплавах с «памятью» при охлаждении мартенситные кристаллы растут медленно, при нагреве исчезают постепенно, что обеспечивает динамическое равновесие границы раздела между ними и исходной фазы. Граница между фазами ведет себя аналогично, если охлаждение и нагрев заменить соответственно приложением и снятием нагрузки – термоупругое равновесие фаз в твердом теле. Коллективное перемещение атомов в

определенном направлении, сопровождающееся самопроизвольной (мартенситной) деформацией материала (перестройка решетки), при которой соседство и межатомные связи атомов не нарушаются (сохраняется возможность вернуться на прежние позиции, к исходной форме), проходит только при определенных условиях.

«Память» отдельного кристалла – это еще не память всего объема сплава, который обычно имеет поликристаллическое строение. Отдельные кристаллиты (зерна) отличаются ориентацией кристаллических решеток. Сдвиг атомов при мартенситном превращении происходит в решетке по определенным плоскостям и направлениям. Из-за различной ориентации зерен сдвиги в каждом зерне проходят в различных направлениях и, несмотря на значительную деформацию отдельных кристаллов, образец в целом не испытывает заметного изменения формы. Оно происходит в том случае, если кристаллы ориентированы в одном направлении. Управляющей силой, которая при мартенситном превращении организует преимущественную организацию кристаллов, является внешняя нагрузка. При мартенситном превращении атомы перемещаются в направлении действия внешней нагрузки (образец в целом испытывает деформацию). Процесс развивается до тех пор, пока весь материал не продеформируется в направлении действия силы без разрыва межатомных связей и нарушения соседства атомов. При нагреве они возвращаются на исходные позиции, восстанавливая первоначальную форму всего объема материала. Эффект «памяти» основан на термоупругом равновесии фаз и управляющем действии нагрузки. Специальная термомеханическая обработка сплавов создает в материале микронапряжения, действия которых при мартенситных переходах аналогично действию внешней нагрузки. При охлаждении сплав самопроизвольно принимает одну форму, при нагреве возвращается к исходной (пластина сворачивается в кольцо при охлаждении, при нагреве – разворачивается или наоборот). Термоупругое мартенситное превращение

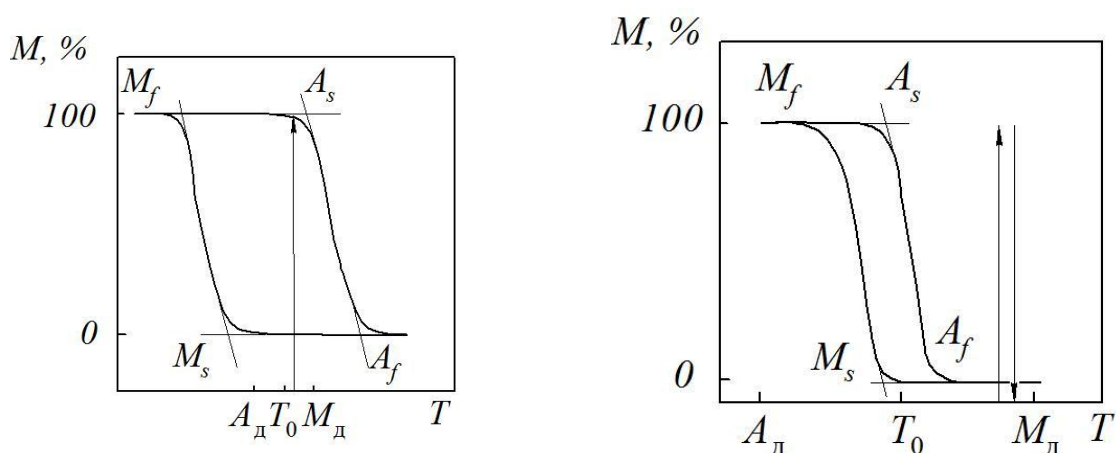
сопровождается обратимым изменением формы кристаллов аустенита, что, в основном, обеспечивает «память» металлов.

1.2 Влияние температуры на фазовый состав сплава

В процессе проявления эффекта памяти формы участвуют мартенситные превращения двух видов – прямое и обратное [10–11]. Каждое из них проявляется в своем температурном интервале: M_s и M_f – начало и конец прямого мартенситного превращения при охлаждении, A_s и A_f – начало и конец обратного мартенситного превращения при нагреве.

При охлаждении материала из аустенитного состояния мартенсит начинает образовываться при некоторой температуре M_s . При дальнейшем охлаждении количество мартенситной фазы увеличивается, и полное превращение аустенита в мартенсит заканчивается при некоторой температуре M_f . Ниже этой температуры термодинамически устойчивой остается только мартенситная фаза. При нагреве превращение мартенсита в аустенит начинается при некоторой температуре A_s и полностью заканчивается при температуре A_f . Схема влияния температуры на фазовый состав сплавов с обратимыми мартенситными превращениями приведена на рис. 1.1.

При полном термоциклировании получается гистерезисная петля. Ширина гистерезисной петли по температурной шкале $A_f - M_s$ или $A_s - M_f$ может быть различной для разных материалов: широкой или узкой (рис. 1.1, а и б).



а

б

Рисунок 1.1 – Зависимость фазового состава сплава от температуры: а – широкий гистерезис; б – узкий гистерезис

Кроме этих температур обычно рассматривают еще три характеристических температуры: T_0 – температура термодинамического равновесия; M_d – температура, ниже которой мартенсит может возникнуть не только вследствие понижения температуры, но и под действием механического напряжения; A_d – температура, выше которой аустенит может появиться не только под действием температуры, но и под действием механических напряжений. Расположение этих температур относительно петли гистерезиса оказывает влияние на поведение материала при термосиловом воздействии. В случае узкого гистерезиса (рисунок 1.1, б) температура M_d может оказаться выше температуры конца аустенитного превращения A_f , а при широком гистерезисе – ниже этой температуры (рис. 1.1, а). Тогда для материала с узким гистерезисом наведенный механомартенсит, т.е. мартенсит, образованный под действием внешней нагрузки при температуре ниже M_d (но выше A_f), будет термодинамически неустойчивым и при разгрузке он должен исчезнуть. На рисунке 1.1 превращение аустенит – мартенсит условно обозначено вертикальными стрелками. В таких материалах наблюдается эффект так называемой сверхупругости, очевидно связанный с этими явлениями. В случае широкого гистерезиса наведенный механомартенсит будет термодинамически устойчивым и сохраняется при разгрузке. Деформации в этом случае исчезнут только после нагрева, т.е. после завершения превращения мартенсита в аустенит.

1.3. Термомеханические эффекты в материалах с памятью формы

Обратимые фазовые превращения в сплавах с ЭПФ сопровождаются рядом необычных термомеханических эффектов, основные из которых рассматриваются ниже [46–49].

1.3.1. Эффект памяти формы, сформированный пластичностью превращения

Проиллюстрируем эффект следующим образом. При температуре выше A_f (в аустенитном состоянии) образец из сплава с ЭПФ нагружается силой P (рис. 1.2), затем охлаждается.

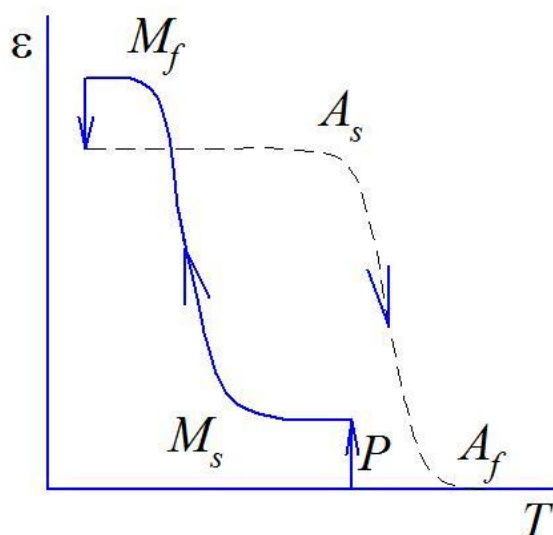


Рис. 1.2 – Эффект пластичности прямого превращения (накопление деформации – сплошная линия) и эффект памяти формы (восстановление деформации – пунктирная линия)

В результате прямой мартенситной реакции наблюдается интенсивное накопление деформации ε_{nn} в интервале температур $M_s - M_f$. Деформация ε_{nn} сохраняется после снятия нагрузки. При последующем нагревании деформированного образца в интервале температур $A_s - A_f$ деформация устраняется, что является демонстрацией эффекта памяти формы.

До определенных значений между ε_{nn} и приложенными напряжениями существует линейная зависимость, при больших напряжениях наблюдаются отклонения различного характера.

1.3.2. Эффект памяти формы после деформирования в изотермических условиях

Эффект памяти формы можно продемонстрировать другим образом. Задать деформацию в изотермических условиях, например, растяжением при

температуре ниже M_s (рис. 1.3, а). При достижении напряжения σ_T^ϕ образец деформируется пластически (участок AB), и эту деформацию называют фазовой (ϵ_ϕ), так как она вызвана фазовыми превращениями аустенит–мартенсит, или мартенсит–мартенсит, или их комбинациями. В некоторых случаях фазовая пластическая деформация может протекать в несколько стадий, что определяется многостадийностью фазовых превращений (например, в сплаве Cu–Al–Ni).

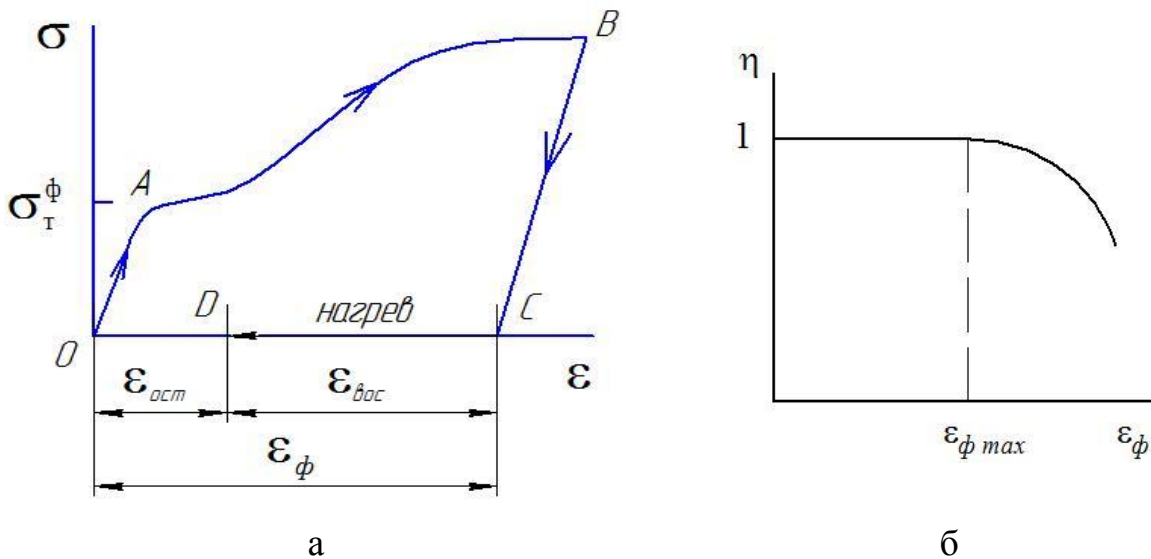


Рис. 1.3 – Схема реализации ЭПФ

После разгрузки (участок BC) фазовая деформация (ϵ_ϕ) сохраняется в образце. При нагреве образца в результате протекания обратного мартенситного превращения в интервале температур (A_s – A_f) фазовая деформация восстанавливается (участок CD). Это, собственно, и есть эффект памяти формы.

В случае, когда восстановленная деформация $\epsilon_{вос} < \epsilon_\phi$, в образце сохраняется некоторая остаточная деформация $\epsilon_{ост}$, накапливаемая в результате инициализации необратимых каналов пластичности, например, дислокационных.

Степень восстановления деформации, определяемая как $\eta = \frac{\epsilon_{вос}}{\epsilon_\phi}$, представлена на рис. 1.3, б. Максимальная фазовая деформация $\epsilon_{\phi max}$,

которая восстанавливается полностью ($\eta = 1$) при реализации ЭПФ, зависит от материала, его термомеханической обработки, условий деформирования и составляет для сплавов на основе TiNi $\varepsilon_{\phi} = 6\text{--}12\%$, для сплавов CuAlMn $\varepsilon_{\phi} = 4\text{--}10\%$.

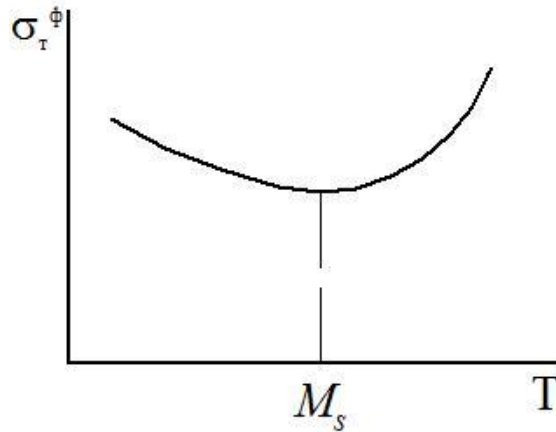


Рис. 1.4 – Зависимость фазового предела текучести от температуры испытания материала с ЭПФ

Наиболее эффективным способом задания эффекта памяти формы является деформирование в режиме эффекта пластичности превращения, когда наиболее полно реализуются деформационные возможности фазовых превращений. Поскольку такой способ трудно осуществим технологически, на практике используется схема активного деформирования при температуре, близкой к M_s , при которой деформирующие нагрузки минимальны (рис. 1.4).

1.3.3. Псевдоупругость

Способность материала с ЭПФ пластически деформироваться при определенных условиях и восстанавливать деформацию при снятии внешней деформирующей нагрузки называется псевдоупругостью (рис. 1.5).

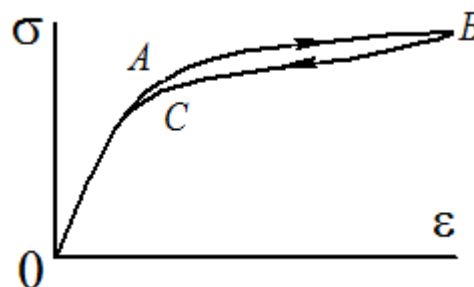


Рис. 1.5 – Псевдоупругое механическое поведение образца на основе сплава TiNi при $A_f < T < T_d$

На участке AB пластическая деформация обусловлена протеканием реакции «аустенит→мартенсит», инициируемой механическим нагружением. Наведенный в данных условиях мартенсит термодинамически неустойчив и при снятии нагрузки превращается в аустенит, что сопровождается исчезновением пластической деформации (участок BC).

Значение псевдоупругой деформации может составлять для разных сплавов до 10 – 15%, что позволяет изготавливать из сплавов с ЭПФ упругие элементы с существенно более высокими деформационными способностями (например, суперпружины).

Эффект псевдоупругости может реализовываться и при других условиях деформирования, например при $T < M_f$, через другие механизмы обратимой деформации. Однако его внешнее проявление аналогично рассмотренному.

1.3.4. Обратимая память формы

У многих материалов в процессе термоциклирования в ненагруженном состоянии через интервалы прямого и обратного мартенситных превращений при охлаждении деформация накапливается (1), а при нагреве (2) восстанавливается (рис.1.6).

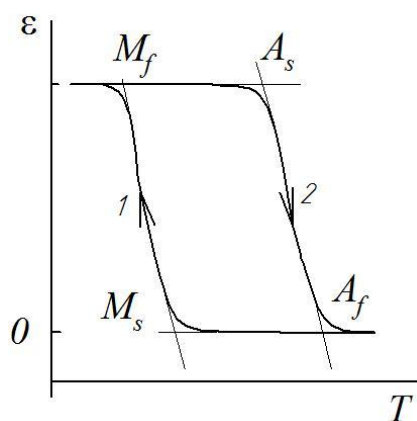


Рис. 1.6 – Накопление (1) деформации при охлаждении и ее восстановление (2) при нагреве через интервал M_f-A_f в сплаве с ЭПФ в

ненагруженном состоянии после предварительного термоциклирования под нагрузкой

Это свойство называют обратимой (двусторонней) памятью формы (ОПФ), оно имеет способность не исчезать практически после любого числа теплосмен. Данный эффект может быть инициирован только за счет деформационного воздействия на металл либо активным пластическим деформированием мартенсита или аустенита в изотермических условиях; либо термоциклированием материала под нагрузкой через интервал фазовых превращений.

Эффект обратимой памяти формы расширяет возможности применения сплавов с ЭПФ в приборах и конструкциях многократного циклического действия.

1.4. Влияние химического состава сплава на характеристические температуры мартенситных превращений

Температуры мартенситных превращений являются функцией как марки сплава (системы сплава), так и его химического состава. Небольшие изменения химического состава сплава ведут к сдвигу этих температур. Характеристические температуры превращений ряда двойных сплавов TiNi с ЭПФ разного состава приведены в таблице 1.1 и на рисунке 1.7.

Таблица 1.1 – Характеристические температуры сплавов TiNi [50]

Состав, % (ат.)		Температура, °С			
Ti	Ni	M_s	M_f	A_s	A_f
52,8	47,2	90	60	100	135
50,0	50,0	50	20	55	75
49,5	50,5	25	5	35	60
49,25	50,75	0	-20	10	30
49,0	51,0	-55	-90	-50	-25

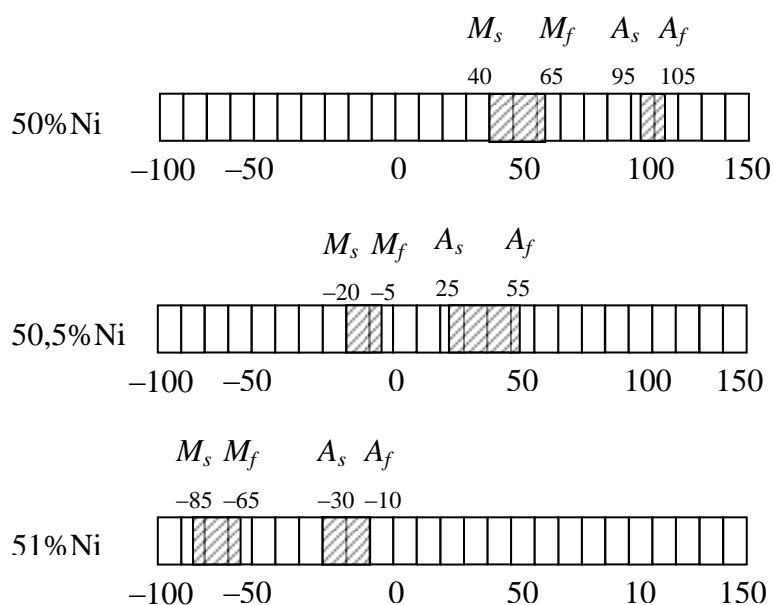


Рисунок 1.7 – Зависимость температур прямого и обратного мартенситного превращений от состава сплава TiNi

Из таблицы 1.1 следует, что даже малые отклонения состава сплавов TiNi от стехиометрического приводят к значительному изменению характеристических температур, как по величине, так и по знаку. Таким образом, варьируя соотношение титана и никеля, можно существенно менять температуры фазовых переходов и влиять на ширину гистерезиса фазовой диаграммы. В разных сплавах с ЭПФ интервал температур фазовых переходов может находиться в пределах от 4,2 до 1300 К.

Легирование никелида титана железом, марганцем, хромом, ванадием, кобальтом приводит к снижению M_s и M_f вплоть до -196°C , а введение Zr, Ta, Nb – к их повышению (до $+100^\circ\text{C}$). Медь и кремний в довольно широком интервале составов слабо влияют на температуры превращений.

Химический состав двух сплавов, наиболее широко используемых на отечественных предприятиях, приведен в таблице 1.2 [50].

Таблица 1.2 – Химический состав сплавов ТН-1 и ТН-1К

Марка сплава	Основные элементы		Примеси, не более							
	Ni	Ti	Fe	Si	C	N	O	H	Co	Остальные
ТН-1	53,5–56,5	Остальное	0,3	0,15	0,10	0,05	0,2	0,013	–	0,30

ТН-1К	50,0-53,5	То же	2,5– 4,5	0,15	0,10	0,05	0,2	0,030	0,2	0,30
-------	-----------	-------	-------------	------	------	------	-----	-------	-----	------

Материалы с памятью формы могут проявлять сверхпластичность (значительные деформации, когда мартенситное превращение вызывается приложением внешней нагрузки, а не охлаждением, что используется при создании пружинных амортизаторов, аккумуляторов механической энергии), имеют высокую циклическую прочность (не происходит накопление дефектов структуры) и высокую способность рассеивать механическую энергию (при мартенситных превращениях перестройка кристаллической решетки сопровождается выделением или поглощением тепла, если внешняя нагрузка вызывает мартенситное превращение, то механическая энергия переходит в тепловую; при эффектах памяти наблюдается и процесс превращения тепла в работу). Изменение формы (при периодическом изменении температуры) металлов с памятью сопровождается проявлением мощных межатомных сил. Давление при расширении материалов такого типа достигает 7 т/см^2 . В зависимости от вида материала изделия различного размера и конфигурации сгибаются, расширяются, извиваются (форму можно программировать).

Никелид титана в зависимости от состава и условий деформирования может иметь как однократно, так и многократно обратимый ЭПФ. Многократно обратимый эффект памяти проявляется при термоциклировании через интервалы прямого и обратного мартенситных переходов. Этот эффект проявляется как в нагруженном, так и в ненагруженном состоянии материала и сохраняется практически независимо от числа теплосмен.

1.5. Особенности диаграмм деформирования материалов с мартенситными превращениями

Состав определяет не только температуры переходов, но и физико–механические характеристики сплава. Основные параметры приведены в таблице 1.3 [50].

Таблица 1.3 – Механические характеристики сплавов ТН–1 и ТН–1К

Характеристика	ТН–1	ТН–1К
Плотность, г/см ³	6,45–6,50	
Температура плавления, °С	1250–1310	
Коэффициент термического расширения, 10 ⁻⁶ К ⁻¹	6,0*–10,4	12,0–14,0
Удельное электросопротивление, 10 ⁻⁸ Ом·м	55*–60	70–80
Коэффициент Пуассона	0,48*	0,33
Временное сопротивление при растяжении, МПа	600–800	800–1000
Предел текучести, МПа	400–600	500–700
Фазовый предел текучести, МПа	150–200	Не проявляется при 20°С
Относительное удлинение, %	20–40	20–40
Эффект памяти формы:		
предельная деформация, при которой происходит полное восстановление формы, %	6–8	–
реактивное напряжение, МПа	300–500	–

*Данные относятся к мартенситному состоянию сплава

Сплавы с эффектом памяти формы могут иметь два, иногда несколько [10, 46–49], условных пределов текучести. Принято считать, что когда их два, то первый обусловлен иницированием каналов обратимой деформации, а второй связан с «обычным» дислокационным скольжением, результатом которого является полностью необратимое макроскопическое формоизменение металла. Две характеристики предела текучести обусловлены возможностью разного структурного состояния сплава ТН–1 при комнатной температуре. При стабильно аустенитной структуре поведение никелида титана при нагружении типично для большинства металлов. Если же под напряжением происходит мартенситное превращение и структура становится мартенситно–аустенитной или мартенситной, то кроме условного предела текучести $\sigma_{0,2} = 400 \div 600$ МПа наблюдается еще один предел текучести при значительно меньшей величине напряжения, называемый фазовым пределом текучести σ_T^ϕ . Величина σ_T^ϕ зависит от положения температуры деформирования T_d относительно характеристических температур мартенситных превращений. Установлено,

что минимальные значения σ_T^ϕ наблюдаются при T_d , близкой к M_s . При чисто мартенситной структуре $\sigma_T^\phi = 150 \div 200$ МПа, при двухфазной – $\sigma_T^\phi = 200 \div 400$ МПа. Поэтому для никелида титана характерны три вида диаграмм растяжения (рисунок 1.8).

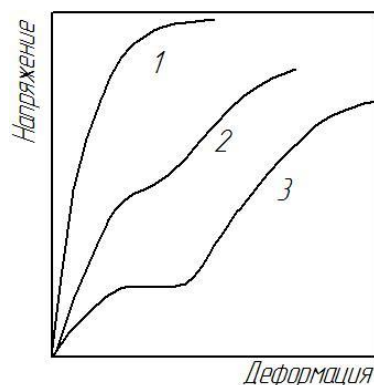


Рисунок 1.8 – Диаграммы растяжения для сплавов никелида титана с различным структурным состоянием при испытании: 1 – стабильный аустенит; 2 – аустенит + мартенсит; 3 – мартенсит

1.6. Влияние температуры на упругие постоянные сплавов с памятью формы

Модуль продольной упругости E (модуль Юнга) у металлов практически не зависит от структуры и термической обработки и определяется только прочностью межатомных связей [49]. Легирование и пластическая деформация также не оказывают заметного влияния на модуль упругости. При нагреве материалов отмечается падение величины E , причем между температурным коэффициентом модуля упругости $\eta = \frac{1}{E} \frac{dE}{dT}$ и термическим коэффициентом линейного расширения $\alpha = \frac{1}{r} \frac{dr}{dT}$ наблюдается прямая зависимость. Это связано с увеличением расстояния между атомами в кристаллической решетке из-за роста температуры, а, следовательно, и уменьшением сил межатомного взаимодействия. Температурный коэффициент линейного расширения и температурный коэффициент модуля упругости связаны между собой соотношением

$$\eta + \alpha m = 0 \quad (1.1)$$

или

$$\frac{\eta}{\alpha} = -m = const, \quad (1.2)$$

где r и m – постоянные, характеризующие параметры кристаллической решетки. На рис. 1.9 приведена зависимость безразмерного модуля упругости E/E_0 некоторых конструкционных материалов от температуры (E_0 – модуль упругости материала при температурах, близких к 25°C).

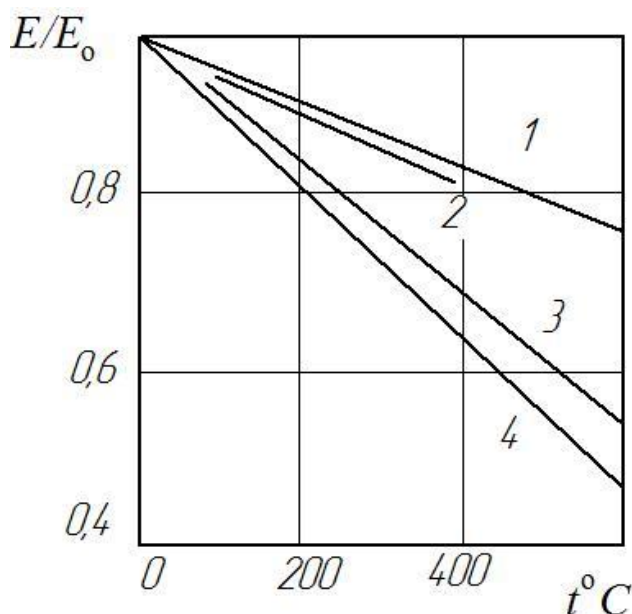


Рис. 1.9 – Зависимость относительного модуля упругости от температуры: 1 – нержавеющая сталь; 2 – алюминиевые сплавы, 3 – углеродистые стали, 4 – титановые сплавы.

Для сталей с повышением температуры испытаний с 25 до 450°C модули упругости E и G уменьшаются на 20 – 40% , при этом, начиная с 300 – 400°C наблюдается расхождение между значениями модулей, определенными при статических и динамических испытаниях.

Изменение модулей упругости при малых колебаниях температуры (от -50 до $+50^{\circ}\text{C}$) незначительно и им обычно пренебрегают.

Металлы с эффектом памяти формы демонстрируют сложную зависимость упругих постоянных от температуры [51–55]. При нагревании на 100 K модуль Юнга может изменяться в $1,5 \div 2$ раза. В обычных

материалах изменение температуры на 100 К приводит к изменению модуля Юнга на 3 ÷ 5%. В качестве примера на рис. 1.10. представлена температурная зависимость модуля Юнга для сплава Fe₃Pt [51], на рис.1.11 зависимость модуля сдвига от температуры для медномарганцевого сплава [53].

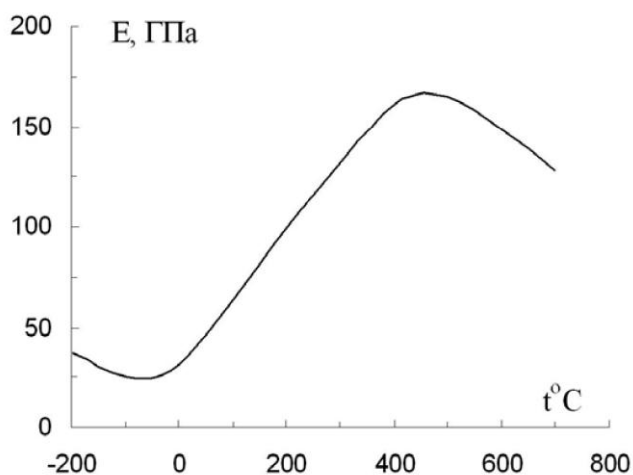


Рис. 1.10 – Температурная зависимость модуля Юнга сплава Fe–25,7% Pt

В работе [54] приведены результаты экспериментальных исследований влияния характера термоциклирования и знака нагружения на величину сдвигового фазового модуля никелида титана, определяемого как

$$G = \frac{\Delta\tau}{\Delta\gamma}, \quad (1.3)$$

где $\Delta\tau$ – изменение величины напряжения, связанное с изменением нагрузки; $\Delta\gamma$ – соответствующий деформационный отклик. Фазовый модуль сдвига G определялся для фиксированного уровня действующих напряжений $\tau = 6$ МПа при разных знаках нагружения двумя способами: при активном изотермическом нагружении ($\Delta\tau = +3$ МПа) и при изотермическом разгрузении ($\Delta\tau = -3$ МПа). При изотермическом разгрузении соответствующее значение $\Delta\gamma < 0$. Результаты экспериментов показали, что сдвиговой фазовый модуль существенно зависит от температуры. При определении G первым способом (рис. 1.12, а) его величина с ростом температуры в интервале обратного мартенситного перехода практически не изменялась. Последующее охлаждение в интервале

прямого мартенситного перехода приводит к экстремальной зависимости модуля G с достижением его локального минимума при $T \approx 320$ К. При определении сдвигового фазового модуля при разгрузке наблюдается другая картина (рис. 1.12, б). При нагревании имеет место сложная экстремальная зависимость G с локальным минимумом при температуре $T \approx 360$ К и последующим возрастанием примерно в шесть раз. При охлаждении через интервал прямого мартенситного перехода модуль G практически не изменяется. Сравнение кривых на рис. 1.12, а, б показывает, что при переходе от первого способа определения G ко второму кривые при нагревании и охлаждении качественно как бы меняются местами. Сложный характер влияния температуры на величину фазового модуля сдвига проявляется и при теплосменах в неполных температурных интервалах как для первого (рис. 1.12, в), так и для второго (рис. 1.12, г) способов определения G .

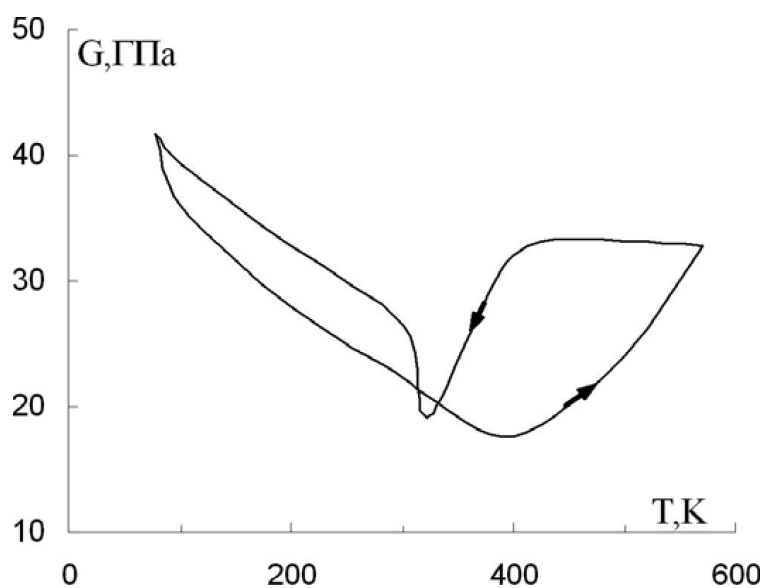


Рис. 1.11 – Зависимости модуля сдвига от температуры при обратном и прямом превращении для сплава Cu-72,2% Mn

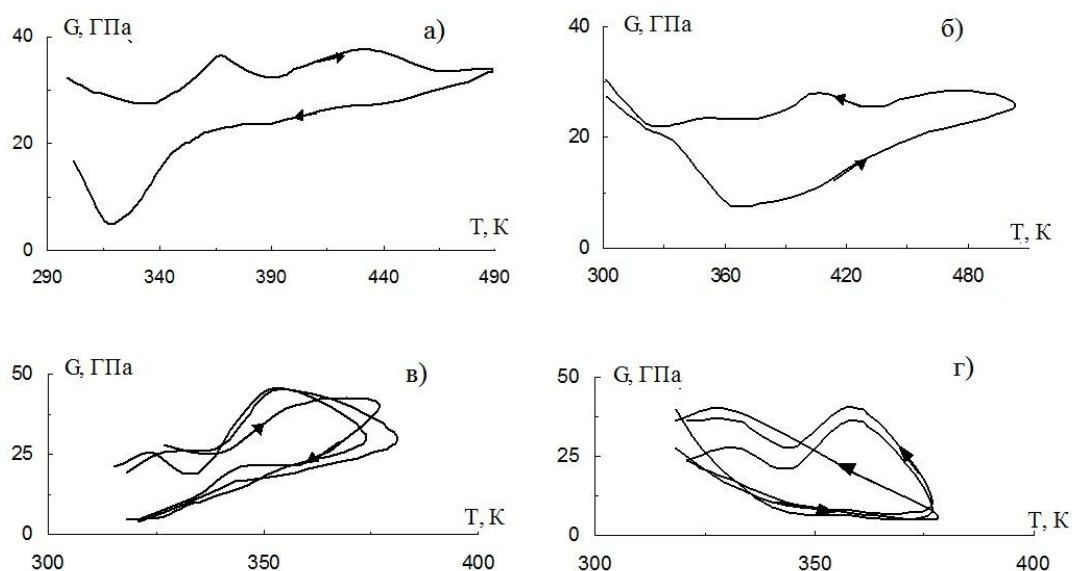


Рис. 1.12 – Зависимости сдвигового фазового модуля сплава ТН–1, определяемого при нагрузке (а, в) и разгрузке (б, г) от температуры при теплосменах в полном (а, б) и неполном – $T_{\min} = 315$ К, $T_{\max} = 380$ К (в, г) температурных интервалах

В никелиде титана реализуется переход из высокотемпературной В2 фазы с объемно–центрированной кубической решеткой в низкотемпературную В19' с моноклинной кристаллической решеткой [56–59]. Однако в некоторых случаях переход в зависимости от состава сплава наблюдается через промежуточную ромбоэдрическую R фазу, т.е. реализуется последовательность $B2 \rightarrow R \rightarrow B19'$. В этом случае упругие свойства В2–решетки постепенно теряют свою устойчивость первоначально к одному В2 – R, а затем к двум В2 – R – В19' мартенситным превращениям. В работе [58] исследованы упругие свойства монокристаллов $Ti_{50}Ni_{50-x}Fe_x$ ($x = 50, 25, 15, 10, 5, 2$) и $Ti_{49}Ni_{51}$ методом составного пьезоэлектрического вибратора [60]. Результаты показывают, что для всех исследованных сплавов упругие постоянные $C' = 1/2(c_{11} - c_{12})$ и c_{44} , которые вместе с их линейными комбинациями определяют сопротивление В2–решетки деформированию во всех основных кристаллографических системах сдвига и коэффициент упругой анизотропии $A = c_{44}/C'$, зависят от температуры.

Таким образом, моно– и поликристаллические образцы из материалов с памятью формы имеют сложные температурные зависимости упругих постоянных, что необходимо учитывать в расчетах механических напряжений и деформаций.

Исследованием свойств материалов с эффектом памяти формы занимались ученые Хандрос Л.Г., Гюнтер В.Э., Хачин В.Н., Монасевич Л.А., Прокошкин С.Д., Хмелевская И.Ю., Лихачев В.А., Малинин В.Г., Кузьмин С.Л., Беляев С.П., Андронов И.Н., Пушин В.Г., Пульнев С.А., Рубаник В.В., Волков А.Е., Хусаинов М.А., Абдрахманов С.А., Разов А.И., Мовчан А.А., Шипша В.Г., Лурье С.А., Бледнова Ж.М., Коллеров М.Ю., Otsuka K, Wang F.E., Miyazaki S, Duerig T.W. и др.

1.7. Модели расчета поведения материалов с эффектом памяти формы

Расчет деформаций и напряжений, вызываемых мартенситными реакциями, является сложной задачей физики и механики кристаллических тел [61]. Главной особенностью материалов с эффектом памяти формы является особая роль температуры в формировании их механического поведения. Это выражается в более сильной, чем для обычных материалов, зависимости от температуры модулей упругости, предела текучести, внутреннего трения и других физико–механических свойств. Кроме того, температура выступает мощным термодинамическим фактором, вызывающим деформации во много раз большие, чем деформации за счет теплового расширения. Для сплавов с памятью формы не существует однозначной конечной зависимости между деформацией, напряжением и температурой. Такие специфические механические свойства обуславливают необходимость разработки особых методов расчета, т.к. традиционные методы инженерной механики материалов малоэффективны, поскольку позволяют решить проблему только в очень частных случаях.

Существующие модели можно разделить на макроскопические (одноуровневые) и микроскопические (многоуровневые).

В макроскопических теориях устанавливается связь между напряжением, деформацией, температурой, скоростями их изменения, а также объемной или массовой долей мартенситной фазы. Достоинством таких теорий является небольшой объем вычислений, возможность получения решений в аналитическом виде в простейших случаях, более легкая процедура нахождения материальных постоянных. К недостаткам относится расхождение с экспериментом в условиях сложного (неоднокомпонентного) напряженного состояния, которое имеет место при нагружении тел сложной формы.

Микроструктурные теории учитывают многоуровневость деформации. Процесс деформирования рассматривается на микроскопическом уровне с учетом кристаллографических особенностей и физических закономерностей. Макроскопическая деформация определяется путем усреднения микродеформаций отдельных структурных элементов, что позволяет учитывать реальное строение материала. В данных моделях определяющие уравнения формулируются в виде, инвариантном относительно режимов внешнего термосилового воздействия; с единых позиций описываются одноосное нагружение, сдвиг и произвольный вид нагружения материала; при необходимости учитываются новые механизмы деформации. Недостатками являются большой объем вычислений, сложность аналитического решения и определения материальных постоянных.

Далее рассматриваются некоторые модели, используемые для расчета свойств материалов с фазовыми превращениями.

1.7.1. Модель С.А. Абдрахманова

Модель Абдрахманова является наиболее простой моделью, описывающей поведение материалов с памятью формы [62–69]. Для построения прикладной феноменологической теории деформирования приняты следующие допущения:

– тело изотропно до и после деформирования;

- термосиловое воздействие на тело не вызывает пластических деформаций;
- для деформаций справедлив принцип суперпозиции;
- коэффициент фазовой поперечной деформации ν_{ph} , вводимый аналогично коэффициенту Пуассона и равный отношению взятой по модулю величины поперечной фазовой деформации к величине продольной фазовой деформации, не зависит от напряжений.

В этой модели, приращение полной деформации представляется в виде трех слагаемых: упругой, температурной и фазовой (пластическая деформация не рассматривается), считающихся соосными тензорами. Это разложение записывается в главных осях деформаций:

$$d\varepsilon_i = d\varepsilon_i^e + d\varepsilon_i^T + d\varepsilon_i^{ph}. \quad (1.4)$$

Боковые стороны фазовой диаграммы (рис. 1.1) задаются в виде линейной зависимости от температуры. Допускается, что приложенные к образцу напряжения не влияют на эту зависимость. Для прямого превращения объемная доля мартенситной фазы удовлетворяет условию:

$$q = \begin{cases} 0 & \text{при } T > M_s \\ 1 & \text{при } T < M_s \\ \frac{M_s - T}{M_s - M_f} & \text{при } M_f \leq T \leq M_s \end{cases}, \quad (1.5)$$

а для обратного превращения – зависимости:

$$q = \begin{cases} 0 & \text{при } T > A_f \\ 1 & \text{при } T < A_s \\ \frac{A_f - T}{A_f - A_s} & \text{при } A_s \leq T \leq A_f \end{cases}. \quad (1.6)$$

Изменение упругой составляющей тензора деформации подчиняется закону Гука, температурная деформация пропорциональна изменению

температуры с постоянным коэффициентом α . Приращение фазовой компоненты деформации задается уравнением (тензоры ε^{ph} и σ соосны):

$$d\varepsilon_i^{ph} = -\frac{\sigma_i^m - \nu_{ph}(\sigma_k^m + \sigma_l^m)}{\Pi} \cdot \frac{1}{M_s - M_f} dT \quad (1.7)$$

при прямом превращении,

$$d\varepsilon_i^{ph} = -\frac{\sigma_i^m - \nu_{ph}(\sigma_k^m + \sigma_l^m)}{\Pi} \cdot \frac{1}{A_f - A_s} dT \quad (1.8)$$

при обратном превращении,

где σ_i^m – максимальное значение i главного напряжения перед началом ($T = M_s$) прямого фазового превращения, ν_{ph} и Π – положительные постоянные материала.

Таким образом, в этой модели накопленная фазовая деформация на этапе прямого превращения линейно зависит от температуры и от напряжения, приложенного к образцу в момент начала превращения и не зависит от процесса изменения тензора напряжений в ходе фазового перехода. Начальным состоянием, при котором отсутствуют фазовые деформации, принято считать высокотемпературное аустенитное состояние, когда кристаллическая решетка материала является симметричной (ненагруженный материал находится в аустенитной фазе при температурах $T > A_f$).

Характеристика модели:

- модель не учитывает влияние напряжений на зависимость доли мартенсита от температуры;
- модель описывает только полные циклы фазовых переходов;
- модель описывает эффекты: памяти формы, генерации реактивных напряжений, деформации ориентированного превращения.

Изложенная методология применена для решения ряда прикладных задач по расчету реактивных усилий [64], деформации изгиба и кручения

бруса из материала с памятью формы [65–66]. В работах [67–69] проведено исследование цилиндрических пружин из СПФ.

1.7.2. Модель К. Танаки

Одной из первых теорий, описывающих механическое поведение сплавов при протекании в них мартенситных превращений, является модель, предложенная К. Танакой с сотрудниками [70–74]. Будучи сравнительно простой для проведения расчетов, данная теория позволила качественно верно описать основные механические эффекты в сплавах с памятью формы.

В работе [71] представлены определяющие соотношения для одномерного и трехмерного случая, а также дано термодинамическое обоснование полученных уравнений.

Ниже приведены соотношения для одномерного случая. Для вычисления объемной доли мартенсита q при прямом превращении (q возрастает) используется формула аппроксимационного типа:

$$q = 1 - e^{a_M(M_s - T) + b_M \sigma_u} \quad (1.9)$$

а при обратном (q убывает) – формула:

$$q = e^{a_A(A_s - T) + b_A \sigma_u} \quad (1.10)$$

где σ_u – интенсивность приложенных напряжений, a_M , b_M , a_A , b_A – материальные постоянные, причем $a_M < 0$, $b_M < 0$, $a_A > 0$, $b_A > 0$.

Следует отметить, что из-за экспоненциального характера зависимостей (1.9), (1.10) модель не позволяет описать полный переход из одной фазы в другую. Характеристические температуры конца прямого и конца обратного превращения в формулах (1.9), (1.10) не фигурируют. Объемная доля мартенсита q лишь стремится к 1 при прямом превращении и к 0 при обратном превращении, но никогда не достигает этих предельных значений. На практике это не так существенно, вследствие того, что никогда нельзя точно определить момент начала или конца фазового перехода в связи с малой интенсивностью превращения в конечных точках.

Уравнение состояния материала в одномерном случае записывается в следующем виде:

$$\dot{\sigma} = D\dot{\varepsilon} + \Omega\dot{q} + \theta\dot{T} \quad (1.11)$$

где σ – напряжение, ε – полная деформация, q – доля мартенсита, T – температура, D , Ω , θ – материальные функции, в общем случае зависящие от действующих напряжений, доли мартенсита и температуры. В самом простом случае можно предположить, что это просто константы:

$$D = E - \text{модуль Юнга,}$$

$$\Omega = -D\varepsilon_L < 0 \quad (1.12)$$

$$\theta = -D\alpha < 0$$

где ε_L – максимальное значение фазовой деформации для конкретного материала, α – коэффициент температурного расширения.

Как правило, при мартенситном превращении приращение температурной деформации $\theta\dot{T}$ мало по сравнению со слагаемым $\Omega\dot{q}$, поэтому им часто пренебрегают.

Характеристика модели:

- модель учитывает влияние напряжений на зависимость доли мартенсита от температуры;
- модель не учитывает влияния величины напряжений на величину накопленных фазовых деформаций;
- принимается отсутствие пластических деформаций;
- модель описывает в том числе незавершенные циклы фазовых переходов;
- модель описывает эффекты: памяти формы, генерации реактивных напряжений, частично эффект фазовой текучести.

1.7.3. Модель А.А. Мовчана

Описание механического поведения сплавов с памятью формы представляет собой достаточно сложную задачу даже для случая растяжения–сжатия цилиндрических образцов, когда поле напряжений однородно. Более трудным является расчет напряженно–деформированного

состояния тел, имеющих сложную форму и нагружаемых системой поверхностных и объемных сил при изменяющейся температуре. Вместе с тем, очевидно, что разработка методов решения краевых задач необходима для успешного проектирования деталей и узлов приводов, датчиков, силовой аппаратуры и других устройств, изготовленных из материалов с эффектом памяти формы. Особый интерес представляют аналитические решения, позволяющие создавать инженерные методы расчета типичных деталей конструкций, а также дающие возможность легко реализуемого определения материальных постоянных, входящих в модель. Для достижения этой цели необходимо использовать как можно более простую формулировку определяющих уравнений, которые вместе с тем, должны отражать основные эффекты деформационного поведения сплавов с памятью формы.

Одна из более современных моделей, описывающих поведение материалов с памятью формы с механической точки зрения, была описана в работах [75–76] и дополнена в работах [77–79]. Ниже приведен несколько упрощенный вариант этой модели, удобный для проведения расчетов.

Как и в описанных выше теориях, в этой модели предполагается деление приращения деформации на независимые компоненты:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^T + d\varepsilon_{ij}^{ph} \quad (1.13)$$

где $d\varepsilon_{ij}^e$ – упругая деформация, $d\varepsilon_{ij}^T$ – температурная, $d\varepsilon_{ij}^{ph}$ – фазовая.

Случаи возникновения пластической деформации мы рассматривать не будем.

