



«УТВЕРЖДАЮ»

Директор ИМСС УрО РАН

академик РАН

В.П. Матвеенко

«28» мая 2020 г.

## **ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ**

**«ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД УРАЛЬСКОГО  
ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК» — ФИЛИАЛ  
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ  
НАУКИ ПЕРМСКОГО ФЕДЕРАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО  
ЦЕНТРА УРАЛЬСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК  
("ИМСС УРО РАН")**

о диссертационной работе Вильчевской Елены Никитичны  
«Построение моделей механики сплошных сред с учетом изменяющейся  
микроструктуры материала», представленной на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук по специальности  
01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

### **Актуальность темы диссертации.**

Для проектирования изделий и прогнозирования их поведения, прочности и ресурса в технологических и эксплуатационных процессах требуются новые подходы к описанию механического поведения материала. Дизайн новых материалов с предпочтительными механическими и прочностными характеристиками и функциональными свойствами (например, управляемостью), новых технологических процессов их обработки, учета сложности нагружения в процессе эксплуатации ведет к необходимости умения строить их математические модели. Для этого практически с неизбежностью требуется явно или неявно учитывать микроструктуру материала, изменяющуюся в процессе его термомеханического нагружения. В механике деформируемого твердого тела наличие микроструктуры обычно принято явно или неявно учитывать в определяющих соотношениях, однако ее последовательное рассмотрение, начиная с определений и балансовых уравнений, способно породить

богатые и гибкие обобщенные связанные модели. Развитие подобных подходов к построению моделей механики деформируемого твердого тела с учетом изменения микроструктуры материала является актуальной темой.

Работа Е.Н. Вильчевской направлена на решение проблемы построения моделей материалов с микроструктурой, рассматриваемых как среды с внутренними степенями свободы либо внутренними переменными (структура изменяется), так и среды с структурными параметрами (структура фиксирована). Автор представленной работы рассматривает вопросы построения балансовых и определяющих уравнений, начиная с определений основных переменных и используя первопринципы континуальной механики и термодинамики в формулировке П.А. Жилина, развивает методы матричных композиционных материалов применительно к нетривиальным конфигурациям и анизотропии реальных материалов, микромеханику развития множественного и многофазного превращения, что, безусловно, вносит вклад в указанную выше тему.

### **Основные результаты, их научная новизна и значимость.**

*Первая глава* содержит развитие методики определения эффективных линейных свойств матричных композиционных материалов с неэллипсоидальными включениями различной геометрии, а также со случайно ориентированными эллипсоидальными включениями в трансверсально-изотропной матрице, для которых не существует канонических подходов, но имеется масса практических приложений. Учитывается взаимодействие включений, для чего используется схема осреднения Максвелла, в рамках которой микроструктура на некотором удалении от рассматриваемой области описывается структурным параметром — осредненным тензором вклада. Решения для неэллипсоидальных включений либо анизотропной матрицы получены с использованием обоснованных аппроксимационных оценок, позволяющих получить замкнутые выражения для эффективных свойств композита, значимость которых для решения различных обратных задач трудно переоценить. Для этого также эффективно используется современный методический и математический аппарат механики матричных композитов.

На основе данного подхода решен целый ряд новых задач. Получен тензор эффективной теплопроводности трехкомпонентного композита с частично отслоившимися от матрицы волокнами с круговым сечением в

зависимости от характера распределения отслоений по ориентациям, для чего использовано решение сингулярной задачи, связывающее изменение теплопроводности при элементарном распространении отслоения. Результат использован для объяснения особенностей эволюции анизотропии теплопроводности полимерного композита при гидротермальном старении. Определен тензор эффективной электропроводности катода литий-ионного аккумулятора, одна из четырех компонент которого представляет собой вогнутую область, заполненную электролитом. Спрогнозирована существенная зависимость эффективной электропроводности от формы пор. Построен тензор эффективных упругих свойств кортикальной костной ткани, основа которой имеет трансверсальную симметрию и содержит вытянутые сфероидальные поры, произвольно ориентированные в плоскости изотропии, и исследована его зависимость от параметра пористости. Определены эффективные упругие свойства трансверсально-изотропного материала с произвольно ориентированными круговыми трещинами и изучено ослабление анизотропии с ростом плотности трещин. Получен оператор эффективных свойств вязкоупругой матрицы со случайно распределенными по ориентациям вязкоупругими сфероидальными включениями и исследовано изменение эффективной вязкости от концентрации и формы включений. Спрогнозированы эффективные вязкоупругие свойства живого дентина, основа которого пронизана трубочками с жидкостью.

