

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Сорокина Владислава Сергеевича «Применение и развитие метода прямого разделения движения для исследования новых классов упругих динамических систем», представленную на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.02.04 - механика деформируемого твёрдого тела

Тенденции развития современной техники и технологии, такие как появление высоких технологий (в том числе нано технологий), форсирование машин и механизмов по скоростям и нагрузкам, ставят перед исследователями происходящих динамических процессов сложные проблемы, которые не могут быть решены известными аналитическими методами. Это связано с тем, что возникающие вибрационные и волновые процессы генерируются источниками различной физической природы, имеют широкий спектр с некротными частотами, и происходят в сложных пространственных структурах и средах с нелинейными динамическими характеристиками.

В настоящее время все большее распространение получает суждение о том, что возросшие мощь и разнообразие вычислительных средств и программ достаточны для решения любой возникающей проблемы в данной области. Это - заблуждение, причем весьма опасное. В указанных выше условиях роль аналитических методов не ослабевает, а, наоборот, увеличивается, поскольку только аналитические решения позволяют получить глубокое понимание происходящих физических процессов и выявить закономерности их проявления. И только после этого целесообразно привлекать разнообразные экспериментальные методики (нередко весьма дорогостоящие) для подтверждения физической корректности поставленной задачи и проводить численное моделирование представительных частных случаев для оценки точности полученных аналитических решений.

Сказанное находит блестящее подтверждение в рецензируемой диссертационной работе, в которой разработаны новые аналитические методы исследования линейных и нелинейных задач динамики распределенных систем и конструкций, проведено решение представительных примеров из нового класса задач. Ряд полученных решений получил подтверждение результатами как проведенных автором натуральных экспериментов, так и численного моделирования представительных примеров.

**В соответствии с изложенным, актуальность выполненных исследований, имеющих фундаментальное значение, не вызывает сомнений.**

В работе рассматривается широкий класс задач механики деформируемого твердого тела, например, таких как задача о распространении упругих волн в периодических конструкциях и композитных материалах, задача о подавлении вибрации в неоднородных структурах и средах и т.д. В этих задачах уравнения движения не содержат малый параметр в явном виде, и для их решения классические асимптотические и другие методы не применимы. Автором диссертационной работы предложены, разработаны и использованы принципиально новые аналитические методы.

Автором работы получен ряд **принципиально новых научных результатов.**

Основным научным результатом работы являются предложенные автором **новые** аналитические методы исследования задач динамики и механики деформируемого твердого тела. Данные методы существенно расширяют возможности метода прямого разделения движений (МПРД), широко используемого для изучения поведения механических систем

при совместном действии высокочастотной вибрации и постоянных или медленно меняющихся воздействий. При этом область применимости развитых в работе методов оказывается шире, чем у традиционного МПРД и других известных подходов.

С помощью разработанных методов решен ряд новых задач и выявлены значимые эффекты, возникающие в различных линейных и нелинейных системах. Приведем краткий обзор новых результатов, полученных в рецензируемой диссертации.

В разделе 2 приведено описание разработанной автором модификации МПРД, которая используется для решения ряда актуальных для приложений задач. Показано, что модифицированный МПРД оказывается применим в случаях, когда частота внешнего воздействия на систему не является много большей собственных частот системы. Более того, показана применимость метода для исследования самовозбуждающихся колебаний в автономных системах. Показано, что область применимости модифицированного МПРД значительно шире, чем у классических асимптотических методов, подходов теории Флоке и традиционного МПРД. С помощью предложенного метода автор исследует, в частности, динамические характеристики нелинейных микро- и наномасштабных параметрических усилителей при соотношении два к одному между частотами параметрического и внешнего воздействий.

В разделе 3 предлагается принципиально новый аналитический метод исследования динамики механических систем, названный методом изменяющихся амплитуд (МИА). Основное преимущество данного подхода по сравнению с модифицированным МПРД заключается в том, что он не накладывает ограничений на класс разыскиваемых решений. В случае линейных уравнений с периодическими коэффициентами метод дает те же решения, что и классические подходы теории Флоке. Однако область применимости МИА шире, чем у известных методов. Во-первых, с помощью МИА могут быть исследованы нелинейные задачи, во-вторых, он применим для исследования систем, находящихся под действием многих сил с некрратными частотами. Отмечается связь МИА с классическим методом гармонического баланса: оба метода предполагают отыскание решения в виде гармонического ряда, однако, в МИА амплитуды в этом ряду не являются константами. В отличие от модифицированного МПРД в МИА используется один масштаб времени, так что метод оказывается применим для исследования динамики систем, движения которых не допускают разделения по времени на быстрые и медленные.