Упругая составляющая деформации вычисляется согласно закону Гука:

$$\varepsilon_{kk}^e = \frac{\sigma_{kk}}{3K}; \quad \varepsilon_{ij}^{e'} = \frac{\sigma'_{ij}}{2G}, \quad (1.14)$$

где ε_{ij}^e и σ_{kk} – следы тензора упругой деформации и тензора напряжений, $\varepsilon_{ij}^{e'}$ и σ'_{ij} – компоненты девиаторов тензора упругой деформации и тензора напряжений. K и G – упругие модули, которые

зависят от объемной доли мартенсита q . Один из возможных вариантов представления этой зависимости следующий:

$$\frac{1}{K} = \frac{q}{K_M} + \frac{1-q}{K_A}, \quad (1.15)$$

$$\frac{1}{G} = \frac{q}{G_M} + \frac{1-q}{G_A}, \quad (1.16)$$

где K_M, K_A, G_M, G_A – соответствующие постоянные значения упругих модулей материала в мартенситном (с индексом M) и аустенитном (с индексом A) состояниях. Температурная составляющая деформации вычисляется по закону:

$$\varepsilon_{ij}^T = \alpha(T - T_0)\delta_{ij}, \quad (1.17)$$

где T_0 – температура, при которой температурная компонента деформации равна 0, α – коэффициент теплового расширения, зависящий от объемной доли мартенсита

$$\alpha = \alpha_M q + \alpha_A(1 - q). \quad (1.18)$$

Объемная доля мартенсита полагается зависящей от температуры T , компонент тензора напряжений σ_{ij} и компонент тензора деформаций ε_{ij}

$$q = f_1(T, \sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}) \text{ – прямое превращение,}$$

$$q = f_2(T, \sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}) \text{ – обратное превращение,}$$

причем для прямого превращения часто используется упрощение этой зависимости до вида $f_1^*(T - k\sigma_u)$,

где k – материальная постоянная, σ_u – текущее значение интенсивности напряжений.

Функции f_1 и f_2 в общем случае можно считать материальными функциями среды. На практике используются различные их аппроксимации. В работе [76], например, приводятся варианты линейной, степенной и тригонометрической аппроксимации:

$$f_1(T') = \frac{M_s - T'}{M_s - M_f}, \quad (1.19)$$

$$f_2(T') = \frac{A_f - T'}{A_f - A_s}, \quad (1.20)$$

$$T' = T - k\sigma_u. \quad (1.21)$$

Важно, что функции f_1, f_2 должны быть монотонно убывающими по своему аргументу.

Приращение фазовой составляющей деформации предлагается вычислять по-разному в зависимости от направления мартенситного превращения. А именно, для прямого превращения:

$$d\varepsilon_{ij}^{ph} = (\beta\delta_{ij} + c_{ij}(\sigma'_{ij})(1 - a_0q) + a_0\varepsilon_{ij}^{ph'})dq \quad (1.22)$$

где a_0, β – положительные константы материала, причем $a_0 \leq 1$, $c_{ij}(\sigma'_{ij})$ – материальная функция, которую в самом простом случае можно представить в виде $c_{ij}(\sigma'_{ij}) = c_0\sigma'_{ij}$ (c_0 – константа), $\varepsilon_{ij}^{ph'}$ – текущее значение компонент девиатора тензора фазовых деформаций, σ'_{ij} – текущее значение компонент девиатора напряжений.

В случае обратного мартенситного превращения идет процесс исчезновения кристаллов мартенсита, который значительно проще процесса их зарождения, поэтому и соотношение будет простым

$$d\varepsilon_{ij}^{ph} = \frac{\varepsilon_{ij}^{ph}}{q} dq. \quad (1.23)$$

Это простое соотношение, предложенное автором модели в работе [75], не описывает эффект реверсивной памяти формы. В более ранней работе [76] было предложено другое уравнение для обратного перехода:

$$d\varepsilon_{ij}^{ph} = \left(\beta\delta_{ij} + \lambda_0 c_{ij}(\tilde{\sigma}'_{ij})(1 - a_0q) + (1 - \lambda_0) \frac{a_0 \varepsilon_{ij0}^{ph'}}{e^{a_0} - 1} \right) dq \quad (1.24)$$

где λ_0 – константа материала, $\varepsilon_{ij0}^{ph'}$ – соответствующие значения компонент девиатора тензора фазовых деформаций $\varepsilon_{ij}^{ph'}$ в момент начала обратного мартенситного превращения, $\tilde{\sigma}'_{ij}$ – значения компонент девиатора

тензора напряжений σ'_{ij} этапа прямого превращения, соответствующие текущему значению q этапа обратного превращения. То есть, уравнение (1.24) так же, как и (1.23) не зависит от текущих значений компонент тензора напряжений.

Соотношение (1.24) гораздо сложнее для расчетов, чем соотношение (1.23), причем автор замечает, что оно получено феноменологически без какого-либо микромеханического обоснования. Однако соотношение (1.24) применяется для описания эффекта реверсивной памяти формы.

Характеристика модели:

- модель учитывает влияние напряжений на зависимость доли мартенсита от температуры;
- в модели принимается отсутствие пластических деформаций;
- модель описывает в том числе незавершенные циклы фазовых переходов;
- модель описывает эффекты: памяти формы, реверсивной памяти формы, ориентированного превращения, генерации реактивных напряжений, фазовой текучести.

Развитый подход позволил получить аналитические решения ряда задач, а именно: задачу о релаксации напряжений в стержне, балке, изогнутой по кругу, контактную задачу о штампе с параболическим основанием, изгиб тонкой пластины. Ряд последних работ связан с расчетом пружинных элементов из материалов с памятью формы [80–84].

1.7.4. Термодинамические модели

В макроскопических теориях устанавливается связь между напряжением, деформацией и температурой, скоростями их изменения, а также структурными параметрами, под которыми обычно понимают массовую долю мартенситной фазы. При таком подходе формулируются определяющие соотношения между напряжением, деформацией и температурой; и определяются движущая сила (зарождение и развитие кристаллов мартенсита) и эволюция фазового превращения (переориентация кристаллов).

Макроскопические модели можно разделить на феноменологические и термодинамические. В термодинамических моделях строятся потенциалы (на основе, например, потенциала Гиббса или свободной энергии Гельмгольца), которые можно разделить на «химическую» часть, зависящую от температуры и включающую в себя энтропию объемных долей мартенсита, и «механическую» часть, включающую в себя напряжения и деформации при внешнем нагружении и взаимодействии между различными фазами. К таким моделям относятся модели Э. Патора (Paoor) [85], Ф. Ауриччио (Auricchio) [86, 87], Д. Лагоудаса (Lagoudas) [88] и др. [61, 89].

В модели Э. Патора объект представляет поликристалл, состоящий из зерен. Зерна рассматриваются в выделенном элементарном объеме. Каждое зерно рассматривается как монокристалл, в котором может образовываться 1, 2, ... N вариантов мартенсита (под вариантом в данном случае подразумевается мартенситная пластина). Внутри выделенного элементарного объема происходит мартенситное превращение, обусловленное механическим или температурным нагружением, поэтому в качестве управляющих переменных выступают макроскопическое напряжение и температура. Предполагается, что упругие модули и коэффициент теплового расширения однородны, изотропны и одинаковы для обеих фаз. Макроскопическая деформация равна сумме упругой деформации и деформации фазового перехода. В модели вводятся три множителя Лагранжа, связанные с долей мартенсита и средней деформацией фазового перехода. При дифференцировании функции Лагранжа по внутренним переменным (доля мартенсита и средняя деформация фазового перехода) можно получить термодинамическую силу и силу ориентации. Предполагается, что когда термодинамическая сила достигает критического значения, начинается рост мартенситных пластин. При достижении силой ориентации некоторого критического значения начинается переориентация зерен мартенсита.

На основании модели Ф. Ауриччио в программном комплексе ANSYS реализована возможность выполнения расчетов методом конечных элементов материалов с памятью формы для некоторых режимов нагружения [90–91].

1.7.5. Структурно–аналитическая теория В.А. Лихачева–В.Г.

Малинина

Основные методологические принципы структурно-аналитической теории изложены в работах [92–98] и заключаются в следующем.

В континууме выделяется малая область объемом V_o , много большим характерного атомного объема V_a , для которого можно сформулировать закон механического поведения независимо от процессов, происходящих в соседних областях. Например, для которой можно установить функциональную связь между деформацией β_{ik} и действующими напряжениями τ_{ik} , либо другими переменными. Соответствующий закон записывается в локальной системе координат, выбираемой таким образом, чтобы математическая интерпретация была наиболее простой и физически очевидной.

Выбираются два уровня усреднения. На первом уровне формулируются локальные инварианты в средних величинах, одинаковых для всех объемов V_o данной среды как по качественному характеру законов поведения кристалла, так и по значениям физических констант. Это означает, что несовпадение отклика различных локальных участков на внешнее воздействие в лабораторной системе отсчета является следствием их неодинаковой ориентации по отношению к лабораторному базису.

Второй уровень усреднения позволяет переходить к описанию свойств таких объемов $V \ll V_o$, в которых формулировка задачи возможна в физически наблюдаемых величинах, характеризующих свойства материала как сплошной среды. Причем усреднение проводится по пространству ориентаций φ, θ, ψ , т.к. конкретное распределение деформаций, напряжений и других переменных по координатам обычно совершенно неизвестно,

поэтому усреднение по пространственным координатам представляется трудноосуществимым.

Взаимодействие различных областей кристалла V_0 учитывается с помощью метода эффективного поля. Приложенные к телу напряжения заменяются на некоторые эффективные напряжения, равные разности приложенных и так называемых «ориентированных» напряжений. Ориентированные микронапряжения предполагаются одинаковыми во всех областях V_0 рассматриваемого объема V .

Эффективные напряжения $\tau_{ik}^* = \tau_{ik} - \psi_{ik} + v_{ik}$, где ψ_{ik} – ориентированные микронапряжения, действующие в V , v_{ik} – неориентированные микронапряжения в объемах усреднения V .

Рассмотрим некоторые примеры построения локальных инвариантов.

Скорость упругой деформации $\dot{\beta}_{ik}^y$ определяется через закон Гука [37–38]

$$\dot{\beta}_{ik}^y = C_{ikpq} \dot{\tau}_{pq}, \quad (1.25)$$

где C_{ikpq} – тензор упругой податливости.

Скорость деформации теплового расширения $\dot{\beta}_{ik}^T$ определяется соотношением

$$\dot{\beta}_{ik}^T = \gamma_{ik} \dot{T}_{pq}, \quad (1.26)$$

где γ_{ik} – тензор коэффициентов теплового расширения в локальном базисе.

Пластическая деформация кристаллов осуществляется чаще всего скольжением по определенным кристаллографическим плоскостям в некоторых конкретных направлениях [99].

Скорость неупругой деформации сдвигового происхождения $\dot{\beta}_{ik}^H$ можно представить в виде

$$\dot{\beta}_{ik}^H = \dot{\beta}_{31}^H (\delta_{i3} \delta_{k1} + \delta_{k3} \delta_{i1}), \quad (1.27)$$

где $\dot{\beta}_{31}^H$ – скаляр, характеризующий скорость сдвиговой деформации, δ_{ik} – единичный тензор ($\delta_{ik} = 1$ при $i = k$, $\delta_{ik} = 0$ при $i \neq k$).

Для объяснения таких свойств материалов, как пластичность превращения и эффекты памяти формы широкое распространение находит модель реализации деформации за счет прямого и обратного мартенситного превращения [10]. Ограничимся частным случаем мартенситной пластичности, когда при прямом мартенситном превращении происходит накопление деформации в сторону приложенного напряжения (эффект пластичности превращения), а при обратном – возврат этой деформации (эффект памяти формы). Кинетика образования и исчезновения мартенсита может быть описана следующим уравнением

$$\dot{\Phi} = \dot{T}^* \left\{ H(1 - \Phi_s) H(-\dot{T}^*) \frac{H(M_s - \Phi(M_s - M_f) - T^*)}{M_s - M_f} + H(\Phi) H(\dot{T}^*) \frac{H(T^* + \Phi(A_f - A_s) - A_f)}{A_f - A_s} \right\}, \quad (1.28)$$

где T^* – эффективная температура, связанная с нагрузкой уравнением Клаузиуса – Клапейрона

$$T^* = T - \frac{T_0}{q} D_{31} \tau_{31}, \quad (1.29)$$

q – удельная теплота превращения, D_{31} – дисторсия превращения в локальном базисе, который задается посредством направляющих косинусов α_{ik} по отношению к лабораторному базису; τ_{31} – локальное напряжение. Естественно, что напряжения неодинаковы в различных локальных базисах, повернутых относительно лабораторной системы координат на произвольные углы. Определяя эти углы по Эйлеру, можно ввести суммарное количество мартенсита Φ_M во всем рассматриваемом объеме V

$$\Phi_M = \int \int_{\{\omega\}} f(\omega) \dot{\Phi} dt d^3 \omega, \quad (1.30)$$

где ω – совокупность эйлеровых угловых координат, $f(\omega)$ – нормированная ($\int_{\{\omega\}} f(\omega) d^3 \omega = 1$) функция распределения по этим углам

$$d^3\omega = \frac{1}{8\pi^2} \sin\theta d\varphi d\theta d\psi, \quad (1.31)$$

φ, θ, ψ - углы Эйлера, задающие ориентацию локальной системы отсчета по отношению к лабораторной.

Условием прекращения для прямой мартенситной реакции, очевидно, будет требование $\Phi_m = 1$, а для обратной $\Phi_m = 0$.

При расчете деформаций фазового происхождения β_{ik}^ϕ , согласно представлениям, развитым в [10], можно воспользоваться соотношением

$$\dot{\beta}_{ik}^\phi = \dot{\Phi} \left[D_{ik} H(-\dot{T}^*) + \frac{\beta_{ik}^\phi}{\Phi} H(\dot{T}^*) \right] \quad (1.32 \text{ а})$$

или эквивалентным ему

$$\dot{\beta}_{ik}^\phi = D_{ik} \dot{\Phi}. \quad (1.32 \text{ б})$$

Система уравнений (1.25) – (1.32) позволяет рассчитывать локальные деформации фазового происхождения.

Форма уравнений (1.28) – (1.32) может быть иной в зависимости от физического содержания задачи.

Тензоры β_{ik} и τ_{ik} не являются деформациями и напряжениями, пригодными для инженерных расчетов. Объем, по которому они усредняются, мал по сравнению с объемом характерных неоднородностей в реальных кристаллах, например, зернами. Поэтому для вычисления макродеформаций и напряжений требуется произвести статистическое усреднение по большим объемам V . Процедуру усреднения целесообразно осуществлять в пространстве угловых переменных ω по одной из двух возможных моделей: Райсса или Фойгта.

В модели, аналогичной модели Райсса, предполагается равенство напряжений для всех микрообластей в объеме V , имеющих различные угловые ориентации ω . Тогда средние деформации в объеме V должны находиться суммированием по всему множеству V_ω , содержащемуся в V .

Средние деформации и напряжения в V принято называть конфигурационными переменными или конфигурационными тензорами, причем

$$\dot{\varepsilon}_{ik} = \int_{\{\omega\}} f(\omega) \alpha_{ip} \alpha_{kq} \dot{\beta}_{pq} d^3 \omega; \quad (1.33)$$

$$\dot{\sigma}_{ik} = \alpha_{ip} \alpha_{kq} \dot{\tau}_{pq}; \quad \dot{\tau}_{ik} = \alpha_{pi} \alpha_{qk} \dot{\sigma}_{pq}. \quad (1.34)$$

Если обратиться к схеме, аналогичной схеме Фойгта, или гипотезе равных деформаций (для суммы всех составляющих деформаций), то вместо (1.33) – (1.34) необходимо использовать соотношения

$$\dot{\varepsilon}_{ip} = \alpha_{ip} \alpha_{kq} \dot{\beta}_{pq}; \quad (1.35)$$

$$\dot{\sigma}_{ik} = \int_{\{\omega\}} f(\omega) \alpha_{ip} \alpha_{kq} \dot{\tau}_{pq} d^3 \omega. \quad (1.36)$$

Однако, в практическом смысле (1.35) и (1.36) значительно менее пригодны для вычислений.

Структурно–аналитическая теория позволяет описывать практически все наблюдаемые эффекты в материалах с памятью формы. Двухуровневая модель деформации усложняет решение краевых задач, поэтому расчеты выполняются в основном в реологической постановке. Однако данная теория продолжает развиваться в работах учеников и последователей В.А.Лихачева [100–103].

ГЛАВА II. РАСЧЕТ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ПРУЖИН РАСТЯЖЕНИЯ ПРИ БОЛЬШИХ ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ

В главе выводятся расчетные формулы для определения нормальных и касательных напряжений, осевых и сдвиговых деформаций, возникающих в пружине растяжения под действием осевой силы натяжения. Методика расчетов основана на принципах механики упругости, в частности методе плоских сечений, принятом в сопротивлении материалов.

2.1. Конструктивные разновидности и назначение витых пружин

В механизмах современных машин, аппаратов и приборов большую роль играют различные упругие элементы и прежде всего пружины

разнообразных конструкций. Обеспечивая своей упругостью необходимое натяжение или нажатие, аккумулируя энергию или действуя как амортизатор, пружина, занимая обычно небольшое место в конструкции, всегда является ее звеном. Особенно широко используются витые пружины различных конструкций.

Пружина, свитая из проволоки (прутка), представляет собой пространственный брус, т.е. брус, ось которого является пространственной кривой. При расчете таких пружин необходимо, в большинстве случаев, учитывать кривизну витков.

По своему назначению, виду и размерам пружины очень разнообразны, однако наиболее часто встречаются цилиндрические винтовые пружины, свитые из проволоки (прутков) круглого поперечного сечения. Витые пружины классифицируют в зависимости от вида воспринимаемой ими нагрузки или по конструктивным особенностям и форме. По виду нагружения встречаются:

1. Пружины растяжения, воспринимающие продольно–осевую нагрузку, растягивающую пружину.
2. Пружины сжатия, воспринимающие продольно–осевую нагрузку, сжимающую пружину.
3. Пружины кручения, воспринимающие нагрузки, сводящиеся к парам сил, действующим в плоскостях, перпендикулярных к оси пружины. При больших нагрузках могут использоваться составные пружины сжатия и кручения, состоящие из двух, трех, иногда четырех цилиндрических пружин, концентрически размещенных одна в другой.
4. Пружины, воспринимающие комбинированную нагрузку. В процессе изготовления витой пружины проволока, навиваемая на оправку, имеет большие перемещения, но малые деформации, причем – пластические. Максимальное удлинение, возникающее в витке при навивке, равно

$$\varepsilon_{\max} = \frac{d}{2R}, \quad (2.1)$$

где d – диаметр проволоки, R – средний радиус витка проволоки на оправке.

Так как величина $\frac{d}{2R} < 1$, следовательно, деформации, возникающие при навивке, являются малыми. Вместе с тем в значительной части они должны быть пластическими, иначе при снятии с оправки проволока полностью выпрямляется и необходимая форма пружины не формируется.

2.2. Основные геометрические соотношения для цилиндрических пружин

Цилиндрическая винтовая пружина представляет собой брус, ось которого располагается на поверхности образующего цилиндра по винтовой линии. Ось этого бруса определяется тремя независимыми параметрами, за которые принимают:

- 1) диаметр D_{cp} образующего цилиндра (средний диаметр пружины);
- 2) угол подъема α оси винтового бруса;
- 3) длину l оси рабочей части винтового бруса (т.е. его основной части, образующей рабочие витки пружины).

Все другие геометрические характеристики оси бруса, представляющего цилиндрическую винтовую пружину, могут быть выражены через эти основные параметры [30–34].

Рассмотрим прямой круговой цилиндр с радиусом основания $R = \frac{D_{cp}}{2}$ (рис. 2.1, а). Представим развертку одного шага винтовой линии от основания цилиндра треугольником ABC (рис. 2.1, б). Сторона треугольника AC равна длине $2\pi R$ окружности основания цилиндра, $BC = h$ – шагу винтовой линии, AB – длина винтовой линии на одном шаге. Проекцией точки M , принадлежащей винтовой линии, на плоскость xOy , является точка M_1 . Параметрические уравнения винтовой линии выведем, принимая за параметр θ угол AOM_1 (считая положительным вращение от оси Ox к оси Oy).

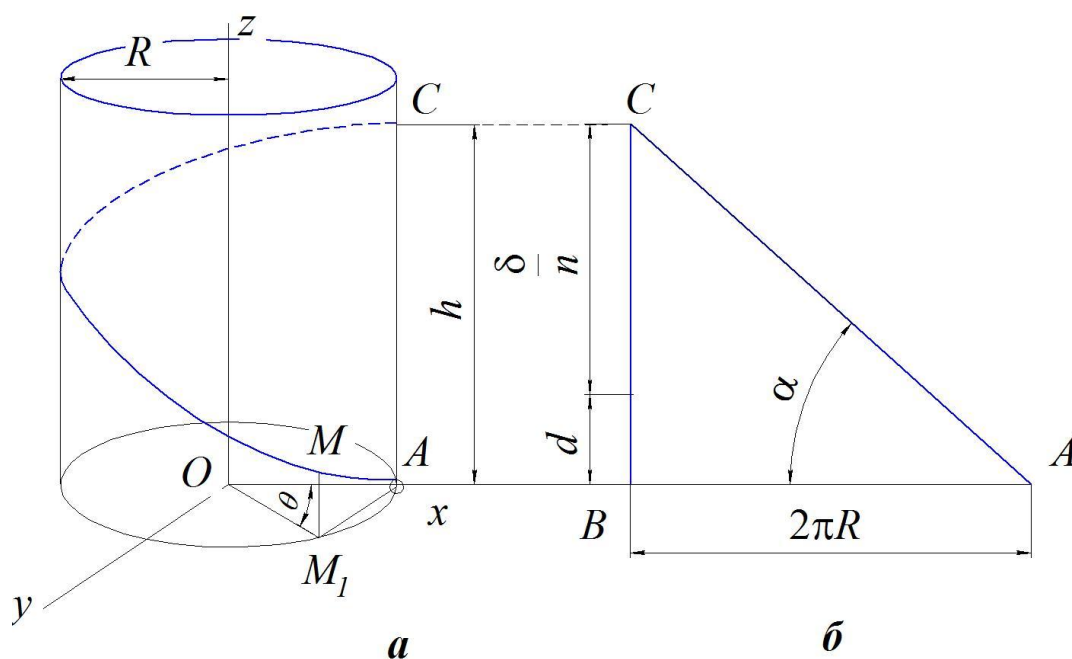


Рис.2.1 – Геометрия оси витков цилиндрической винтовой пружины

Абсцисса и ордината точки M_1 совпадают с абсциссой и ординатой точки M , они являются проекциями вектора $\overline{OM_1}$ на оси Ox и Oy и равны $x = R \cos \theta$, $y = R \sin \theta$. Аппликату z точки M найдем из треугольника ABC . Отрезок AM_1 является дугой, опирающейся на центральный угол θ , окружности радиуса R , поэтому может быть выражен как $|AM_1| = \theta R$. Из подобия треугольников ABC и AMM_1 следует равенство

$$\frac{|MM_1|}{|BC|} = \frac{|AM_1|}{|AB|}$$

или

$$\frac{z}{h} = \frac{\theta R}{2\pi R}.$$

Откуда следует

$$z = \frac{h}{2\pi} \theta \tag{2.2}$$

Уравнение оси бруса в цилиндрических координатах

$$\begin{cases} x = R \cos \theta \\ y = R \sin \theta \\ z = \frac{h}{2\pi} \theta \end{cases} \quad (2.3)$$

Обозначим наибольшее значение угла $\theta - \theta_i$, тогда $\theta_i = 2\pi n$, где n – число рабочих витков пружины. С другой стороны

$$\pi D n = \frac{D}{2} \theta_i = l \cos \alpha, \quad (2.4)$$

то

$$\theta_i = \frac{2l \cos \alpha}{D}. \quad (2.5)$$

Тогда число рабочих витков можно выразить через основные параметры следующим образом

$$n = \frac{l \cos \alpha}{\pi D}. \quad (2.6)$$

Шаг h оси винтового бруса

$$h = \pi D \operatorname{tg} \alpha \quad (2.7)$$

В технических расчетах кривизну витков характеризуют отношением

$$C = \frac{D}{d}, \quad (2.8)$$

которое называют индексом пружины.

2.3. Внутренние силовые факторы в поперечных сечениях витков цилиндрической пружины

В большинстве практических случаев винтовые пружины бывают нагружены по концам, причем нагрузка сводится к силам P , направленным по оси пружины z , и парам M , действующим в торцевых плоскостях, перпендикулярных оси z . Если пружина подвергается действию указанных нагрузок, то по условиям круговой симметрии все поперечные сечения витков равноправны, и для исследования внутренних сил достаточно рассмотреть одно из сечений. Согласно методу сечений внутренние силы, уравнивающие эту нагрузку, приводятся к равнодействующей силе \vec{P} и к паре \vec{M} .

Внутренняя сила \vec{P} может быть разложена на составляющие нормальную силу

$$N = P \sin \alpha \quad (2.9)$$

и поперечную силу

$$Q = P \cos \alpha. \quad (2.10)$$

Вектор полного момента внутренних сил в поперечном сечении также может быть разложен на вектор крутящего и изгибающего момента

$$M_{кр} = PR \cos \alpha = \frac{PD}{2} \cos \alpha, \quad (2.11)$$

$$M_{изг} = PR \sin \alpha = \frac{PD}{2} \sin \alpha. \quad (2.12)$$

Силы N и Q в вопросах расчета пружин имеют второстепенное значение по сравнению с крутящим и изгибающим моментами.

2.4. Напряженное состояние витков цилиндрических пружин

При нагружении цилиндрической пружины по торцам осевыми силами и парами, приложенными в плоскостях торцов, витки пружины работают одновременно на кручение, изгиб и растяжение – сжатие. Если не учитывать кривизну витков пружины, то при таком приближенном подходе напряжения в поперечных сечениях витков можно определить из формул, полученных методами сопротивления материалов [32, 36]. Нормальные напряжения в поперечных сечениях на их внутреннем волокне равны

$$\sigma = -\frac{M_{изг}}{W_x} + \frac{N}{F}. \quad (2.13)$$

Положительные значения нормальных напряжений соответствуют растяжению, отрицательные – сжатию.

Касательные напряжения в поперечном сечении витков на их внутреннем волокне вычисляются по формуле

$$\tau = \frac{M_{кр}}{W_p} + \beta \frac{Q}{F}, \quad (2.14)$$

где β – коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения витка, для круглого сечения $\beta \approx 1,3$.

Моменты $M_{кр}$ и $M_{изг}$ подсчитываются по формулам (2.11) и (2.12) соответственно. W_x – осевой момент сопротивления поперечного сечения витка, W_p – полярный момент сопротивления круглого поперечного сечения.

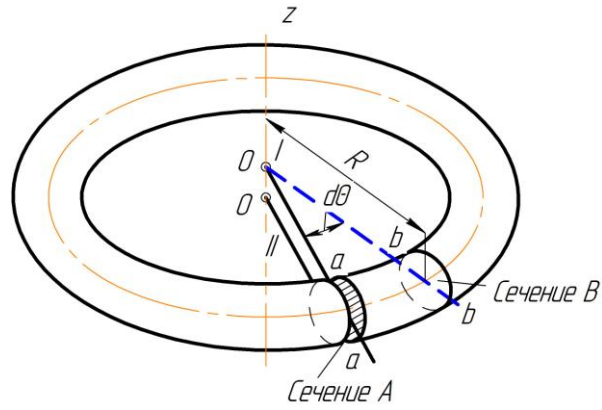
Однако витки цилиндрической пружины обычно имеют значительную кривизну. Это обстоятельство оказывает влияние на закон распределения внутренних сил в поперечных сечениях витков и приводит к значительному повышению напряжений в точках винтового бруса, ближайших к оси пружины, т.е. на внутреннем волокне витков, в сравнении с напряжениями, вычисленными по формулам (2.13) и (2.14). Влияние кривизны бруса на закон распределения нормальных напряжений в его поперечных сечениях при изгибе хорошо известно [32, 36]. Рассмотрим подробнее влияние кривизны на закон распределения касательных напряжений в поперечных сечениях витков пружин растяжения–сжатия.

Рассмотрим незамкнутый торообразный брус, нагруженный двумя силами, приложенными в центре тора и направленными в противоположные стороны по оси z , перпендикулярной срединной плоскости торообразного бруса (рис. 2.2 а) [34]. Брус нагружается указанными силами с помощью двух абсолютно жестких рычагов I и II, каждый из которых жестко связан с одним из свободных торцов бруса по горизонтальному его диаметру.

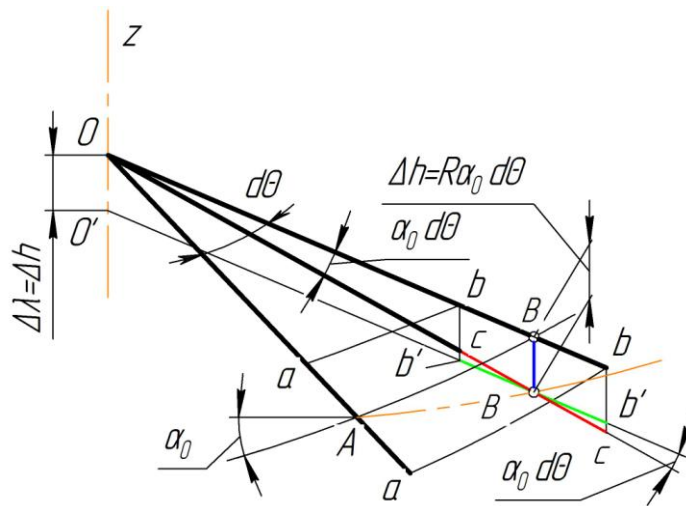
В процессе деформации круговые волокна торообразного бруса обращаются в винтовые волокна. Примем, что их угол подъема будет малым. Горизонтальные диаметры радиальных сечений торообразного бруса выходят из своей плоскости, но остаются горизонтальными и совпадают по направлению с нормальными соосных винтовых волокон, образовавшихся из круговых волокон срединной плоскости торообразного бруса. Учитывая сказанное, заключаем, что все винтовые волокна имеют одинаковый шаг, но

разные углы подъема. В частности, круговое волокно, имеющее радиус u , обращается в винтовое волокно, угол подъема которого равен

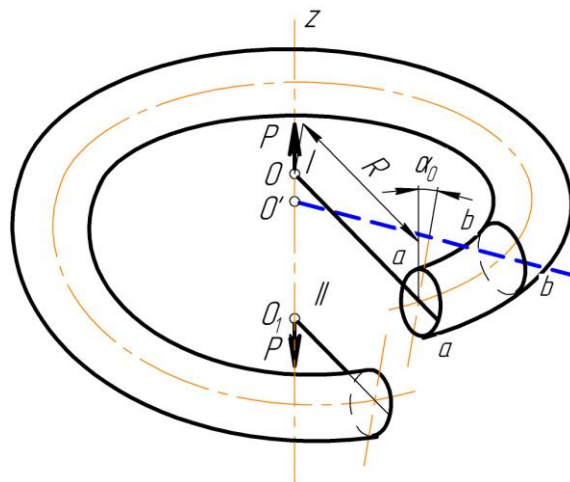
$$\alpha_u = \frac{h}{2\pi u}. \quad (2.15)$$



а)



б)



в)

Рис. 2.2 – Модель нагружения плоского витка пружины растяжения–сжатия и схема его деформированного состояния

Наименьшее значение радиуса $u_{\min} = R - r$; наибольшее значение $u_{\max} = R + r$, где R – радиус оси торообразного бруса, а r – радиус его круглого поперечного сечения. α_u – угол подъема оси винтового бруса для любой винтовой линии, принадлежащей горизонтальному диаметру поперечного сечения гибкого стержня $u_{\min} \leq u \leq u_{\max}$.

Исследуем напряженное состояние материала витков. Воспользуемся гипотезой сохранения плоских поперечных сечений бруса и, ввиду малости углов α_u , опираемся на гипотезу начальных размеров.

Примем, что любое сечение торообразного бруса в процессе деформации поворачивается около горизонтального диаметра как жесткое целое на некоторый зависящий от нагрузки P малый угол α_0 , оставаясь таким образом нормальным только винтовой линии с образующим цилиндром радиуса

$$u_0 = \frac{h}{2\pi\alpha_0}. \quad (2.16)$$

Положим, что радиус $u_0 \approx R$.

Углы между поперечным сечением и всеми другими волокнами перестают быть прямыми, а вследствие образовавшихся угловых деформаций во всех точках поперечного сечения, кроме центральной, возникают касательные напряжения. Для того чтобы установить величину этих напряжений, надо выяснить, каким образом любое из поперечных сечений торообразного бруса обращается в одно из поперечных сечений винтового бруса. Необходимо также установить, какая часть пути, проходимого при этом любым из элементов торообразного бруса, связана с перемещением элемента как абсолютно жесткого тела и какая часть пути определена деформацией этого элемента.

Рассмотрим сектор тора, выделенного двумя радиальными сечениями (A и B), составляющими друг относительно друга двугранный угол $d\theta$ (рис. 2.2, a). Внутренние силы в радиальном сечении B приводятся к равнодействующей, направленной по оси z и равной силе P , которую можно считать приложенной в центре тора O . Повернем этот секториальный элемент тора относительно диаметра aa сечения A на угол α_0 . Диаметр aa совпадает и жестко связан с рычагом $I-I$, который служит как бы осью вращения.

В результате этого перемещения каждое волокно длиной $ud\theta$, являющееся частью рассматриваемого секториального элемента тора, повернется на угол α_0 (рис. 2.2, b). Центр сечения B опустится на высоту $BB = \Delta h = R\alpha_0 d\theta$, а горизонтальный его диаметр bb наклонится к горизонту на угол $\alpha_0 d\theta$ и примет положение Oss . Доказательством того, что рассматриваемое перемещение элемента не связано с его деформацией, служит отсутствие работы деформации, поскольку точки приложения сил P при указанном перемещении элемента остаются неподвижными. Чтобы получить из элемента торообразного бруса, перемещенного как жесткое целое, элемент винтового бруса того вида, который в действительности образуется в процессе деформации тора, нагруженного указанным выше образом, перемещенный элемент должен быть дополнительно деформирован путем поворота радиального сечения B относительно торца A на угол $\alpha_0 d\theta$ так, чтобы диаметр bb , занявший положение ss , стал опять горизонтальным. При этом на волокне длиной $ud\theta$ секториального элемента AB угол сдвига γ будет равен

$$\gamma = \frac{\rho_g \alpha_0 d\theta}{ud\theta} = \frac{\rho_g \alpha_0}{u}, \quad (2.17)$$

где ρ_g – длина радиуса–вектора, определяющего положение следа волокна в радиальном сечении бруса. В частности, при $\rho_g = d/2$ и $u_{\max} = \frac{D}{2}$ для внешнего волокна получаем:

$$\gamma = \frac{\alpha_0 d}{D}. \quad (2.18)$$

Касательное напряжение в соответствующей точке радиального сечения бруса по закону Гука [32, 36] равно

$$\tau = \gamma G = \alpha_0 G \frac{\rho_\epsilon}{u}. \quad (2.19)$$

В результате такого закручивания диаметр bb сечения B , наклонившийся в связи с перемещением элемента как жесткого целого на угол $\alpha_0 d\theta$ и принявший положение cc , станет опять горизонтальным (займет положение $b'b'$), а продольные волокна элемента получат одинаковый шаг $\Delta h = R\alpha_0 d\theta$, но разные углы наклона, как это имеет место в действительности.

Процесс деформирования первого элемента сопровождается работой сил P на относительном осевом перемещении OO' , равном $\Delta\lambda = \Delta h = R\alpha_0 d\theta$. Поскольку все секториальные элементы торообразного бруса находятся в равноправном положении, то деформация каждого из них аналогична деформации первого элемента. К перемещению же любого элемента, в связи с его поворотом как жесткого целого добавляется еще переносное поступательное перемещение параллельно оси z на величину, определяемую деформированным состоянием всех предшествующих элементов, начиная с первого.

В результате рассматриваемый торообразный виток обратится в винтовой брус, причем жесткие рычаги I–I и II–II останутся горизонтальными, а следовательно, параллельными друг другу, а точки приложения сил P , оставаясь по-прежнему на оси z , разойдутся на расстояние OO_1 , равное

$$\lambda_1 = \sum \Delta\lambda = \int_0^{2\pi} R\alpha_0 d\theta = 2\pi\alpha_0 R. \quad (2.20)$$

Приравнивая работу, совершаемую силами P при деформации витка, к его внутренней потенциальной энергии кручения, получим

$$\frac{P\lambda_1}{2} = \frac{M_{кр}^2 2\pi R}{2GJ_p}, \quad (2.21)$$

Откуда, учитывая, что $M_{кр} = P R$

$$\lambda_1 = \frac{2\pi R^3 P}{GJ_p}. \quad (2.22)$$

Сопоставляя зависимости (2.20) и (2.22), устанавливаем, что

$$G\alpha_0 = \frac{PR^2}{J_p}. \quad (2.23)$$

Подставляя полученное выражение в формулу (2.19), получаем

$$\tau = \frac{PR^2 \rho_e}{J_p u} = \frac{M_{кр} \rho_e R}{J_p u}. \quad (2.24)$$

Выведенная формула отличается от известной формулы для расчета касательных напряжений при кручении прямого бруса круглого поперечного сечения множителем $\frac{R}{u}$ в правой части полученной зависимости.

Наибольшее напряжение развивается на внутреннем волокне витка при $u_{\min} = R - r$ и $\rho_e = r$.

Таким образом,

$$\tau_{внутр} = \tau_{\max} = \frac{M_{кр} r}{J_p} \cdot \frac{R}{R - r} = k_e \frac{M_{кр}}{W_p}, \quad (2.25)$$

для круглого сечения $W_p = \frac{J_p}{r} = \frac{\pi d^3}{16}$,

$$k_e = \frac{R}{R - r} = \frac{C}{C - 1}, \quad (2.26)$$

где $C = \frac{R}{r} = \frac{D - d}{d}$ – индекс пружины.

Для внешнего волокна витка $u_{\max} = R + r$, следовательно, касательное напряжение на внешнем волокне

$$\tau_{внеш} = \frac{M_{кр} r}{J_p} \cdot \frac{R}{R+r} = k_n \frac{M_{кр}}{W_p}, \quad (2.27)$$

где коэффициент

$$k_n = \frac{R}{R+1} = \frac{C}{C+1}. \quad (2.28)$$

Изотермическое деформирование материалов СПФ, вообще говоря, происходит по нелинейным законам. Однако, в материалах СПФ при напряжениях, меньших величины фазового предела текучести, наблюдается линейная взаимосвязь между напряжением и деформацией. При этом предел фазовой пластичности для TiNi при растяжении составляет 100 МПа, а при кручении 50–70 МПа [10]. Кроме того, согласно работам [65, 66], если материал пружины из никелида титана находится в условиях одновременного кручения и растяжения, независимо от природы микродеформации (упругая, фазовая, тепловая) соблюдается гипотеза плоских сечений. Поэтому формулы (2.25) и (2.27) для определения касательных напряжений, являются справедливыми для пружин из никелида титана.

При $C = 4$ $k_n = 1,33$, это означает, что касательные напряжения в поперечном сечении витка на его внутреннем волокне в рассматриваемом случае возрастают за счет кривизны витка на 33% по сравнению с напряжениями в прямом брусе круглого поперечного сечения, имеющем диаметр проволоки витка и закручиваемом моментом $M_{кр} = PR$.

2.5. Вывод расчетных формул для деформаций и напряжений в цилиндрической пружине

При нагружении пружины осевыми силами P , приложенными по концам пружины, последняя, изменяя в процессе деформации свои размеры, по условию равноправности всех поперечных сечений витков продолжает оставаться винтовым бруском. При этом поперечные сечения витков пружины оказываются как бы жестко связанными с естественными осями координат, меняющими в процессе деформации свою ориентацию в

пространстве, но по-прежнему остающимися ортами витков деформированной пружины. Поскольку эта ось является винтовой линией и нормаль в каждой ее точке перпендикулярна оси образующего цилиндра, поэтому при рассматриваемом характере деформирования пружины все сечения витков движутся поступательно, что подтверждается экспериментально. Особенно существенное значение имеет изменение угла подъема витков пружины, что связано с изменением их кривизны и кручения, т.е. с изгибом и кручением витков. Величину изменения длины винтовой оси бруса ввиду ее малости можно не учитывать и считать ось винтового бруса нерастяжимой.

Если при нагружении осевыми силами P , приложенными в плоскости торцов пружины, возникают большие перемещения пружины, то последняя, так же как и в случае малых упругих перемещений, продолжает оставаться винтовым брусом. Однако, радиус и шаг винтовой линии могут сильно изменяться в процессе деформирования, что приводит к существенному изменению угла наклона витка α по отношению к горизонтальной плоскости. Предполагая, что в рассматриваемом случае в процессе деформации основные параметры пружины претерпевают значительные изменения, необходимо строго разграничивать начальные и конечные значения основных параметров.

Если концы стержня выведены в центры витков и подвергаются вдоль оси пружины действию растягивающей силы, то в любом поперечном сечении витка пружины (рис. 2.3) согласно методу плоских сечений возникает результирующая внутренняя сила P и момент $M = \frac{P(D-d)}{2}$.

В поперечном сечении проволоки пружины появляются касательные напряжения, обусловленные кручением стержня относительно пространственной оси, нормальные напряжения, вызванные изгибом, а также касательные напряжения, обусловленные действием поперечной силы, и нормальные напряжения, связанные с действием осевой силы [31–35].

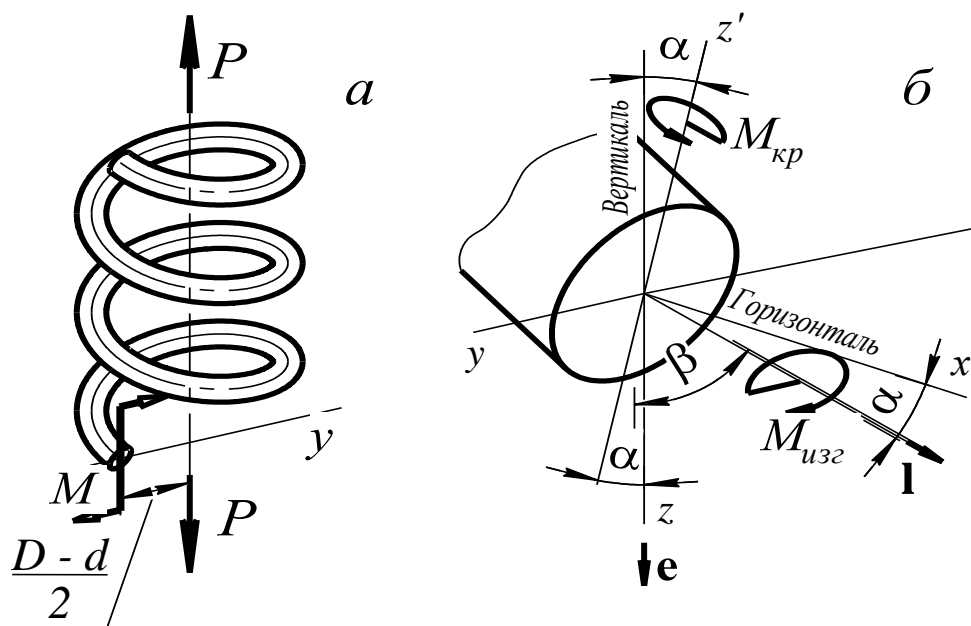


Рис. 2.3

Касательные напряжения, связанные с поперечным изгибом, учитываются для коротких стержней ($l/d < 7$), для исследованных пружин длина проволоки (l) \gg (d) диаметра проволоки, следовательно, касательными напряжениями от поперечной силы можно пренебречь. Оценим величину осевых напряжений, обусловленных продольной силой по

формуле $\sigma = \frac{P}{\pi d^2 / 4}$, подставив силу 7,5 Н и диаметр проволоки 2 мм

$$\frac{4P}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 7,5}{3,14 \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2} \approx 2,39 \text{ МПа.}$$

При уровне используемых в исследовании нагрузок осевые напряжения, возникающие от N_z , не превышают в данном исследовании 2,4 МПа, следовательно, их также можно не учитывать.

Таким образом, предполагаем, что в процессе растяжения пружина находится в условиях одновременного кручения и изгиба, при этом независимо от конкретной природы микродеформации (упругая, фазовая, тепловая), реализуемой в произвольном сечении пространственного стержня, соблюдается гипотеза плоских сечений. Это подтверждается для материалов СПФ результатами работ [65–66], а также экспериментальными

данными [10], где сообщается, что фазовый предел текучести σ_{ϕ} для двойного сплава TiNi в условиях растяжения равен примерно 100 МПа, также известно, что в режиме кручения величина $\tau_{\phi} \approx 50 \div 70$ МПа.

Выведем соотношение, связывающее угол наклона витка со средним диаметром пружины ($D-d$), удлинением δ и числом рабочих витков n .

Параметрические уравнения винтовой линии (формула 2.3) запишем в виде

$$\begin{cases} x = \frac{D-d}{2} \cos \theta \\ y = \frac{D-d}{2} \sin \theta . \\ z = \frac{h}{2\pi} \theta \end{cases} \quad (2.29)$$

Далее делаем предположение, которое подтверждается экспериментально, что в процессе деформирования R не зависит от θ . Шаг винтовой линии h есть расстояние между витками пружины, поэтому при навивке пружины плотно виток к витку $h_0 = d$, при последующем деформировании к этому значению добавляется удлинение, приходящееся на один виток, получаем

$$h = d + \frac{\delta}{n},$$

где δ – перемещение свободного конца (общее удлинение пружины).

Обозначим

$$k = \frac{h}{2\pi} = \frac{d + \frac{\delta}{n}}{2\pi}, \quad (2.30)$$

тогда система уравнений (2.29) запишется в виде

$$\begin{cases} x = \frac{D-d}{2} \cos \theta \\ y = \frac{D-d}{2} \sin \theta . \\ z = k\theta \end{cases} \quad (2.31)$$

Сдвиговую деформацию определим, используя формулы (2.17 – 2.18) и учитывая, что угол наклона витка изменяется от α_0 до α ,

$$\gamma = \frac{\rho_e \alpha_0}{u_{max}} = \frac{d(\alpha - \alpha_0)}{D}. \quad (2.32)$$

Угол наклона витка в недеформированном состоянии пружины найдем, согласно формуле (2.7) и рис. 2.1 б, как

$$tg\alpha_0 = \frac{d}{\pi(D_0 - d)}, \quad (2.33)$$

где D_0 – внешний диаметр витков пружины в недеформированном состоянии.

Учитывая, что при больших удлинениях наблюдается существенное изменение диаметра витков, угол наклона, приходящийся на один виток, определим с учетом изменения диаметра

$$tg\alpha = \frac{d + \frac{\delta}{n}}{\pi(D - d)}, \quad (2.34)$$

где D – текущий внешний диаметр витков пружины в деформированном состоянии.

Тогда с учетом соотношений (2.33 – 2.34) сдвиговая деформация во внешнем волокне (2.32) может быть определена как

$$\gamma = \frac{d}{D} \left(\arctg \frac{d + \delta/n}{\pi(D - d)} - \arctg \frac{d}{\pi(D_0 - d)} \right). \quad (2.35)$$

Учтем, что в формуле (2.35) число витков n также изменяется при деформировании пружины следующим образом. Запишем исходную длину винтовой линии

$$l_0 = \pi(D_0 - d)n_0, \quad (2.36)$$

где n_0 – начальное число витков пружины.