Данные результаты опубликованы в шести статьях в журналах первого квартала Web of Science, что свидетельствует об их новизне и значимости.

**Вторая глава** посвящена разработке основанного на континуальной механике и термодинамике подхода к описанию неравновесных процессов, сопровождающихся структурным превращением. Описание локальной микроструктуры вводится с помощью скалярной внутренней переменной. Полагается, что результатом структурного перехода, происходящего в элементарном материальном объеме однокомпонентной среды при отсутствии потока внутренней переменной, оказывается изменение плотности распределения частиц (материальная симметрия сохраняется). В качестве параметра порядка рассматривается количество частиц, приходящееся на единицу массы (отношение плотности количества частиц к плотности массы). Рассматриваются различные варианты выбора неизмеримых переменных и функций состояния (внутренняя энергия,

химический потенциал, энтропия), обеспечивающие совместность системы балансовых уравнений с теми или иными определяющими уравнениями и гибкость при постановке задач. В частности, для рассматриваемого неравновесного процесса предлагаются различные определения энтропии. Перспективность одного из определений неравновесной энтропии проиллюстрирована моделью ионизируемого газа, состояние которого полностью характеризуется функцией внутренней энергии, а эволюция внутреннего состояния описывается функцией плотности источника ионизированных молекул. Выведены внутренне и физически непротиворечивые выражения для переменных состояния газа и термодинамических коэффициентов.

Подход использован для построения модели фазового перехода жидкость-газ под действием температуры. Описание рассматриваемого процесса, в котором плотности массы и числа частиц зависимы вдали от перехода и независимы вблизи него, ведется с использованием химического потенциала. Строится функция источника, описывающая резкое изменение параметра порядка при критической температуре. В рамках принятого набора переменных состояния эта функция принципиально не накладывает ограничений на структуру потенциала внутренней энергии, который выбран сращением потенциалов для жидкой и газообразной фаз, содержащих произвольные материальные функции. Для потенциалов частного вида получены замкнутые выражения для термодинамических коэффициентов, с помощью которых идентифицированы константы модели. Модель описала тонкие особенности поведения термодинамических коэффициентов при переходе через критическую температуру.

Результаты главы опубликованы в трех статьях в журнале первого квартала Web of Science и коллективных монографиях.

В *третьей главе* рассматриваются микроструктуры в виде включений в упругом теле, образующиеся в результате фазового перехода первого рода. В первом разделе ставится нелинейная задача определения фазового состава и положения межфазной границы изолированного включения в упругой матрице. Учитывается связанность превращения, которое индуцируется приложенными деформациями и в свою очередь порождает собственные напряжения и деформации в теле. Состояние включения описывается невыпуклой зависимостью свободной энергии от деформаций. Исследуется

задача о цилиндрическом упругом включении в упругой матрице, для которой строится функционал полной потенциальной энергии и определяются достаточные условия существования однофазной конфигурации в зависимости от приложенных деформаций. Отдельно изучены условия существования всех возможных двухфазных конфигураций включения, разделенных круговой цилиндрической межфазной границей, в зависимости от граничных условий, материальных и геометрических параметров. Показано, что более сложных осесимметричных фазовых конфигураций не существует. Используются выведенные в работе локальное термодинамическое условие на межфазной границе и энергетический функционал.

Изучены закономерности множественного возникновения эллипсоидальных зародышей новой фазы, однородно распределенных в упругом изотропном пространстве, под действием приложенных механических воздействий. Микроструктурные переменные — концентрация фазы и два инварианта тензора Хилла, характеризующего ориентацию и форму эллипсоидов эффективного включения или текстуры, — найдены минимизацией полной потенциальной энергии системы при использовании метода эффективного поля и гипотезы о соответствии симметрий упомянутых эллипсоидов. Построены области существования зародышей различной формы в пространстве главных значений тензора приложенных деформаций. Определены тензоры эффективных упругих свойств среды, условия их положительной определенности, а также ее потери, приводящие к немонотонности зависимости напряжений от деформаций при некоторых траекториях деформаций.