В качестве примера использования МИА рассматривается классическое уравнение Матье, а затем проводится теоретическое и экспериментальное исследование влияния расстройки между частотами внешнего и параметрического воздействий и характера нелинейности на сигнал параметрического усилителя. Такое исследование имеет существенное значение для приложений, поскольку для нелинейного усилителя не было установлено соотношение частот, при котором достигается максимальное усиление сигнала. В результате показано, что введение расстройки между частотами может привести к увеличению максимальной амплитуды выходного сигнала усилителя.

В разделе 4 модифицированный МПРД адаптируется для изучения динамики распределенных систем, движения которых разделяются не по времени, а по пространственной координате. Такая задача возникает, например, при изучении динамики пространственно периодических конструкций. В этих случаях решение представляется в виде двух изменяющейся по координате компонент: длинноволновой (медленной) и коротковолновой (быстрой). Метод иллюстрируется на примере исследования колебаний струны с переменным поперечным сечением. Определяются собственные частоты и формы

колебаний, показано, что колебания неоднородной струны при возбуждении на высоких собственных частотах содержат длинноволновую компоненту. Этот результат имеет определенное значение для приложений.

В разделе 5 диссертации метод изменяющихся амплитуд используется для исследования динамики пространственно периодических структур, без использования идеи разделения движений по координате на медленно и быстро изменяющиеся составляющие. С помощью метода определяются дисперсионные соотношения, находятся полосы частот запираания, а также собственные частоты и формы колебаний рассматриваемых систем. Большое теоретическое значение имеет проведенное исследование влияния нелинейных факторов на динамические характеристики балки Бернулли-Эйлера, так как другие методы оказываются неприменимы для решения подобных задач. Существенный теоретический и практический интерес представляет предложенный способ подавления вибрации в распределенной конструкции путем пространственных модуляций ее параметров. Эффективность данного способа проиллюстрирована на примерах струны и стержневого волновода с переменным поперечным сечением. Найденный автором эффект зависимости полос частот запираания от формы волновода представляет существенный как теоретический, так и практический интерес. В частности, он позволяет предсказать положение и ширину всех полос запираания для волновода с произвольной формой поперечного сечения. В заключительной части раздела исследуются колебания неоднородной продольно движущейся струны, параметры которой изменяются и по времени, и по пространственной координате. Такая постановка задачи является совершенно новой и представляет большой интерес. При ее решении метод изменяющихся амплитуд используется в обобщенной формулировке. В результате проведенного анализа показано, что неоднородность струны может привести к подавлению областей ее параметрической неустойчивости.

По мнению оппонента **научная новизна** представленных в диссертации постановок задач и результатов их решения **не вызывает сомнений**.

**Обоснованность и достоверность научных положений, выводов и рекомендаций** подтверждается, прежде всего, тем, что модели процессов и систем, рассматриваемых в работе, построены на основании законов механики и физически корректных предпосылок и гипотез. Предложенные автором новые методы математически строго обоснованы и проиллюстрированы рядом представительных примеров. Для некоторых изучаемых систем, которые в частных случаях сводятся к более простым известным, показано полное совпадение полученных в работе результатов с результатами других авторов. Ряд аналитически полученных результатов получил подтверждение тщательно поставленными лабораторными экспериментами. Сравнение результатов анализа с результатами численного моделирования показало их хорошее не только качественное, но и количественное совпадение.

**Практическая значимость** диссертации состоит в применимости предлагаемых в работе методов для решения ряда актуальных и важных для приложений задач, например, о создании новых композитных материалов с оптимальными по тем или иным показателям динамическими характеристиками, подавлении вибрации в заданных частях распределенных конструкций, создании новых микро- и наномасштабных электромеханических систем.

По тексту работы возникли следующие **замечания**:

1. Для исследования распространения линейных и нелинейных волн в неоднородных структурах Л.И. Маневичем и И.В. Андриановым были предложены методы, отмеченные в настоящей работе (ссылки [99,105,106]). Для большей