Запишем интегральное выражение для длины винтовой линии с учетом параметрического задания винтовой линии (2.3)

$$l = \int_0^{\theta_{max}} \sqrt{\frac{(D-d)^2}{4} \sin^2 \theta + \frac{(D-d)^2}{4} \cos^2 \theta + \left(\frac{d + \delta/n}{2\pi}\right)^2} \cdot d\theta \quad (2.37)$$

где θ_{max} – максимальный полярный угол, отвечающий прохождению по всей пружине, $\theta_{max} = 2\pi n$. В результате интегрирования получим

$$l = \frac{(D-d)\theta_{max}}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{d + \delta/n}{(D-d)\pi}\right)^2}, \quad (2.38)$$

откуда следует

$$\theta_{max} = \frac{2l}{(D-d) \sqrt{1 + \left(\frac{d + \delta/n}{(D-d)\pi}\right)^2}}. \quad (2.39)$$

Очевидно, что при $\delta = 0$ и $D = D_0$ $\theta_{max}^0 = 2\pi n_0$, тогда из (2.38) начальная длина винтовой линии может быть представлена как

$$l_0 = (D_0 - d)\pi n_0 \sqrt{1 + \left(\frac{d}{(D_0 - d)\pi}\right)^2}. \quad (2.40)$$

Предполагая, что длина винтовой линии изменяется несущественно, т.е. полагая

$$l \approx l_0 = \pi(D_0 - d)n_0, \quad (2.41)$$

выразим число витков через максимальный полярный угол

$$n = \frac{\theta_{max}}{2\pi} = n_0 \frac{(D_0 - d) \sqrt{1 + \left(\frac{d}{(D_0 - d)\pi}\right)^2}}{(D-d) \sqrt{1 + \left(\frac{d + \delta/n}{(D-d)\pi}\right)^2}}. \quad (2.42)$$

Преобразуем уравнение (2.42)

$$n(D-d) \sqrt{1 + \left(\frac{d + \delta/n}{(D-d)\pi}\right)^2} = n_0(D_0 - d) \sqrt{1 + \left(\frac{d}{(D_0 - d)\pi}\right)^2},$$

$$n^2(D-d)^2 \left(1 + \frac{d + \delta/n}{(D-d)\pi}\right) = n_0^2(D_0 - d)^2 \left(1 + \frac{d}{(D_0 - d)\pi}\right),$$

$$\left((D-d)^2 + \frac{d^2}{\pi^2} \right) n^2 + \frac{2d\delta}{\pi^2} - \left((D_0-d)^2 + \frac{d^2}{\pi^2} \right) n_0^2 + \frac{\delta^2}{\pi^2} = 0. \quad (2.43)$$

Решая уравнение (2.43), число витков n определяем по формуле

$$n = \frac{-\frac{d\delta}{\pi^2} + \sqrt{\left((D-d)^2 + \frac{d^2}{\pi^2} \right) \left((D_0-d)^2 + \frac{d^2}{\pi^2} \right) n_0^2 - (D-d)^2 \frac{\delta^2}{\pi^2}}{(D-d)^2 + \frac{d^2}{\pi^2}}. \quad (2.44)$$

Из формулы (2.44) следует, что при $\delta = 0$ и $D = D_0$ $n = n_0$.

Условие, при котором $n \geq 0$ запишется в виде

$$\sqrt{\left((D-d)^2 + \frac{d^2}{\pi^2} \right) \left((D_0-d)^2 + \frac{d^2}{\pi^2} \right) n_0^2 - (D-d)^2 \frac{\delta^2}{\pi^2}} \geq \frac{d\delta}{\pi^2} \quad (2.45)$$

или

$$\left((D-d)^2 + \frac{d^2}{\pi^2} \right) \left((D_0-d)^2 + \frac{d^2}{\pi^2} \right) n_0^2 \geq \left((D-d)^2 + \frac{d^2}{\pi^2} \right) \frac{\delta^2}{\pi^2}. \quad (2.46)$$

Тогда

$$\left(\pi^2 (D_0-d)^2 + d^2 \right) n_0^2 \geq \delta^2 \quad (2.47)$$

то есть

$$\delta \leq \pi (D_0-d) n_0 \sqrt{1 + \frac{d^2}{\pi^2 (D_0-d)^2}}. \quad (2.48)$$

Таким образом, с ростом удлинения δ число витков n уменьшается и при $\delta = l_0$ станет равным $n = 0$.

Деформацию сдвига γ во внешнем волокне определяли по формуле (2.35) с учетом выражения для числа рабочих витков (3.12).

Для определения осевых деформаций, обусловленных действием изгибающего момента $M_{изг}$, учтем, что при изотермическом деформировании никелид титана при составе, близком к экваторному, по крайней мере, до напряжений, равных 100 МПа [10], ведет себя практически как линейно упругое тело. Поэтому используем за базовую расчетную формулу соотношение, применяемое при изгибе криволинейных стержней для линейно-упругих систем [32, 35]

$$\varepsilon(y) = \frac{y}{\rho} - \frac{y}{\rho_0}, \quad (2.49)$$

где ρ_0 – исходная, а ρ – конечная кривизна пространственного стержня, y – расстояние до представительной точки поперечного сечения во внешнем волокне от нейтральной линии (рис. 2.4).

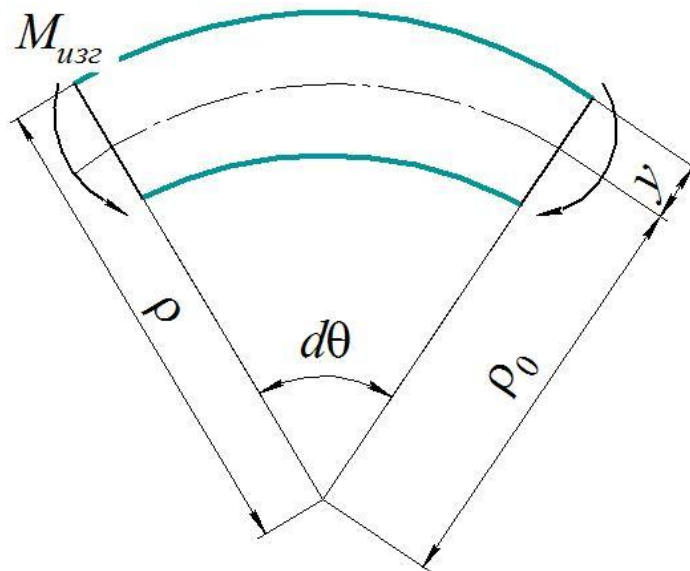


Рис. 2.4

Тогда для осевых деформаций во внешнем волокне справедливо

$$\varepsilon = \frac{d}{2\rho} - \frac{d}{2\rho_0}. \quad (2.50)$$

Находим кривизну ρ_0 и ρ по классическим формулам дифференциальной геометрии [32 – 35]

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\sqrt{(\ddot{x}\dot{z} - \dot{x}\ddot{z})^2 + (\ddot{z}\dot{y} - \dot{z}\ddot{y})^2 + (\ddot{y}\dot{x} - \dot{y}\ddot{x})^2}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)^{3/2}}, \quad (2.51)$$

точки обозначают производные по параметру. Подставляя в (2.51) значения производных по θ , найденных из (2.3), получаем

$$\frac{1}{\rho} = \frac{R}{R^2 + k^2}, \quad (2.52)$$

или с учетом (2.30)

$$\frac{1}{\rho} = \frac{R}{R^2 + \left(\frac{d + \delta/n}{2\pi}\right)^2}. \quad (2.53)$$

Запишем выражение (2.53) через текущее значение внешнего диаметра витка

D , подставив $R = \frac{D-d}{2}$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{(D-d)/2}{\frac{(D-d)^2}{4} + \left(\frac{d+\delta/n}{2\pi}\right)^2} = \frac{2(D-d)}{(D-d)^2 + \left(\frac{d+\delta/n}{\pi}\right)^2}. \quad (2.54)$$

С учетом того, что при $\delta = 0$

$$\frac{1}{\rho_0} = \frac{2(D_0-d)}{(D_0-d)^2 + \left(\frac{d}{\pi}\right)^2}, \quad (2.55)$$

формула (2.49) для осевой деформации принимает вид

$$\varepsilon(y) = \frac{2(D-d)y}{(D-d)^2 + \left(\frac{d+\delta/n}{\pi}\right)^2} - \frac{2(D_0-d)y}{(D_0-d)^2 + \left(\frac{d}{\pi}\right)^2}. \quad (2.56)$$

Подставляя в (2.56) $y = d/2$, получаем базовую расчетную формулу для осевых деформаций во внешнем волокне

$$\varepsilon = \frac{(D-d)d}{(D-d)^2 + \left(\frac{d+\delta/n}{\pi}\right)^2} - \frac{(D_0-d)d}{(D_0-d)^2 + \left(\frac{d}{\pi}\right)^2}, \quad (2.57)$$

где (2.57) вычисляем с учетом с учетом выражения (2.44) для числа n витков пружины.

Под действием силы P в пружине возникают крутящий и изгибающий моменты [32, 36], равные соответственно

$$M_{кр} = \frac{P(D-d)}{2} \cos \alpha = \frac{P(D-d)}{2} \cos \left[\arctg \left(\frac{d+\delta/n}{\pi(D-d)} \right) \right], \quad (2.58)$$

$$M_{изг} = \frac{P(D-d)}{2} \sin \alpha = \frac{P(D-d)}{2} \sin \left[\arctg \left(\frac{d+\delta/n}{\pi(D-d)} \right) \right]. \quad (2.59)$$

Учитывая, что

$$\sin(\arctg(x)) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}},$$

$$\cos(\arctg(x)) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}},$$

получаем из формул (2.58) и (2.59)

$$M_{кр} = \frac{P(D-d)}{2} \cos \alpha = \frac{P(D-d)}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{d + \delta/n}{\pi(D-d)} \right)^2}}, \quad (2.60)$$

$$M_{изг} = \frac{P(D-d)}{2} \sin \alpha = \frac{P(D-d)}{2} \cdot \frac{\frac{d + \delta/n}{\pi(D-d)}}{\sqrt{1 + \left(\frac{d + \delta/n}{\pi(D-d)} \right)^2}}. \quad (2.61)$$

Для проволоки круглого сечения полярный момент сопротивления равен

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16},$$

осевой момент сопротивления сечения определяется как

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32}.$$

Касательные напряжения в точках внешнего волокна, удаленных на расстояние r от центра, при кручении секториального элемента витка пружины определяются согласно формуле (2.27) выражением

$$\tau_{внеш} = k_n \frac{M_{кр}}{W_p}. \quad (2.62)$$

С учетом формул (2.60) и (2.70) касательные напряжения вычисляли

$$\tau_{внеш} = k_n \frac{M_{кр}}{W_p} = k_n \frac{8P(D-d)}{\pi d^3 \sqrt{1 + \left(\frac{d + \delta/n}{\pi(D-d)} \right)^2}}, \quad (2.63)$$

где коэффициент k_n для внешнего волокна в соответствии с формулой (2.28)

и выражением $C = \frac{D-d}{d}$ определяли как

$$k_n = \frac{C}{C+1} = \frac{D-d}{D}. \quad (2.64)$$

Нормальные напряжения при изгибе в точках сечения во внешнем волокне, отстоящих на расстоянии $d/2$ от нейтральной линии, рис. 2.4 могут быть определены выражением

$$\sigma_{внеш} = \frac{M_{изг}}{W_x} = \frac{16P(D-d) \left(\frac{d+\delta/n}{\pi(D-d)} \right)}{\pi d^3 \sqrt{1 + \left(\frac{d+\delta/n}{\pi(D-d)} \right)^2}}. \quad (2.65)$$

Отношение нормального (3.30) и касательного (3.28) напряжений во внешнем волокне равно

$$\frac{\sigma}{\tau} = \frac{2(d+\delta/n)}{k\pi(D-d)}. \quad (2.66)$$

Это означает, что для нерастянутой пружины отношение нормальных напряжений к касательным несущественно и составляет $2d/\pi D$, однако оно увеличивается по линейному закону с ростом перемещения пружины при ее растяжении.

Интенсивность нормальных напряжений во внешнем волокне определится согласно [32, 36] с учетом (2.63, 2.65) по формуле

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \frac{8P(D-d)}{\pi d^3 \sqrt{1 + \left(\frac{d+\delta/n}{\pi(D-d)} \right)^2}} \sqrt{4 \left(\frac{d+\delta/n}{\pi(D-d)} \right)^2 + 3k_n^2} \quad (2.67)$$

Введем обозначение

$$\tau_0 = \frac{8P(D-d)}{\pi d^3}, \quad (2.68)$$

тогда формула (2.67) запишется в виде

$$\sigma_i = \tau_0 \cdot \frac{\sqrt{4 \left(\frac{d+\delta/n}{\pi(D-d)} \right)^2 + 3k_n^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{d+\delta/n}{\pi(D-d)} \right)^2}}. \quad (2.69)$$

Согласно (2.69) интенсивность напряжений при нулевом удлинении пружины ($\delta = 0$ мм) составит $1,73 \tau_0$, а при $\delta = 840$ мм будет равна $1,78 \tau_0$. Это означает, что реально термоциклирование пружины происходит при интенсивности, удовлетворяющей соотношению $1,73 \tau_0 \leq \sigma_i \leq 1,78 \tau_0$. Иными словами можно сказать, что термоциклическое деформирование витых пружин происходит при практически постоянной интенсивности напряжений, но при переменных касательных и нормальных напряжениях.

Далее для каждой представительной точки термоциклического процесса, определяемого на этапах охлаждения и нагревания температурой T , по формулам (2.63, 2.65) находили касательные и нормальные напряжения, а по формулам (2.35, 2.57) сдвиговые и осевые деформации.

ГЛАВА III. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ПРУЖИН ИЗ НИКЕЛИДА ТИТАНА ПРИ ТЕРМОЦИКЛИРОВАНИИ В УСЛОВИЯХ РАСТЯЖЕНИЯ

Глава посвящена описанию способа формирования витой цилиндрической пружины из никелида титана и методике проведенных экспериментальных исследований. Обсуждаются полученные результаты измерений технологических параметров пружин, таких как абсолютное и относительное удлинение, в аустенитном состоянии и при термоциклировании под осевой силой натяжения.

3.1. Характеристики материала. Способ формирования пружины

Материал проволоки – никелид титана TiNi эквиатомного состава Ti 50 ат.% Ni 50 ат.%. Для данного сплава температуры мартенситных переходов составляют: $M_s = 323$ К, $M_f = 303$ К, $A_s = 328$ К, $A_f = 348$ К. Пружины изготавливали из проволоки диаметром $d = 2$ мм. Проволоку с таким диаметром достаточно сложно навивать на оправку небольшого диаметра, поэтому перед формообразованием проводят предварительную термообработку заготовки, например, пропусканием электрического тока,

через разделительный трансформатор [103]. В данной работе предварительный отжиг заготовки осуществляли в муфельной печи до температуры рекристаллизации 973 К с последующим остыванием вместе с печью до температуры 296 К, тем самым увеличивали пластичность проволоки.

После остывания проволоки навивку пружины производили при комнатной температуре на специальном приспособлении, схема которого показана на рис. 3.1. Проволоку навивали на вращающуюся оправку в виде металлического стержня цилиндрической формы диаметром d_0 , сила натяжения проволоки составляла 30 – 35 Н. При навивке проволока укладывалась плотно виток к витку, в результате сформированная пружина имела шаг, равный диаметру проволоки d . Навитую проволоку жестко закрепляли на стержне, затем подвергали термической обработке для задания необходимых функциональных свойств, для этого пружину вместе со стержнем помещали в камеру печи и отжигали при температуре 773 К в течение 60 мин, после чего медленно охлаждали вместе с печью до комнатной температуры [104]. После снятия со стержня и освобождения концов пружина имела шаг h , равный диаметру проволоки d , начальный внешний диаметр витка, равный $D_0 = d_0 + 2d$.

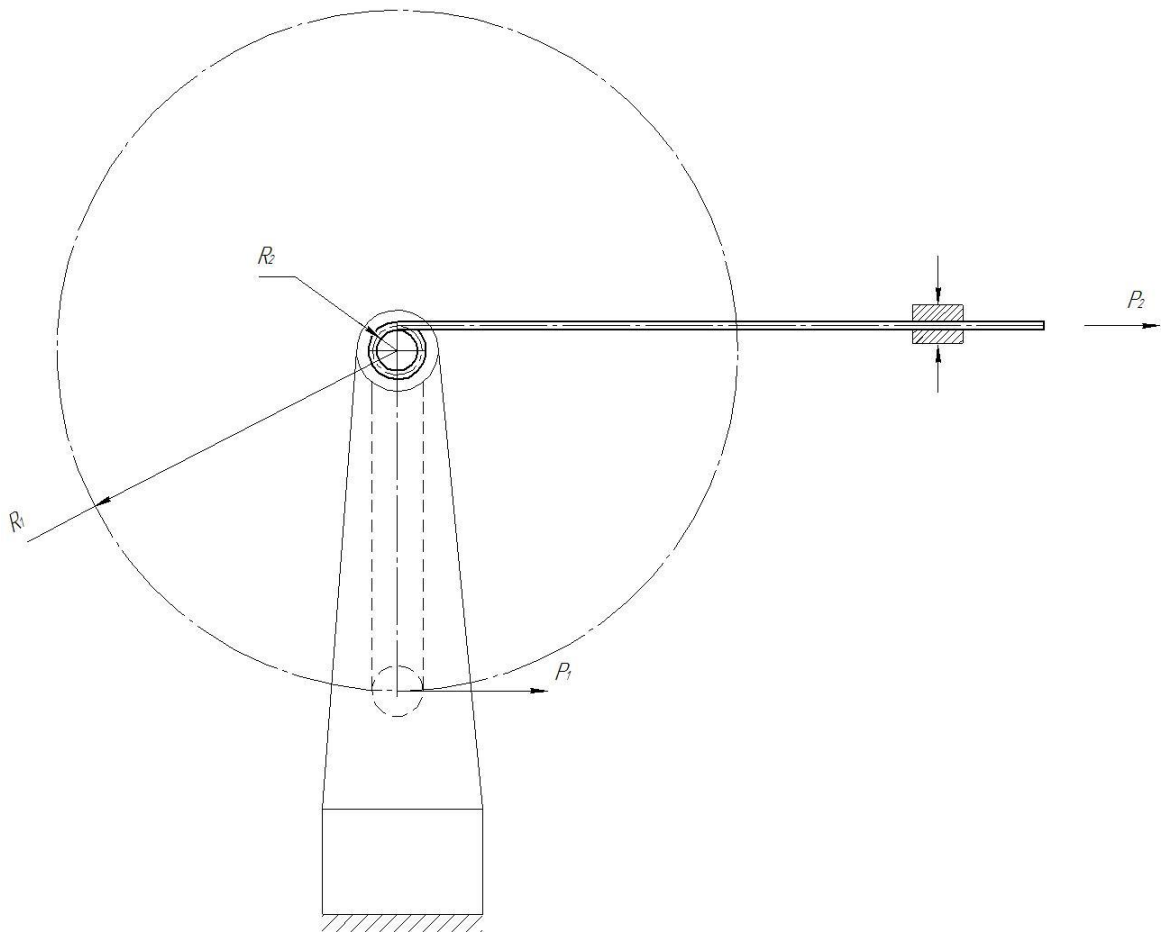


Рис. 3.1 – Схема приспособления для навивки пружины

3.2. Параметры пружин. Экспериментальная установка и методика проведения исследований

По описанной в п. 3.1. технологии были изготовлены три пружины, отличающиеся внешним диаметром витка D_0 и числом рабочих витков n (таблица 3.1). Индекс пружины C рассчитывали как отношение среднего диаметра витка $(D_0 - d)$ к толщине проволоки d , учитывая толщину проволоки, из которой изготовлена пружина,

$$C = \frac{D_0 - d}{d}, \quad (3.1)$$

В конструкторских расчетах традиционных стальных пружин рассчитывается коэффициент жесткости

$$c = \frac{Gd^4}{8D^3n}, \quad (3.2)$$

численно равный силе, вызывающей осадку, равную единице длины [31]. Принимая модуль сдвига никелида титана для мартенситного состояния равным $G = 30$ ГПа, рассчитывали жесткость пружин в мартенсите (таблица 3.1).

Таблица 3.1 – Параметры пружин

№ пружины	Диаметр проволоки d , м	Внешний диаметр витка D_0 , м	Число рабочих витков n_0	Индекс пружины C	Жесткость пружины c , Н/м	Геометрический параметр жесткости g , м
1	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$2,70 \cdot 10^{-2}$	22	12,5	139	$0,46 \cdot 10^{-8}$
2	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$2,00 \cdot 10^{-2}$	23	9	326	$1,09 \cdot 10^{-8}$
3	$2,0 \cdot 10^{-3}$	$1,65 \cdot 10^{-2}$	36	7,25	371	$1,24 \cdot 10^{-8}$

Однако, для пружин, изготовленных из никелида титана, необходимо учитывать сложный характер зависимости модуля сдвига материала G от температуры и истории предварительного деформирования [54, 105–106]. В данном исследовании предлагается принять за характеристику жесткости пружин геометрический параметр жесткости

$$g = \frac{d^4}{8D_0^3 n_0}, \quad (3.3)$$

учитывающий геометрию пружины и не зависящий от физико-механических свойств материала.

$$g = \frac{d^4}{8D_0^3 n_0} = \frac{\pi d^4}{32} \cdot \frac{1}{\pi D_0 n} \cdot \frac{4}{\pi D_0^2} \cdot \pi = \frac{\pi J_p}{l S_{\text{вит}}}$$

Схема экспериментальной установки показана на рис. 3.2. Нагрев пружины осуществляли постоянным электрическим током, в экспериментальную установку входил источник тока со встроенным потенциометром. Для точного измерения силы тока последовательно включали амперметр с пределом измерения силы тока до 5 А. Электрическое напряжение подавали на концы пружины, один из которых был зафиксирован в неподвижном захвате, а к противоположному прикладывалась осевая сила натяжения. Величину тока, пропускаемого через пружину, варьировали от 1 до 5 А, поддерживая скорость нагрева 1÷2

К/мин. Температуру измеряли хромель–копелевой термопарой, закрепленной на неподвижном конце пружины, с точностью 1 К. Перемещение свободного конца пружины δ измеряли при помощи неподвижной линейной шкалы, укрепленной параллельно оси пружины, с систематической погрешностью 1 мм.

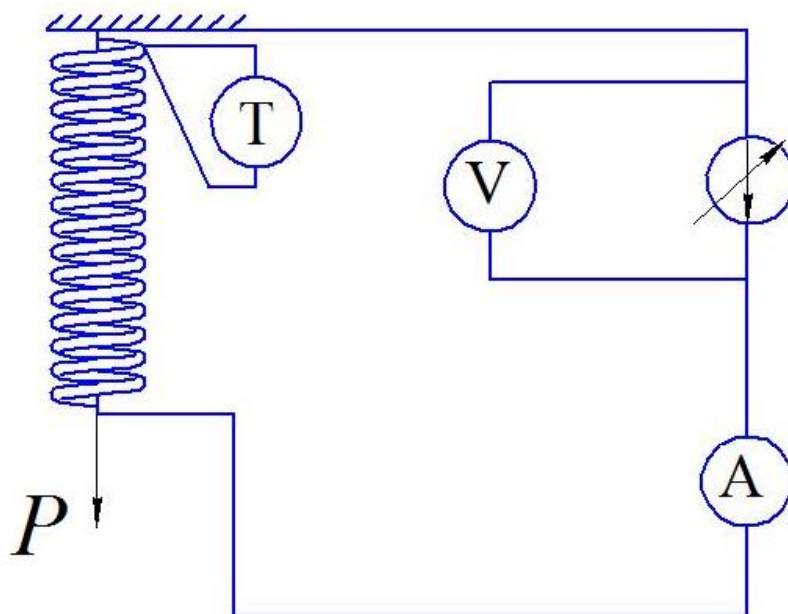


Рис. 3.2 – Схема экспериментальной установки

Последовательность изменения температуры и осевой силы показана на рис. 3.3. Опыты проводили в следующем порядке: на этапе 1 пружину нагревали пропусканием постоянного тока от $T_{min} = 297$ К до температуры $T_{max} = 363$ К, на этапе 2 нагружали в аустенитном состоянии при $T = T_{max}$ растягивающей силой $P = P_1 = 1$ Н, затем выполняли полный термоцикл в температурном интервале $T_{max} \rightarrow T_{min} \rightarrow T_{max}$ под постоянной осевой нагрузкой (этапы 3 и 4). Затем при $T_{max} = 363$ К нагрузку снимали (этап 5) и проводили термоцикл в свободном состоянии (этапы 6 и 7). После этапа нагрева в ненагруженном состоянии к пружине прикладывали растягивающую силу $P_2 = 1,5$ Н и термоциклировали пружину при большем усилии. Таким образом, проводили термоциклирование при постепенно возрастающей нагрузке 2,5; 3,0; 3,5; 4,0; и 4,5 Н. Для пружины с

коэффициентом геометрической жесткости $g = 1,24 \cdot 10^{-8}$ м осевая сила натяжения доводилась до 7,5 Н.

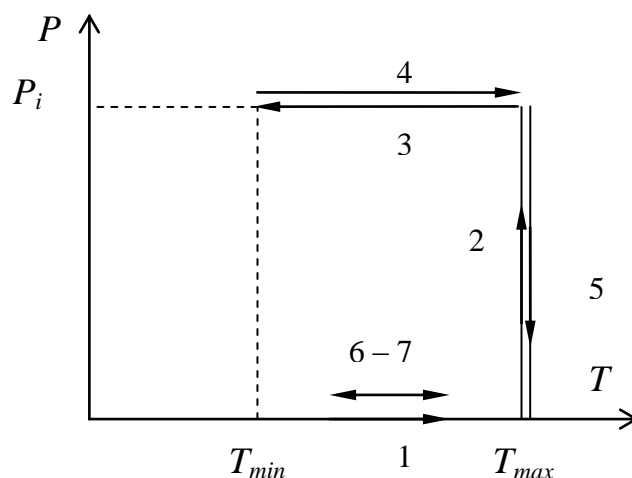


Рис. 3.3 – Схема проведения эксперимента

Определяли изменение длины пружины δ на этапах нагрева и охлаждения через $\Delta T = 1$ К. Таким образом, были получены зависимости удлинения пружин в процессе изменения температуры $\delta(T)$ при различных силах осевого натяжения и разных жесткостях пружин.

3.3. Влияние жесткости пружины на удлинение в аустенитном состоянии

Данный раздел посвящен описанию экспериментальных результатов по растяжению пружин из никелида титана в аустенитном состоянии при температуре $T_{max} = 363$ К.

На этапе нагружения 2 (рис. 3.3) растягивающей силой в аустенитном состоянии при температуре $T_{max} = 363$ К пружины удлинялись на δ^A . Величина абсолютного удлинения определяется осевой силой и параметрами пружины (рис. 3.4). Несмотря на различные значения индекса и жесткости абсолютные удлинения первой и третьей пружин оказались достаточно близкими для небольших осевых усилий до 2,5 Н. При осевой силе натяжения более 3 Н осадка пружин существенно отличается. Однако если зависимости $P = f(\delta^A)$ представить в относительных единицах $P = f$

(δ^A/l_0) , где l_0 – начальная длина пружины до деформирования, то в диапазоне нагрузок до 3 Н относительное удлинение оказывается практически одинаковым для пружин № 2 и № 3 (рис. 3.5).

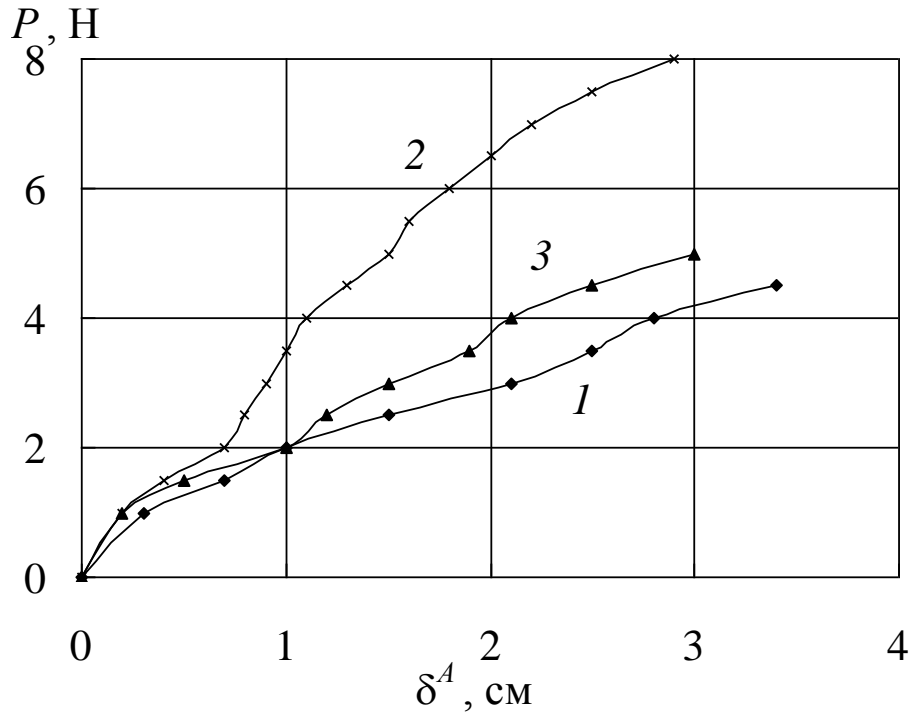


Рис. 3.4 – Зависимость осевой силы натяжения пружины от величины ее абсолютного удлинения в аустенитном состоянии

Из рис. 3.5 следует, что при нагрузке 4 Н относительное удлинение второй пружины составило 29%, а третьей пружины – 24%, при осевой силе 5 Н – 42% и 33% соответственно. Первая пружина при усилии 4 Н растягивалась в аустените на 64%. Данные экспериментов были обработаны методами корреляционного и регрессионного анализа [107]. Коэффициенты линейной корреляции зависимости $P = f(\delta^A/l_0)$ составили для исследованных пружин: пружина № 1 – 0,98, для пружин № 2 и №3 – 0,99, что говорит об упругом деформировании пружин в аустените. Данный вывод подтверждается исследованием [108], в котором экспериментально показано, что в аустенитной фазе линейная область зависимости усилие–относительная деформация пружины может достигать 200%. Методом наименьших квадратов определены уравнения линейной регрессии и

построены линии тренда (пунктирные линии на рис. 3.5). Коэффициент b линейной регрессии $y = bx + a$ определяет жесткость пружины k и может быть использован для определения модуля сдвига материала проволоки при данной температуре

$$G = \frac{8kD_0^2n_0}{d^4}. \quad (2.4)$$

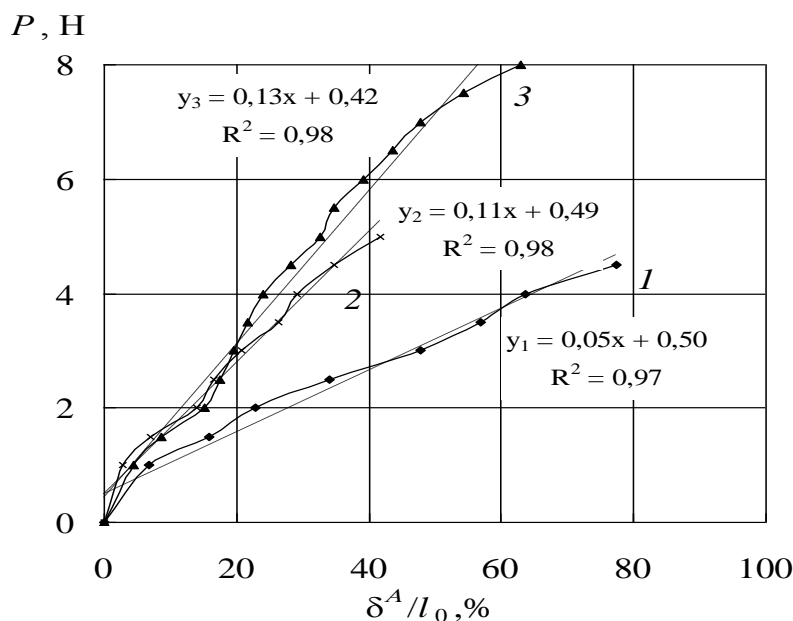


Рис. 3.5 – Зависимость осевой силы натяжения пружины от величины ее относительного удлинения в аустенитном состоянии

Согласно данным, представленным на рис. 3.5, жесткость в аустенитной фазе при температуре $T_{max} = 363$ К первой пружины $k = 5$ Н, второй – 11 Н, третьей – 13 Н. Подставляя полученные значения жесткости в формулу 3.4, вычислим модуль сдвига никелида титана при данной температуре и определим среднее значение $\bar{G} = 51,3$ ГПа.

3.4. Изменение технологических параметров пружин при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения

В данном разделе рассматривается влияние осевой силы натяжения пружины на кривые перемещения свободного конца пружины при термоциклировании под нагрузкой.

После стадии нагружения пружины охлаждали под приложенной осевой силой натяжения (стадия 3, рис. 3.3), затем не снимая нагрузку, пропускали ток, нагревая до $T_{max} = 363$ К (стадия 4, рис. 3.3). На этапе охлаждения пружина растягивалась и раскручивалась, а на этапе нагрева сжималась и закручивалась. Кривые зависимости перемещения свободного конца пружины от температуры имеют гистерезисный вид и определяются осевой силой и геометрией пружины (рис. 3.6, а – в). С увеличением нагрузки растет накапливаемая при охлаждении деформация, причем для пружины с малой жесткостью (рис. 3.6, а) удлинение становится значительным даже при небольших нагрузках, например, при осевой силе 4,5 Н составляет около 85 см, что приводит к существенному изменению диаметра витка. Этот экспериментальный факт учитывался в дальнейших расчетах при оценке возникающих в материале напряжений и деформаций и подробно обсуждается в главе III. Для пружин №2 и №3 с большими жесткостями перемещение свободного конца при той же осевой силе 4,5 Н удлинение составило 31 см (рис. 3.6, б) и около 41 см (рис. 3.6, в).

Поскольку перемещение свободного конца пружины зависит от числа витков, при проектировании пружинных элементов часто используют величину осевого перемещения, приходящегося на один рабочий виток [31]. Кроме этого технологического параметра можно ввести относительное удлинение, приходящееся на единицу первоначальной длины пружины до деформирования δ/l_0 , и представить перемещение свободного конца пружин в относительных единицах (рис. 3.7, а – б). Для пружины №1, обладающей наименьшей жесткостью, отношение максимального удлинения, накопленного на этапе пластичности превращения, к начальной длине недеформированной пружины при нагрузке 4,5 Н составляет около 1900 %, для пружин №2 и №3 соответственно – 670% и 572%. В таблице 3.2 приведены значения наибольшего относительного удлинения пружин на этапе охлаждения под осевой силой натяжения. Данные таблицы 3.2 свидетельствуют о том, что изменение длины пружинного элемента из

никелида титана при термоциклировании в нагруженном состоянии через интервал аустенитно–мартенситного превращения оказывается значительным даже при небольших растягивающих усилиях.

Таблица 3.2 – Максимальное относительное удлинение пружин δ/l_0 , % при охлаждении под нагрузкой

P , Н	Пружина №1	Пружина №2	Пружина №3
1	341	72	60
1,5	341	100	74
2,0	875	217	160
2,5	1118	278	234
3,0	1411	395	306
3,5	1625	469	400
4,0	1809	573	517
4,5	1959	670	572

В работе [108] показано, что в пружинах из никелида титана характеристические температуры начала и конца фазовых переходов незначительно зависят от величины приложенной нагрузки, в то время как при растяжении проволоки наблюдается смещение температур переходов, особенно существенное для температуры A_f . В данном исследовании температуры M_s начала прямого и A_f конца обратного мартенситного превращений увеличивались с ростом осевой силы натяжения при постоянной жесткости пружины (рис. 3.6, а–в) в соответствии с результатами, представленными в [10]. Ширина гистерезисных кривых в проведенных исследованиях приблизительно оставалась постоянной и равнялась 20 К.

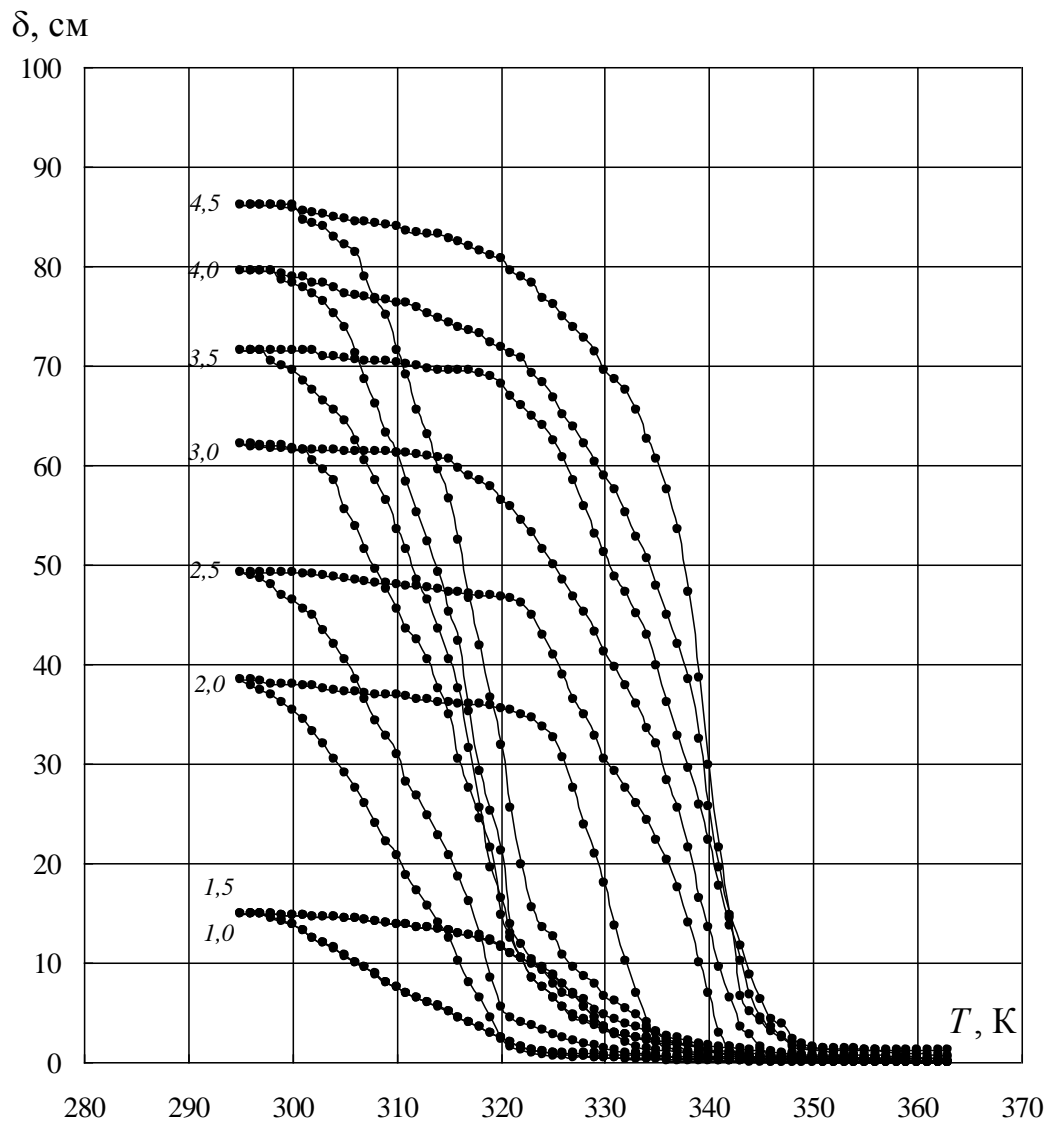


Рис. 3.6, а – Перемещение свободного конца пружины №1 при термоциклировании под осевой силой натяжения (значения в Н указаны цифрами у кривых)

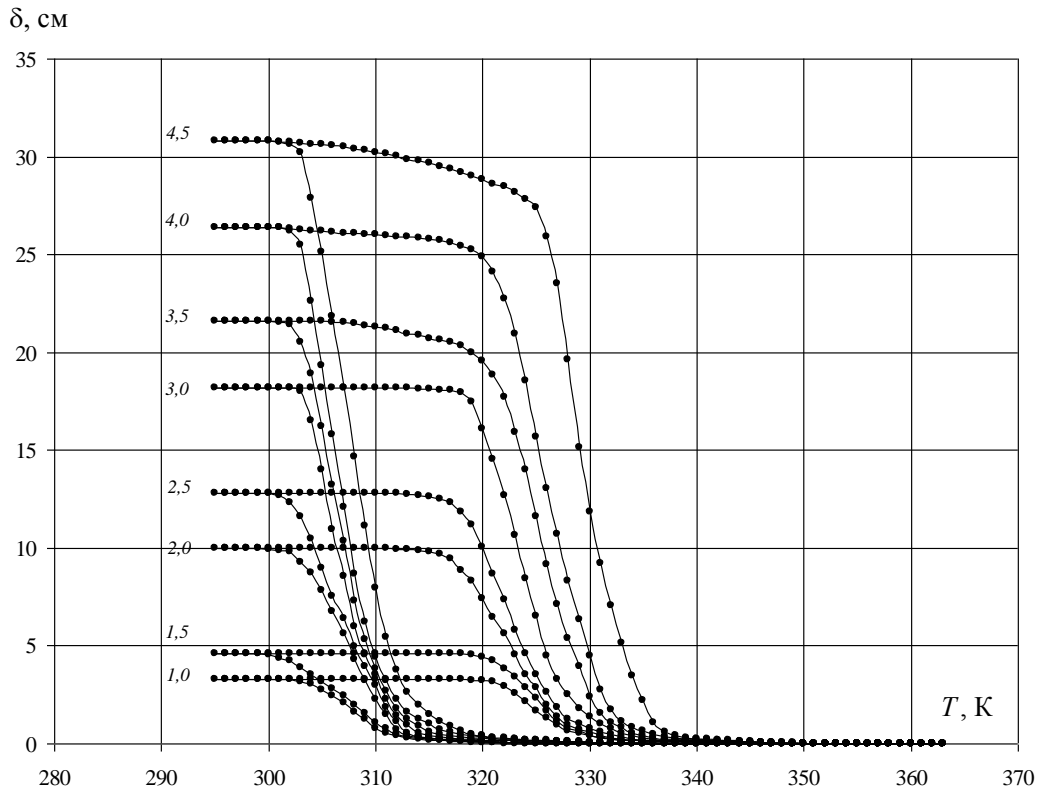


Рис. 3.6, б – Перемещение свободного конца пружины №2 при термоциклировании под осевой силой натяжения (значения в Н указаны цифрами у кривых)

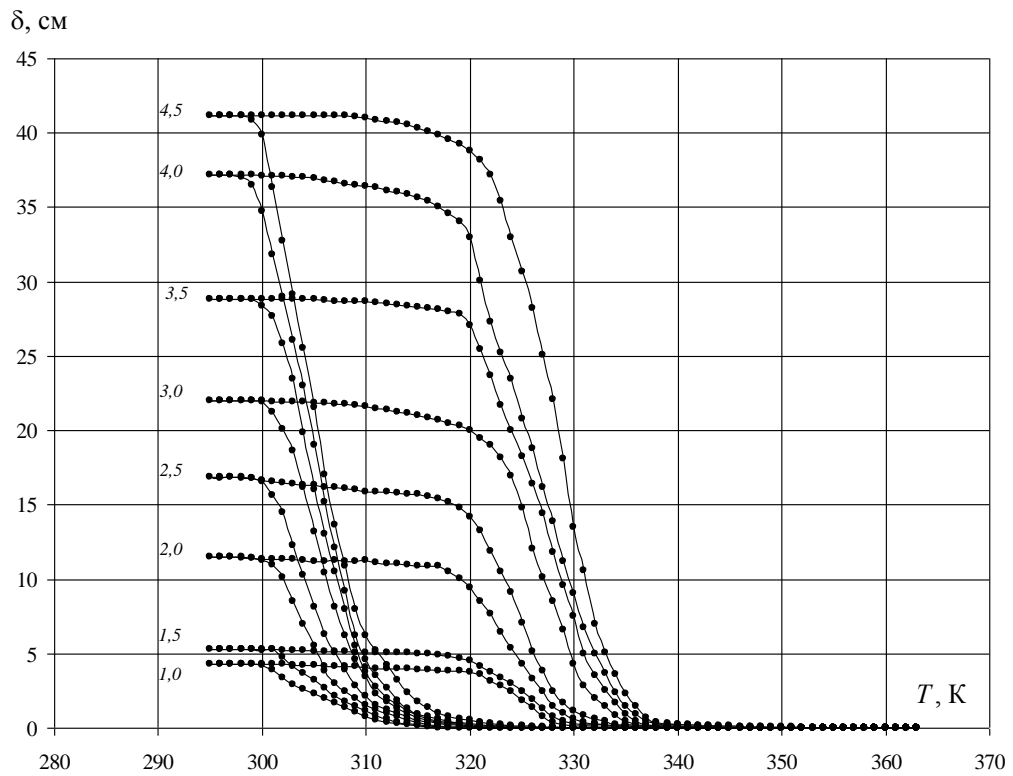


Рис. 3.6, в – Перемещение свободного конца пружины №3 при термоциклировании под осевой силой натяжения (в Н указана цифрами у кривых)

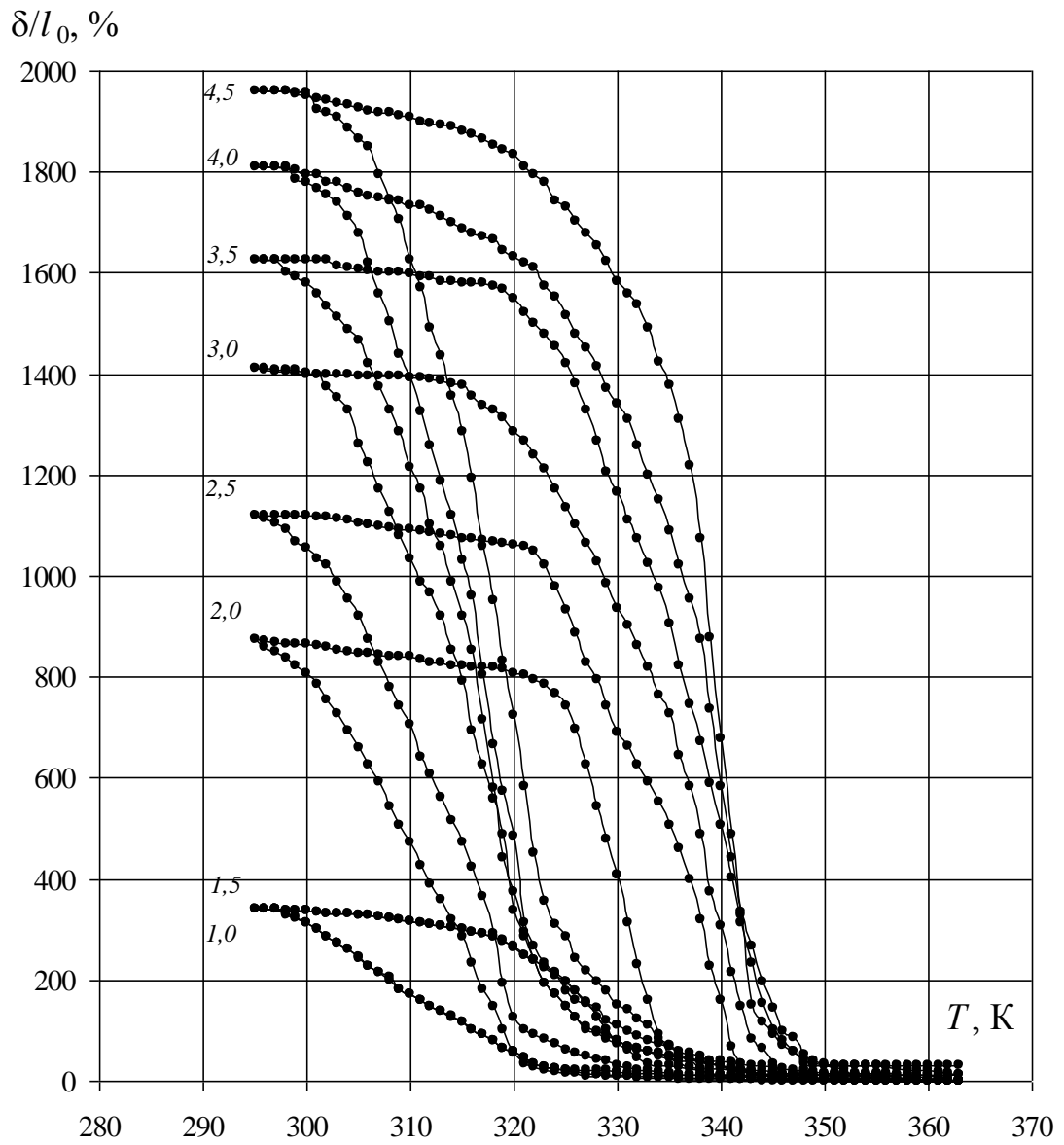


Рис. 3.7, а – Относительное перемещение свободного конца пружины №1 при термоциклировании под осевой силой натяжения (значения в Н указаны цифрами у кривых)