Отдельно рассмотрено описание кинетики роста фаз на примере связанного процесса изотермического распространения фронта химической реакции в упругом теле с учетом диффузии. Частным случаем такого процесса является коррозия кремния, в котором газообразный кислород проникает к фронту сквозь слой оксида. Показано, что локальной термодинамической силой распространения фронта химической реакции в упругом теле является квадратичная форма его нормали, построенная на тензоре химического сродства, в котором в качестве химических потенциалов твердых компонент выступают их тензоры Эшелби. Согласно сформулированной модели скорость распространения фронта

контролируется превышением местной концентрацией газообразной компоненты значения, соответствующего равновесию границы, которое зависит от локального напряженно-деформированного состояния. В приближении, что скорость диффузии много больше скорости распространения фронта химической реакции, подробно исследованы закономерности кинетики процесса для плоской границы и всевозможных специализаций задачи о круговом цилиндрическом включении в упругом пространстве, с границы раздела которых возможен рост прореагировавшего слоя. В зависимости от условий внешней нагрузки и локальной кривизны границы анализ предсказывает нетривиальные сценарии развития процесса: ускорение либо замедление распространения фронта вплоть до его полного запираания.

Результаты главы опубликованы в 15 статьях в журналах, реферируемых международными базами цитирования, являются оригинальными и вносят важный вклад в мировую науку.

*Четвертая глава* посвящена разработке теории полярной среды с изменяющейся локальной плотностью частиц, в которой в качестве новой структурной переменной выступает тензор микроинерции. С использованием метода П.А. Жилина вводятся локальные переменные и формулируются балансовые, кинематические и определяющие соотношения, нетривиальность и нелинейность которых вызвана полярностью локального объема. Итоговые уравнения континуума Коссера с производством тензора микроинерции являются первой известной нам моделью, в которой динамическая и статическая части уравнений зависят через внутреннюю переменную от характерного размера микроструктуры.

Разработанная теория применена для решения задач, демонстрирующих ее важные особенности. Изучено изменение микроинерции материала, состоящего из сферических мембран либо упругих оболочек при изменении приложенного давления. Построена связанная задача теплопроводности и вязкой диссипации одномерной полярной среды с локальной зависимостью микроинерции от температуры за счет теплового расширения, на основе которой изучены особенности локализации полей температуры и микровращений вблизи концов отрезка, на которых заданы краевые условия. Построены уравнения измельчения гранулированной среды под действием приложенной нагрузки, упругие либо вязкие константы

которой зависят от характерного размера, моментными напряжениями и микровращениями пренебрегается. Численно решены двумерные задачи и исследованы особенности изменения напряженно-деформированного состояния и микроструктуры в очаге деформации в зависимости от параметров процесса. Сформулированы нестационарные уравнения поляризации материала с характерными временами ориентации диполей под действием электрического поля и их тепловой разориентации при заданной температуре, с помощью которых изучены зависимость времени релаксации переходных процессов от соотношения характерных времен и зависимость дипольного момента от частоты периодического воздействия электрическим полем.

Фундаментальные уравнения теории полярной среды с производством момента инерции и ее приложения являются новыми важными научными результатами, опубликованными в 15 статьях в журналах и коллективных монографиях, реферируемых платформами Web of Science и Scopus.

#### **Достоверность результатов диссертации.**

Достоверность результатов исследования обеспечена единообразием используемого научно-методического аппарата, корректностью математических постановок задач и строгостью применяемого аппарата, непротиворечивостью полученных решений существующим результатам других авторов. Получена масса строгих и приближенных результатов в замкнутой форме, обеспечивающих проверку теоретических положений. В первой главе подтверждение теоретических результатов экспериментом выполнено в полной мере.

#### **Теоретическая и практическая значимость работы.**

Диссертация имеет теоретический характер, вносит значительный вклад в механику материалов с изменяемой микроструктурой, а ее результаты имеют универсальное применение к различным природным или искусственным средам. Новые модели сформулированы на основе первопринципов континуальной механики и термодинамики, и потому имеют большую общность и могут быть применены для описания связанных динамических процессов деформирования широкого класса материалов, сопровождаемых изменением микроструктуры. Применимость и эффективность развитых подходов к решению задач микромеханики матричных композиционных материалов со сложной многофазной

структурой и анизотропией продемонстрирована на целом ряде задач, имеющих реальные практические приложения. Полученные выражения в замкнутой форме, описывающие эволюцию объемной доли, анизотропии и эффективных свойств деформированной упругой матрицы, находящейся в равновесии с многофазным либо множественными однофазными включениями, приложимы к любым средам, испытывающим фазовые переходы, в том числе к управляемым материалам с эффектом памяти формы.