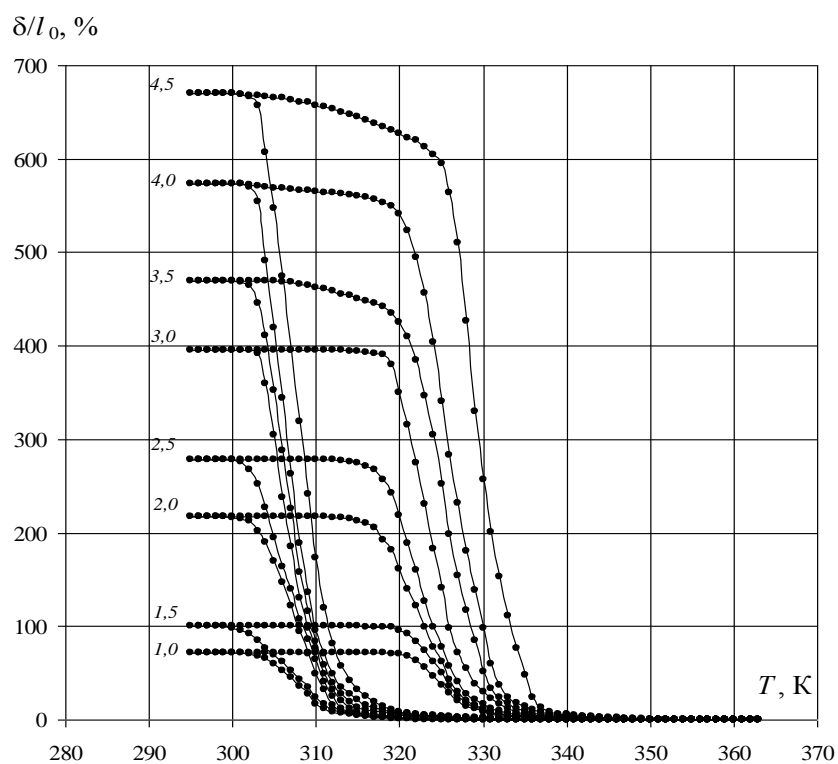


Рис. 3.7, б – Относительное перемещение свободного конца пружины №2 при термоциклировании под осевой силой натяжения (значения в Н указаны цифрами у кривых)

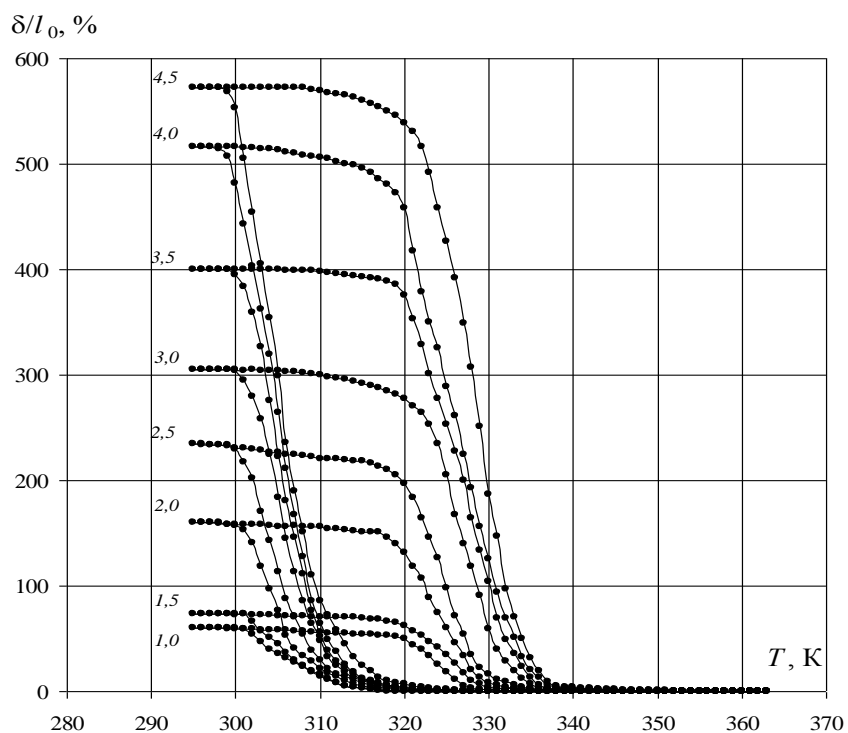
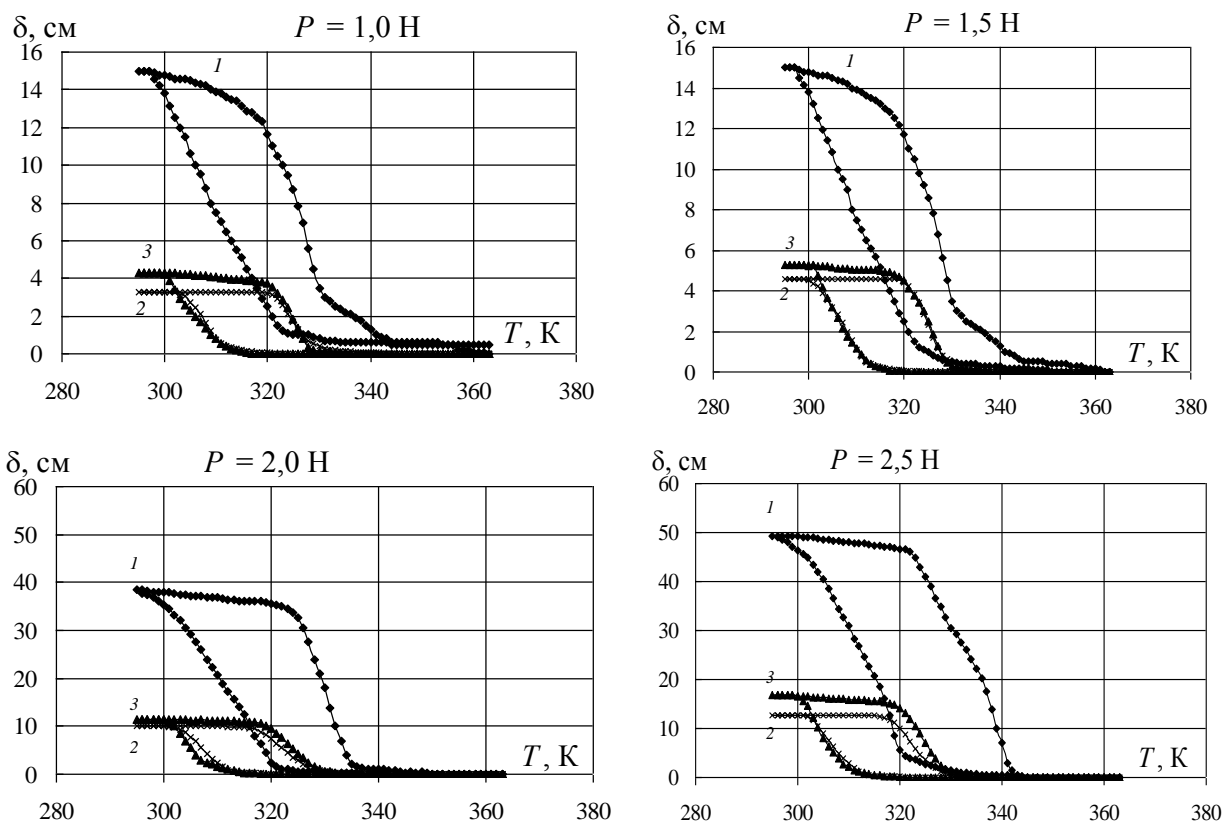


Рис. 3.7, в – Относительное перемещение свободного конца пружины №3 при термоциклировании под осевой силой натяжения (значения в Н указаны цифрами у кривых)

3.5. Влияние жесткости пружины на удлинение на этапах пластичности превращения и памяти формы

В данном разделе рассматривается влияние жесткости витой пружины из никелида титана на реализацию эффектов пластичности превращения и памяти формы.

Результаты экспериментов показывают, что не только осевая сила, но и геометрический параметр жесткости g пружины определяет эффекты пластичности превращения и памяти формы, формируемые при термоциклировании под нагрузкой. При одинаковом значении растягивающего усилия P амплитуда и положение гистерезисных кривых δ – T зависит от жесткости пружин (рис. 3.8).



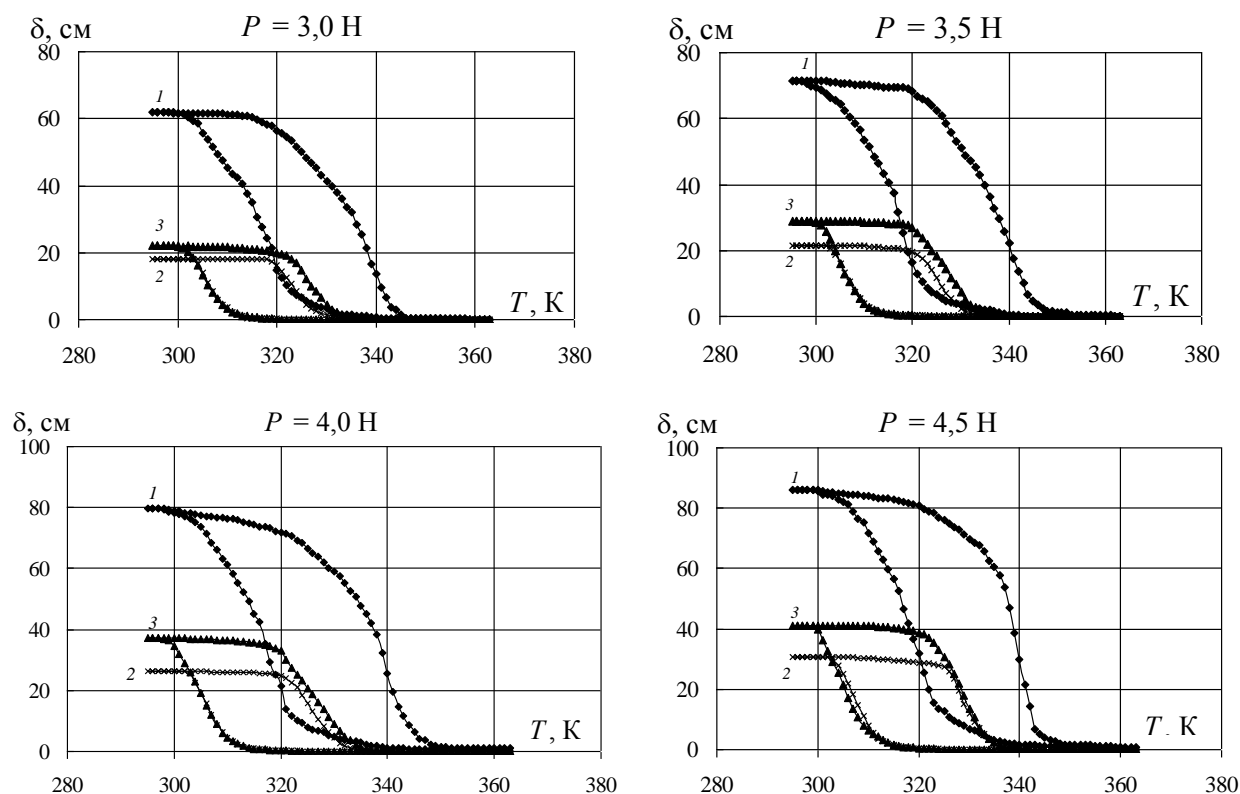


Рис. 3.8 – Перемещение свободного конца пружины при термоциклировании под постоянной силой натяжения (значения указаны на рисунках) при разных коэффициентах геометрической жесткости

Для пружин №2 и №3, отношение геометрических жесткостей которых равно 1,14, максимальное удлинение δ_{\max} за термоцикл практически одинаково при осевых силах до 3 Н. При внешнем усилии 3,5 Н и более максимальное удлинение становится больше для пружины №3 с большей жесткостью и с большим числом витков. Температурные интервалы для гистерезисных кривых $\delta - T$ пружин №2 и №3 практически совпадают, а для пружины №1, геометрический параметр жесткости которой меньше в 2,7 раза, смещен в сторону более высоких температур. Таким образом, графики на рис. 3.8 показывают, что чем меньше жесткость пружины, тем выше значения характеристических температур мартенситных переходов, этот эффект, вообще говоря, не очевиден и будет подробно рассмотрен в главе IV.

Максимальное удлинение δ_{\max} пружины на этапе охлаждения под нагрузкой определяется осевой силой и жесткостью пружины (рис. 3.9). Зависимости $P = f(\delta_{\max})$ линейны, что подтверждается статистической обработкой экспериментальных результатов: коэффициент линейной корреляции для всех пружин имеет значение $\geq 0,98$. При осевой силе натяжения менее 2 Н эффект пластичности превращения для пружин №2 и №3 имел практически одинаковое значение (~ 10 см), а для пружины №1 с наименьшей жесткостью оказался в четыре раза больше (~ 40 см). При внешнем растягивающем усилии более 2 Н абсолютное удлинение пружин становится существенно различным, однако наклон линии в координатах $P = f(\delta_{\max})$ не соответствует жесткости пружин. Например, при нагрузке $P = 4$ Н для пружины №3 с большей жесткостью абсолютное удлинение составляет ~ 37 см, а для пружины №2 с меньшей жесткостью ~ 26 см. Для сравнения такого технологического параметра как удлинение δ для пружин с различными диаметрами и числом витков необходимо привести δ либо к одному витку, либо к единице длины пружины. Если зависимости $P = f(\delta_{\max})$ представить в относительных единицах $P = f(\delta_{\max}/l_0)$, где l_0 – начальная длина пружины до деформирования, то в диапазоне нагрузок до 2 Н относительное удлинение оказывается также практически одинаковым для пружин № 2 и № 3 (рис. 3.10), а при больших нагрузках увеличивается сильнее для пружин с меньшей жесткостью.

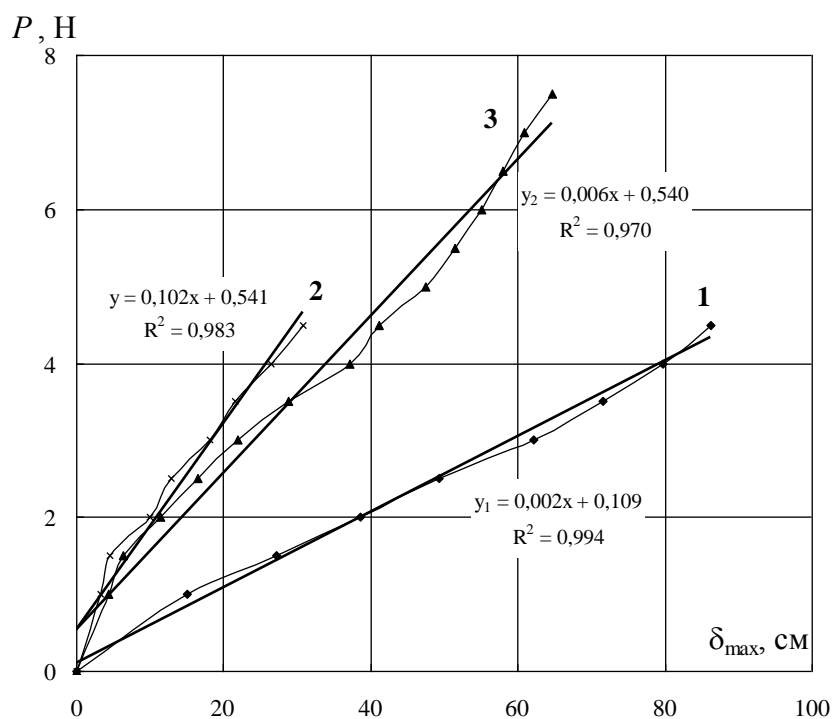


Рис. 3.9 – Зависимость осевой силы натяжения от максимального перемещения свободного конца пружины на этапе пластичности превращения при разной жесткости (номера пружин указаны цифрами у кривых)

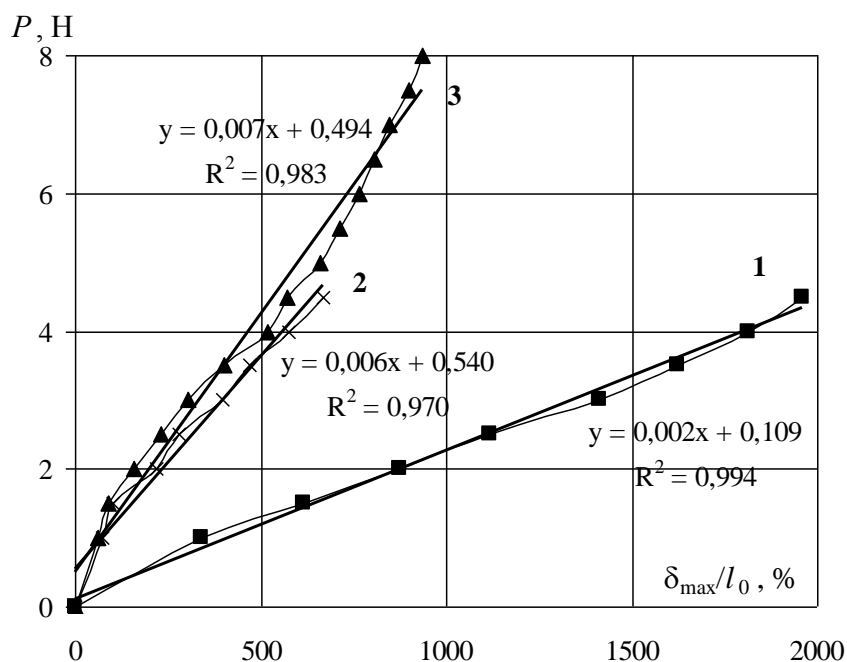


Рис. 3.10 – Зависимость осевой силы натяжения от максимального относительного удлинения пружины на этапе пластичности превращения при разной жесткости (номера пружин указаны цифрами у кривых)

3.6. Изменение диаметра пружины при термоциклировании под осевой силой натяжения

Относительное удлинение пружины №1 с меньшей жесткостью на этапе охлаждения под нагрузкой при осевой силе 1 Н составило 341% (перемещение свободного конца пружины $\delta_{1,0} = 150$ мм, начальная длина пружины 4,4 см), при нагрузке 4,5 Н достигло 1959% ($\delta_{4,5} = 862$ мм). При таком значительном удлинении пружины становится существенным изменение диаметра ее витков (рис. 3.11). В термоцикле максимальное значение диаметра пружины имели в аустенитном состоянии при температуре = 363 К, минимальное – в мартенсите после охлаждения под нагрузкой до $T_{min} = 296$ К. Например, для пружины №1 с наименьшей жесткостью внешний диаметр пружины уменьшился от 27 мм в ненагруженном состоянии до минимального значения 20 мм на этапе пластичности превращения при осевой силе 4,5 Н. Для пружины №2 изменение диаметра наблюдалось от 20 мм до 18,5 мм при значении нагрузки 4,5 Н. Пружина №3 с наименьшим коэффициентом жесткости показывает уменьшение диаметра витков от 16,5 мм до 14,7 мм при растяжении в термоцикле под нагрузкой 7,5 Н.

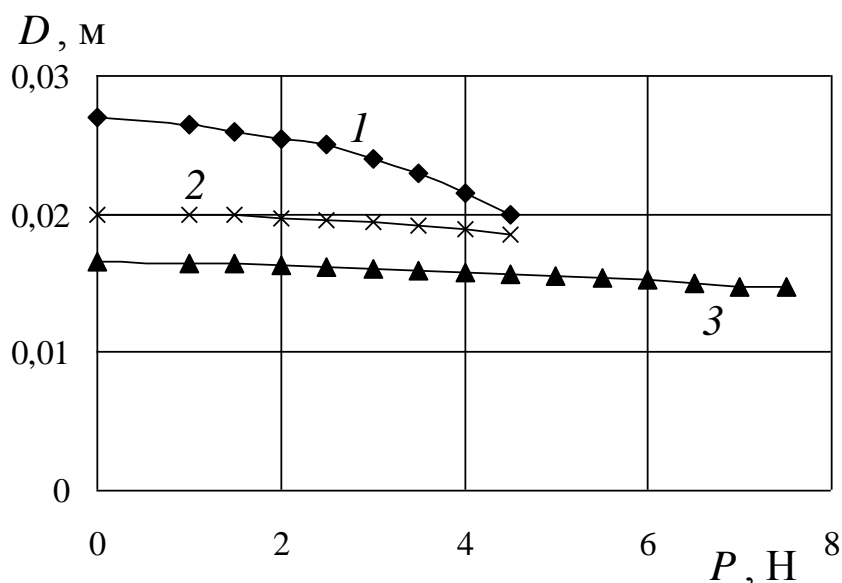


Рис. 3.11 – Зависимость внешнего диаметра пружин при максимальном удлинении на этапе пластичности превращения от осевой силы натяжения

На рис. 3.12 приведены экспериментальные зависимости относительного изменения диаметра $\frac{\Delta D}{D_0} = \frac{D_0 - D_{\min}}{D_0}$ от действующей в термоцикле нагрузки. Для пружины №1 максимальное уменьшение диаметра витков составило 26%, для пружины №2 при таком же уровне нагрузки – 7,5%, диаметр пружины №3 уменьшился на 5% при 4,5 Н.

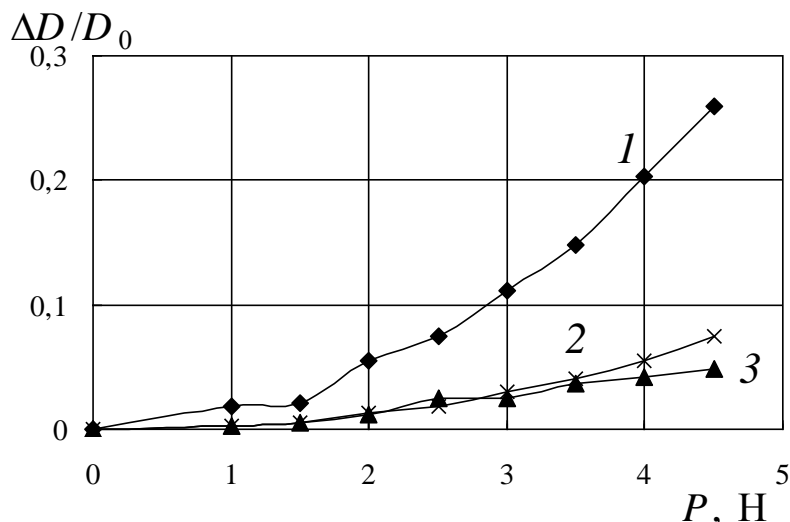


Рис. 3.12 – Зависимость максимального изменения диаметра пружин при охлаждении под нагрузкой от осевой силы натяжения

Для расчета диаметра пружины в термоцикле предлагается представить экспериментальные кривые на рис. 3.11 в виде эмпирической зависимости

$$D(P) = D_0 - f(P)\delta, \quad (3.5)$$

где $f(P)$ – некоторая неизвестная функция от P . Значения $f(P)$ определяли из экспериментальных графиков перемещение δ_{\max} – нагрузка P для пружин исследованных жесткостей (рис. 3.9). Учитывая, что максимальному удлинению δ_i^{\max} пружины с определенной жесткостью при охлаждении под постоянной нагрузкой P_i соответствует минимальный диаметр витка D_i^{\min} (рис. 3.11), вычисляли функцию $f(P)$ как

$$f(P_i) = \frac{D_0 - D_i^{\min}(P_i)}{\delta_i^{\max}(P_i)}. \quad (3.6)$$

При этом δ_i^{\max} – берется из графика на рис. 3.9 как максимальное значение пластичности прямого превращения при соответствующем значении P_i , а D_i^{\min} из графика на рис. 3.11. Учитывая дискретный характер сил P , получили ряд значений функции $f(P)$ для пружины определенной жесткости. На рис. 3.13 приведены графики зависимости функций $f(P)$ от осевой силы P , вычисленные для пружин разной жесткости.

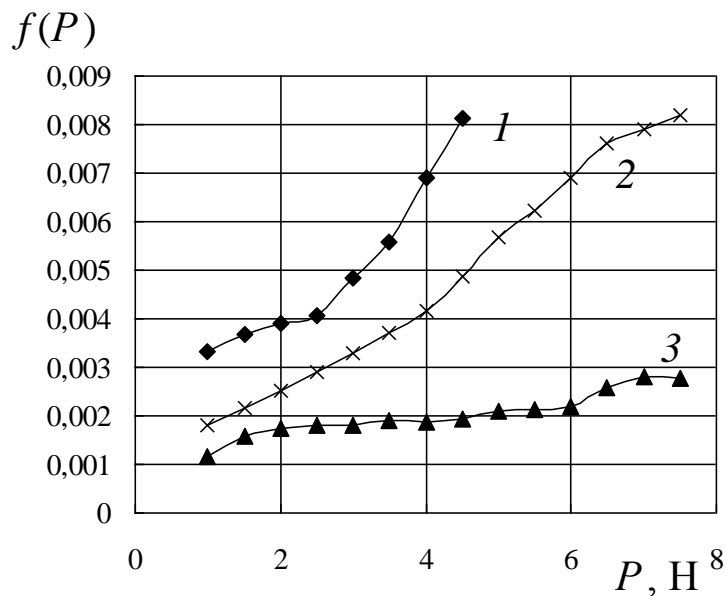


Рис. 3.13 – Зависимость эмпирической функции $f(P)$ от осевой силы натяжения

Для каждого конкретного значения силы P_i существует конкретная, полученная экспериментально, кривая перемещения свободного конца пружины, которая может задаться для этапа охлаждения как $\delta = \delta_0(T)$, и $\delta = \delta_n(T)$ для этапа нагревания. Таким образом, для полученных расчетных значений $f(P_i)$ формула (3.5) в общем случае примет вид при охлаждении

$$D(P_i, T) = D_0 - f(P_i)\delta_0(T) \quad (3.7)$$

и при нагревании

$$D(P_i, T) = D_0 - f(P_i)\delta_n(T) \quad (3.8)$$

При этом δ – непрерывная величина, меняющаяся от 0 до δ_i^{\max} при изменении температуры в интервале мартенситного перехода.

Формулы (3.6), (3.7) и (3.8) позволяют построить расчетные зависимости $D(T)$ при термоциклировании для конкретного значения P_i . Соответствующие расчетные кривые $D(T)$ представлены на рис. 3.14. Из хода кривых видно, что при небольших значениях осевой силы $P = 1$ Н; 1,5 Н, действующей на пружину, ее диаметр существенно не изменяется в процессе термоциклирования. Однако при больших значениях $P = 2,0$; 2,5; 3,0; 3,5; 4,0 и 4,5 Н наблюдается заметное, гистерезисное изменение диаметра пружины. В процессе термоциклирования с увеличением P возрастает амплитуда изменения диаметра пружины за термоцикл. Для пружины №1 с наименьшим геометрическим параметром жесткости для осевой силы $P = 3$ Н относительное уменьшение диаметра составило 11,1%. Рост силы натяжения до $P = 4,5$ Н привел к увеличению диаметра на 26%. При тех же значениях осевой силы натяжения увеличение диаметра пружины №3 с наибольшей жесткостью составило соответственно 7,5% и 4,5%. Полученные значения диаметра для конкретного значения растягивающего усилия на этапах охлаждения и нагрева можно использовать в дальнейших вычислениях деформаций и напряжений. Таким образом, разработанная методика расчета внешнего диаметра витой пружины из никелида титана при термоциклировании под осевой силой натяжения позволяет учитывать изменения диаметра пружины в процессе деформирования.

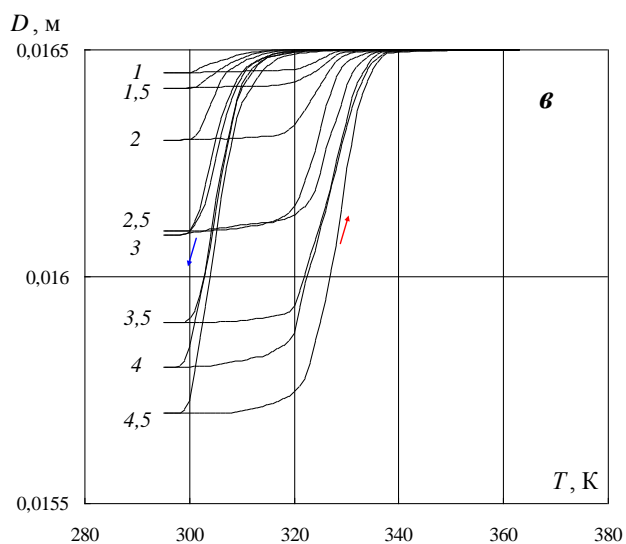
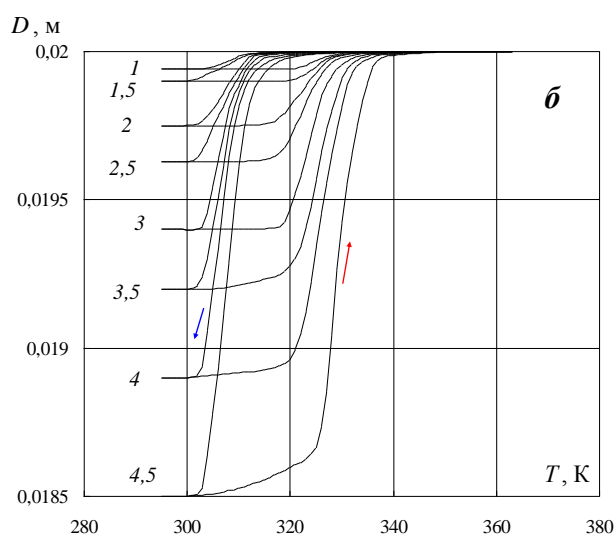
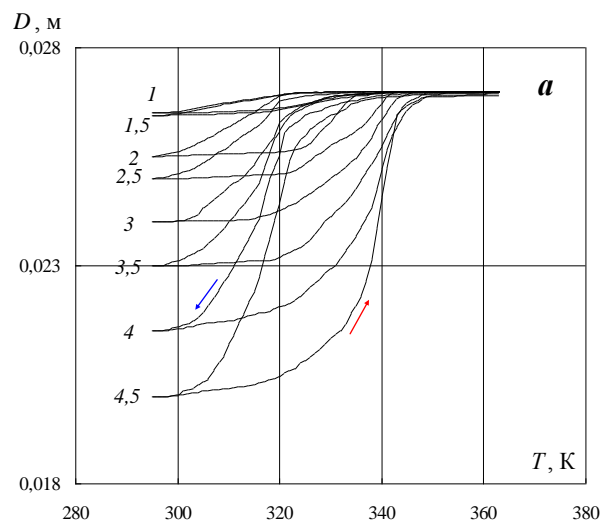


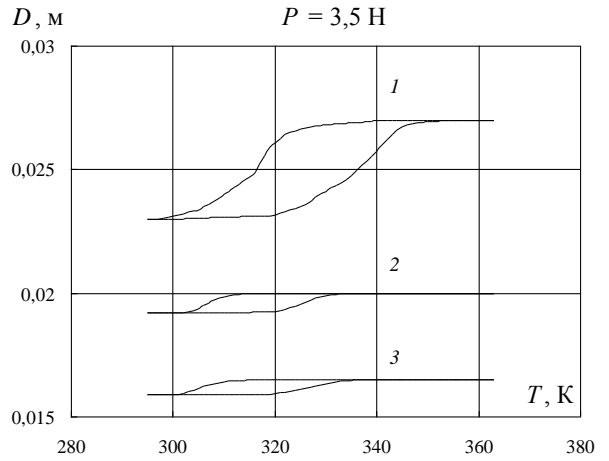
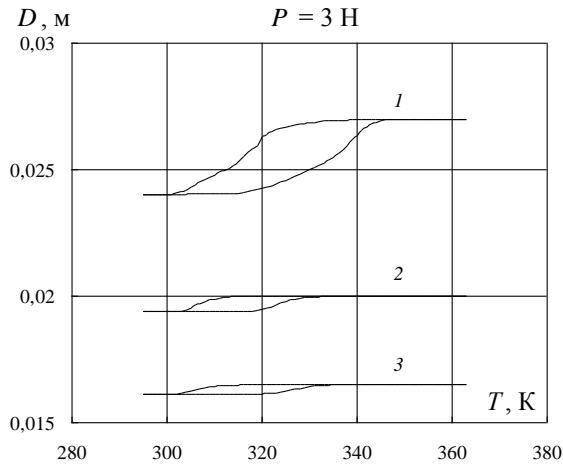
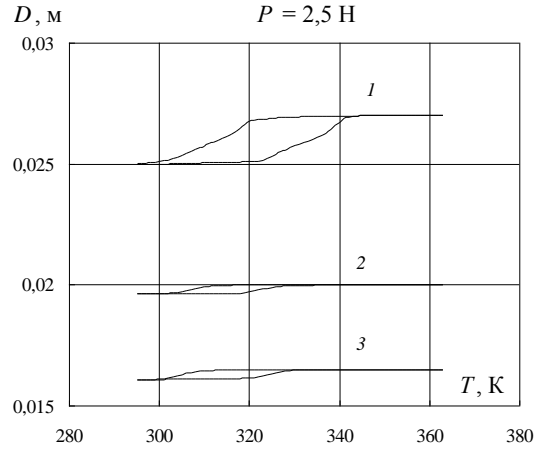
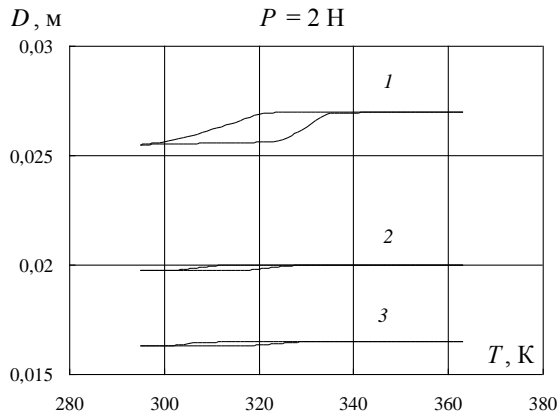
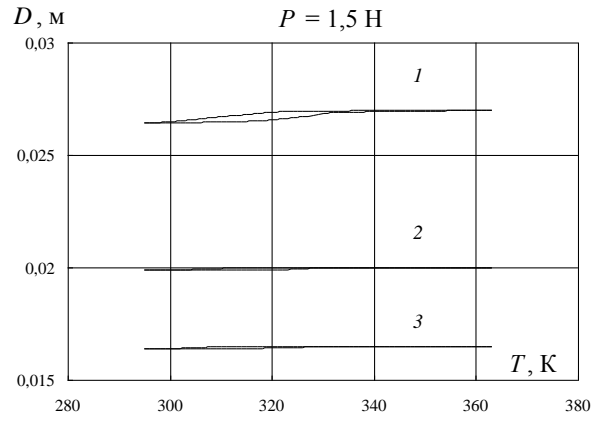
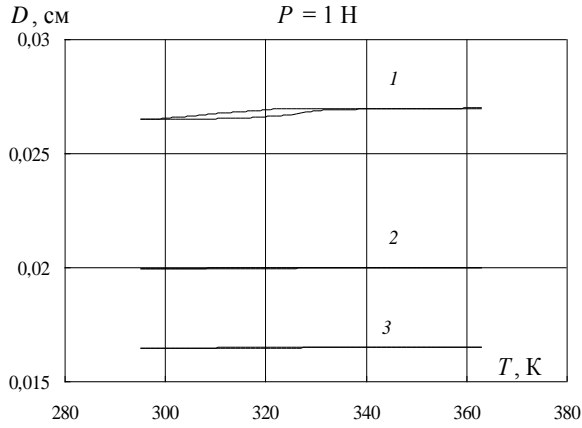
Рис. 3.14 – Расчетно–экспериментальные зависимости значения внешнего диаметра пружин №1 (а), №2 (б), №3 (в) от температуры при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения (значения в Н указаны цифрами у кривых)

3.7. Влияние геометрического параметра жесткости на изменение диаметра пружины при термоциклировании под осевой силой натяжения

Как правило, при деформации пружин растяжения принимается неизменным значение диаметра витка. Однако, как показано в разделе 3.6., существенное удлинение пружины на этапе пластичности превращения приводит к такому уменьшению диаметра витка, которое невозможно считать незначительным. На изменение диаметра в процессе термоциклирования под нагрузкой влияет не только приложенная осевая сила, но и жесткость самой пружины. На рис. 3.15 приведены расчетные кривые, показывающие изменение диаметра пружин при одинаковой силе натяжения, но разных параметрах геометрической жесткости, причем для удобства сравнения графики выполнены в одном масштабе. Для этапа охлаждения расчет диаметра выполнялся по формуле 3.7, для этапа нагрева – по формуле 3.8.

В соответствии с расчетно–экспериментальными зависимостями на рис. 3.14, 3.15 показано, что диаметр витка при нагрузках $P = 1 \text{ Н}; 1,5 \text{ Н}$ существенно не изменяется при термоциклировании при исследованных параметрах жесткости пружин. При увеличении осевой силы натяжения до $P = 2 \text{ Н}, 2,5 \text{ Н}$ наблюдалось гистерезисное изменение диаметра пружин, причем температурные интервалы уменьшения, а затем восстановления диаметра зависели от жесткости пружины. Для пружины №1 с наименьшим параметром геометрической жесткости температуры начала и конца прямого превращения соответствовали M_s и M_f материала пружины, а температуры обратного перехода составили 320 К и 340 К соответственно, что говорит о смещении температур A_s и A_f в меньшую сторону по отношению к температурам перехода материала пружины. При данных значениях осевой силы в пружинах №2 и №3, обладающих большими жесткостями, начало прямого превращения смещено сторону более низких температур и соответствует 310 К, обратное превращение начинается также при температуре 320 К, но заканчивается при 330 К. Дальнейшее увеличение

осевой силы до $P = 3; 3,5; 4; 4,5$ Н приводит к смещению температуры A_f до 350 К для пружины №1, для пружин №2 и №3 увеличивается размах гистерезиса, а существенного изменения температур переходов не наблюдается.



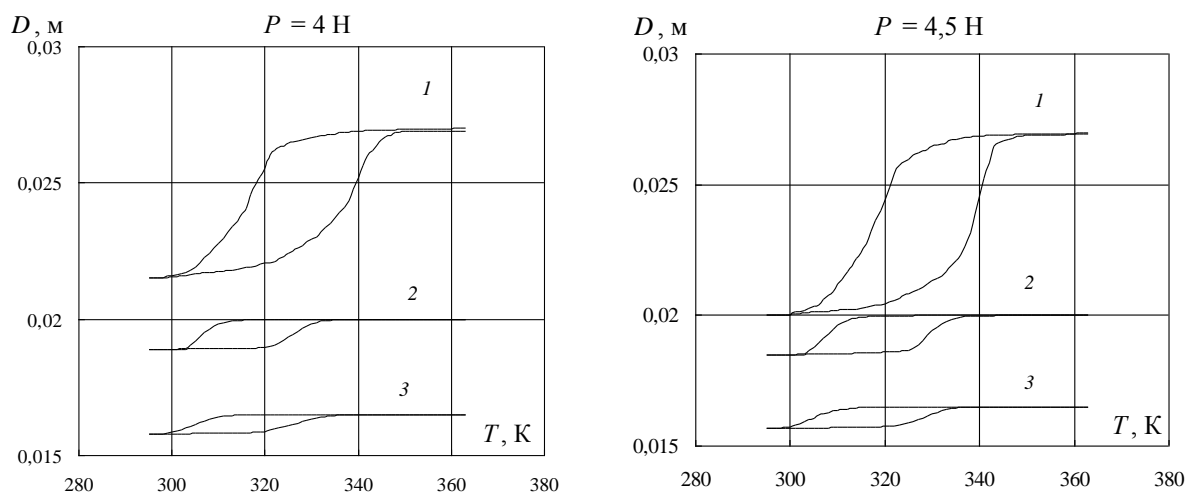


Рис. 3. 15 – Расчетно–экспериментальные зависимости значения внешнего диаметра от температуры при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения для пружин с разными параметрами геометрической жесткости (номера пружин указаны цифрами у кривых)

ГЛАВА IV. РАСЧЕТНО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИЙ И НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ТЕРМОЦИКЛИРОВАНИИ ПРУЖИН В УСЛОВИЯХ РАСТЯЖЕНИЯ

В главе обсуждаются результаты расчетов нормальных и касательных напряжений, осевых и сдвиговых деформаций, возникающих в пружине растяжения под действием осевой силы натяжения на этапе термоциклирования под нагрузкой.

4.1. Результаты расчета напряжений при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения

Касательное напряжение, действующее в материале во внешнем волокне, рассчитывали по формуле (2.63) с учетом меняющегося числа витков, формула (2.44). На рис. 4.1 приведены кривые, показывающие изменение касательного напряжения при термоциклировании для пружин №1 (а), №2 (б) и №3 (в). При усилиях 1,0 – 2,0 Н значения напряжения в аустенитной и мартенситной фазах практически одинаковы, т.е. происходит термоциклирование при постоянном напряжении, заданном на этапе нагружения в аустените. Повышение осевой силы до 2,0 – 4,5 Н приводит к изменению напряжения в процессе изменения температуры, причем на

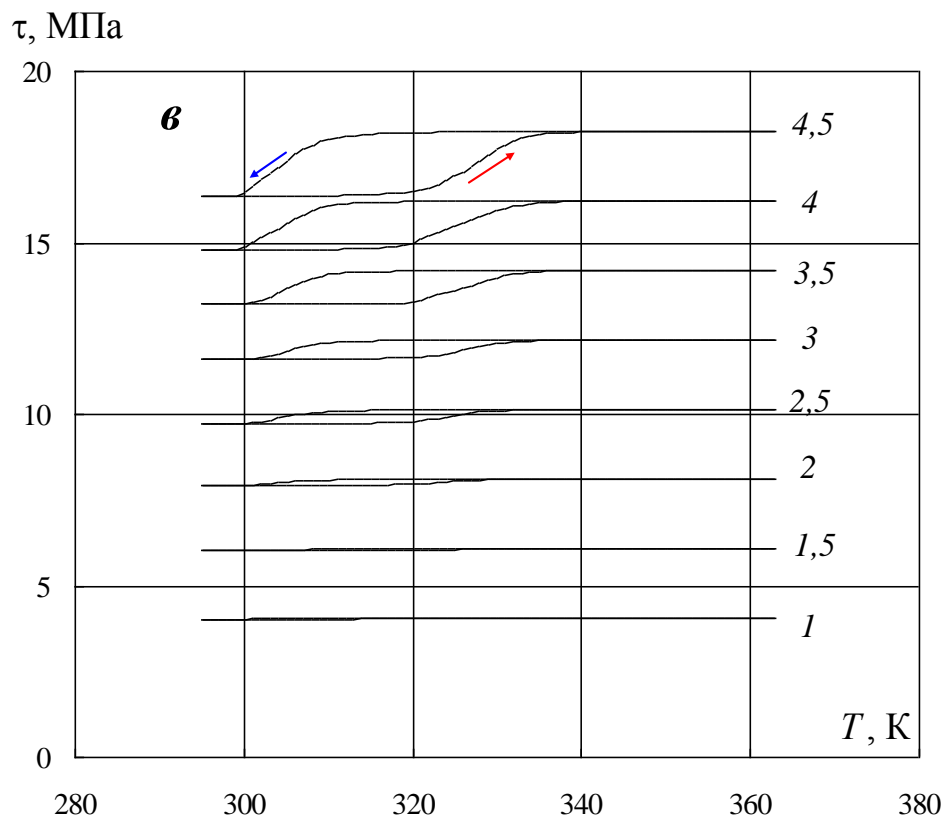
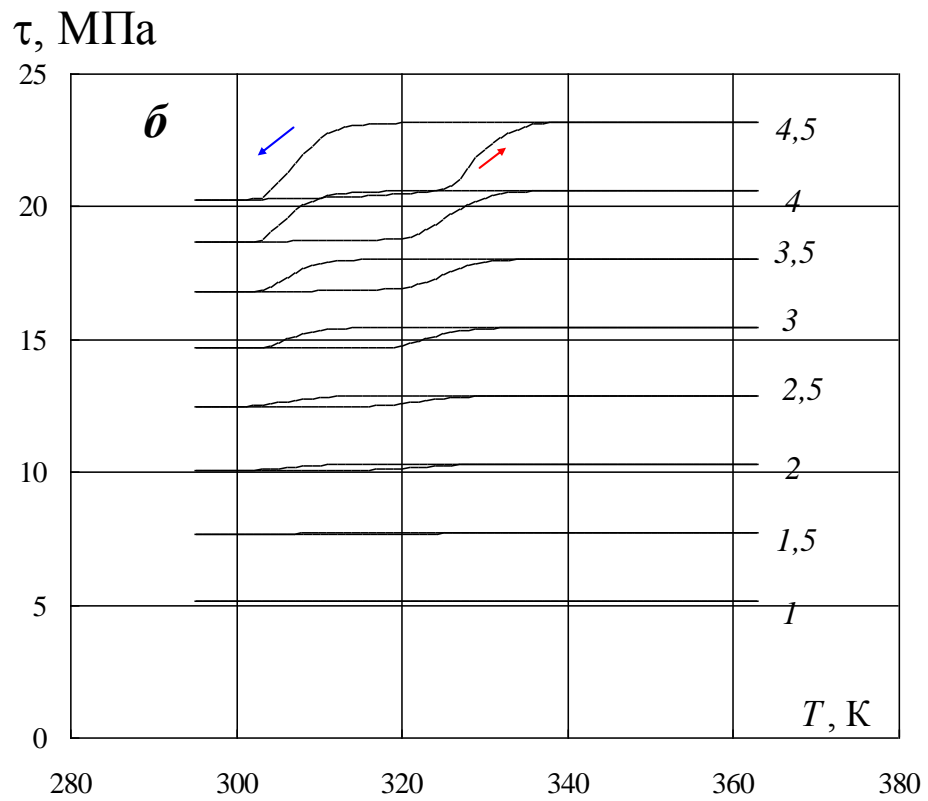


Рис. 4. 1 – Изолинии постоянной осевой силы натяжения (значения указаны в Н цифрами у кривых) в координатах $\tau - T$

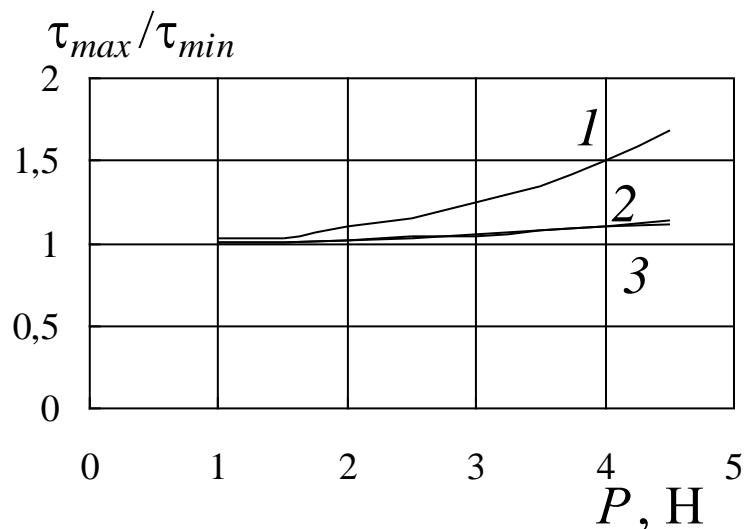
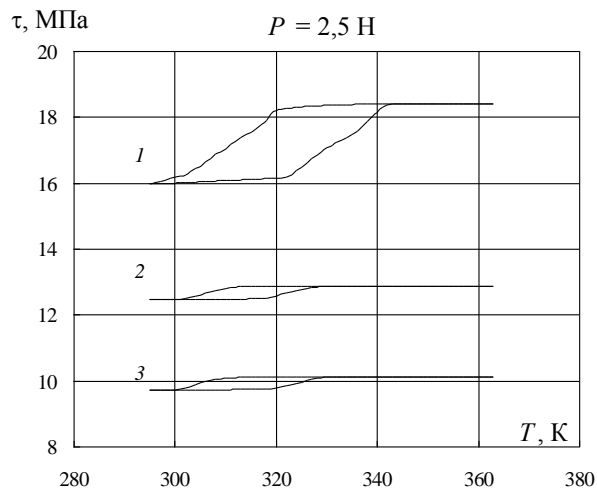
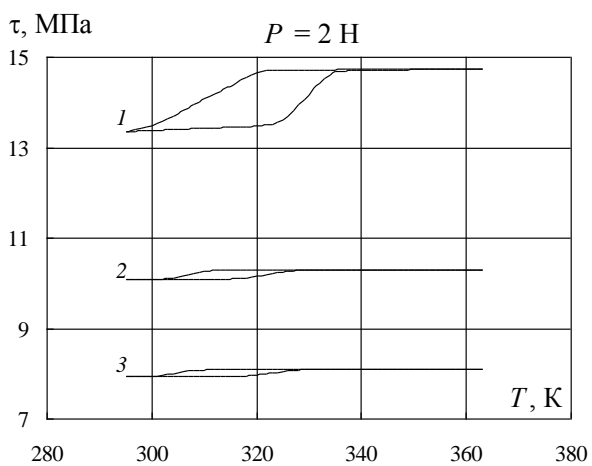
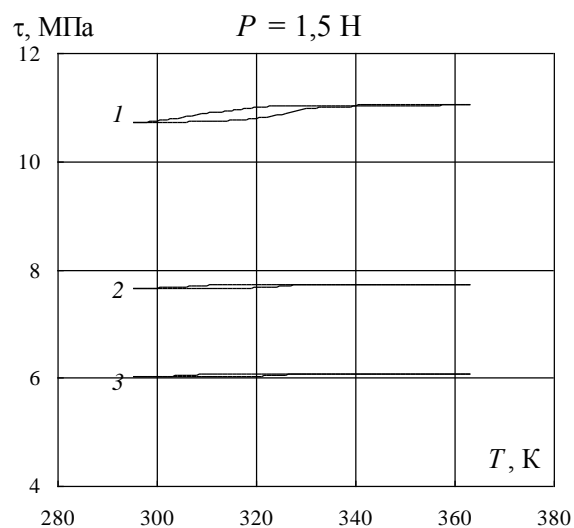
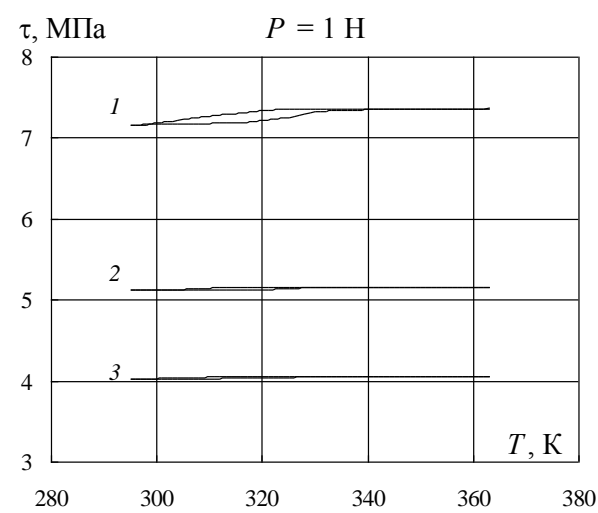


Рис. 4. 2 – Отношение максимального и минимального касательного напряжений при термоциклировании пружины под постоянной осевой силой натяжения (номера пружин указаны цифрами у кривых)



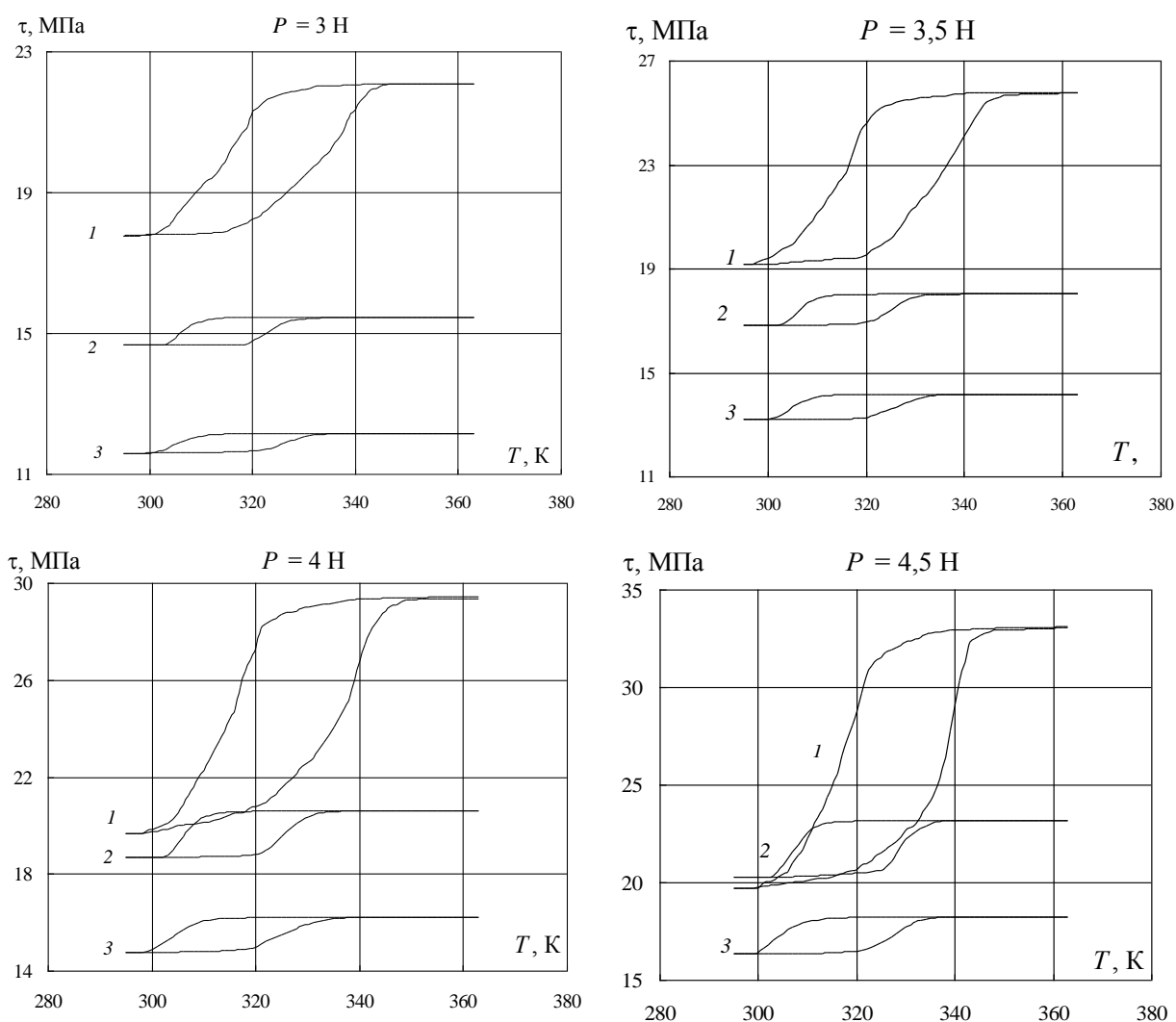
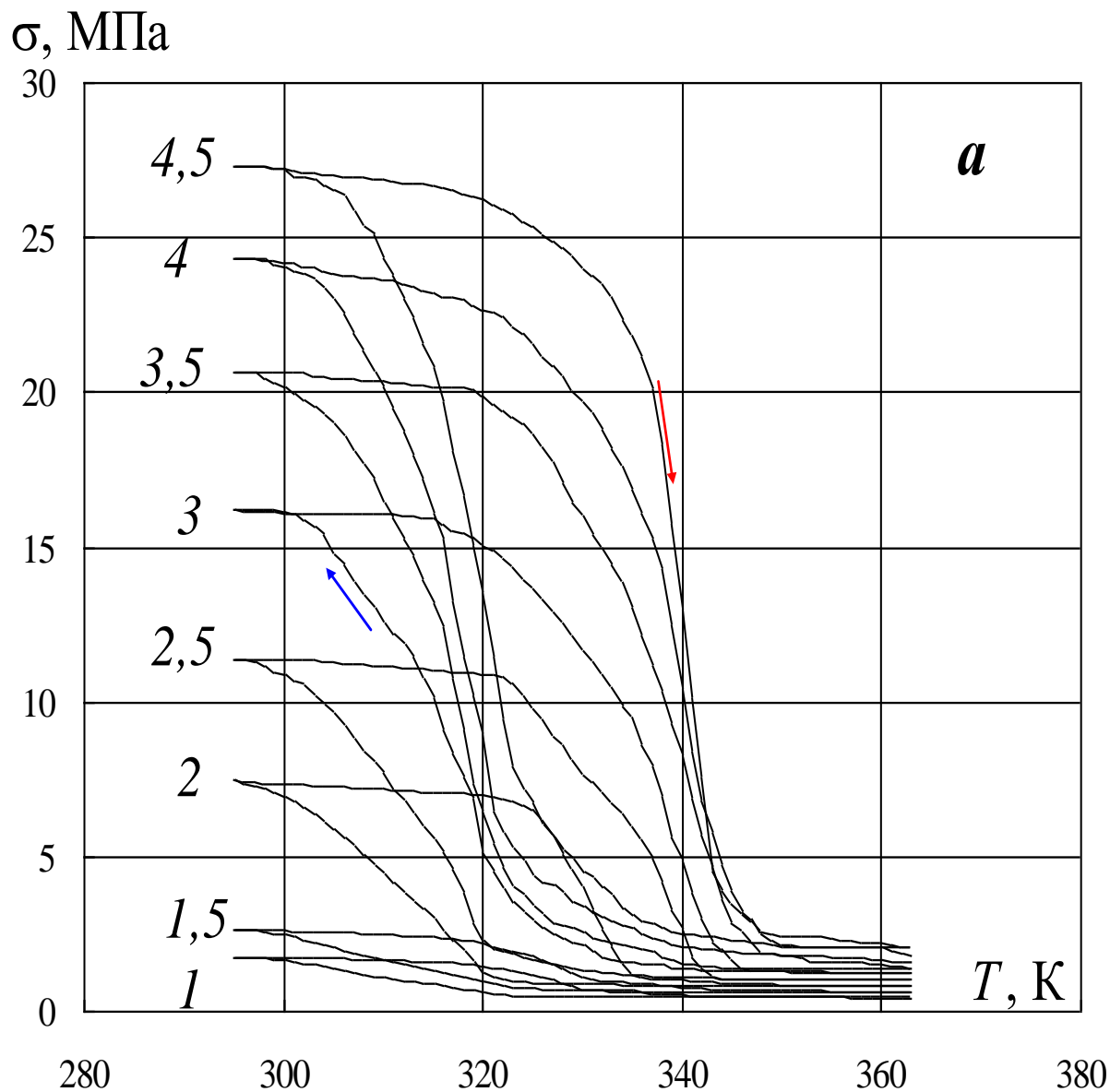


Рис. 4. 3 – Влияние жесткости пружины (номера пружин указаны цифрами у кривых) на касательное напряжение при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения

Нормальное напряжение во внешнем волокне рассчитывали по формуле (2.65) с учетом изменения числа витков, формула (2.44). Расчетные кривые напряжения (рис. 4.4) при термоциклировании для пружин №1 (а), №2 (б) и №3 (в) качественно повторяют кривые перемещения свободного конца пружин (рис. 3.6, а – в). Изолинии постоянной осевой силы в координатах $\sigma - T$ (рис. 4.4) качественно отличаются от изолиний $\tau - T$ (рис. 4.1). Здесь наблюдается весьма существенный рост нормальных напряжений при увеличении температуры и уменьшение напряжений при ее снижении за термоцикл, например, в 6 – 7 раз для пружин №2 и №3 и в 16 раз для пружины №1 при $P = 4,5$ Н (рис. 4.5). Вследствие роста напряжения

при термоциклировании под нагрузкой смещается температурный интервал, в котором происходит изменение нормального напряжения, для пружины с меньшей жесткостью в сторону больших температур (рис. 4.6). Данный результат можно объяснить известным явлением увеличения температур переходов под действием механических напряжений.



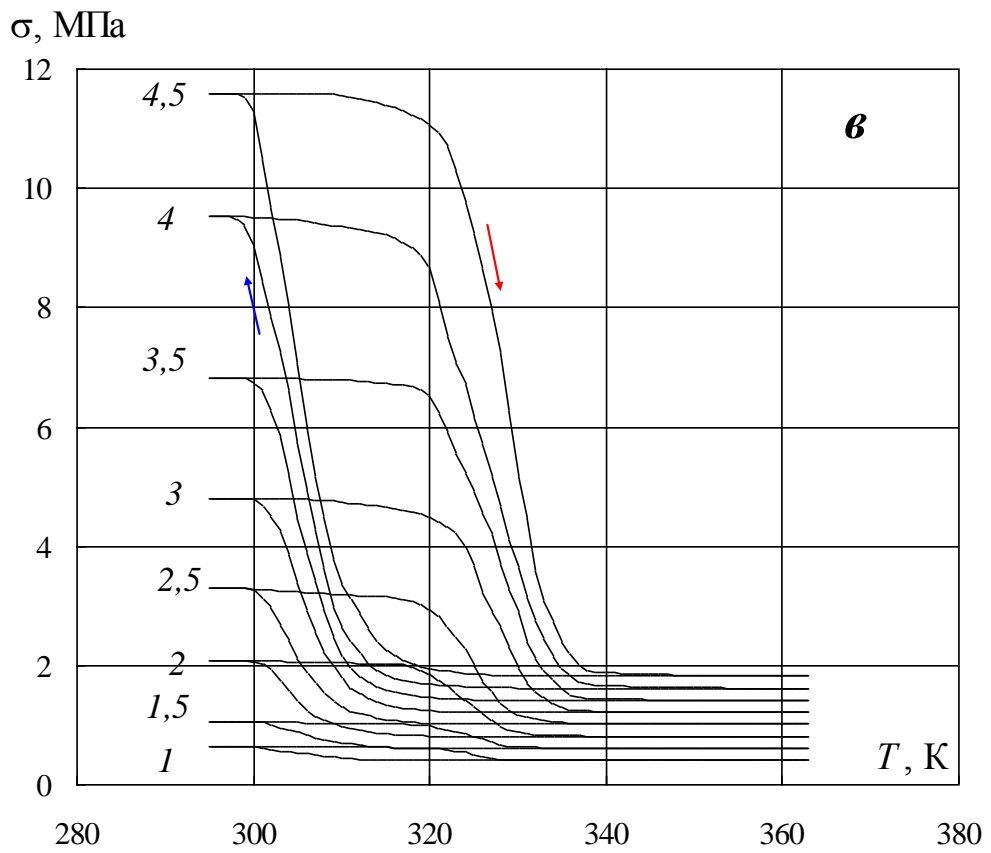
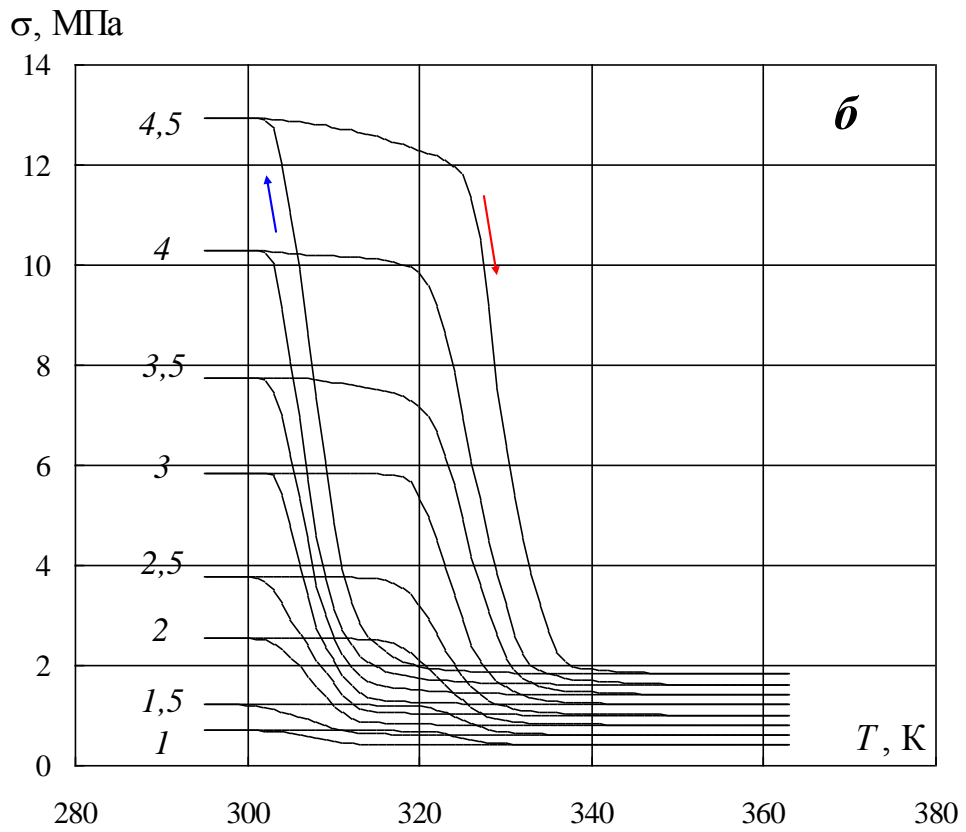


Рис. 4. 4 – Изолинии постоянной осевой силы натяжения (значения указаны в Н цифрами у кривых) в координатах $\sigma - T$

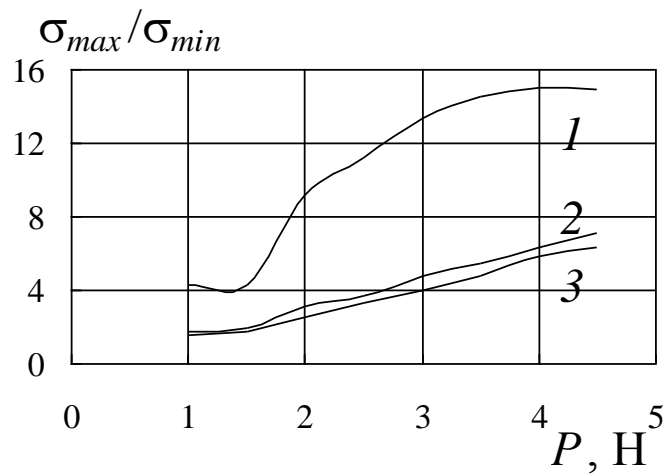
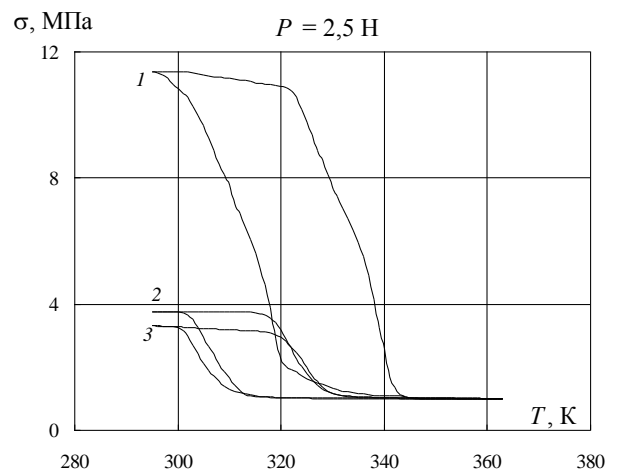
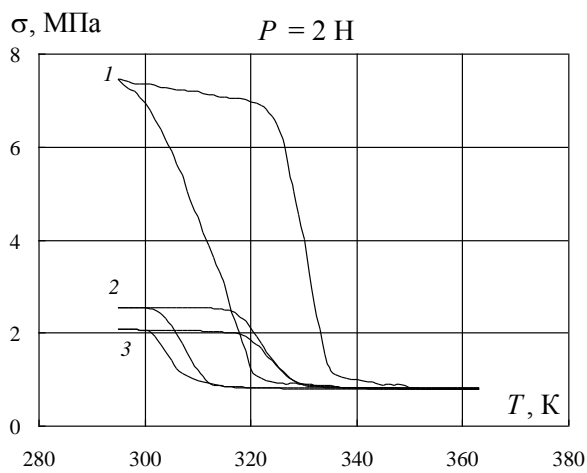
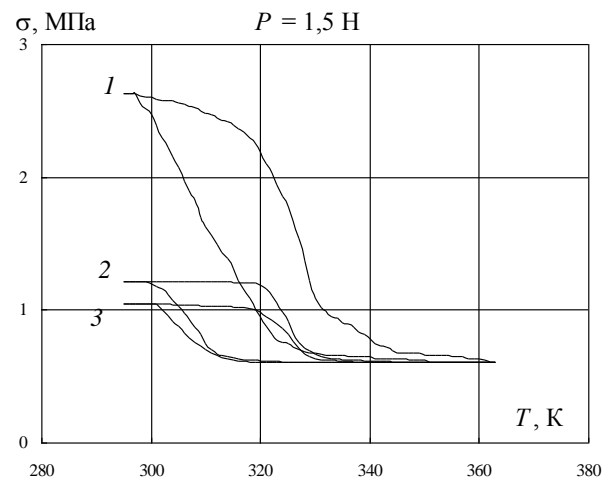
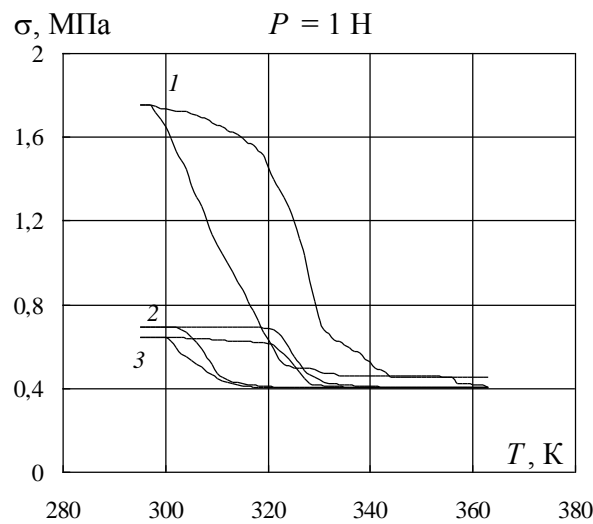


Рис. 4. 5 – Отношение максимального и минимального нормального напряжений при термоциклировании пружины под постоянной осевой силой натяжения (номера пружин указаны цифрами у кривых)



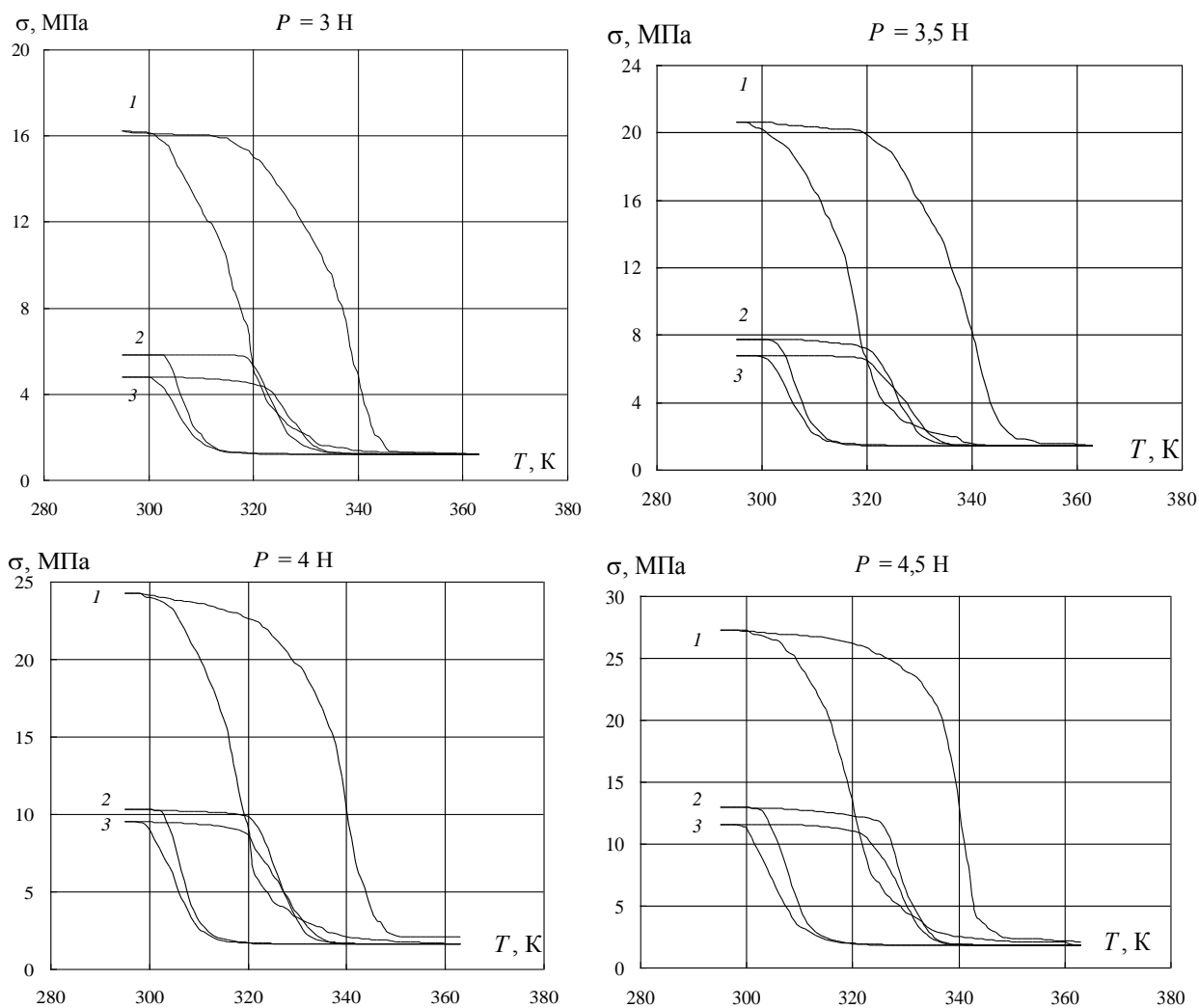


Рис. 4. 6 – Влияние жесткости пружины (номера пружин указаны цифрами у кривых) на нормальное напряжение при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения

Касательные и нормальные напряжения изменяются при изменении D и δ . Следовательно, можно найти амплитуды изменений напряжений за термоцикл $\Delta\tau = \tau_{\max} - \tau_{\min}$ и $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$, где индексы *max* и *min* обозначают соответственно максимальные и минимальные напряжения в процессе термоцикла. Соответствующие зависимости $\Delta\tau$ и $\Delta\sigma$ от растягивающих сил представлены на рис. 4.7. Из хода кривых видно, что изменение напряжений монотонно возрастает с ростом величины растягивающей силы, при этом темп роста тем выше, чем ниже жесткость пружины.

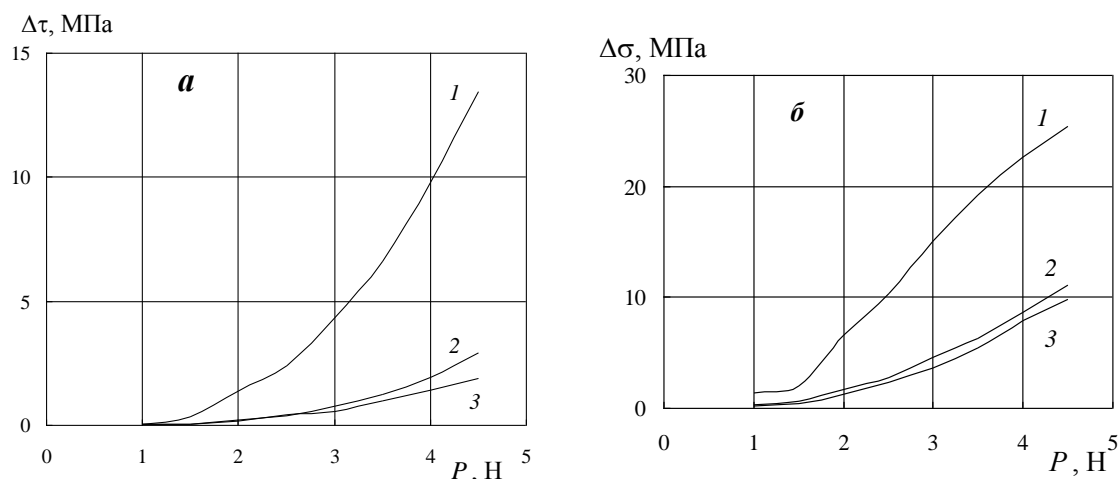


Рис. 4. 7 – Зависимость максимального изменения касательного (а) и нормального (б) напряжений в материале пружины при термоциклировании от осевой силы натяжения для пружин (номера пружин указаны цифрами у кривых) разной жесткости

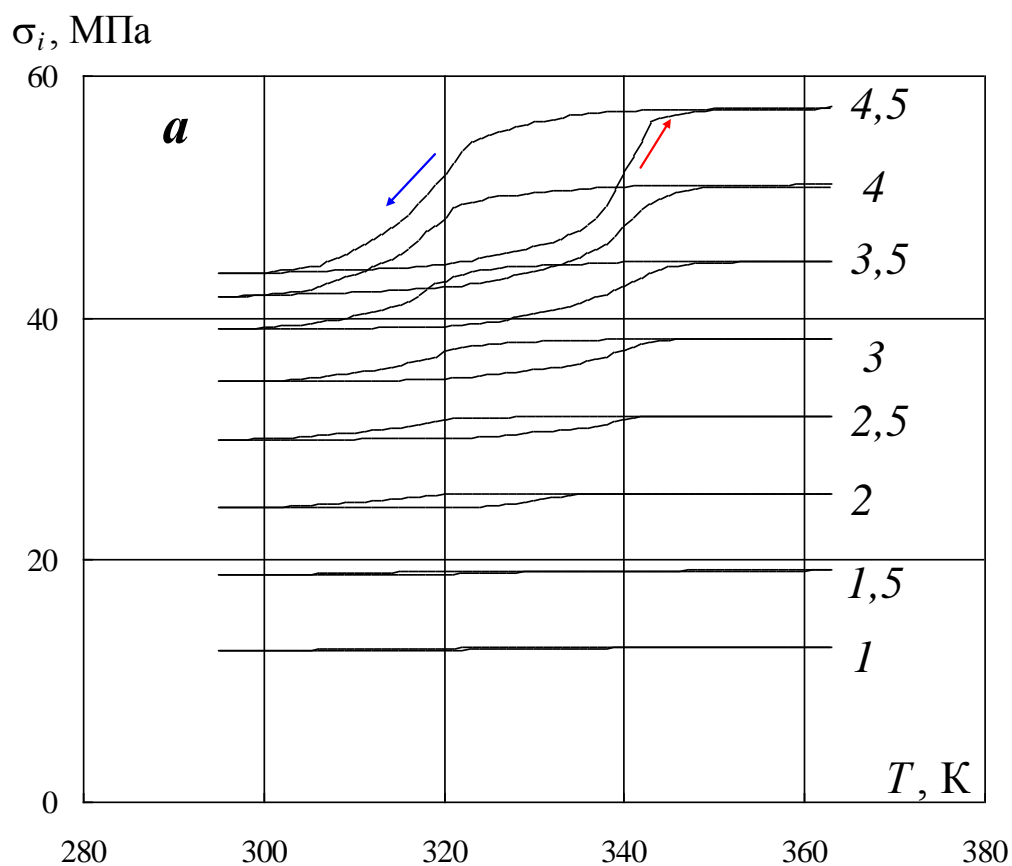
Таким образом, расчеты показывают противоположную тенденцию изменения напряжений во внешнем волокне при термоциклировании под постоянной нагрузкой: при охлаждении уменьшение касательных и рост нормальных напряжений, при нагреве наоборот – возрастание τ и уменьшение σ .

Такие периодически изменяющиеся напряжения, как в случае термоциклирования пружины с памятью формы под постоянной нагрузкой, могут приводить к разрушению, хотя возникающие напряжения остаются существенно меньшими предела текучести [109 – 112]. Принято считать, что главной причиной изменения механического состояния материала является напряженное состояние в точке [35]. Для установления меры напряженного состояния, при достижении которой происходит переход от упругого состояния к пластическому выбирается критерий пластичности. Для основных конструкционных металлов более точно условия перехода в пластическое состояние из упругого отражает гипотеза Губера–Мизеса [35], согласно которой эквивалентное напряжение или интенсивность напряжений при плоском напряженном состоянии определяется по формуле

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}. \quad (4.1)$$

Для пружины №1 в интервале значений силы натяжения P от 1 Н до 3 Н интенсивность напряжений остается практически постоянной в процессе термоциклирования (рис. 4.8 *а*), для пружин №2 и №3 большей жесткости интенсивность напряжений не изменяется значимо для всего исследованного диапазона усилий (рис. 4.8 *б, в*).

Жесткость пружины влияет на величину интенсивности напряжений следующим образом: пружина меньшей жесткости при одинаковой силе натяжения работает при большем уровне интенсивности напряжений, чем пружина большей жесткости (рис. 4.9). Причем на этапе нагрева интенсивность действующих при термоциклировании напряжений уменьшается, что равносильно разгрузке материала, а на этапе нагрева увеличивается, что соответствует нагружению.



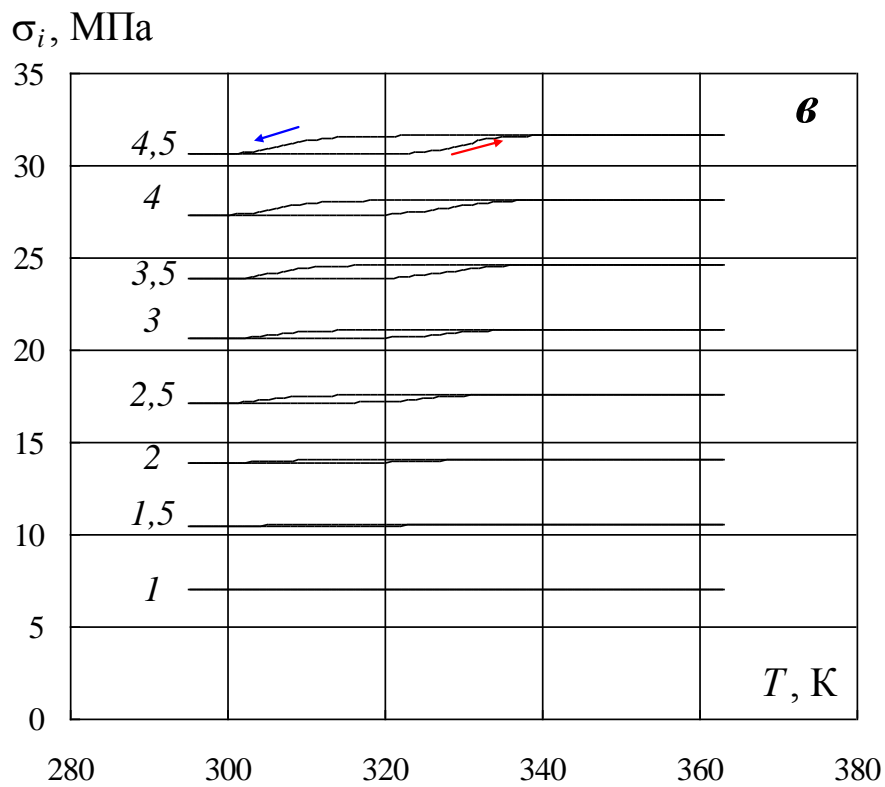
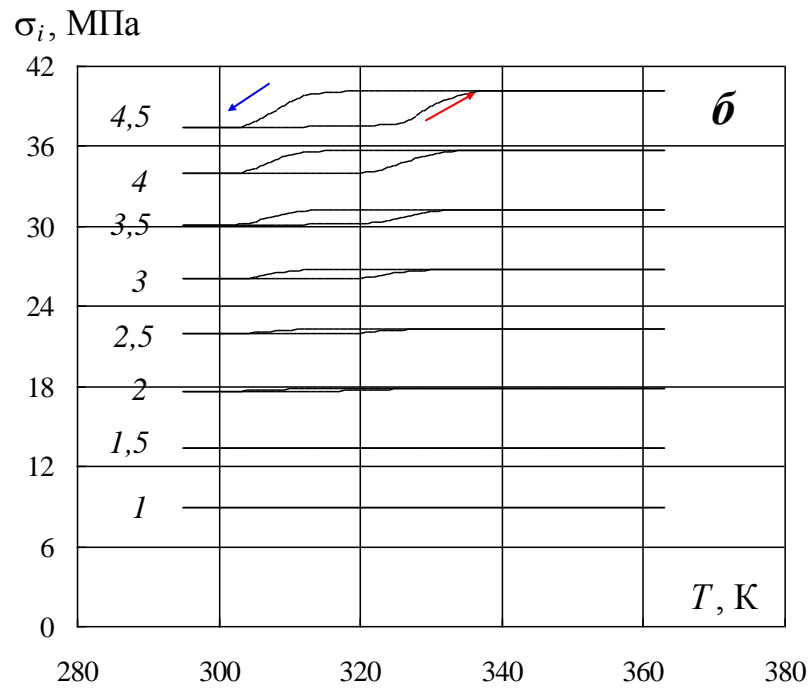
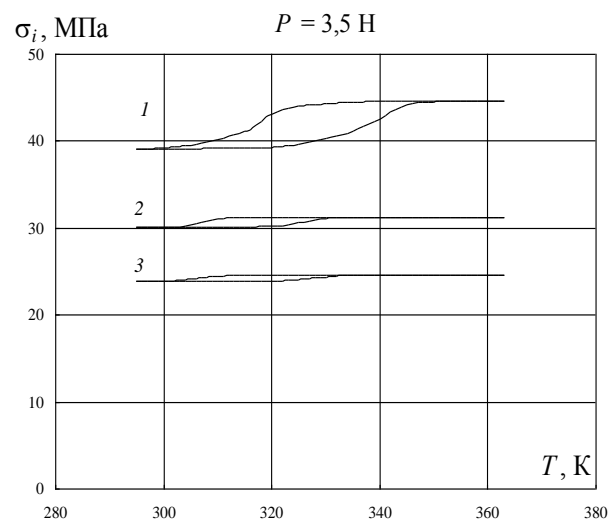
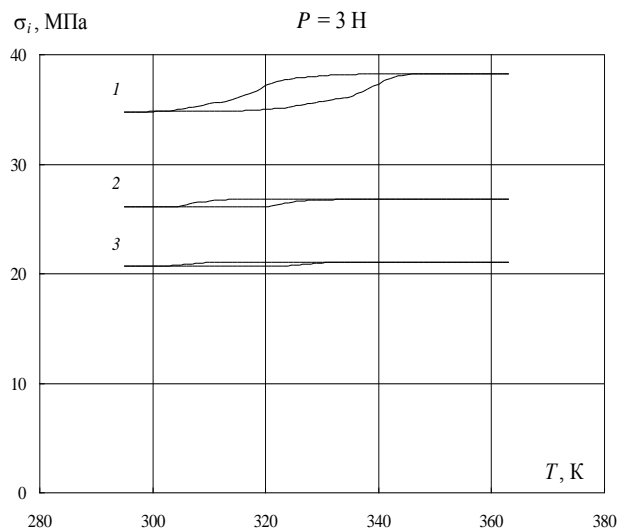
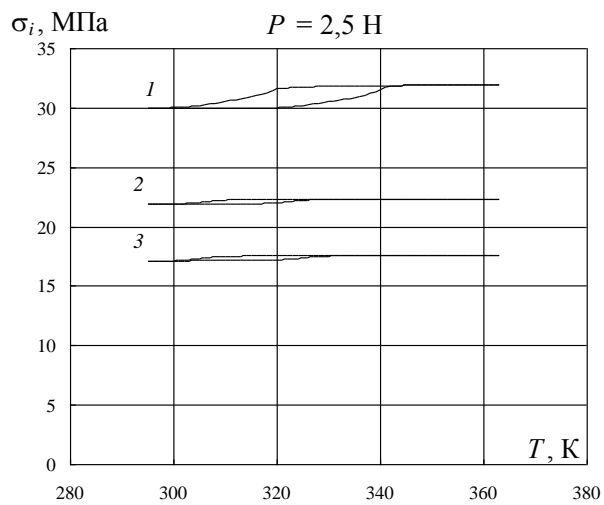
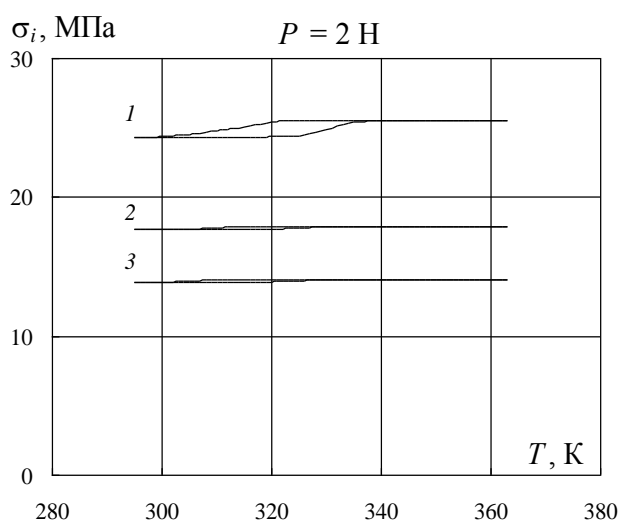
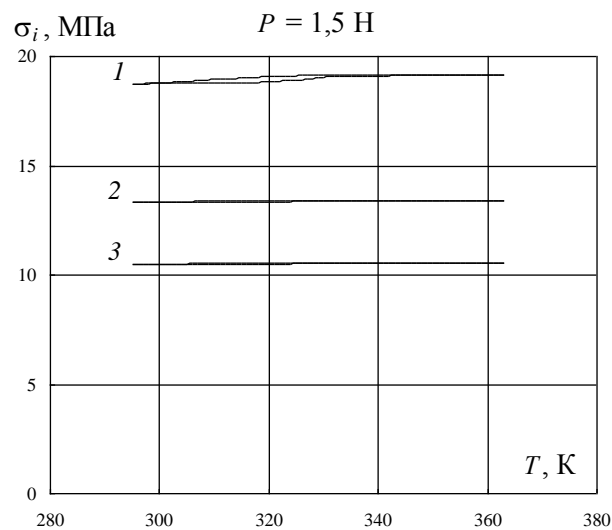
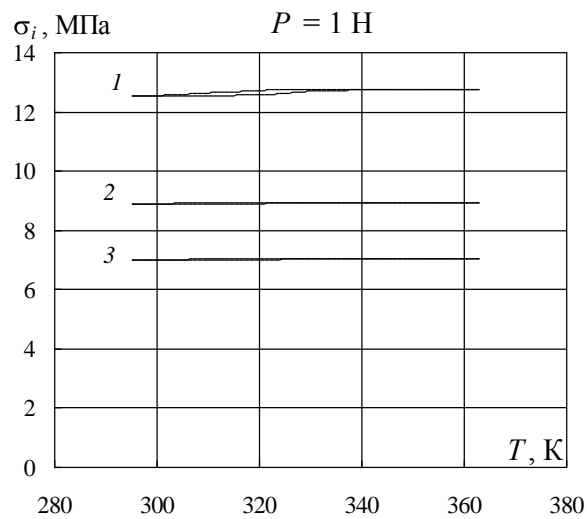


Рис. 4. 8 – Температурная зависимость интенсивности касательных напряжений для пружин №1 (а), №2 (б), №3 (в) при постоянных значениях осевой силы натяжения (указаны в Н цифрами у кривых)



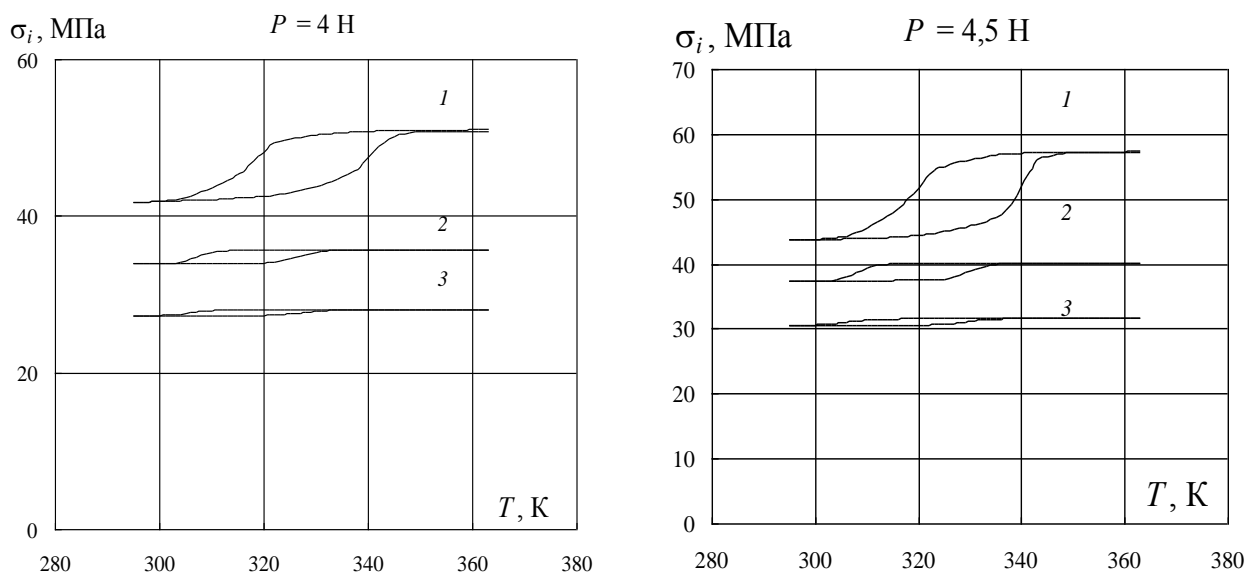


Рис. 4. 9 – Влияние жесткости пружины (номера пружин указаны цифрами у кривых) на интенсивность касательных напряжений при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения

Сравнение максимальной σ_i^{max} и σ_i^{min} минимальной интенсивности напряжений за термоцикл показано на рис. 4.10. Наибольшее отношение $\sigma_i^{max} / \sigma_i^{min} = 1,3$ для пружины №1 наименьшей жесткости при растягивающем усилии $P = 4,5 \text{ Н}$.