#### **Апробация работы.**

Все основные положения работы в достаточной мере опубликованы в научных журналах по специальности диссертации, в том числе 28 — в изданиях, реферируемых международными базами цитирования Web of Science и Scopus. Указан личный вклад соискателя в каждую из публикаций, который оценивается как значительный. Результаты докладывались соискателем на нескольких десятках международных и всероссийских научных конференций по научной специальности диссертации, в том числе в полном объеме — на трех семинарах. Выполнение работы на различных этапах ее выполнения было поддержано более чем десятком грантов РФФИ, РНФ, ФЦП и DFG, проходившим тщательную научную экспертизу.

#### **Замечания по содержанию работы.**

Диссертация имеет внутреннюю целостность и ясную логику, написана точным научным языком с большим педагогическим мастерством. Дается сжатый обзор состояния исследований по теме диссертации и указывается ее вклад. Выносимые на защиту новые теоретические результаты сопровождаются решением задач, демонстрирующих их существенные особенности. Автореферат полностью отражает содержание диссертации. Оформление диссертации и автореферата соответствует существующим требованиям. Недостатков, ставящих под сомнение справедливость каких-либо положений, выносимых на защиту, нами не обнаружено. Вместе с тем работа порождает некоторые дискуссионные и быть может не совсем четкие вопросы, касающиеся ее развития и некоторых смежных с ней областей, по которым хотелось бы услышать мнение соискателя.

1. По-видимому, можно организовать подтверждение экспериментом модели распространения плоского фронта реакции в свободной пластине либо полосе (раздел 3.2) на основе зависимости прогиба пластины от



положения фронта. Прогиб, извлекаемый из решения задачи, можно достаточно точно измерять современными средствами. Для этого необходимо решение соответствующей обратной задачи.

2. Как можно было бы определить концентрацию микронапряжений в задачах о матричных композитах, для которых в работе были определены эффективные упругие свойства?

3. Представляется полезным вывод уравнений полярного континуума с производством микроинерции на основе вариационной постановки задачи. Предложенная соискателем модель, в которой характерный масштаб микроструктуры одновременно контролирует плотности упругой энергии, диссипации энергии и энергию микровращений, представляет большой познавательный интерес, например, для выяснения механизмов образования диссипативных структур при деформировании твердых тел. Можно ли дополнительно варьировать термодинамический функционал или лагранжиан по внутренней переменной, не задавая заранее ее эволюцию?

4. Представляется интересным вывод условий на поверхностях разрыва, следующих из уравнений полярного континуума с производством микроинерции, представленных в виде системы балансовых уравнений. Для связанных задач общий вид этих условий может быть нетривиальным.

#### **Заключение по диссертации.**

Диссертационная работа Е.Н. Вильчевской «Построение моделей механики сплошных сред с учетом изменяющейся микроструктуры материала» вносит значительный вклад в решение крупной научной проблемы механики деформируемого твердого тела в части построения новых моделей сплошных сред с учетом микроструктуры в виде дополнительных степеней свободы, внутренних переменных и структурных параметров, развития методов решения задач микромеханики деформируемых тел с изменяемой микроструктурой и анализа связанных процессов движения полярных сред с производством микроинерции. Диссертационная работа является завершённым научным исследованием, выполненным на высоком научно-методическом уровне, соответствует паспорту специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела» и имеет важное научное значение и практические приложения. Работа отвечает всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени доктора наук Положением о порядке присуждения ученых

степеней, утвержденным постановлением Правительства РФ №842 от 24.09.2013, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по указанной специальности.

Отзыв на диссертационную работу рассмотрен и одобрен на научном семинаре лаборатории нелинейной механики деформируемого твердого тела 13.05.2020.

Заведующий лабораторией нелинейной механики деформируемого твердого тела ИМСС УрО РАН, доктор физико-математических наук (01.02.04 – механика деформируемого твердого тела), доцент

Келлер Илья Эрнстович

Служебный телефон: +7(342)2378307 E-mail: kie@icmm.ru

Служебный адрес: 614013, г. Пермь, ул. Акад. Королёва, д.1, Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук (ИМСС УрО РАН) — филиал ФГБУН Пермский федеральный исследовательский центр УрО РАН.



И. Э. Келлера  
Л. В. Ушакова