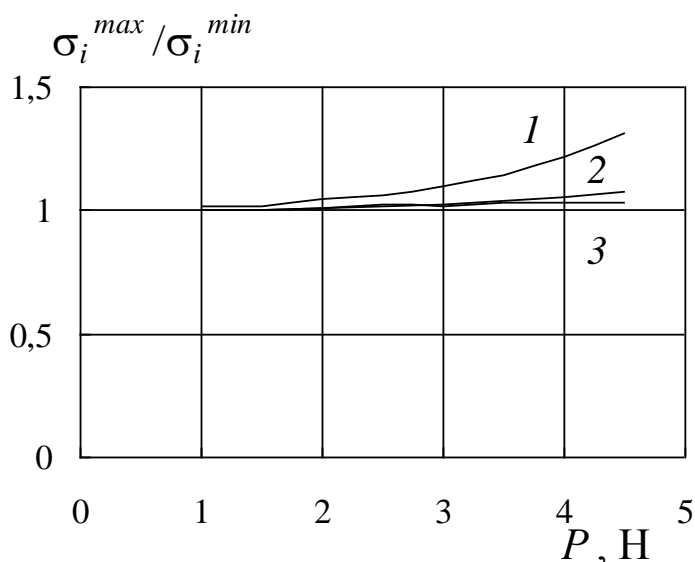
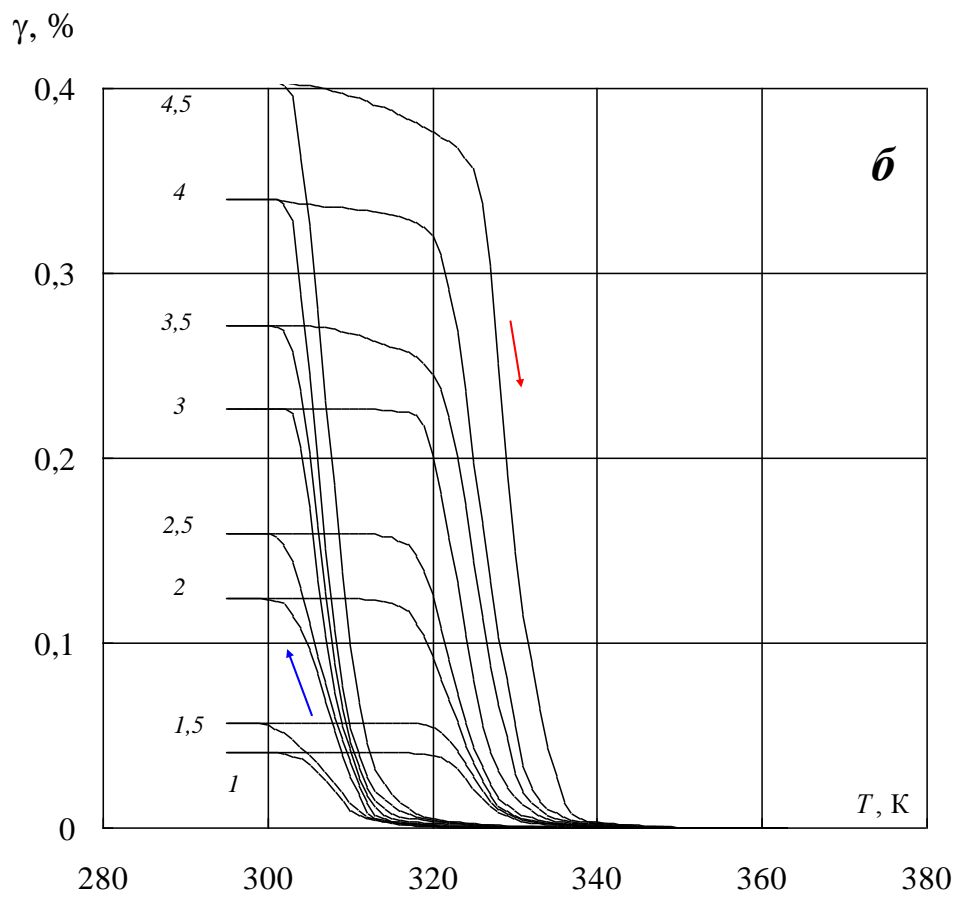
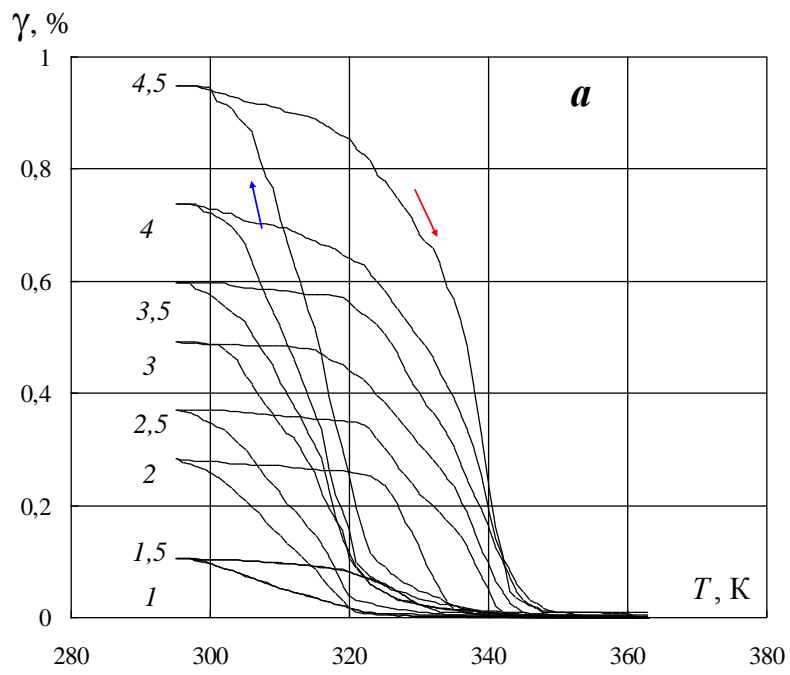


Рис. 4. 10 – Зависимость отношения максимальной и минимальной интенсивности напряжений в материале пружины при термоциклировании от осевой силы натяжения для пружин (номера пружин указаны цифрами у кривых) разной жесткости

Таким образом, анализ оценки напряженного состояния материала пружины из никелида титана при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения показывает, что деформирование происходит в условиях переменных касательного и нормального напряжений, но при постоянной интенсивности напряжений.

4.2. Изменение осевой и угловой деформаций при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения

Угловую деформацию во внешнем волокне определяли по формуле (2.35), учитывая что число витков меняется согласно формуле (2.44). На рис. 4.11 приведены температурные кривые сдвиговой деформации для пружин №1 (а), №2 (б), №3 (в), наблюдается качественное соответствие температурным зависимостям удлинения пружины, представленным на рис. 3.6. На рис. 4.11 приведена зависимость максимальной сдвиговой деформации материала пружины от силы натяжения при различных параметрах геометрической жесткости пружины. Из рисунка видно, что сдвиговая деформация увеличивается с ростом осевой силы, при этом максимальная угловая деформация больше для пружины №1 с наименьшей жесткостью, а для пружин №2 и №3 с большими жесткостями деформация, накапливаемая и восстанавливаемая за термоцикл, меньше.



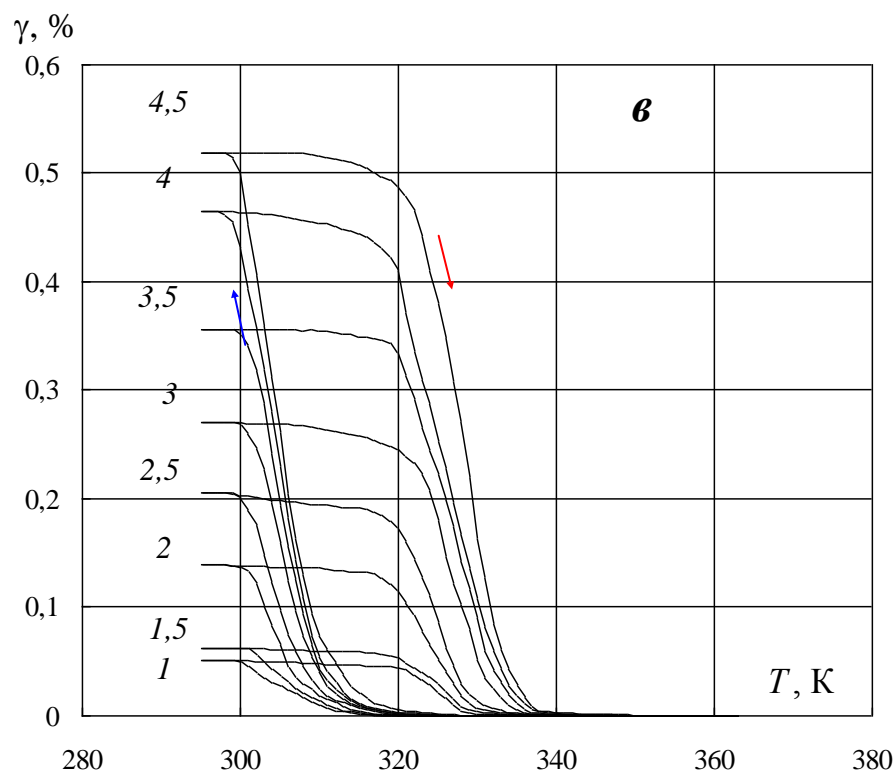


Рис. 4.11 – Температурная зависимость сдвиговой деформации материала пружин №1 (а), №2 (б), №3 (в) при постоянных значениях осевой силы натяжения (указаны в Н цифрами у кривых)

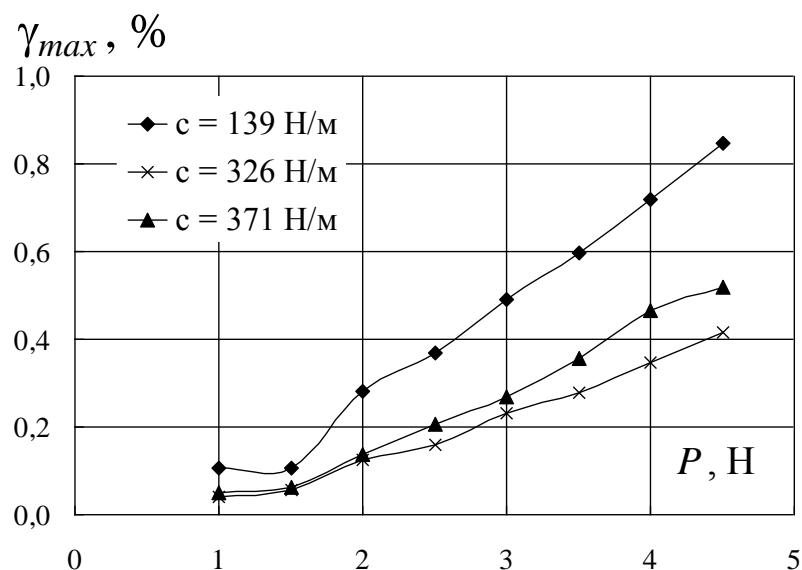
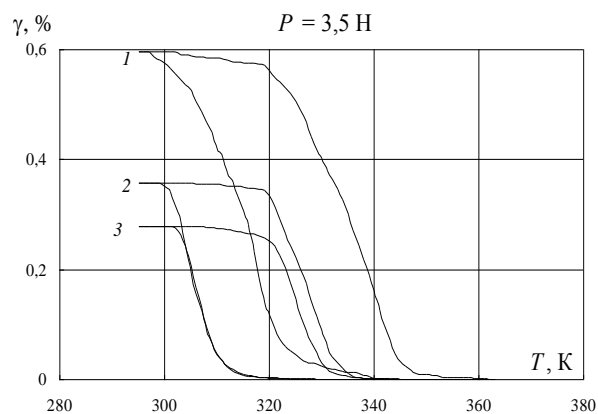
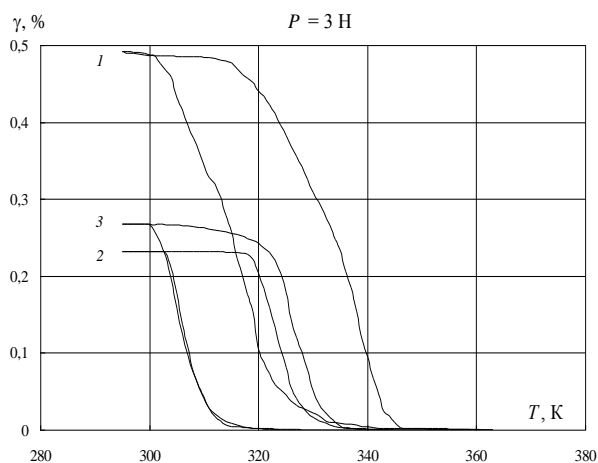
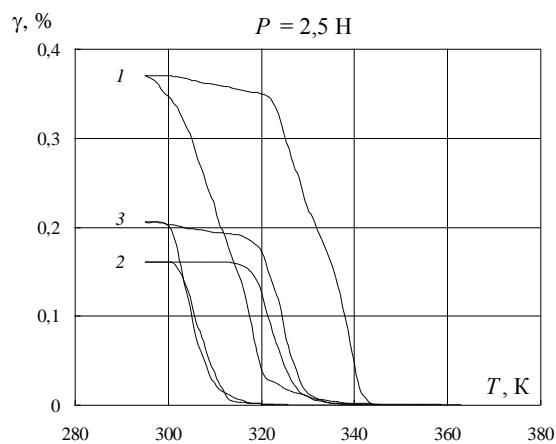
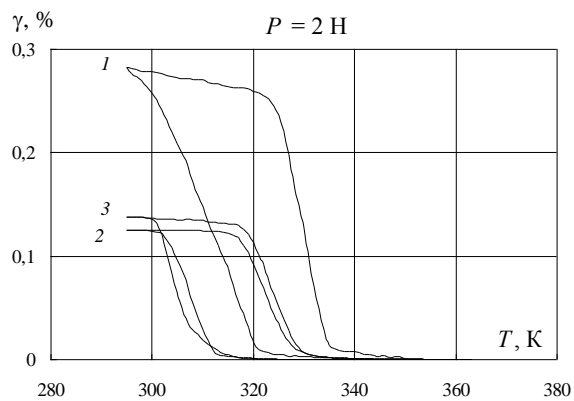
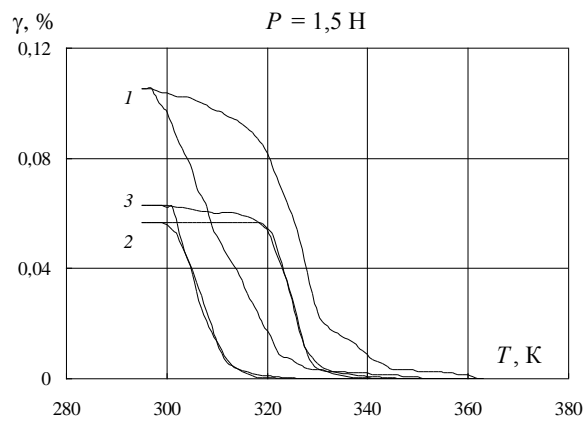
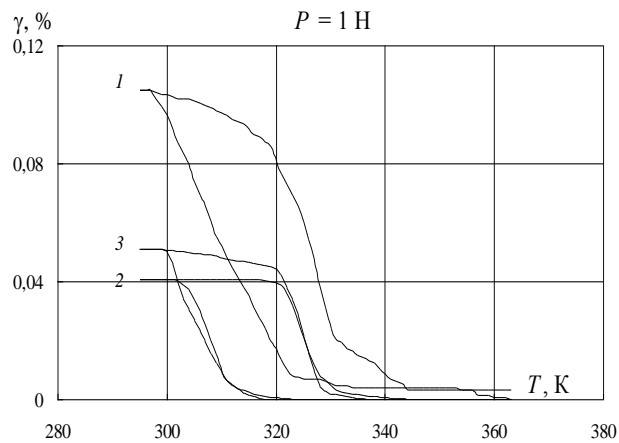


Рис. 4.12 – Зависимость сдвиговой деформации материала пружины от осевой силы натяжения для пружин различной жесткости

Температурные интервалы прямого и обратного превращений оказались одинаковыми для пружин №2 и №3 при исследованных значениях осевой силы (рис. 4.12). Для пружины №1 меньшей жесткости

температурные интервалы мартенситных переходов сдвинуты в сторону больших температур, что, по-видимому, объясняется большими по сравнению с пружинами №2 и №3 касательными напряжениями (рис. 4.2).



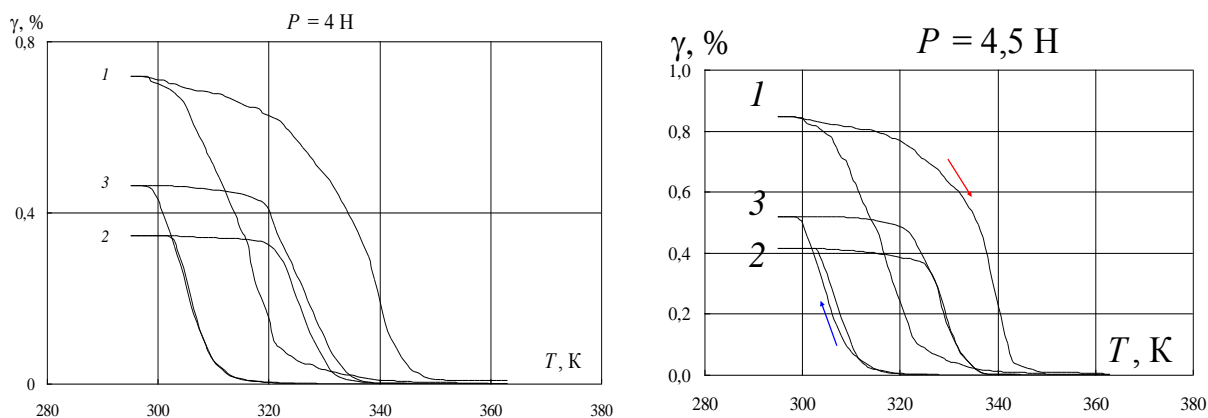
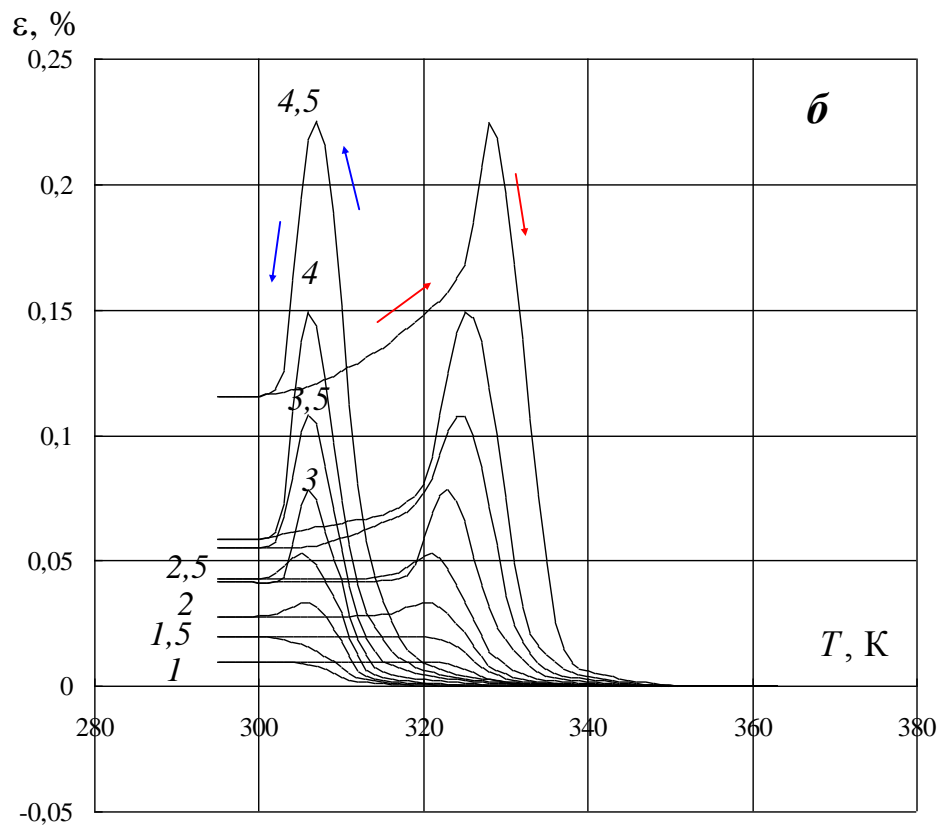
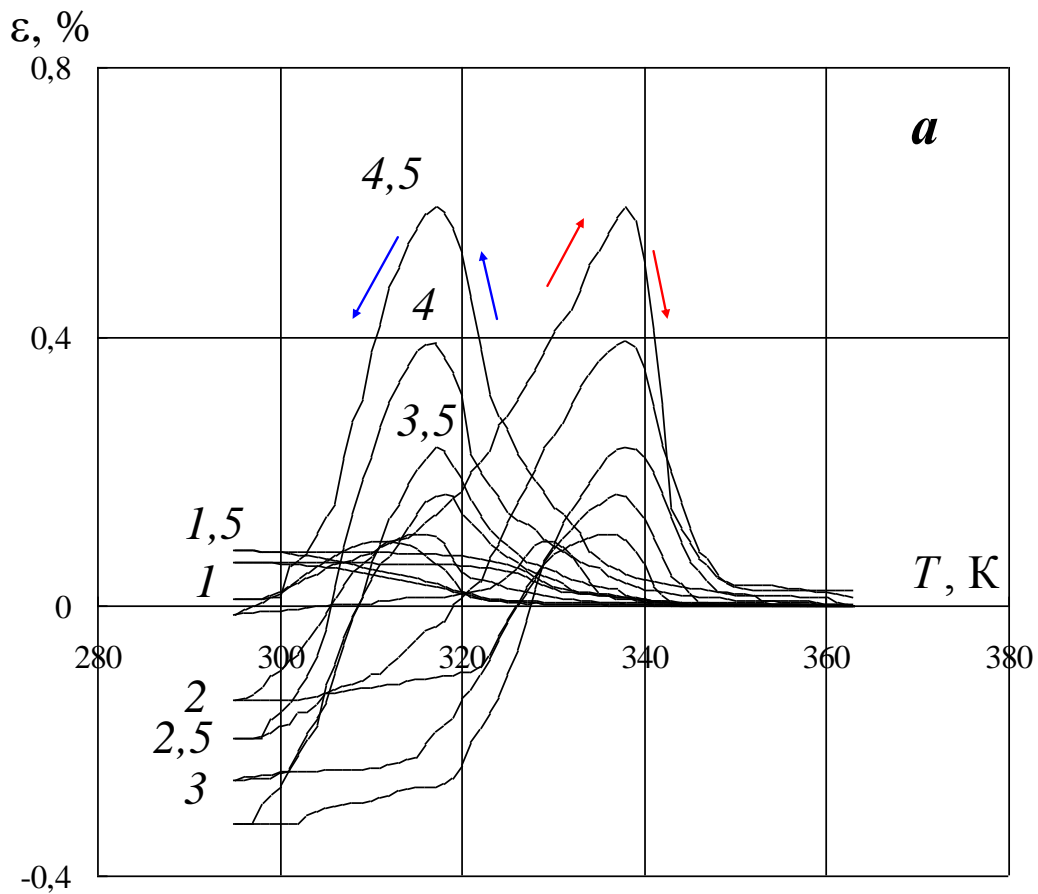


Рис. 4. 13 – Влияние жесткости пружины (номера пружин указаны цифрами у кривых) на сдвиговую деформацию при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения

Угловая деформация материала пружины №3 оказалась несколько больше, чем пружины №2 с меньшей жесткостью, что вероятно, связано с тем, что пружины №2 и №3 имели не очень значительное отличие по геометрическому параметру жесткости, и точность эксперимента повлияла на последовательность кривых рис. 4.13.

Осевую деформацию во внешнем волокне рассчитывали по формуле (2.57), учитывая возможное изменение числа рабочих витков по формуле (2.44). Существенное качественное отличие от сдвиговой деформации демонстрировали температурные зависимости осевой деформации от температуры (рис. 4.14). При малых растягивающих силах ($P = 1 - 1,5$ Н) температурные зависимости подобны таковым для сдвиговых деформаций. Но при возрастании растягивающей силы ($P = 3 - 4,5$ Н) на кривых $\varepsilon(T)$ проявляется ярко выраженный характер реверсивного формоизменения. Кривые на рис. 3.14 показывают, что при нагревании D увеличивается, а при охлаждении уменьшается, что согласно формуле (2.57) приводит к уменьшению деформации при нагревании и увеличению при охлаждении (кривые $P = 1$ Н на рис. 4.14).



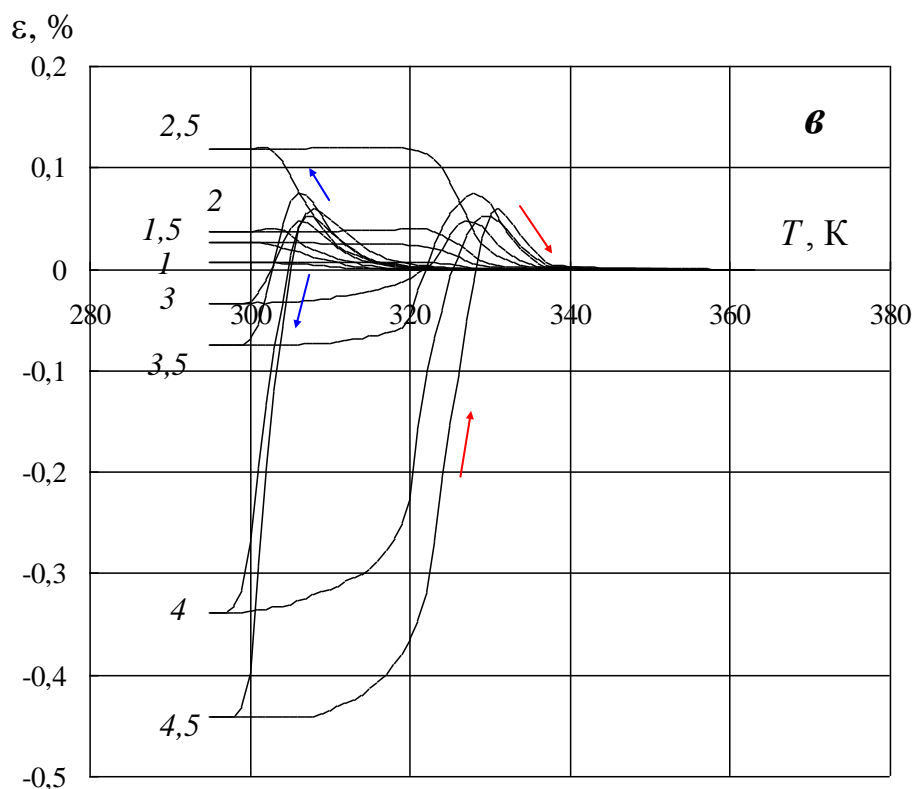
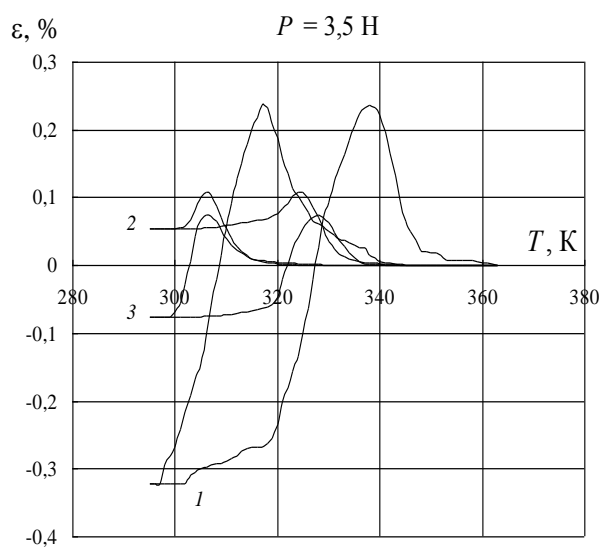
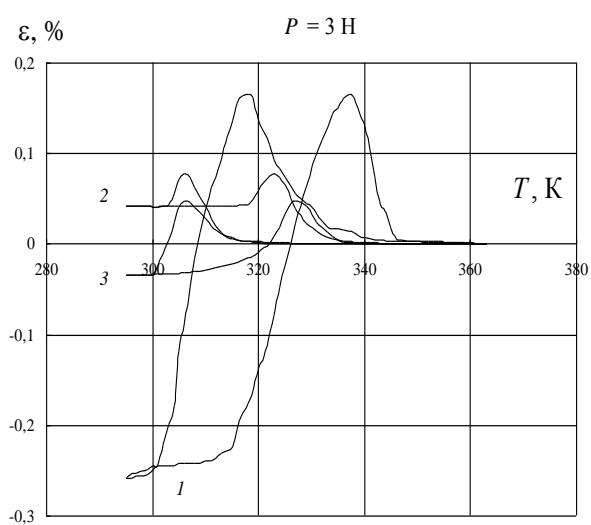
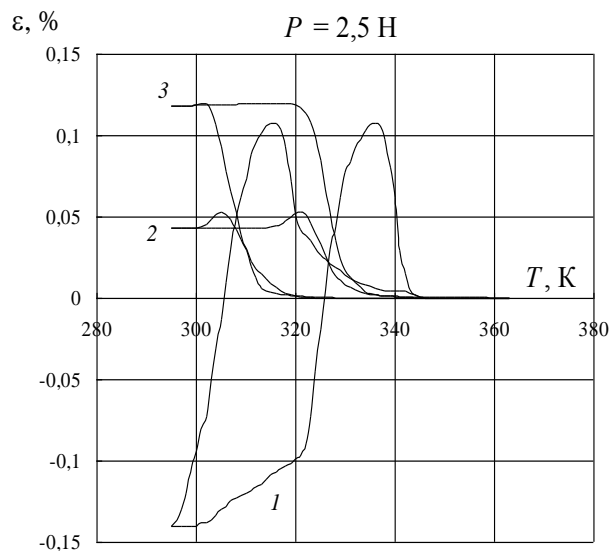
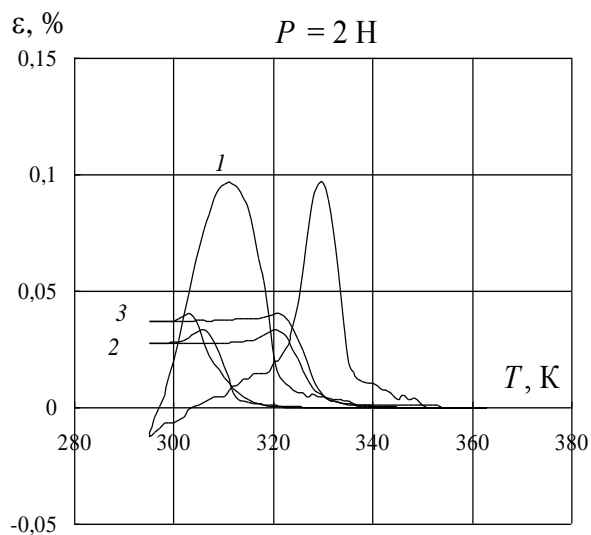
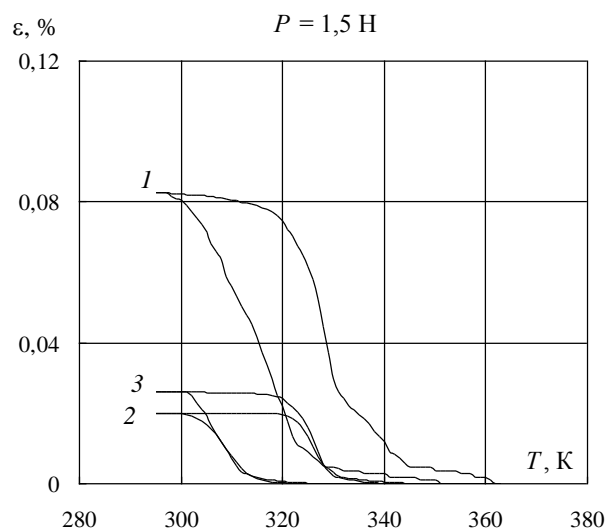
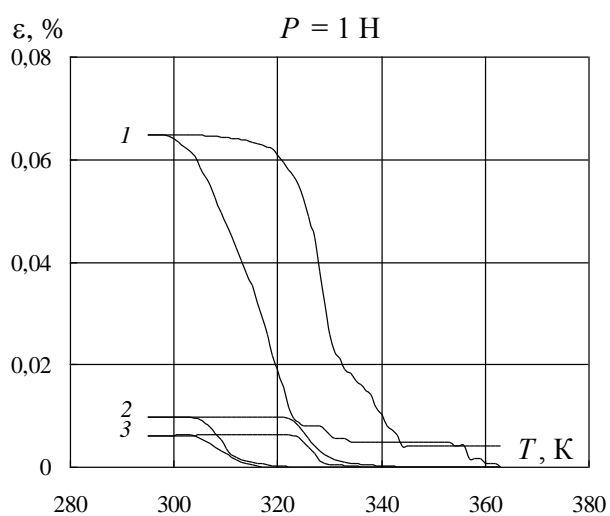


Рис. 4. 14 – Температурная зависимость осевой деформации материала пружин №1 (а), №2 (б), №3 (в) при постоянных значениях осевой силы натяжения (указаны в Н цифрами у кривых)

При увеличении P более заметное влияние на осевую деформацию в формуле (2.57) оказывает δ , действие которого противоположно D , а именно: при нагревании δ уменьшается, а при охлаждении увеличивается, что приводит к возрастанию $\varepsilon(T)$ на этапе нагревания и уменьшению на этапе охлаждения. В целом взаимодействие тенденций в зависимостях $D(T)$ и $\delta(T)$ дает сложные реверсивные зависимости в результирующих кривых $\varepsilon(T)$ на рис. 4.14 при $P = 3 - 4,5$ Н.

На рис. 4.15 показано влияние геометрического параметра жесткости пружин на кривые $\varepsilon(T)$. Осевая деформация пружин незначительна при силе натяжения $P = 1 - 1,5$ Н и имеет гистерезисный вид аналогично исходным зависимостям $\delta(T)$ (рис. 3.6). При увеличении осевой силы, начиная с 2,5 Н, наблюдается реверс деформации, особенно значительный для пружины №1 с наименьшей жесткостью. Пружина №1 как наименее жесткая сильно удлиняется уже при небольших усилиях (рис. 3.6, а), при этом ее диаметр

уменьшается на 26%, при приводит к нарастанию реверса осевой деформации до 0,6% при $P = 4,5$ Н.



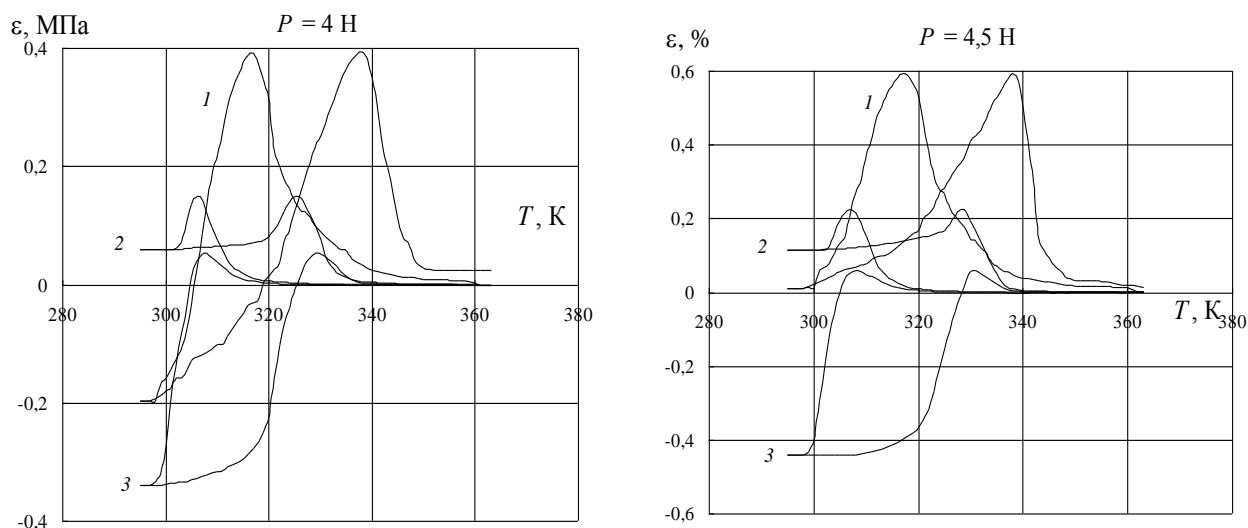
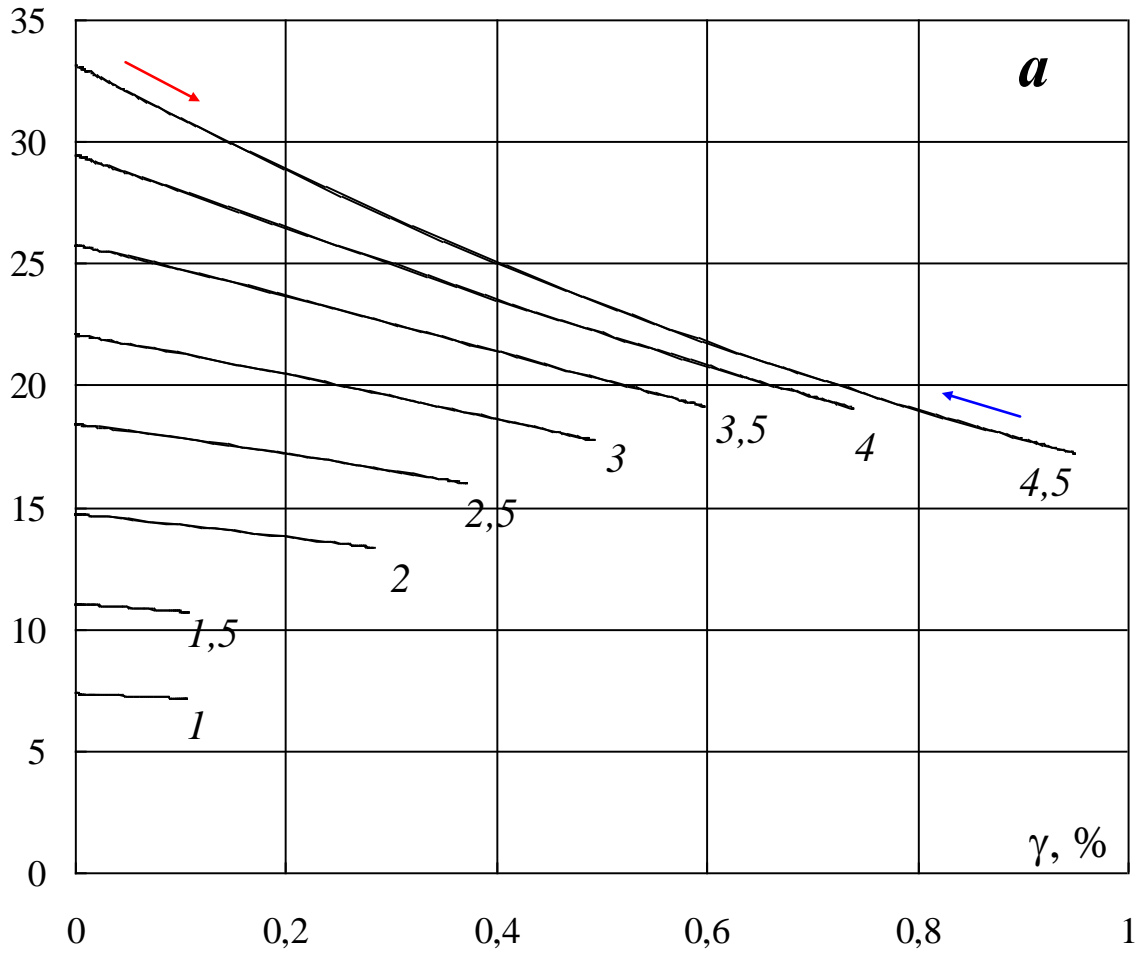


Рис. 4. 15 – Влияние жесткости пружины (номера пружин указаны цифрами у кривых) на осевую деформацию при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения

4.3. Связь напряжений и деформаций при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения

Связь касательного напряжения и сдвиговой деформации материала пружины при термоциклировании при постоянной осевой силе натяжения показана на рис. 4.16. Изолинии, соответствующие приложенной к пружине растягивающей нагрузке в 3 – 4,5 Н, показывают монотонное уменьшение касательных напряжений в нитиноле при удлинении пружины (при охлаждении), и их увеличение при укорочении (при нагреве). Причем линии, соответствующие охлаждению пружин совпадают с линиями нагревания. Существенное изменение касательного напряжения происходит в пружине №1 с наименьшей жесткостью (рис. 4.16, а).

τ , МПа



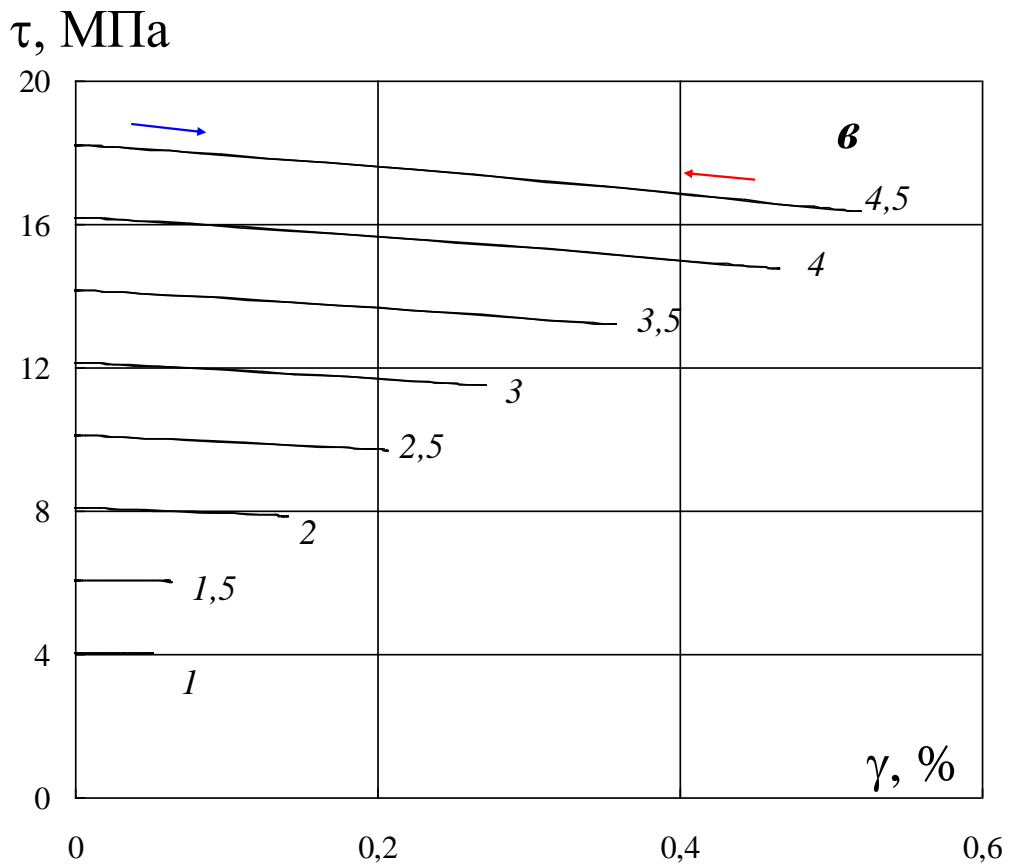
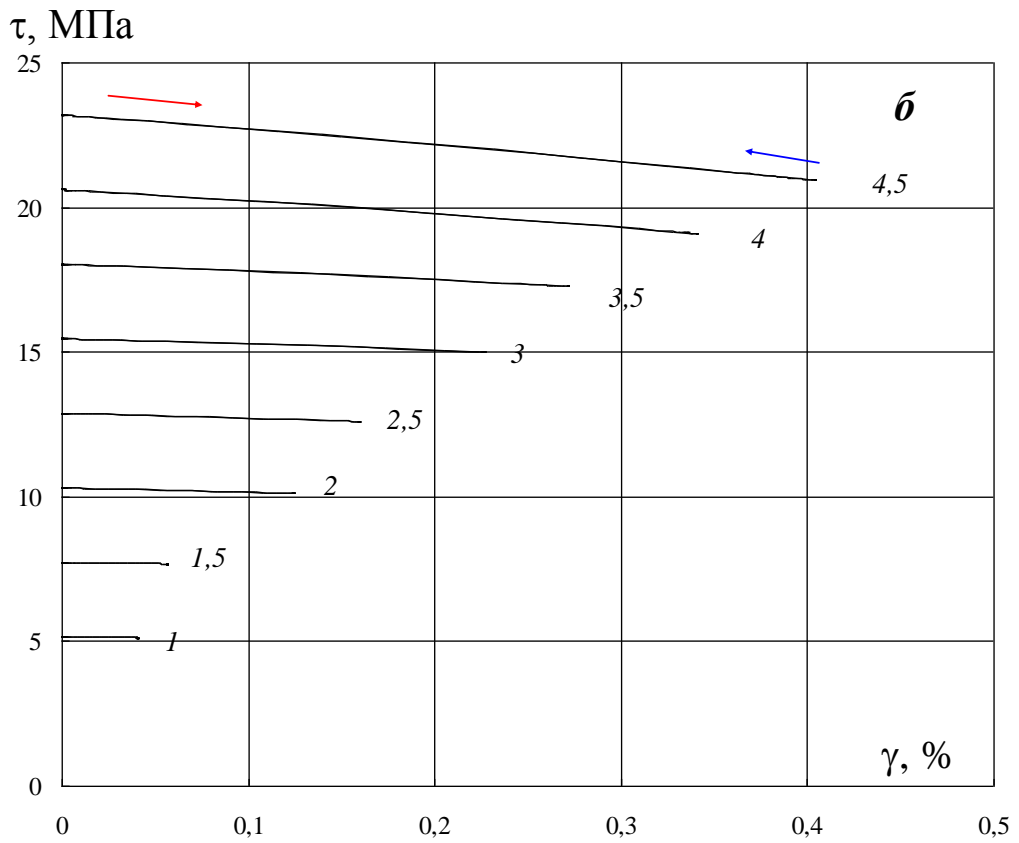
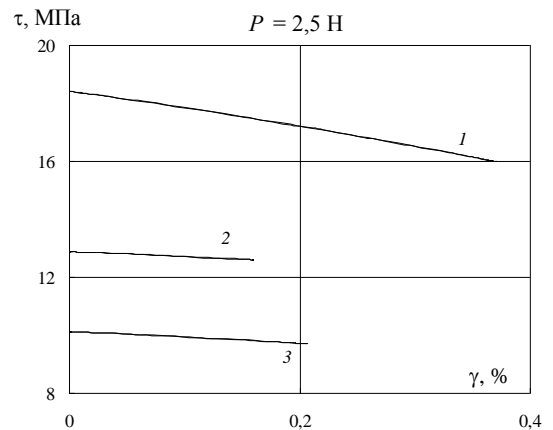
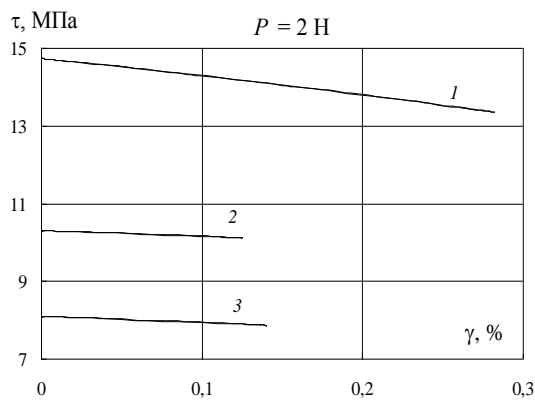
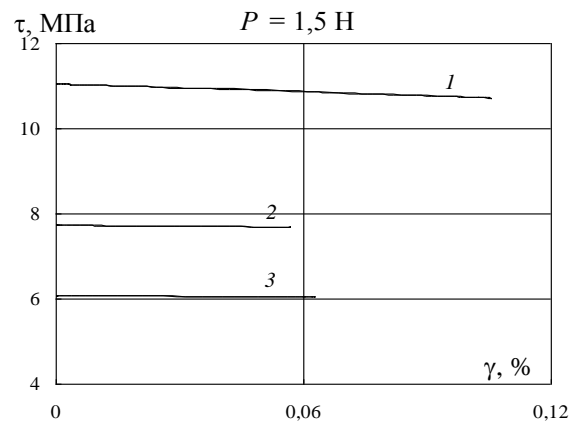
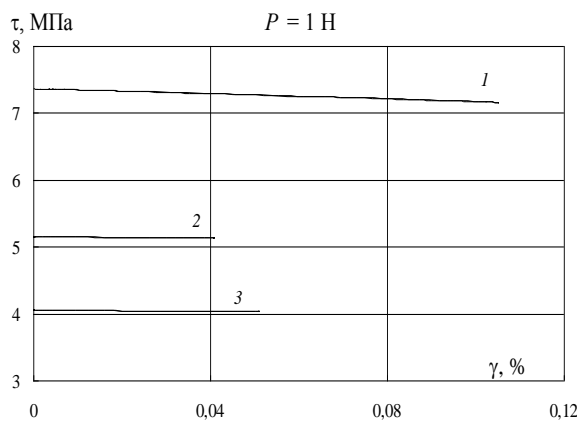


Рис. 4. 16 – Изолинии постоянной осевой силы натяжения (значения в Н указаны цифрами у кривых) в координатах $\tau - \gamma$ для пружин №1 (а), №2 (б), №3 (в)

Жесткость пружины оказывает влияние на характер зависимости $\tau - \gamma$ (рис. 4. 17). У пружин №2 и №3 с большими параметрами жесткости уровень касательных напряжений изменяется незначительно в интервале переходов в конце прямого и начале обратного превращений. У пружины №1 с меньшей жесткостью касательное напряжение существенно уменьшается при нагревании, при этом сдвиговая деформация по сравнению с пружинами № 2 и № 3 увеличивается незначительно. Таким образом, при расчете пружинных элементов из нитинола необходимо учитывать, что при больших удлинениях материал пружины при термоциклировании находится в условиях переменных касательных напряжений.



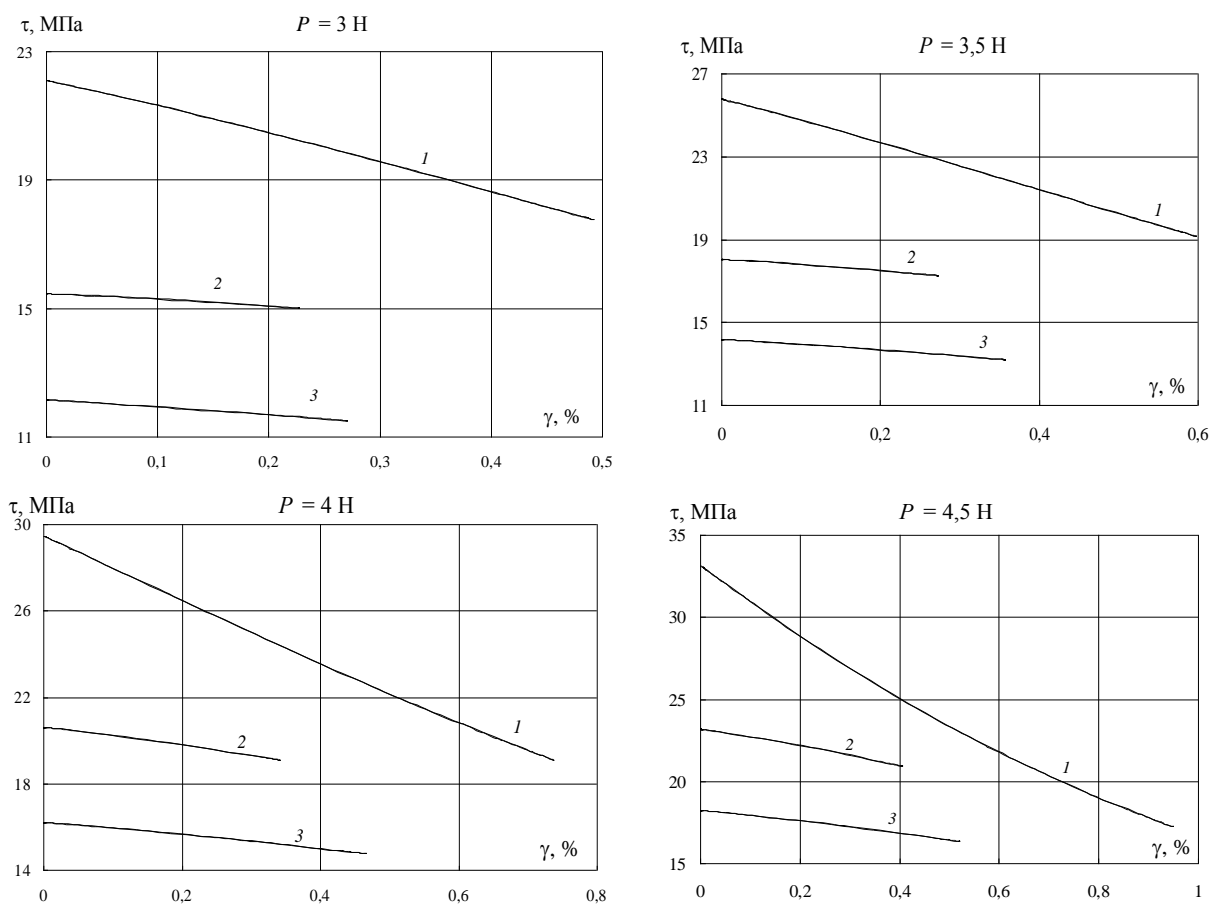
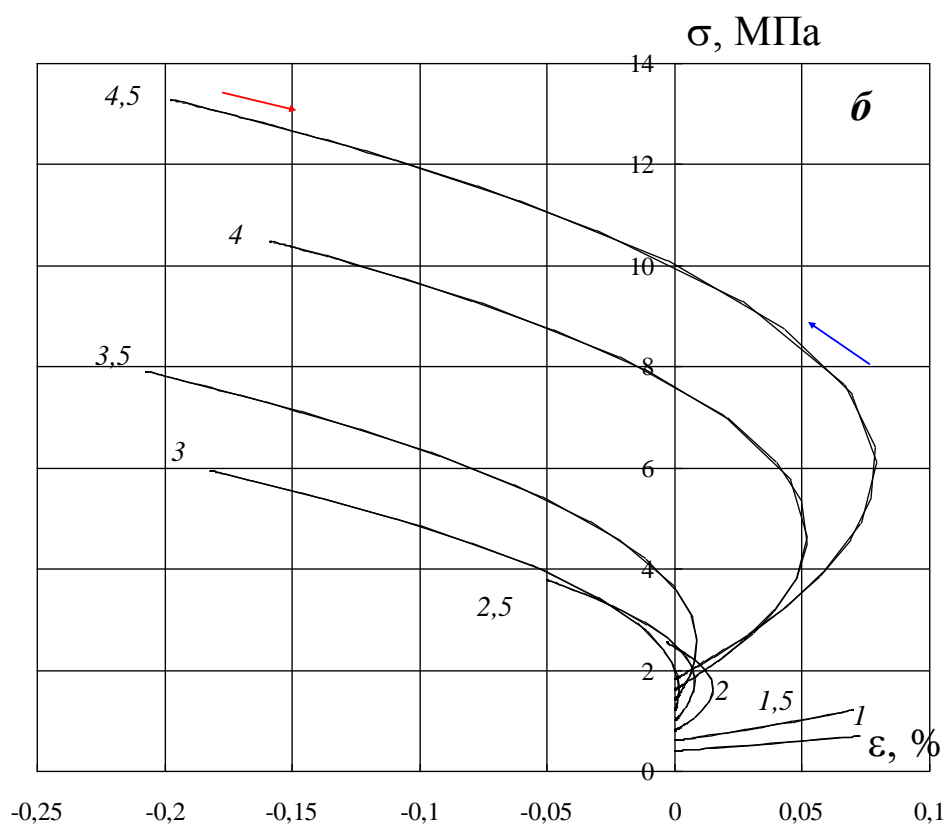
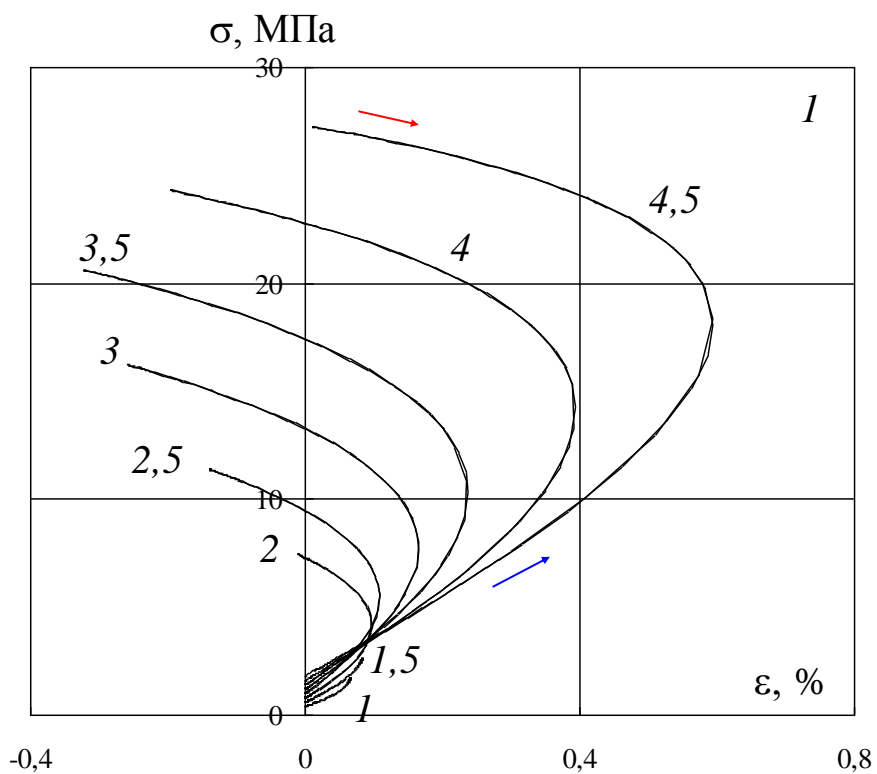


Рис. 4. 17 – Влияние жесткости пружины (номера пружин указаны цифрами у кривых) на зависимость $\tau - \gamma$ при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения

Существенно более сложный вид изолиний наблюдается в координатах $\sigma - \varepsilon$ (рис. 4.18): восходящие линии отвечают охлаждению, а нисходящие нагреванию. При осевой силе $P = 1; 1,5$ Н, а для пружины №3 и 2 Н связаны монотонной зависимостью: с увеличением нормального напряжения увеличивается деформация ε , уменьшение σ сопровождается уменьшением ε . Если сила натяжения имеет значение $P = 2$ Н и более, при нарастающем нормальном напряжении на этапе охлаждения осевая деформация сначала также растет, но затем уменьшается, что приводит к реверсивному виду изолиний в координатах напряжение–деформация. Причем происходит изменение знака деформации, т.е. растяжение материала пружины сменяется сжатием. Расчеты показывают, что на этапе нагревания траектория $\sigma - \varepsilon$ совпадает с таковой при охлаждении: нормальное напряжение падает, а деформация вначале возрастает, и сжатие

материала пружины сменяется растяжением, затем уменьшается – снова имеет место сжатие.



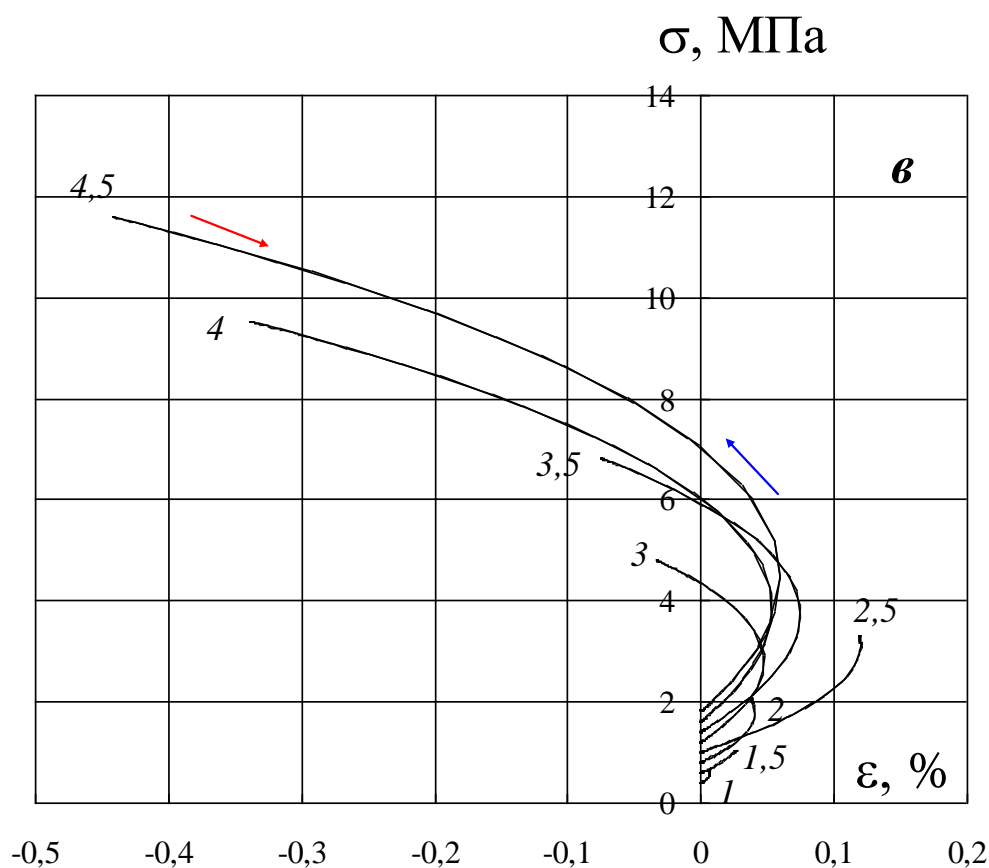
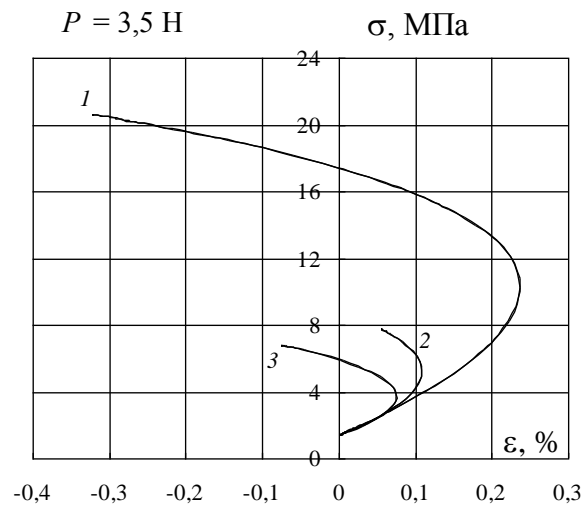
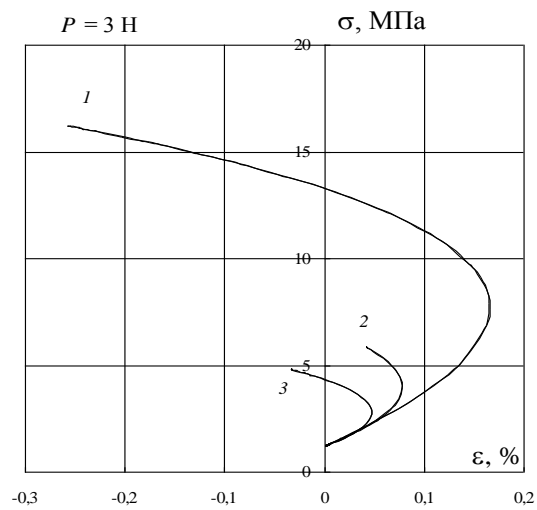
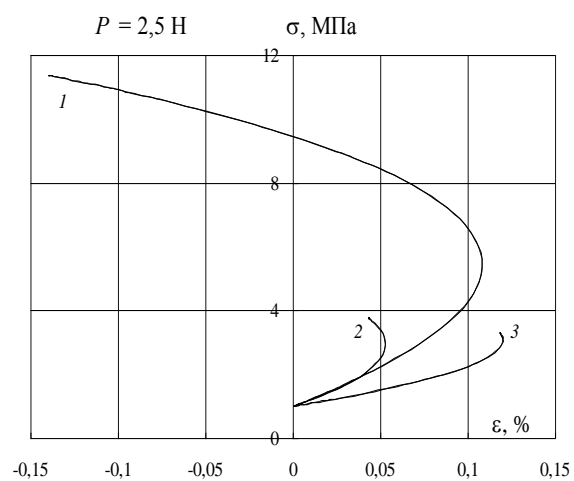
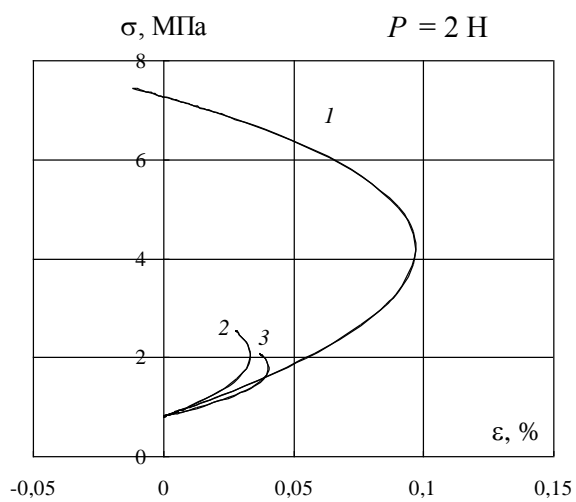
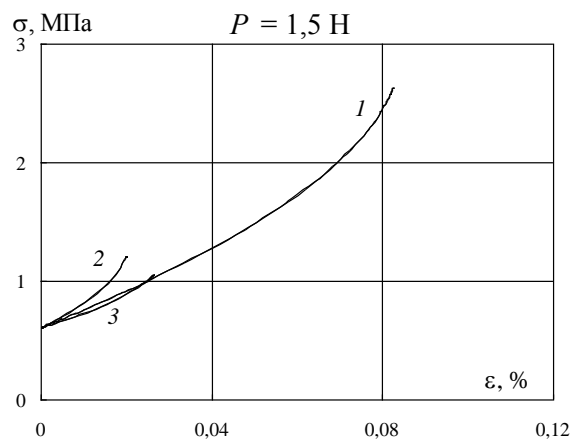
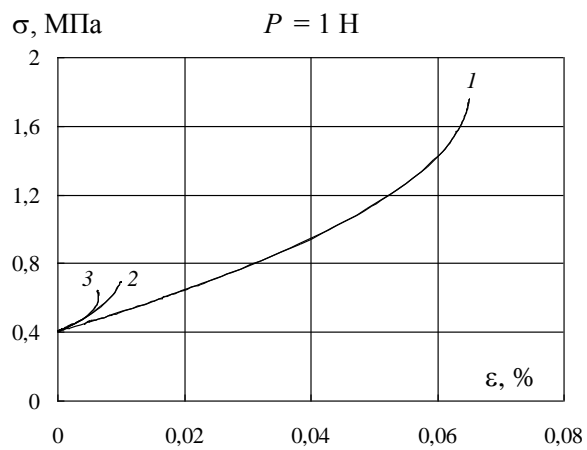


Рис. 4. 18 – Изолинии постоянной осевой силы натяжения (значения в Н указаны цифрами у кривых) в координатах $\sigma - \epsilon$ для пружин №1 (а), №2 (б), №3 (в)

Как видно из рис. 4.19 при небольших значениях осевой силы $P = 1$; 1,5 Н материал пружины претерпевает только растяжение на этапе охлаждения и сжатие на этапе нагрева независимо от геометрической жесткости пружины. В процессе термоцикла при $P = 1$ Н изменение нормального напряжения составило для пружины №1 333%, для пружин №2 и №3 – 71 % и 59%, а при $P = 4,5$ Н – 1395 %; 610% и 536% соответственно. Следовательно, кривизна винтовой линии влияет на нормальные напряжения, чем больше диаметр витка и меньше кривизна, тем большие нормальные напряжения действуют в материале пружины. Таким образом, термоциклирование нитиноловой пружины под постоянной растягивающей силой приводит к изменению касательных, а особенно нормальных напряжений, имеющих довольно сложный пульсационный характер.



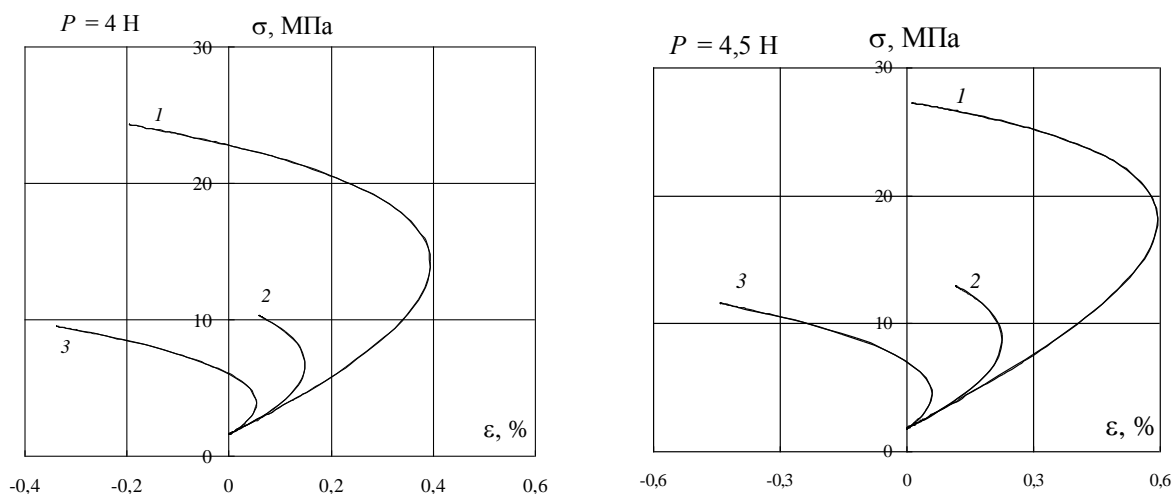
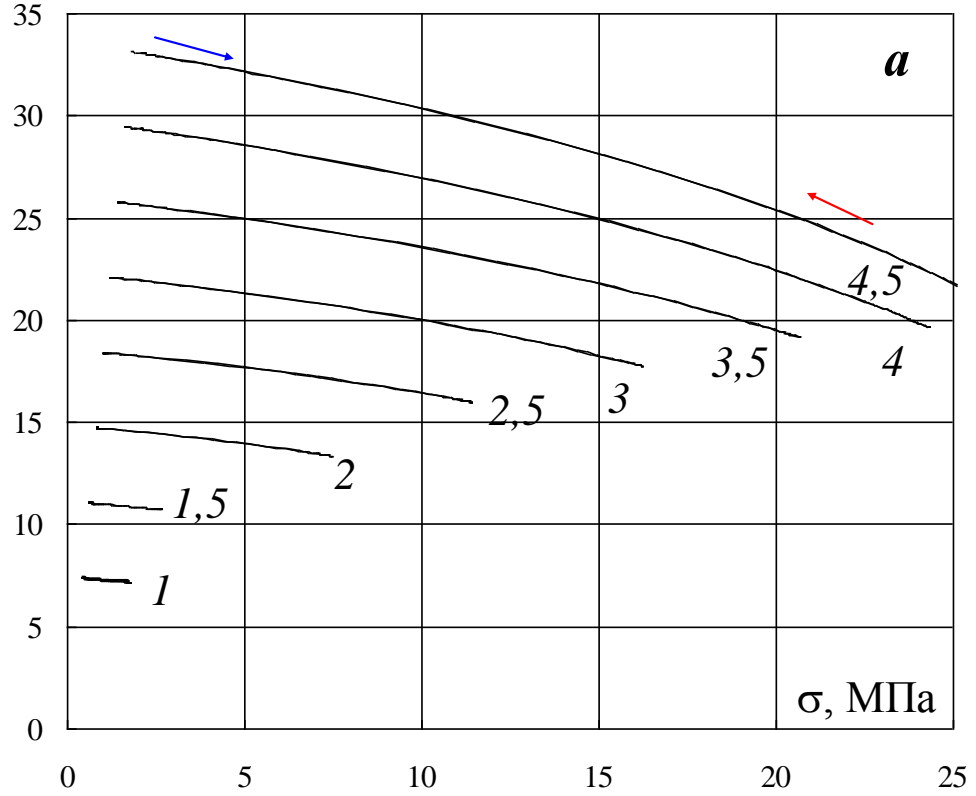


Рис. 4. 19 – Влияние жесткости пружины (номера пружин указаны цифрами у кривых) на зависимость σ – ε при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения

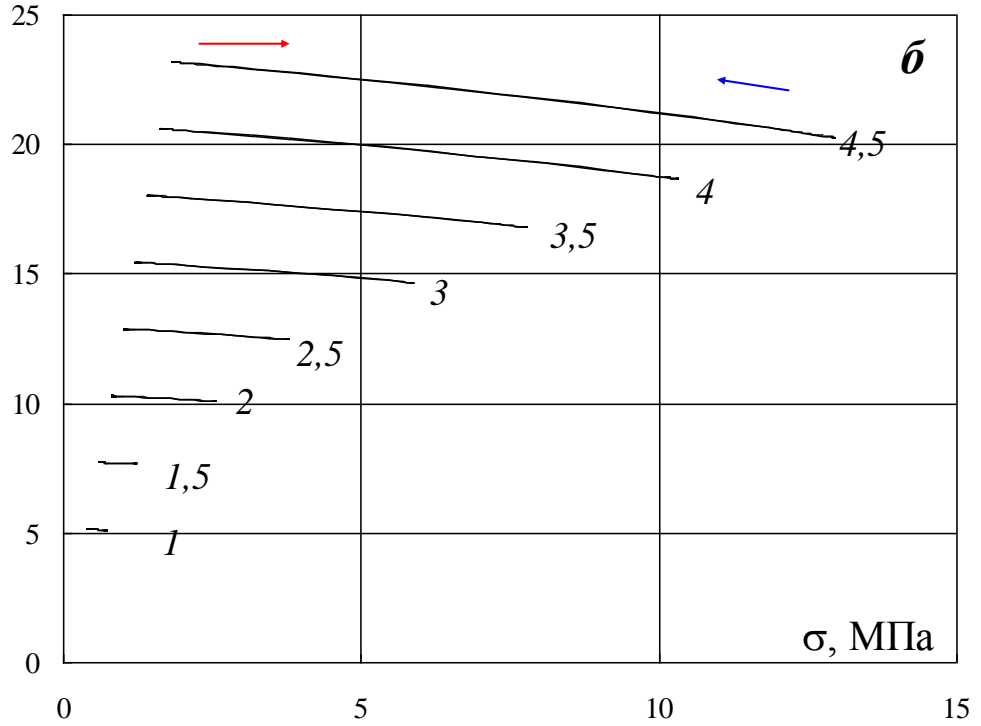
4.4. Траектории напряжений и деформаций при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения

В процессе термоциклирования меняется напряженное состояние материала пружины. Траектории нагружения в пространстве напряжений τ – σ (рис. 4.20) показывают, что вначале этапа охлаждения под нагрузкой нормальные напряжения незначительны, а касательные достигают наибольшего значения, т.е. материал подвергается сдвигу. При последующем охлаждении происходит непропорциональное изменение напряжений: уменьшение касательного напряжения и рост нормального напряжения. Траектории τ – σ в пространстве напряжений представляют собой параллельные друг другу линии, удлиненные по нормальному напряжению и смещенные в сторону увеличения касательного напряжения при повышении растягивающей силы. Изолинии охлаждения соответствуют таковым для нагрева.

τ , МПа



τ , МПа



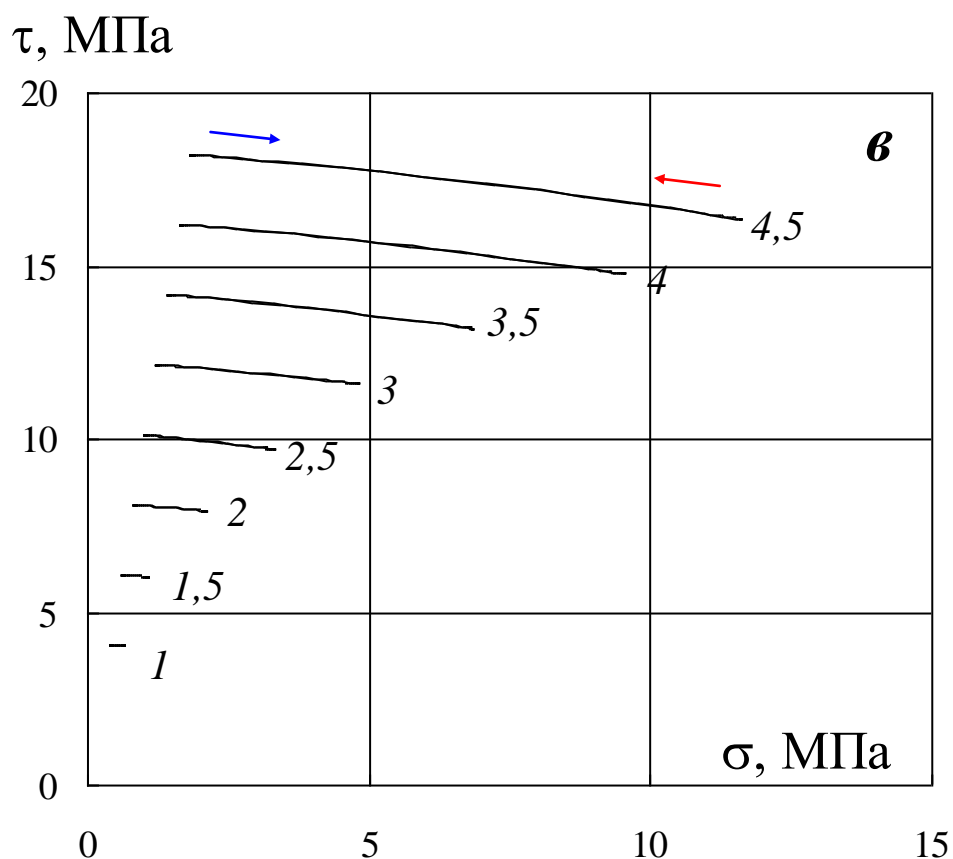
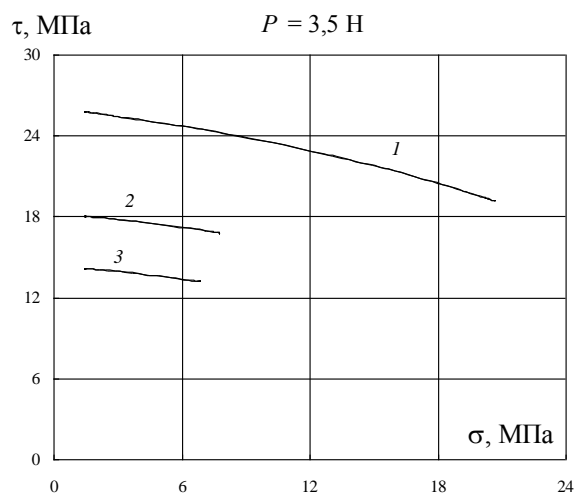
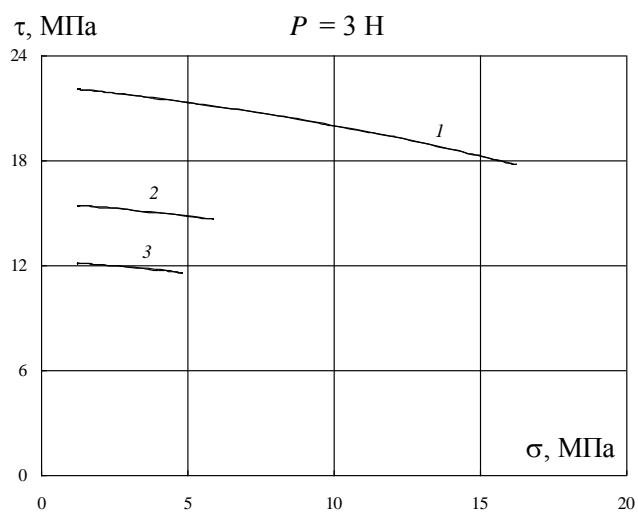
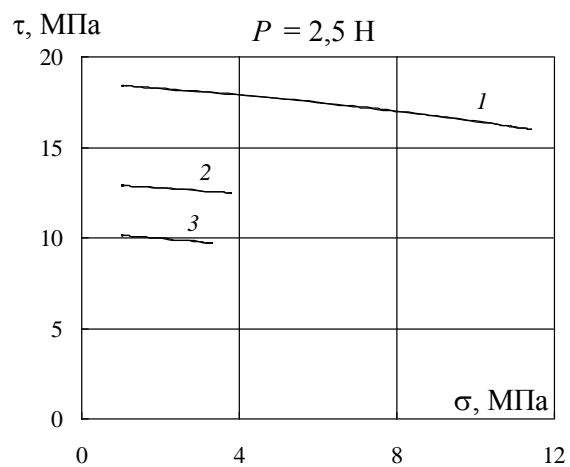
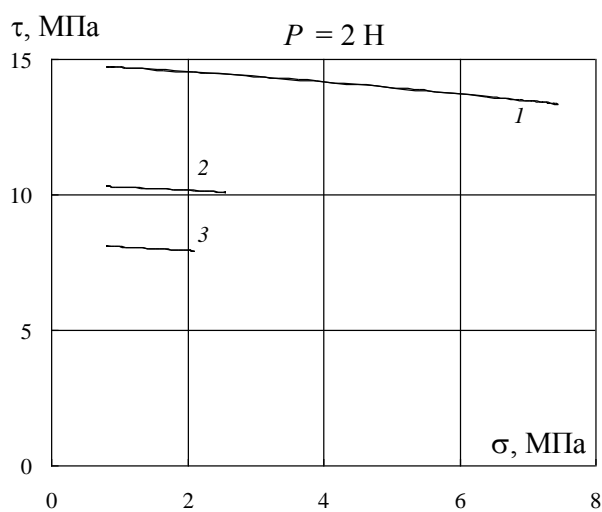
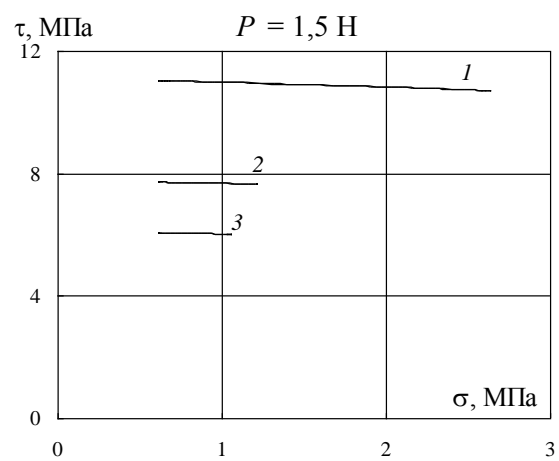
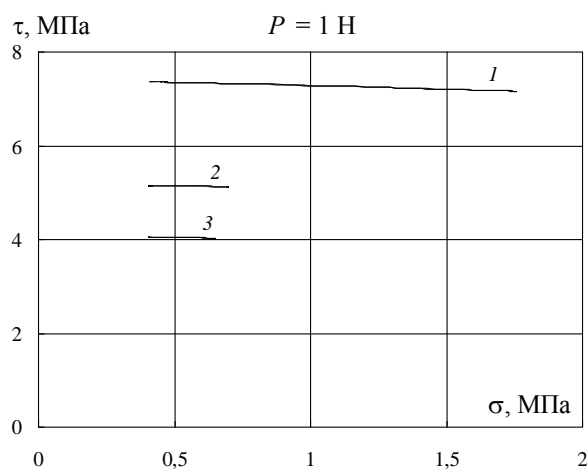


Рис. 4. 20 – Изолинии постоянной осевой силы натяжения (значения в Н указаны цифрами у кривых) в координатах τ – σ для пружин №1 (а), №2 (б), №3 (в)

Уменьшение жесткости пружины с $1,24 \cdot 10^{-8}$ м до $1,09 \cdot 10^{-8}$ при одинаковом значении растягивающей силы привело к увеличению касательных напряжений, действующих в термоцикле, но не изменило значения нормальных напряжений (рис. 4.21). Уменьшение жесткости пружины до $0,46 \cdot 10^{-8}$ м повысило касательные напряжения, а особенно существенно, нормальные напряжения.

Таким образом, расчеты, проведенные по предложенной методике, свидетельствуют о взаимном влиянии касательного и нормального напряжений, развивающихся в материале пружины из сплава с памятью формы при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения.



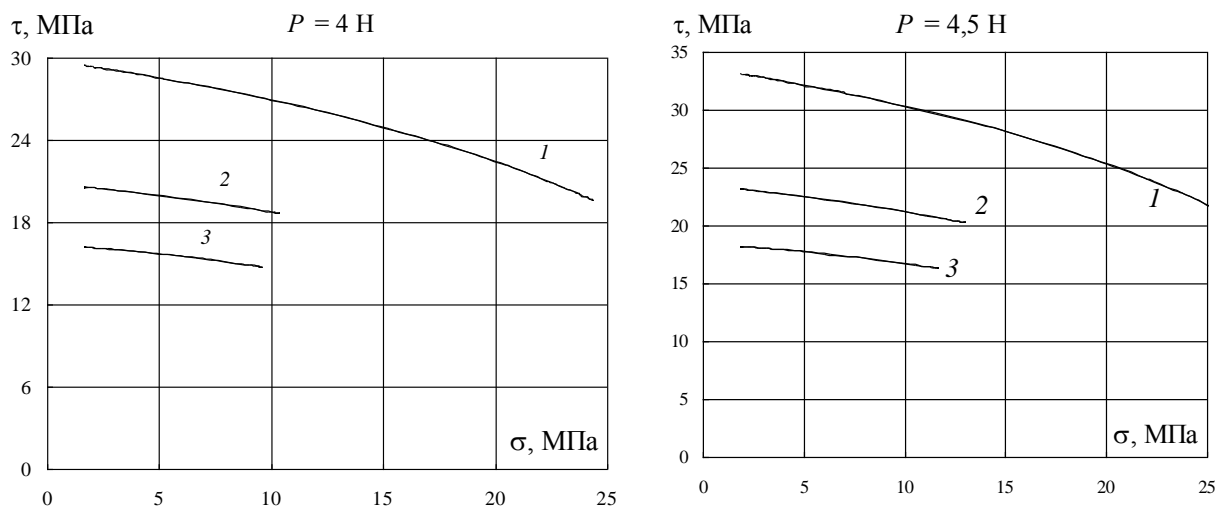
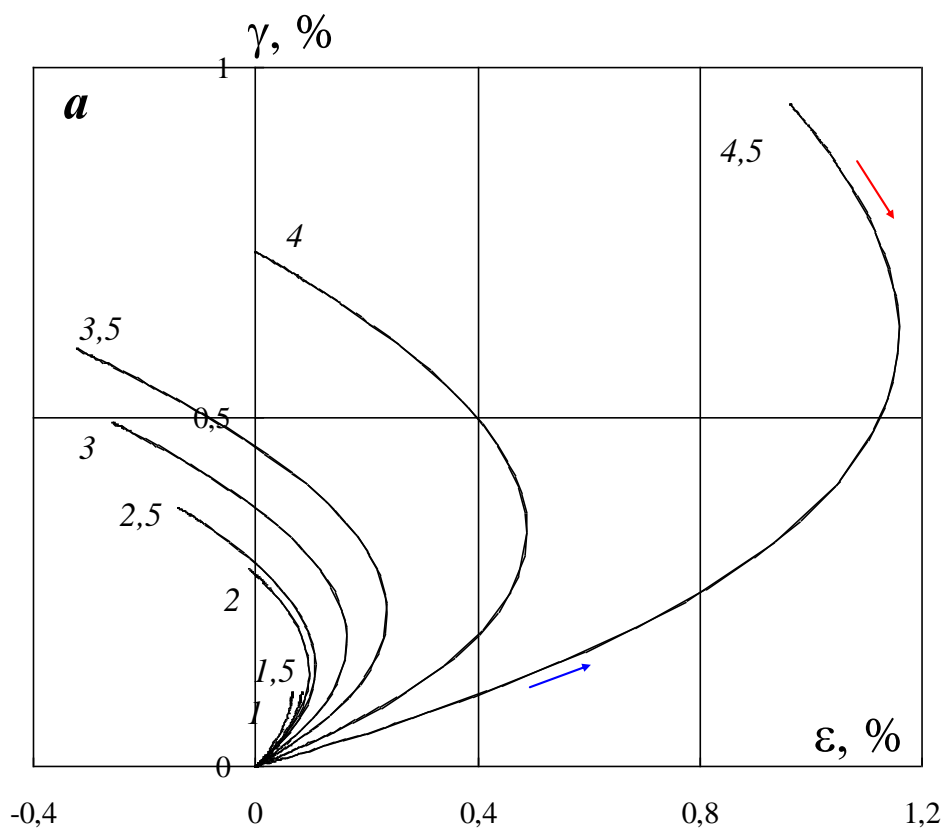


Рис. 4. 21 – Влияние жесткости пружины (номера пружин указаны цифрами у кривых) на зависимость $\tau - \sigma$ при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения

Траектории в пространстве $\gamma - \varepsilon$ имеют практически линейный вид при силах натяжения 1 Н и 1,5 Н и сложный нелинейный вид при больших растягивающих усилиях (рис. 4.22), т.е. наблюдается взаимное влияние угловой и осевой деформаций материала пружины в процессе изменения температуры.



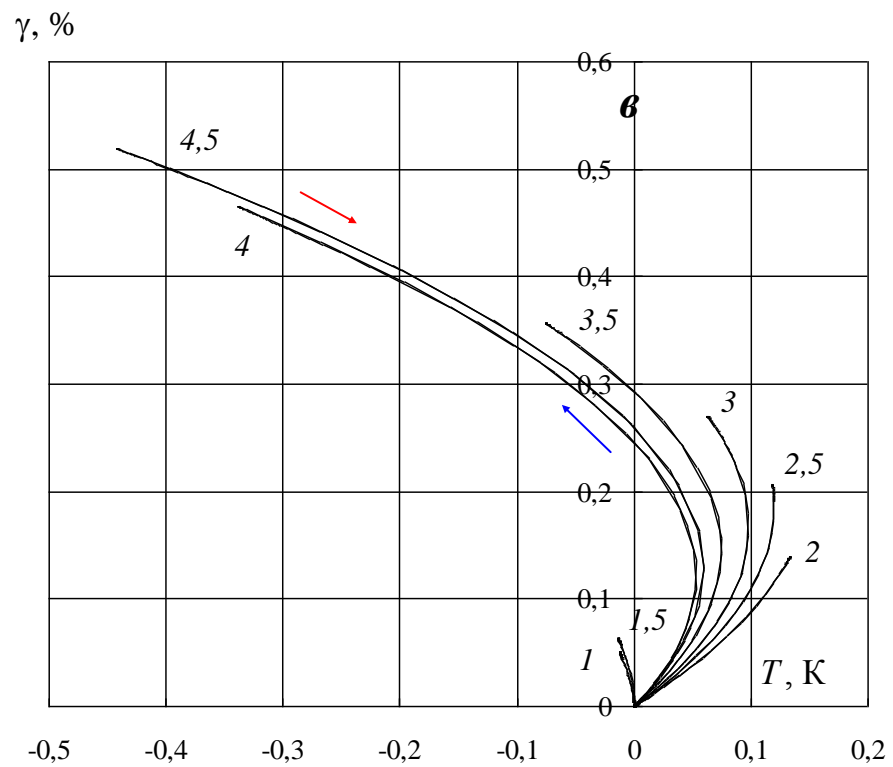
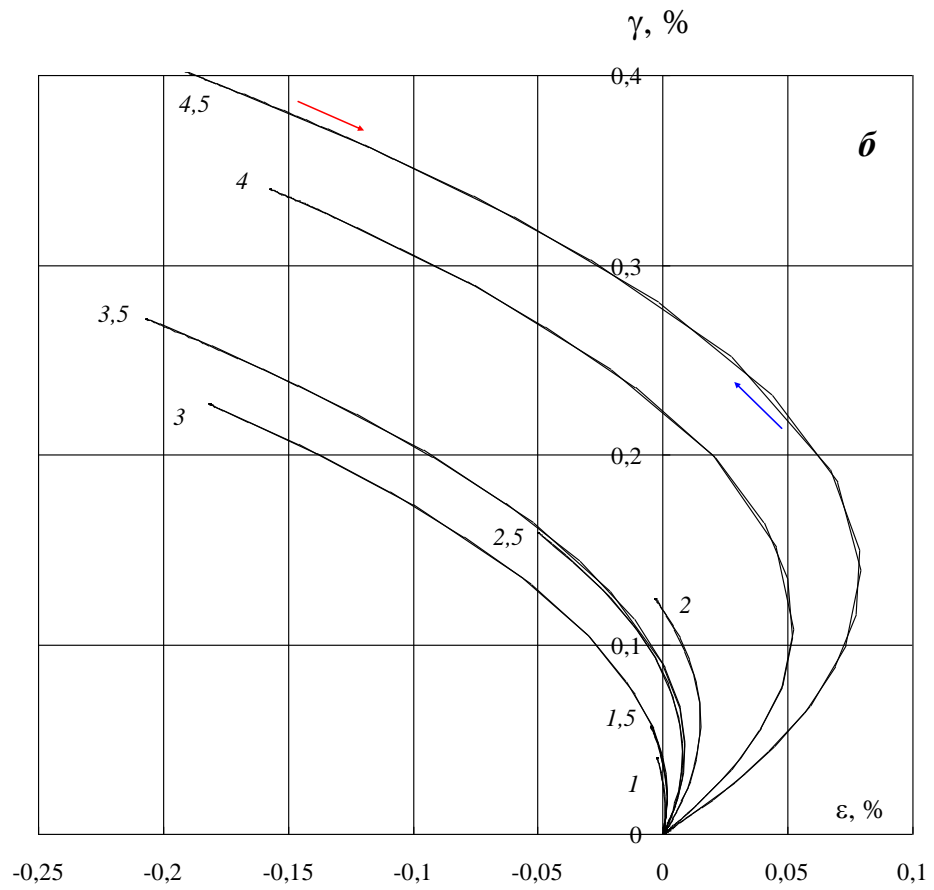
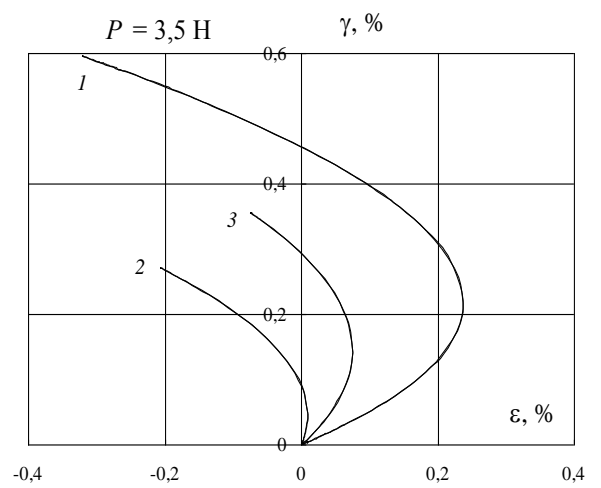
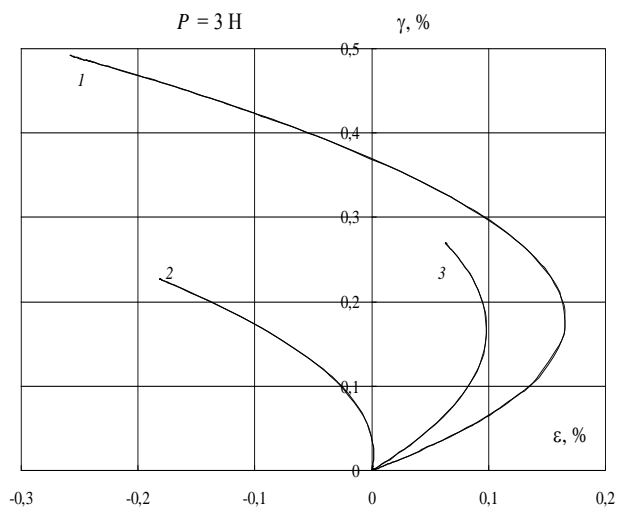
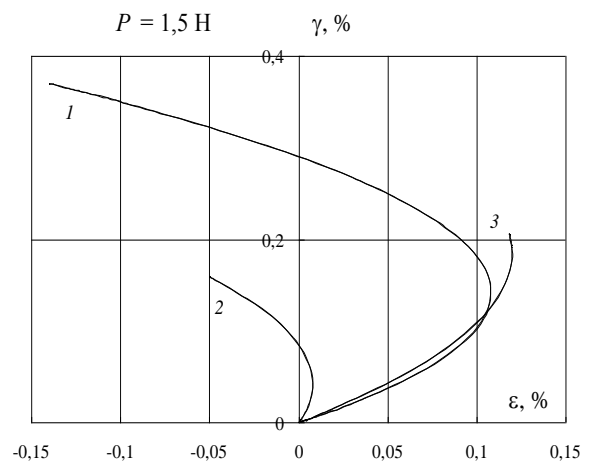
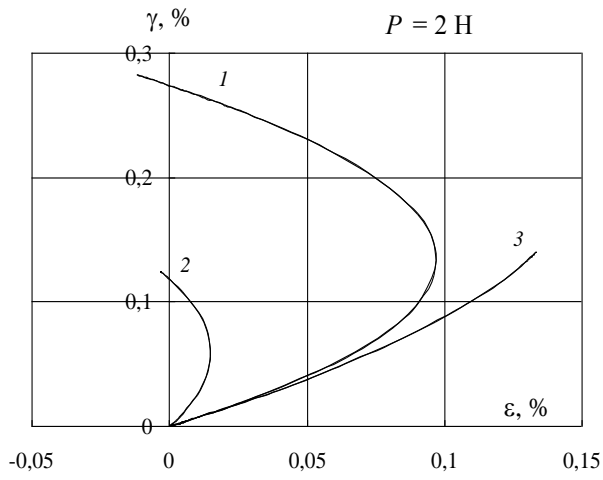
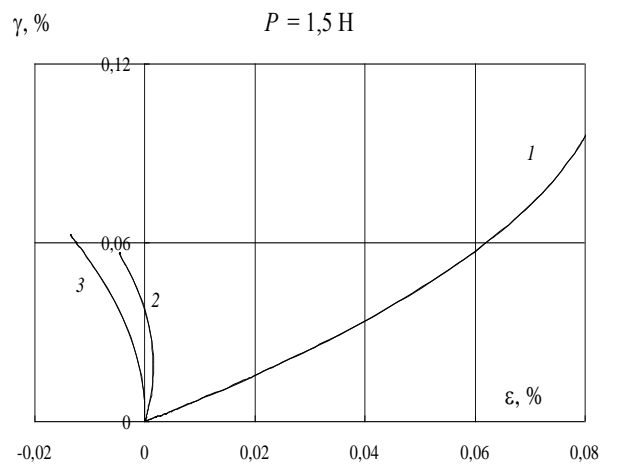
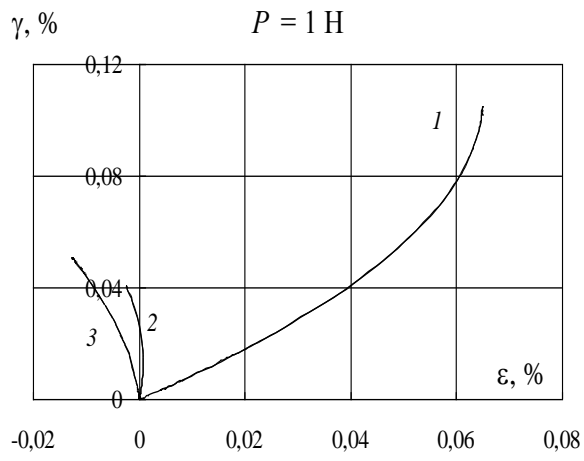


Рис. 4. 22 – Траектории деформаций в координатах $\gamma - \epsilon$ при термоциклировании под постоянной осевой силе натяжения (значения в Н указаны цифрами у кривых) для пружин №1 (а), №2 (б), №3 (в)



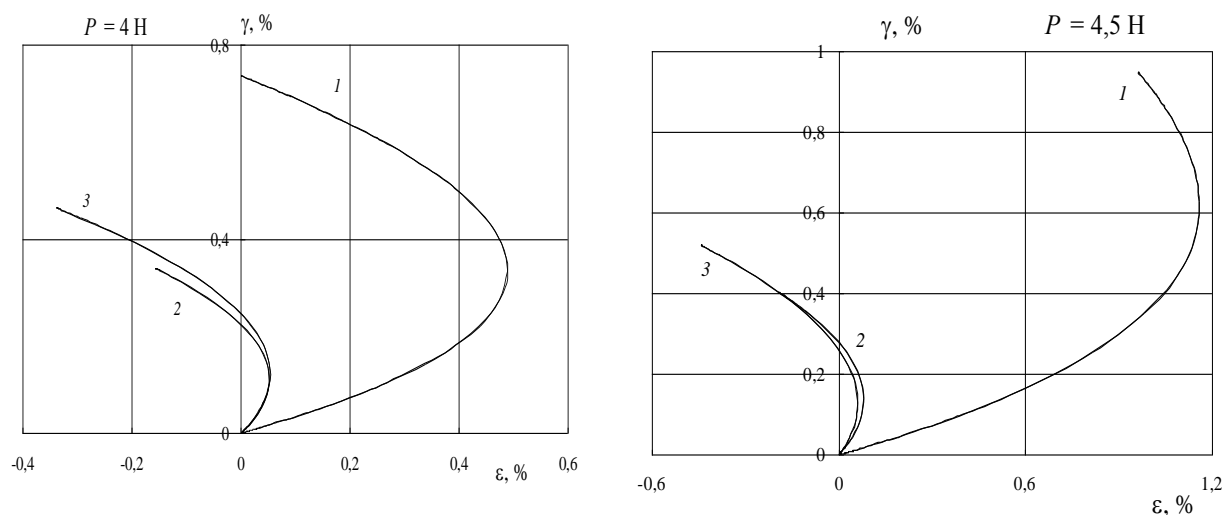


Рис. 4. 23 – Влияние жесткости пружины (номера пружин указаны цифрами у кривых) на зависимость γ – ϵ при термоциклировании под постоянной осевой силой натяжения

Траектория в пространстве деформаций определяется осевой силой и жесткостью пружины (рис. 4.23). Если при растягивающих усилиях 1 Н и 1,5 Н с ростом угловой деформации наблюдается увеличение линейной деформации, то при больших усилиях имеет место реверс осевой деформации при охлаждении и последующем нагреве.

4.5. Применение методики и полученных расчетно-экспериментальных результатов при проектировании пружины из никелида титана

Исходными данными являются: величина постоянной растягивающей силы P , действующей при термоциклировании; δ – максимальное удлинение пружины при термоциклировании через интервалы мартенситного превращения под нагрузкой P ; C – индекс пружины, G – модуль сдвига никелида титана в мартенсите.

Таблица 4.1 – Исходные данные

Величина	Размерность	Значение
P	Н	4
δ	мм	250
C	-	10
G	МПа	30000

Необходимая толщина проволоки d определяется из условия ограничения касательного напряжения во внешнем волокне. Согласно

гипотезе линейности материала касательное напряжение (2.63) зависит от диаметра витка D , толщины проволоки и растягивающей силы P

$$\tau_{внеш}^{\max} = k_n \frac{8P(D-d)}{\pi d^3 \sqrt{1 + \left(\frac{d}{\pi(D-d)}\right)^2}} = \frac{D+d}{d} \cdot \frac{8P(D-d)}{\pi d^3 \sqrt{1 + \left(\frac{d}{\pi(D-d)}\right)^2}}. \quad (4.1)$$

С учетом выражения для индекса пружины

$$C = \frac{D-d}{d} \quad (4.2)$$

условие прочности по касательным напряжениям может быть записано в виде

$$\tau_{внеш}^{\max} = \frac{C}{C+1} \cdot \frac{8PCd}{\pi d^3 \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\pi C}\right)^2}} = \frac{8PC^2}{d^2(C+1)\sqrt{\pi^2 + \frac{1}{C^2}}} \leq \tau_1, \quad (4.3)$$

где τ_1 – максимальное напряжение, возникающее при термоциклировании, определяемое для пружины конкретной жесткости c и фиксированного значения осевой силы P по графикам рис. 4.24.

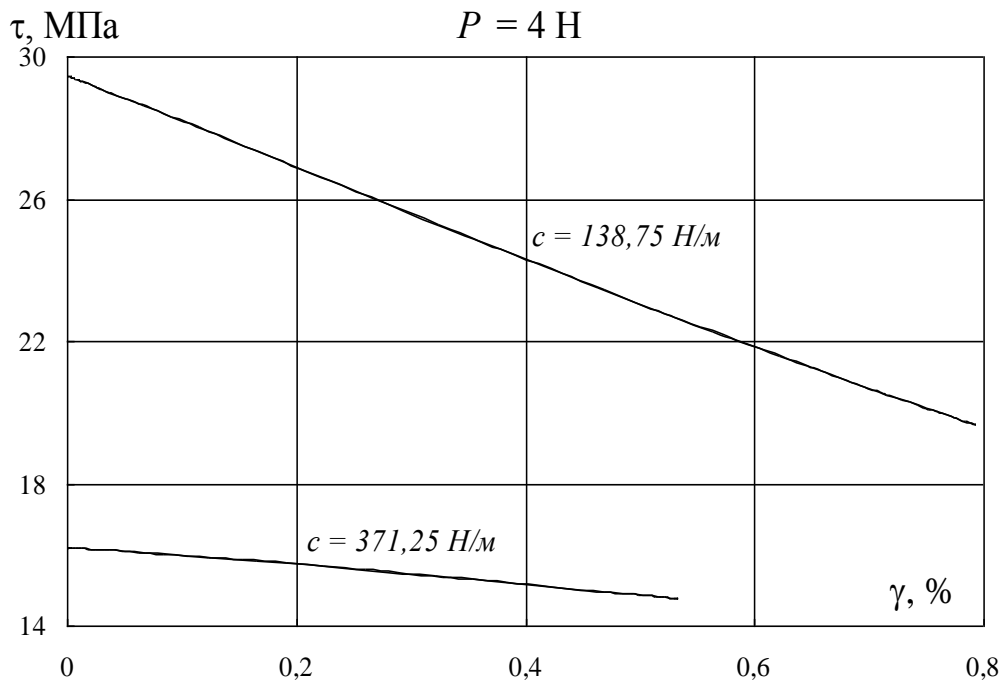


Рис. 4.24 – Зависимость касательного напряжения и угловой деформации для пружин разной жесткости по данным рис. 4.17

Тогда толщину проволоки можно определить из условия

$$d \geq C \sqrt{\frac{8P}{\pi \tau_1 (C+1)}}. \quad (4.4)$$

Число задаваемых витков определим из условия ограничения угловой деформации

$$\gamma = \frac{d}{2\pi(D-d)} \left(\operatorname{arctg} \frac{d + \delta/n}{\pi(D-d)} - \operatorname{arctg} \frac{d}{\pi(D_0-d)} \right) \leq \gamma_{\max}, \quad (4.5)$$

где γ_{\max} – наибольшая деформация при термоциклировании, которая для пружины определенной жесткости находится из графиков рис.1.

Из условия (4.5) следует формула для расчета количества витков при известном максимальном удлинении δ на этапе термоциклирования

$$n \geq \frac{\delta}{d \left(\frac{\pi C \operatorname{tg}(2\pi C \gamma_{\max}) + 1}{1 - \frac{1}{\pi C} \operatorname{tg}(2\pi C \gamma_{\max})} - 1 \right)}. \quad (4.6)$$

Жесткость пружины в мартенсите рассчитывается по найденным значениям толщины проволоки и числу витков

$$c = \frac{Gd^4}{8(D_0-d)^3 n} = \frac{Gd}{8C^3 n}. \quad (4.7)$$

Расчет выполняется методом последовательных приближений, на каждом этапе последовательно вычисляются c , τ , d , γ , n и проверяется сходимость по жесткости пружины c .

Так как касательное напряжение и жесткость пружины c изменяются в процессе термоциклирования под постоянной осевой силой, предполагаем, что они связаны зависимостью

$$\tau^{\max} = \frac{A}{c^\alpha}, \quad (4.8)$$

где A и α – некоторые константы материала, τ^{\max} – максимальное возможное напряжение, реализуемое при термоциклировании пружины жесткостью c .

Константа α находится из уравнения

$$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{\tau_1^{\max}}{\tau_2^{\max}}\right)}{\ln\left(\frac{c_2}{c_1}\right)}, \quad (4.9)$$

затем по (4.8) определяется A .

Аналогично введем зависимость между угловой деформацией и жесткостью пружины

$$\gamma^{\max} = \frac{B}{c^\beta}. \quad (4.10)$$

где B и β – некоторые константы материала, γ^{\max} – максимальная возможная деформация, накапливаемая при термоциклировании пружины жесткостью c .

Константа β находится из уравнения

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{\gamma_1^{\max}}{\gamma_2^{\max}}\right)}{\ln\left(\frac{c_2}{c_1}\right)}, \quad (4.11)$$

затем по (4.10) определяется B .

Результаты расчеты констант приведены в таблице 4.2, значения τ^{\max} , γ^{\max} определены для пружин с известной жесткостью c по графикам рис.4.24.

Таблица 4.2 - Расчеты констант

Величина	1 пружина	2 пружина
c , Н/м	138,75	371,25
τ^{\max} , МПа	30,00	16,00
γ^{\max} , %	0,80	0,50
α	0,64	
A	700,43	700,43
Проверка для τ^{\max}	30,00	16,00
β	0,48	

B	8,44	8,44
Проверка для γ^{\max}	0,80	0,50

В таблице 4.3 приведены результаты расчетов параметров проектируемой пружины на каждом шаге с проверкой сходимости решения по жесткости пружины.

Таблица 4.3 - Проектирование параметров пружины

Величина	1 приближение	2 приближение	3 приближение	4 приближение	5 приближение	6 приближение
c_n , Н/м	255,00	454,39	576,23	647,94	689,45	713,29
τ^{\max} , МПа	20,34	14,06	12,08	11,21	10,77	10,54
d , мм	2,13	2,57	2,77	2,87	2,93	2,96
γ^{\max} , %	0,60	0,45	0,41	0,38	0,37	0,37
n	9,20	10,36	10,84	11,08	11,20	11,27
c_k , Н/м	653,79	698,06	719,65	730,97	737,13	740,54
$(c_k - c_n)/c_n$, %	156,39	53,62	24,89	12,81	6,91	3,82

По результатам вычислений окончательные проектные параметры пружины будут равны: $d = 2,96$ мм, $D = 32,59$ мм, $n = 11,27$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предположение, что перемещения, возникающие в деформированной системе невелики, и что размеры и форма тела при нагружении меняются незначительно, позволяет применять принцип неизменности начальных размеров, т.е. считать при составлении уравнений равновесия систему недеформированной. Малость деформаций обуславливает также применимость принципа независимости действия сил или принципа суперпозиции – наложения действия. В практике расчета элементов инженерных конструкций встречаются системы, в которых перемещения являются существенными, т.е. меняют геометрию системы настолько, что становится недопустимым пользоваться как принципом неизменности начальных размеров, так и принципом независимости действия сил. В таких случаях говорят, что система работает в области больших перемещений. При этом имеются ввиду не абсолютные значения этих перемещений, а то,

насколько существенно они влияют на геометрию и характер нагружения системы. Если перемещения по абсолютной величине малы, но меняют систему настолько, что не допускают применения указанных принципов, то такие перемещения считаются большими.

Определение больших перемещений расчетным путем для материалов с эффектом памяти связано со значительными трудностями, которые определяются в основном тем, что уравнения больших перемещений являются, как правило, нелинейными и не всегда поддаются точному решению. Если же система получает еще и большие пластические деформации, то трудности исследования такой системы возрастают многократно.

Для решения задач в области больших перемещений не существует единого общего метода. Обычно эти задачи решаются по-разному, точно или приближенно, в соответствии с тем, сколь велики перемещения, насколько высока требуемая точность решения и каковы особенности самой системы.

Подобной системой является пружина растяжения из никелида титана, при термоциклировании которой под действием небольшой осевой силы натяжения возникают значительные перемещения, сопровождающиеся изменением основных геометрических параметров пружины. Расчет деформаций и напряжений, возникающих в материале пружины при таком деформировании, представляет собой сложную инженерную задачу, т.к. в процессе деформирования существенно изменяются постоянные сплава. В данной работе предложен метод определения деформаций и напряжений, учитывающий кручение и изгиб витого пространственного бруса, в котором исходными данными являются экспериментально полученные зависимости технологических параметров пружины.

Результаты диссертационной работы имеют научно-техническое и прикладное значение для расширения возможностей применения витых пружин СПФ в качестве элементов исполнительных устройств и механизмов

одноразового и многократного действия. Предложенный в работе расчетно-экспериментальный метод анализа напряженного и деформированного состояния может лечь в основу нового научного направления – основы технической механики пружин с памятью формы

Основные результаты работы представлены в публикациях [113–124].

Научная новизна работы заключается в следующем:

1. Получены расчетные формулы для определения касательных и нормальных напряжений, осевых и угловых деформаций во внешнем волокне при термоциклировании пружины под действием постоянной растягивающей силы. При расчете учитывается изменение диаметра витка и числа рабочих витков в процессе деформирования пружины.
2. Разработана методика определения диаметра пружины из никелида титана при термоциклировании под постоянной силой натяжения.
3. Обнаружен новый тип обратимого реверсивно-гистерезисного изменения осевой деформации, реализуемый при термоциклировании пружины из никелида титана под действием постоянной растягивающей силы.
4. Показано, что касательные и нормальные напряжения обратимо меняются гистерезисным образом при термоциклировании под постоянной осевой силой, при этом максимальные значения нормальных напряжений достигаются в мартенситном, а касательных – в аустенитном состоянии. В то время как минимальные значения названных напряжений, наоборот, реализуются в аустенитном и мартенситном состояниях соответственно. Изменение напряженно-деформированного состояния материала пружины при нагреве происходит в обратной последовательности его изменения при охлаждении.

Практическая значимость

1. Полученные экспериментальные результаты по деформированию пружин из никелида титана при термоциклировании под действием осевой силы натяжения могут быть использованы при проектировании устройств

различного назначения, содержащих пружинные элементы из никелида титана, например: приводы, датчики, усилители перемещений.

2. Получен патент: Пат. 2564771 РФ. Способ получения пружины из никелида титана / И.Н. Андронов, М.Ю. Демина, Л.С. Полугрудова // БИ. 2015. № 28; опубл. 10.10.2015.
3. Результаты работы внедрены и используются в учебном процессе в Сыктывкарском лесном институте при изучении дисциплин «Соппротивление материалов» и «Техническая механика».

Основные положения, выносимые на защиту

1. Расчетно–экспериментальный метод определения механических деформаций и напряжений в пружине из никелида титана, основанный на экспериментальных методах механики деформируемого тела, классическом курсе сопротивления материалов и дифференциальной геометрии.
2. Закономерности изменения напряжений и деформаций, возникающих в пружине из никелида титана при термоциклировании под постоянной осевой силой растяжения.
3. Проектировочный расчет параметров витой пружины из никелида титана на основании полученных зависимостей напряжений и деформаций.

Благодарности

Автор глубоко признателен доктору технических наук, профессору Ухтинского государственного университета И.Н. Андронову, который является автором идеи и научным консультантом данной работы, за плодотворные творческие обсуждения результатов экспериментов и расчетов, помощь в написании статей и диссертации.

Автор благодарен инженеру кафедры «Агроинженерия, электро- и теплоэнергетика » Сыктывкарского лесного института А.А. Митюшеву за сотрудничество при проведении экспериментальных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Формостабильные и интеллектуальные конструкции из композиционных материалов / Г.А. Молодцов, В.Е. Биткин, В.Ф. Симонов, Ф.Ф. Урмансов. – М.: Машиностроение. – 2000. – 352 с.
2. Culshaw B. Smart structures and materials. – Boston: Artech House. – 1996. – 207 p.
3. Новые материалы / Под ред. Ю.С. Карабасова. – М.: МИСиС. – 2002. – 736 с.
4. Wei Z.G., Sandstrom R., Miyazaki S. Review. Shape memory materials and hybrid composites for smart systems. Part I. Shape memory materials. Part II. Shape memory hybrid composites // Journal of Materials Science. – 1998. – V. 33. – P. 3743–3783.
5. Xu Y. Development of shape memory alloy smart composites // AIST Today. – 2002. – V.2. – №8. – P. 12.
6. Proceedings of International Conference on Martensitic Transformations (ICOMAT-02). Espoo, Finland. / Ed. J. Pietikainen, O. Soderberg. – J. Phys. IV. – 2003. – V.112. – P.I. – P.1–635 / P.II. – P.635–1240.
7. Корнилов И.И., Белоусов О.К., Качур Е.В. Никелид титана и другие сплавы с эффектом "памяти" / М.: Наука. – 1977. – С. 161.
8. Wayman C.M., Shimizu K. The shape memory (marmem) effect in alloys // Metallurgical Science. – 1972. – V. 6. – №. 10. – P. 175-183.
9. Delay L. et al. Thermoelasticity, pseudo-elasticity and memory effects associated with martensitic transformation. Parts 1–3 // Journal of Materials Science. – 1974. – V. 9. – № 9. – P. 1521–1555.
10. Лихачев В.А., Кузьмин С.Л., Каменцева З.П. Эффект памяти формы. / Л.: Изд-во ЛГУ. – 1987. – 216 с.
11. Ооцука К. Сплавы с эффектом памяти формы / К.Ооцука, К.Симидзу, Ю. Судзуки // Под ред. Х. Фунакубо. – М.: Металлургия. – 1990. – 224с.
12. Duerig T.W. et al. Engineering aspects of shape memory alloys / London: Butterworth-Heinemann. – 1990. – 394.

13. Хусаинов М.А., Андреев В.А., Афанасьев А.Б. и др. Механическое поведение сплав с памятью формы и их использование в технике / Вестник Новгородского государственного университета.– 2005. – №30. – С. 1–11.
14. Разов А.И. Механика материалов с эффектом памяти формы: Теоретические и прикладные исследования / Дисс. ... док. техн. наук. – 2000. – 359 с.
15. Гюнтер В.Э., Котенко В.В., Миргазизов М.З. и др. Сплавы с памятью формы в медицине / Томск: Издательство Томского университета, 1986.
16. Saadat et al. Utilization of shape memory alloys for structural vibration control // Proceedings of US–Japan Workshop on Smart Materials and New Technologies for Improvement of Scientific Performance of Urban Structures, Kyoto- Tsukuba (Japan) 17–19 February 1999. – Tsukuba University, 1999. – P. 15–28.
17. Харрисон Дж.Д., Ходгсон Д.Е. Использование сплавов системы Ti–Ni в механических и электрических соединениях // Эффект памяти формы в сплавах / Под ред. В.А. Займовского. – М.: Металлургия. – 1979. – С. 429–434.
18. Вольченко Д.А. Сплавы с памятью формы // Автомобильная промышленность. – 1991. – №8. – С. 30–31.
19. Peel C.J. Advances in materials for aerospace // The Aeronautical Journal. – 1996. – Vol. 100. – pp. 487–503.
20. Noor A.K. et al. Frontiers of the material world // Aerospace America. – 1998. – Vol. 36, No. 4. – pp. 24–31.
21. Noor A.K. et al. Structures technology for future aerospace systems // Computers and Structures. – 2000. – Vol. 74. – pp. 507–519.
22. Бледнова Ж.М., Степаненко М.А. Роль сплавов с эффектом памяти формы в современном машиностроении / Научно–образовательный курс. – Краснодар – 2012. – 69 с.
23. Razov A. I. Application of Titanium Nickelide–Based Alloys in Engineering //

- The Physics of Metals and Metallography. – 2004. – V.97. – Suppl.1. – P.97–126.
- 24.Манджавидзе А.Г., Барнов В.А., Соболевская С.В. и др. Использование материалов с эффектом памяти формы в качестве рабочего тела в мартенситных роторных двигателях // Журнал технической физики. – 2006. – Т.76. – Вып.5. – С. 131–133.
- 25.Mantovani D. Shape memory alloys: properties and biomedical applications // JOM. – 2000. – Vol. 52, No. 10. – pp. 36–44.
- 26.Никелид титана. Медицинский материал нового поколения / В.Э. Гюнтер и др. – Томск: Изд-во МИЦ. – 2006. – 296 с.
- 27.Медицинские материалы и импланты с памятью формы / Под ред. В.Э. Гюнтера. – В 14 томах. – Томск: Изд-во МИЦ. – 2006. – Т. 5. – 220 с.
- 28.Геворков А.В., Давыдов Е.А., Ильин А.А., Коллеров М.Ю., Черемкин С.Н. Применение демпферных костных фиксаторов из нитинола при операциях на черепе // Нейрохирургия. – №1. – 2010. – С. 46 – 50.
- 29.Давыдов Е.А., Мушкин А.Ю., Зуев И.В., Ильин А.А., Коллеров М.Ю. Применение биологически и механически совместимых имплантатов из нитинола для хирургического лечения повреждений и заболеваний позвоночника и спинного мозга // Гений ортопедии. – №1. – 2010. – С. 5 – 11.
- 30.Шишкин С.В., Махутов Н.А. Расчет и проектирование силовых конструкций на сплавах с эффектом памяти формы / Ижевск: «Регулярная и хаотическая динамика». – 2007. – 412 с.
- 31.Курендаш Р.С. Конструирование пружин. / М.: Машгиз. – 1958. – 110 с.
- 32.Пономарев С.Д., Андреева Л.Е. Расчет упругих элементов машин и приборов / М.: Машиностроение. – 1980. – 326 с.
- 33.Машиностроение. Энциклопедия. / Ред. совет. К.В. Фролов и др. – М.: Машиностроение. – 1994. – Т. 1 – 3. – В 2-х кн. – Кн. 1. Динамика и прочность машин. Теория машин и механизмов. – 533 с.
- 34.Расчеты на прочность в машиностроении / Под ред. С.Д. Пономарева. –

- Т.1. Теоретические основы и экспериментальные методы. Расчеты стержневых элементов конструкций при статической нагрузке. М.: Машгиз. – 1956. – 884 с.
35. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов / М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 1999. – 592 с.
36. Светлицкий В.А. Механика гибких стержней и нитей / М. Машиностроение. – 1978. – 222 с.
37. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости / М.: Наука. – 1979. – 560 с.
38. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела / М.: Наука. – 1988. – 712 с.
39. Беляев Н.М. Сопротивление материалов / М.: Изд-во техн.–теорет. литерат. – 1958. – 856 с.
40. Курдюмов Г. В. Явления закалки и отпуска стали / М.: Metallurgizdat. – 1960 – 64 с.
41. Физическое металловедение / Под редакцией Р. Кана. – М.: Мир. – Вып. 2. – 1968. – 490 с.
42. Несовершенства кристаллического строения и мартенситные превращения / Сборник статей. – М.: Наука. – 1972. – 128 с.
43. Курдюмов Г.В., Хандрос Л.Г. О ”термоупругом” равновесии при мартенситных превращениях // ДАН СССР. – 1949. – Т. 66, № 2. – С. 211–220.
44. Хачин В. Н. Мартенситная неупругость сплавов // Известия вузов. Физика. – 1985. – №5. – С. 82–103.
45. Otsuka K., Wayman C.M. Mechanism of shape memory effect and superelasticity // Shape memory materials., eds. Otsuka K. and Wayman C.M. – Cambridge University Press, Cambridge. – 1998. – pp. 27–48.
46. Материалы с эффектом памяти формы / Справочник: Под ред. Лихачева В.А. – Т. 1. – СПб.: Изд-во НИИХ СПбГУ. – 1997. – 424 с.
47. Материалы с эффектом памяти формы / Справочник: Под ред. Лихачева

- В.А. – Т. 2. – СПб.: Изд-во НИИХ СПбГУ. – 1998. – 374 с.
48. Материалы с эффектом памяти формы / Справочник: Под ред. Лихачева В.А. – Т. 3 – СПб.: Изд-во НИИХ СПбГУ. – 1998, 474 с.
49. Металлы и сплавы / Справочник: Под ред. Ю.П. Солнцева. – СПб.: НПО «Профессионал». – 2003. – 1066 с.
50. Новые материалы в металлургии / Конспект лекций по дисциплине «Новые материалы в металлургии» / Авт. Зборщик А.М. – Донецк: ГВУЗ «ДонНТУ», 2008. – 253 с.
51. Haus G., Torok E., Warlimont N. On the reversible martensitic transformations of ordered and disordered Fe_3Pt // Мартенситные превращения: докл. Международной конференции «ICOMAT-77» (16–20 мая 1977) – К.: 1978. – С. 185–189.
52. Андронов И.Н. Обратимая память формы медномарганцевых композиций / Дисс. ... канд. ф.-м. наук. – ЛГУ. – 1982. – 223 с.
53. Винтайкин Е. З. Константы упругости сплавов марганец–медь // ФММ. – 1980. – Т. 4. – Вып. 9. – С. 883–885.
54. Андронов И.Н., Богданов Н.П., Тарсин А.В. Влияние характера термоциклирования и знака нагружения на величину фазовых модулей никелида титана. // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2009. – № 4. – Т. 75. – С. 42–44.
55. Хачин В.Н., Муслов С.А., Пушин В.Г., Чумляков Ю.И. Аномалии упругих свойств монокристаллов $TiNi-TiFe$ // Доклады Академии наук СССР. Техническая физика. – 1987. – Т. 295. – № 3. – С. 606 – 609.
56. Прокошкин С.Д., Капуткина Л.М., Хмелевская И.Ю., Кадников А.А., Бондарев С.А., Фаткуллина Л.П., Олейникова С.В. Структура и свойства сплавов титан–никель после термомеханической обработки и старения // Всесоюзная конференция по мартенситным превращениям в твердом теле. – Киев. – 1991. – С. 256–257.
57. Пушин В.Г., Муслов С.А., Хачин В.Н. Рентгенографическое и электронно–микроскопическое исследование В2–соединений на основе

- TiNi // ФММ. – 1987. – Т. 64. – №4. – С. 802–808.
- 58.Лотков А.И., Гришков В.Н. Никелид титана, кристаллическая структура и фазовые превращения // Изв. вузов. Физика. – 1985. – Т.27. – №5. – С.68–87.
- 59.Бледнова Ж.М., Мышевский И.С., Русинов П.О. Оценка влияния железа на структурообразование в сплавах Ni–Ti–Fe // Вопросы материаловедения. – 2009. – №4(60). – С. 28 – 35.
- 60.Гиндин И.А., Коваленко В.И., Оковит В.С., Стародубов Я.Д., Чиркина Л.А. Установка для измерения низкочастотного внутреннего трения и модулей упругости в интервале 10...1100 К // Зав. лаборатория. – 1970. – №11. – С. 1397–1399.
- 61.Материалы с эффектом памяти формы / Справочник: Под ред. Лихачева В.А. – Т. 4. – СПб.: Изд-во НИИХ СПбГУ. – 1998. – 268 с.
- 62.Абдрахманов С.А. Деформация материалов с памятью формы при термосиловом воздействии / Бишкек.: Изд-во «Илим». – 1991. – 117 с.
- 63.Адрахманов С.А. О теории деформации материалов, обладающих эффектом памяти формы // Изв. АН Кирг. ССР. Сер. естеств. и техн. науки. – 1988. – №4.
- 64.Абдрахманов С.А., Дюшекеев К.Д., Новикова Е.Ю. Расчет реактивного усилия кольца из материала с памятью формы с учетом упрочнения // Материалы со сложными функционально–механическими свойствами. Компьютерное конструирование. – Ч.2. – Новгород. – 1994. – С. 136–139.
- 65.Абдрахманов С.А., Дюшекеев К.Д. Изгиб и кручение брусьев из материалов с памятью формы / Бишкек: Изд-во «Илим». – 1992. – 52 с.
- 66.Абдрахманов С.А., Ибрагимов С.А., Джаналиев Н.Р. Деформация гибкой балки из материала с эффектом памяти формы / Бишкек: Изд.-во КГТУ им. И. Раззакова. – 2007. – 259 с.
- 67.Абдрахманов С.А., Кожошов Т.Т. Характеристики цилиндрических пружин растяжения, изготовленных из материала, обладающего памятью формы // Известия КГТУ им. И. Раззакова. – 2008. – №14. – С. 106–112.

68. Абдрахманов С.А., Кожошов Т.Т. Аналитическое исследование характеристики цилиндрических пружин с памятью формы // Механика композиционных материалов и конструкций. – М. – 2010. – №1. – С. 165–171.
69. Кожошов Т.Т. Расчет цилиндрических витых пружин с эффектом памяти формы / Дисс. канд. физ.-мат.н. – Бишкек. – 2012. – 98 с.
70. Tanaka K., Nagaki S. A thermomechanical description of materials with interval variables in the process effect: one-dimensional of phase transition // Ingenieur-Archiv. – 1982. – Vol. 51. – P. 287–299.
71. Tanaka K., Iwasaki R. A phenomenological theory of transformation superplasticity // Engineering Fracture Mechanics. – 1985. – Vol. 21. – № 4. – P. 709–720.
72. Tanaka K. A thermomechanical sketch of shape memory effect: one-dimensional tensile behavior // Res Mechanica. – 1986. – Vol. 18. – P. 251–263.
73. Sato Y., Tanaka K. Estimation of energy dissipation in alloys due to stress-induced martensitic transformation // Res Mechanica. – 1988. – Vol. 23. – P. 381–393.
74. Tanaka K., Kitamura K., Miyazaki S. Shape memory alloy preparation for multiaxial tests and identification of fundamental alloy performance // Arch. Mech. – 1999. – Vol. 50. – №6. – P. 785–803.
75. Мовчан А.А. Аналитическое решение задач о прямом и обратном превращении для сплавов с памятью формы // Изв. АН. Механика тв. тела. – 1996. – №4. – С. 136–144.
76. Мовчан А.А. Выбор аппроксимации диаграммы перехода и модели исчезновения кристаллов мартенсита для сплавов с памятью формы // Прикладная механика и техническая физика. – 1995. – Т.36. – №2. – С.173–181.
77. Мовчан А.А., Мовчан И.А. Одномерная микромеханическая модель нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при прямом и

- обратном термоупругих превращениях // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2007. – Т.13. – №3. – С.297–322.
- 78.Мовчан А.А., Мовчан И.А. Модель нелинейного деформирования сплавов с памятью формы в активных процессах прямого превращения и структурного перехода // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2008. – Т.14. – №1. – С. 75–87.
- 79.Мовчан А.А., Мовчан И.А., Сильченко Л.Г. Микромеханическая модель нелинейного деформирования сплавов с памятью формы при фазовых и структурных превращениях // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2010. – №3. – С.118–130.
- 80.Мовчан А.А., Мозафари А., Казарина С.А. Анализ работы активатора с пружиной из сплава с памятью формы // Изв. вузов. Авиационная техника. – 1999. – №4. – С. 20–23.
- 81.Мовчан А.А. Кручение призматических стержней из сплавов с памятью формы // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2000. – №6. – С. 143–154.
- 82.Мовчан А.А., Чжо Ту Я Решение начально–краевых задач о прямом и обратном превращении в рамках нелинейной теории деформирования сплавов с памятью формы // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2007. – Т.13. – №4. – С.452–468.
- 83.Мовчан А.А., Аунг Тант Зин. Анализ работы пружин из сплава с памятью формы в рамках модели нелинейного деформирования этих материалов // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2009. – Т. 15. – № 4. – С. 590 –599.
- 84.Тант Зин Аунг. Деформационное упрочнение и реономные свойства сплавов с памятью формы. Автореф. дисс. канд. тех. н. М. 2010. 21 с.
- 85.Patoor E., Eberhardt A., Berveiller M. Micromechanical modelling of superelasticity in shape memory alloys // Journal de Physique IV, Coll. C1. – 1996. – V. 6. – P. 277–292.

86. Auricchio F., Scalet G., Urbano M. A numerical/experimental study of nitinol actuator springs // *Journal of Materials Engineering and Performance*. – 2014. – V.23 (7). – P. 2420 – 2428.
87. Auricchio F., Petrini L. A three-dimensional model describing stress-temperature induced solid phase transformations: solution algorithm and boundary value problems // *Int. J. Numer. Meth. Eng.* – 2004. – V.6. – P. 807 – 836.
88. Lagoudas D.C., Boyd J.G., Bo Z. Micromechanics of active composites with SMA fibers // *Journal Engineering Materials*. – 1994. – V. 116. – P. 337–347.
89. Лохов В.А., Няшин Ю.И., Кучумов А.Г. Сплавы с памятью формы: применение в медицине. Обзор моделей, описывающих их поведение / *Российский журнал биомеханики*. – 2011. – Т.11. – №3. – С.9–27.
90. Toi Y., Lee J.B., Taya M. Finite element analysis of superelastic, large deformation behavior of shape memory alloy helical springs // *Comput. Struct.* 2004. – V.82. – P. 1685 – 1693.
91. Dumont G., Kühl C. Finite element simulation for desing optimization of shape memory alloy spring actuators // *Eng. Comput.* – 2005. – V.22. – P. 835 – 848.
92. Лихачев В.А., Малинин В.Г. Новая концепция пластичности, основанная на идеях о многоуровневом развитии процессов массопереноса // *Моделирование на ЭВМ дефектной структуры кристаллов: сборник научных работ ФТИ им. Иоффе*. – Л.: 1987. – С. 112–131.
93. Лихачев В.А., Малинин В.Г. Об уравнениях общей теории пластичности кристаллов // *Изв. вузов: Физика*. – 1988. – № 6. – С.73–78.
94. Лихачев В.А., Малинин В.Г. Микро и макроповреждаемость кристаллов в двухуровневой модели // *Изв. вузов: Физика*. – 1988. – № 6. – С. 78–81.
95. Лихачев В.А., Малинин В.Г. Новая концепция прочности // *Структура и свойства металлических материалов и композиций: межвузовский сборник*. – Новгород: Новгор. политех. инс-т. – 1989. – С. 4–31.

96. Лихачев В.А., Малинин В.Г. Структурно-аналитическая теория прочности в многоуровневой постановке // Изв. вузов: Физика. – 1990. – № 2. – С. 121–138.
97. Лихачев В.А., Малинин В.Г. Гайворонская Н.И. Аналитическое исследование неупругой деформации при инициировании механизмов массопереноса путем двойникования // Материалы с эффектом памяти формы и их применение: материалы семинара / Правл. НТО РЭС им. А.С. Попова. – Новгород : Новгор. политех. инс–т. – 1989. – С. 162–164.
98. Лихачев В.А., Малинин В.Г. Структурно–аналитическая теория прочности / СПб.: Наука. – 1993. – 512 с.
99. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1968. 400 с.
100. Беляев С.П., Волков А.Е., Евард М.Е. Моделирование микропластических явлений в сплавах с памятью формы типа никелида титана // Вестник Тамбовского Университета. – Т. 3. – Вып. 3. – 1998. – С. 306 – 309.
101. Волков А.Е. Микроструктурное моделирование деформационных процессов в сплавах с памятью формы / Автореферат дисс. ... докт. физ.–мат. наук. – СПб. – 2003. – 196 с.
102. Андронов И.Н., Богданов Н.П., Уляшова Л.А. Аналитическая модель управления фазой мартенсита под нагрузкой. Прикладная механика и техническая физика. – 2009. – № 4. – Т. 50. – С. 196 – 200.
103. Способ изготовления пружины из сплава с эффектом памяти формы и пружина, изготовленная данным способом: пат. 2309192 Рос. Федерация: МПК⁵¹ С22F1/10 (2006.01) С22F1/18 (2006/01) / В. П. Воронин. № 2005136967/02; заявл. 28.11.2005; опубл. 27.10.2007, Бюл. № 30. 6 с.
104. Способ получения пружины из никелида титана: пат. 2564771 Рос. Федерация МПК51 С22F1/18 (2006.01) С22F1/10 (2006/01) F03G 7/00 (2006.01) / Андронов И.Н., Демина М.Ю., Полугрудова Л.С. № 2014100290/02; заявл. 09.01.2014; опубл. 10.10.2015, Бюл. № 28. 9 с.

105. Корепанова В.С. Переходные деформационные процессы в сплаве ТН-1 / Автореферат дисс. ... канд. техн. наук. – Ухта. – 2011. – 22 с.
106. Андронов И.Н., Вербаховская Р.А., Коновалов М.Н. Опытное исследование сплава ТН-1 при термоциклировании в интервалах мартенситных переходов в системе проволока-пружина // Сборник научных трудов: материалы научно-технической конференции (13-15 апреля 2010 г.): в 3 ч.: ч. II / под ред. Н.Д. Цхадая. – Ухта: Ухтинский государственный технический университет. 2010. – С. 34–39.
107. Корн Г.А., Корн Т.М. Справочник по математике для научных работников и инженеров / М.: Наука. – 1974. – 832 с.
108. Появление двусторонней памяти формы в нитиноловой пружине при циклировании температуры и деформации / Манджавидзе А. Г. [и др.] // Журнал технической физики. – 2008. – Т. 78, вып. 3. – С. 95 – 98.
109. Колеров М.Ю., Александров А.В., Чернышова Ю.В. Влияние структуры полуфабрикатов и технологии их обработки на коррозионную стойкость медицинских изделий из никелида титана // Технология легких сплавов. – №4. – 2009. – С. 87 – 94.
110. Андронов И.Н., Вербаховская Р.А. Особенности деформирования сплавов с памятью формы в зависимости от фазового предела текучести // XX Петербургские чтения по проблемам прочности. Санкт-Петербург, 10-12 апреля 2012 г.: сборник материалов. – Ч. 2. - СПб., 2012. С. 44–46.
111. Андронов И.Н., Вербаховская Р.А. Влияние термомеханической обработки на энергоемкость сплава ТН-1 // Заводская лаб. – 2007 – №9. – Т. 73 – С. 67–70.
112. Андронов И.Н., Вербаховская Р.А., Корепанова В.С. Деформационные процессы в материалах с эффектом памяти формы в результате термомеханического воздействия // Научно-техническая конференция (14–17 апреля 2009 г., г. Ухта): Мат. конф.; Ч. I. – Ухта: УГТУ, 2009. – С. 364–367.

113. Демина М.Ю., Андронов И.Н., Полугрудова Л.С. Эффект памяти формы в нитиноловой пружине // Вестник Тамбовского университета, Серия: Естественные и технические науки. – 2013. – Т.18, № 4–2. – С.2070–2071.
114. Andronov I. N., Demina M. Yu., Polugrudova L. S. Calculation-Experimental Analysis of the Thermocyclic Deformation of Titanium Nickelide Coil Springs // Russian Metallurgy (Metally). – Vol. 2016, No. 4. – 2016. – pp. 300–306.
115. Демина М.Ю., Андронов И.Н., Полугрудова Л.С. Влияние конструкционных параметров пружины растяжения из никелида титана на деформации и напряжения, реализуемые при термоциклировании через интервалы мартенситных переходов // Деформация и разрушение материалов. – № 6. – 2015. – С.20–24.
116. Андронов И.Н., Демина М.Ю., Полугрудова Л.С. Исследование кручения цилиндрической пружины из никелида титана при растяжении // Деформация и разрушение материалов. – № 5. – 2016. – С.27–32.
117. Андронов И.Н., Демина М.Ю., Полугрудова Л.С. Обратимая память формы в нитиноловой пружине // Материалы научно-технической конференции. – Ухта. – 22–25 апреля 2014 г. УГТУ. – 2014. – Ч.2. – С.23–25.
118. Андронов И.Н., Демина М.Ю., Полугрудова Л.С. Расчет напряжений и деформаций в цилиндрической нитиноловой пружине // Материалы IV Всероссийской научно-методической конференции «Проблемы математического образования вузах и школах России в условиях его модернизации». – Сыктывкар. – СыктГУ. – 26–27 мая 2014 г. – С.135–141.
119. Андронов И.Н., Демина М.Ю., Полугрудова Л.С. Моделирование напряжений и деформаций при термоциклировании витых пружин с памятью формы под действием растягивающих напряжений // Материалы международной конференции «Сплавы с эффектом памяти формы:

- свойства, технологии, перспективы». – Витебск. – 26–30 мая 2014 г. – С.95–97.
120. Андронов И.Н., Демина М.Ю., Полугрудова Л.С. Пружина из никелида титана как исполнительный механизм биотехнологических систем // Актуальная биотехнология. – № 3(10). – Воронеж. – 2014. – С.48–49.
121. Андронов И.Н., Демина М.Ю., Полугрудова Л.С. Кручение пружины из никелида титана при термоциклировании под действием растягивающей силы // Материалы XIX международной конференции «Физика прочности и пластичности материалов», Самара. – 8–11 июня 2015 г. – С.95–97.
122. Андронов И.Н., Демина М.Ю., Полугрудова Л.С. Расчет деформаций и напряжений в цилиндрической пружине из никелида титана // Сборник материалов XXII Петербургских чтений по проблемам прочности. СПбГУ. – 12–14 апреля 2016 г. – С.203–205.
123. Андронов И.Н., Демина М.Ю., Полугрудова Л.С. Расчет угловой деформации материала цилиндрической пружины при изменении диаметра и числа витков под действием осевой силы натяжения // Сборник тезисов Всеросс. научн. –техн. конф. «Механика и математическое моделирование в технике». Москва. – МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 17–19 мая 2016 г. – С.39–42.
124. Андронов И.Н., Демина М.Ю., Полугрудова Л.С. Эффект перекрестной взаимосвязи напряжений и деформаций при термоциклировании цилиндрической пружины из TiNi // Сборник тезисов IX Международной конференции «Фазовые превращения и прочность кристаллов». – Москва. – 7–11 ноября 2016 г. – С. 109.